IRACEMA e DULCE

MATEMÁTICA

IDEIAS E DESAFIOS

COMPONENTE CURRICULAR
MATEMÁTICA
6º ANO

MANUAL DO PROFESSOR

6

Editora Saraiva

ISBN 978-85-02-62816-8
9 788502 628168

COMPONENTE CURRICULAR
MATEMÁTICA
6º ANO

MATEMÁTICA
IDEIAS E DESAFIOS

Iracema Mori
Bacharel e licenciada em Matemática pela USP.
Professora e assessora de Matemática.

Dulce Satiko Onaga
Licenciada em Matemática pela USP.
Professora e assessora de Matemática.
Membro do Centro de Educação Matemática.

Manual do professor

6

18ª edição – 2015
São Paulo

Editora Saraiva

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Mori, Iracema
Matemática : ideias e desafios, 6º ano /
Iracema Mori, Dulce Satiko Onaga. –– 18. ed. ––
São Paulo : Saraiva, 2015.

Suplementado pelo manual do professor.
Bibliografia.
ISBN 978–85–02–62815–1 (aluno)
ISBN 978–85–02–62816–8 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Onaga,
Dulce Satiko. II. Título.

15–03918 CDD–372.7

ISBN 978-85-02-63378-0
(PDF Professor)

ISBN 978-85-02-63377-3
(PDF Aluno)

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Gerente editorial	M. Esther Nejm
Editor responsável	Viviane de L. Carpegiani Tarraf
Editores	Julio Cesar Augustus de Paula Santos, Marcela S. Pereira Maris, Maria Ângela de Camargo
Assistente editorial	Eduardo Oliveira Guaitoli, Rani Oliveira e Souza
Coordenador de revisão	Camila Christi Gazzani
Revisores	Kátia Lopes Godoi, Maira Cammarano, Maura Loria
Coordenador de iconografia	Cristina Akisino
Pesquisa iconográfica	Cristiano Rogério Vieira
Licenciamento de textos	Érica Brambila, Carolina Carmini
Gerente de artes	Ricardo Borges
Coordenador de artes	Aderson Oliveira
Design	Josiane Batista de Oliveira
Capa	Sergio Cândido com foto de Thinkstock/Getty Images
Diagramação	C2 Artes, Lisandro Paim Cardoso
Ilustrações	BIS, Célia Kofuji, Francisco Vilachã, Hagaquezart Estúdio, Hélio Senatore, Lettera Studio, Mauro Takeshi, Vagner de Faria, Zapt Editorial
Cartografia	DaCosta Mapas, Mario Yoshida
Assistentes de produção de arte	Jacqueline Ortolan
Tratamento de imagens	Emerson de Lima
Produtor gráfico	Robson Cacau Alves
Impressão e acabamento	

077214.018.001

Editora Saraiva

SAC 0800-0117875
De 2ª a 6ª, das 8h30 às 19h30
www.editorasaraiva.com.br/contato

Rua Henrique Schaumann, 270 – Cerqueira César – São Paulo/SP – 05413-909

Caro estudante,

"Como aprender Matemática?"

Essa é uma pergunta que você já deve ter feito a muitas pessoas e também a si mesmo.

Sabemos que não existe um caminho único ou melhor para o aprendizado. Para quase tudo que se aprende ao longo da vida é preciso dedicação e persistência. E isso vale também para a Matemática.

Aprender é vivenciar e adquirir experiências, é enfrentar desafios, descobrir coisas novas, buscar conhecimento, querer. Esta coleção se propõe a auxiliá-lo para que seja bem-sucedido nesse aprendizado.

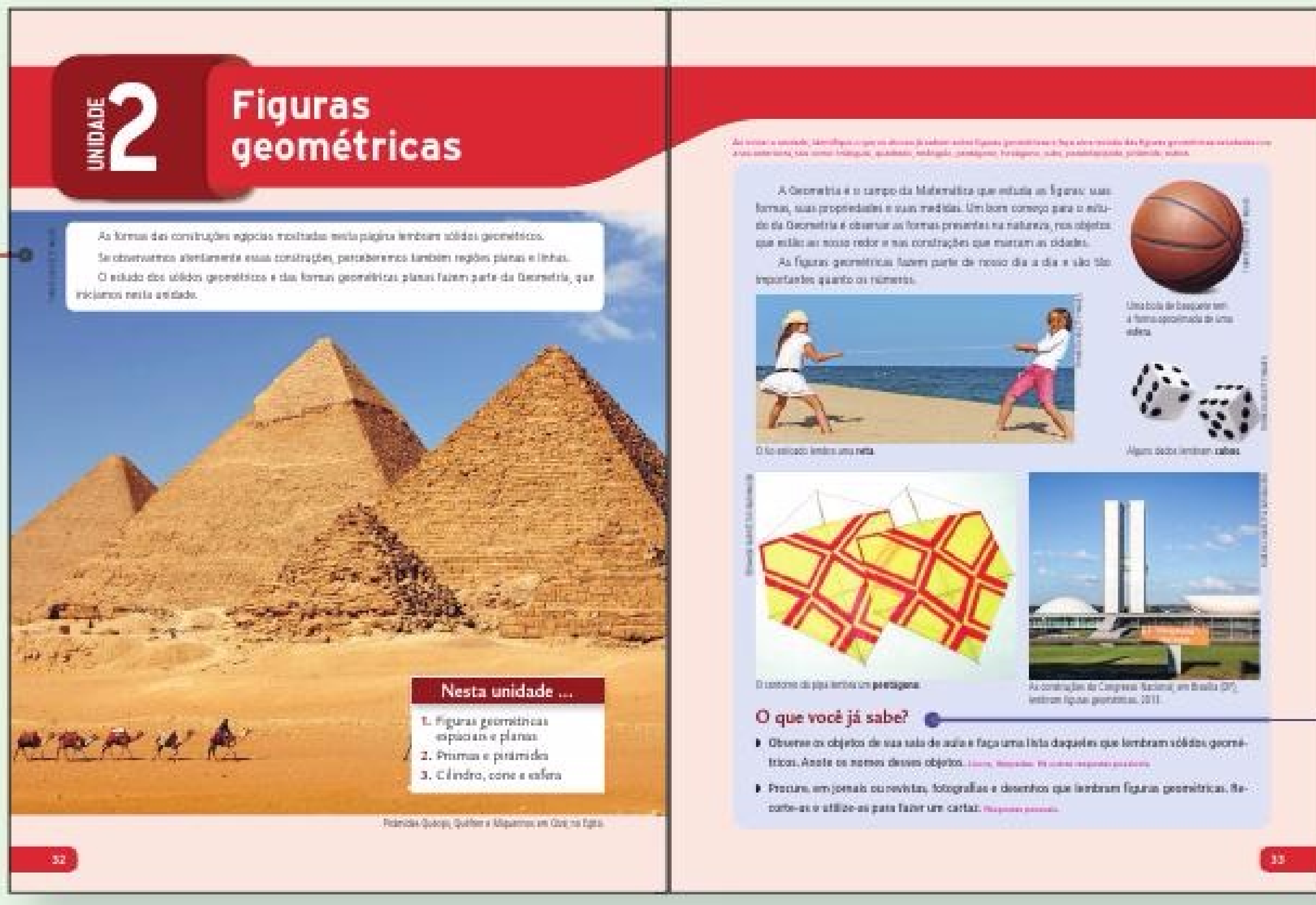
Você é nosso convidado especial nessa tarefa, que esperamos que seja prazerosa. Nesta coleção, algumas abordagens foram feitas por meio da História da Matemática e outras, a partir de situações-problema do cotidiano ou da observação de fenômenos que ocorrem na natureza. Você notará também que a Matemática é uma ciência dinâmica e em constante evolução.

Diante dos desafios que esta coleção lhe propõe, você será instigado a resolvê-los e a desenvolver ideias e conceitos, ampliando seus conhecimentos de maneira estimulante e participativa. Além disso, terá a oportunidade de explorar as conexões da Matemática com a realidade e analisar aplicações em outras áreas do conhecimento.

Nosso esforço conjunto envolvendo autores, professores e alunos terá valido a pena se você desempenhar com perseverança o papel que lhe cabe na construção de seu próprio conhecimento. É isso que lhe proporcionará segurança no aprendizado da Matemática.

As autoras

Conheça seu livro



O que você já sabe?

Apresenta questões que propiciam o resgate de conhecimentos prévios a respeito dos conteúdos que serão tratados na unidade.

Abertura da unidade

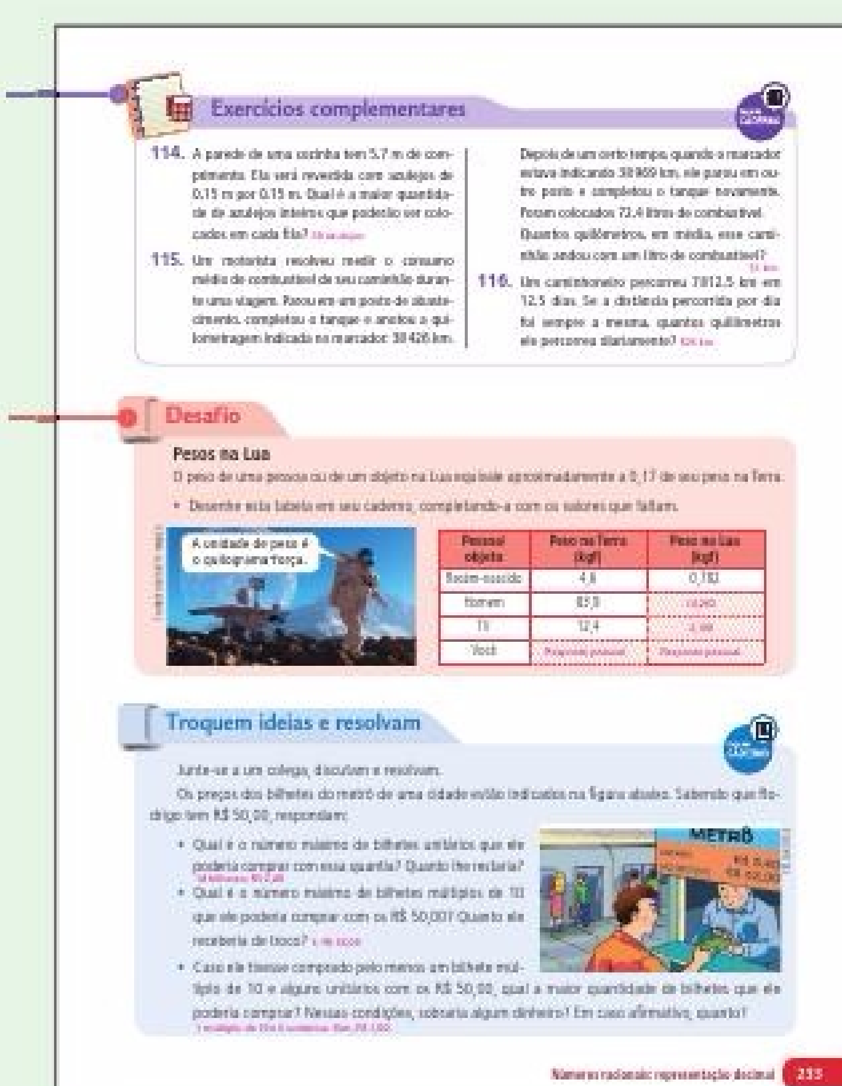
Imagens e textos introduzem os assuntos da unidade.

Exercícios complementares

Essa seção contém atividades e problemas que ampliam o estudo dos temas explorados. Poderá ser feita em sala de aula ou em casa, individualmente ou em grupo.

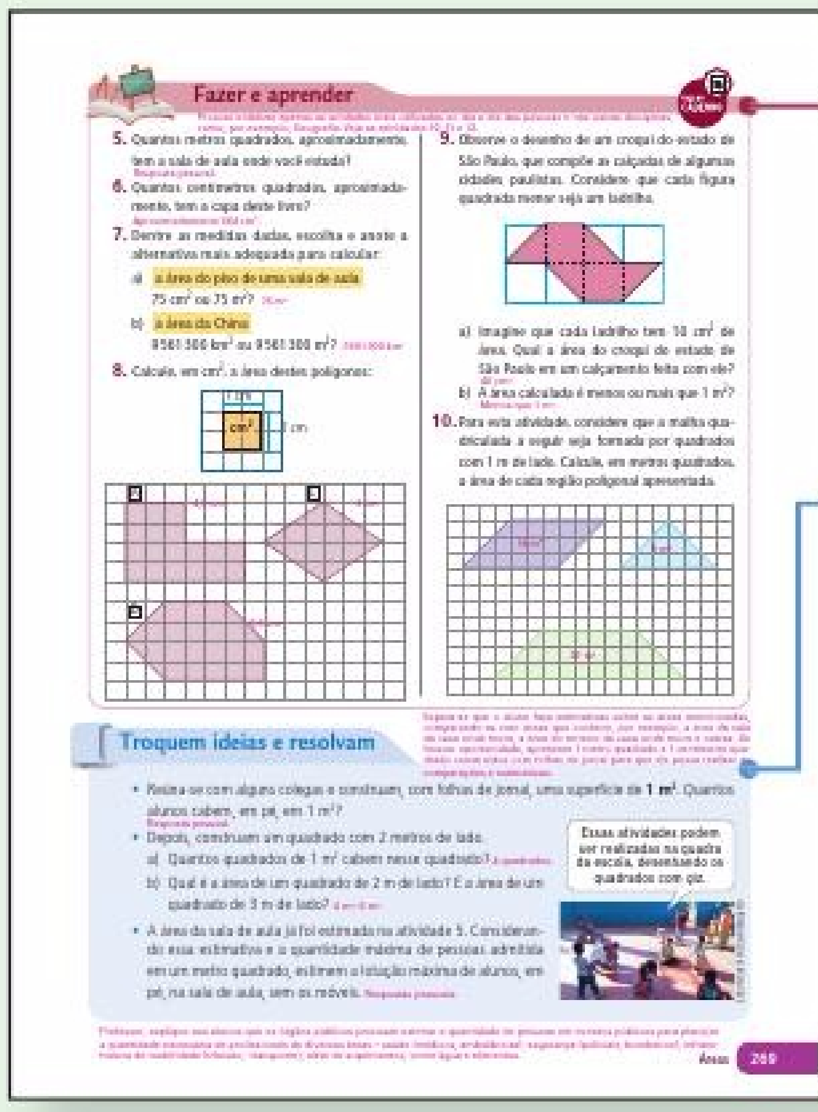
Desafio

Nessa seção você encontra atividades de cálculo mental e estimativas, problemas não convencionais desafiadores, brincadeiras e jogos.



Para refletir e responder

Os conceitos matemáticos são abordados em situações-problema com temas do dia a dia e que servem de partida para o desenvolvimento dos conteúdos.

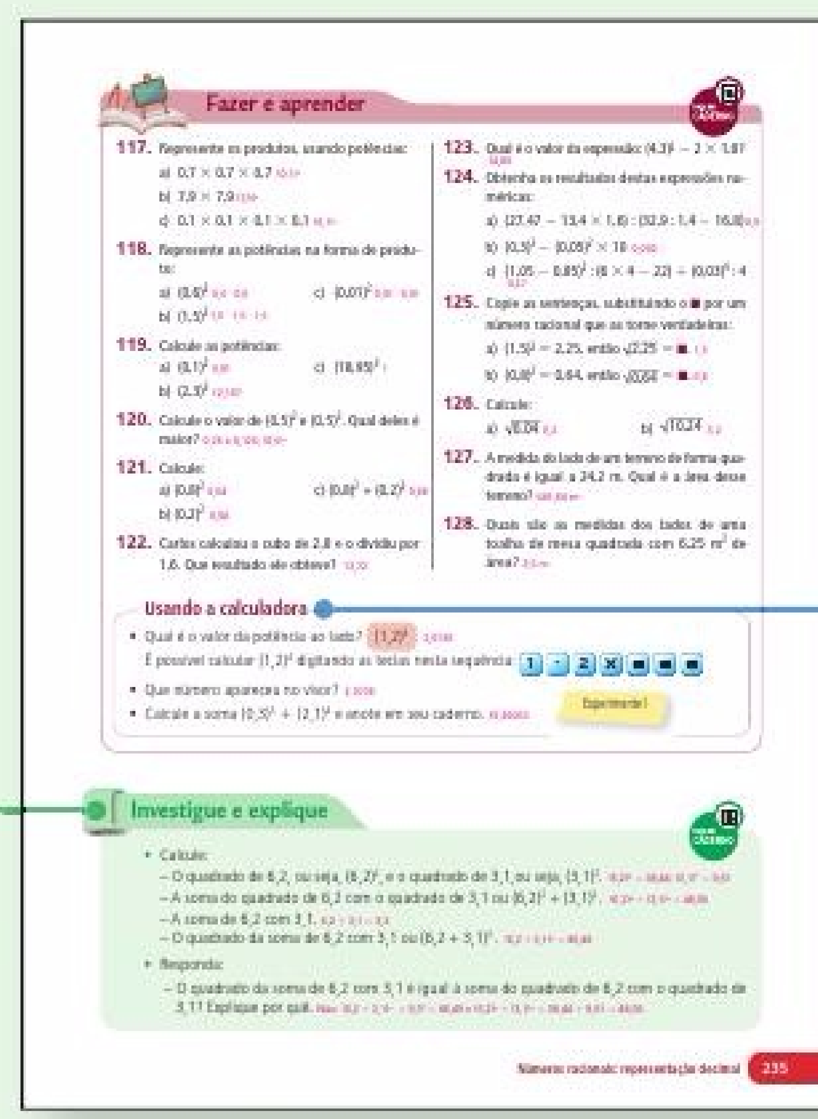


Fazer e aprender

Nessa seção, são propostos exercícios de fixação e de aplicação da teoria estudada, apresentados em ordem crescente de dificuldade.

Troquem ideias e resolvam

Essa seção aparece intercalada ao desenvolvimento dos conteúdos. Nela são propostas atividades de caráter dinâmico e de socialização, pois possibilitam uma discussão em grupo e a troca de conhecimentos e descobertas entre os alunos.



Usando a calculadora

A calculadora é utilizada como ferramenta de apoio para a resolução de atividades que envolvem problemas significativos.

Investigue e explique

O principal objetivo dessa seção é explorar situações de natureza investigativa e abrir espaço para a formulação de conjecturas a respeito do tema que se está investigando.

Leitura

Assuntos de diferentes áreas do conhecimento, temas importantes para a formação cidadã e informações históricas da Matemática são tratados nas leituras disponíveis ao final das unidades.

Revisão cumulativa e testes

Ao final de todas as unidades, atividades são propostas como uma oportunidade de autoavaliação da aprendizagem desenvolvida até o momento.

Sumário

UNIDADE 1 Números e suas representações

UNIDADE 2 Figuras geométricas

UNIDADE 3 Operações com números naturais

UNIDADE 4 Potência e raiz quadrada

UNIDADE 5 Ângulos

UNIDADE 6 Múltiplos e divisores

UNIDADE 1

Números e suas representações

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Nesta unidade ...

1. Registros numéricos
2. Sistema de numeração decimal
3. Os números naturais
4. Estatística e probabilidade

A população da China cresceu o equivalente a “uma Turquia” no decorrer da última década e o país mais populoso do mundo alcançou a marca de 1,34 bilhão de habitantes, segundo dados do censo [de 2010].

Fonte: <http://internacional.estadao.com.br/noticias/geral,populacao-da-china-chega-a-1-34-bilhao,712136>. Acesso em: 9 fev. 2015.

Rua de Xangai, China, 2013.

População mundial deve atingir 9 600 000 000 em 2050, diz novo relatório da ONU

Publicado em 13/06/2013.

A população mundial de 7 200 000 000 de pessoas [sete bilhões e duzentos milhões de pessoas] chegará a 9 600 000 000 [nove bilhões e seiscentos milhões] em 2050, apontou um relatório da ONU divulgado nesta quinta-feira (13). Ele prevê que o crescimento será principalmente nos países em desenvolvimento.

[...] O relatório "Perspectivas da População Mundial: Revisão de 2012" observa que a população das regiões desenvolvidas permanecerá praticamente inalterada em torno de 1 300 000 000 [um bilhão e trezentos milhões] até 2050.

No entanto, a população dos 49 países menos desenvolvidos deve dobrar de cerca de 900 milhões de pessoas em 2013 para 1 800 000 000 [um bilhão e oitocentos milhões] em 2050.

[...] O relatório observa que a Índia deverá se tornar o país mais populoso do mundo, passando a China por volta de 2028, quando ambos os países terão uma população de 1 450 000 000 [um bilhão, quatrocentos e cinquenta milhões].

Fonte: <www.nacoesunidas.org>. Acesso em: 31 mar. 2015.

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

SHUTTERSTOCK

O que você já sabe?

FAÇA NO CADERNO

- O que indica o número 7 200 000 000 apresentado nesse texto?
  O número aproximado de habitantes do planeta Terra na época da publicação do relatório.
- De acordo com os estudos da ONU, em que ano a população mundial deve chegar a 9 600 000 000 de pessoas? No ano de 2050.
- Existem pessoas preocupadas com o crescimento da população que habita o planeta Terra. O que você pensa sobre este assunto? Resposta pessoal.

1 Registros numéricos

Uso dos números

Para refletir e responder

Observe os números que aparecem nas cenas a seguir.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

FERNANDO FAVORETTO/CRIAR IMAGEM

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

SHUTTERSTOCK

HAGAQUEZART ESTÚDIO

Espera-se que os alunos percebam que os números estão sendo usados de diferentes maneiras nas fotos: para contar, codificar, medir ou ordenar.

- De que maneira esses números estão sendo usados?

No dia a dia as pessoas usam números de várias maneiras. Nas imagens acima, por exemplo, os números estão sendo usados para:

- **contar**: 3 e 0, no placar, são resultados de contagens;
- **medir**: 58 indica uma medida;
- **ordenar**: quarto, representado por 4º, indica ordem;
- **codificar**: o número que acompanha o código de barras tem a função de codificar o produto.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

1. Veja como os números aparecem em dois momentos em um dia na vida de Joaquim, e responda às questões a seguir.

Joaquim acorda cedo e toma café.

ILUSTRAÇÕES: HAGAQUEZART ESTÚDIO

Joaquim vai para a escola em um ônibus escolar com outras 38 crianças.

a) Na primeira cena, o relógio marca 7 horas. O número 7 é usado para indicar uma medida de tempo. Encontre outros números nas cenas que são usados para indicar medidas.
39 (medida de temperatura), 40 (velocidade máxima permitida).

b) Que outras unidades de medidas você usa em seu dia a dia? Resposta pessoal.

c) De que maneira está sendo usado o número 730 que aparece na segunda cena? Como código.

d) Encontre nas cenas um número que é o resultado de uma contagem. Resposta possível: 38 (crianças).

e) De que maneira os números estão presentes em seu dia a dia? Relate a um colega, dando exemplos.
Resposta pessoal.

2. Observe na página 10 o cartão postal que Luana enviou à sua tia. No endereço, o CEP está relacionado ao local onde a correspondência será entregue.

a) Qual é o significado da sigla CEP? CEP = Código de Endereçamento Postal.

b) Em sua opinião, o CEP é usado para indicar uma medida ou um código? É um código.

c) Qual é o CEP do local onde você mora? Resposta pessoal.

d) Anote o CEP da escola onde você estuda. Esse número é igual ao número do local onde você mora?
Resposta pessoal.

Sistema de numeração de povos antigos

Você já observou como escreve números? Será que eles sempre foram escritos da maneira que você conhece? Vamos explorar um pouco esse assunto. Para começar, observe as informações numéricas no texto a seguir.

Qual é o limite máximo e o mínimo para os batimentos cardíacos?

O coração de um jovem saudável, entre 15 e 20 anos, costuma bater no mínimo 60 e no máximo 90 vezes por minuto. Mas se esporadicamente sua frequência cardíaca ultrapassa ou cai abaixo de tal faixa, isso não quer dizer que você tem algum tipo de doença. "O coração está ligado ao cérebro e ao corpo por estímulos nervosos e são eles que dizem o quanto ele precisa trabalhar", afirma o cardiologista Antônio Carlos Carvalho, da Unifesp.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Fonte: <www.mundoestranho.abril.com.br>. Acesso em: 31 mar. 2015.

A história conta que nem sempre os números foram escritos da forma como aparecem no texto que você leu. Observe, por exemplo, como já foi escrito o número 70 por alguns povos antigos:

Egípcios	Chineses	Romanos
∩ ∩∩ ∩∩∩∩	七 十	LXX

O número **setenta**, por exemplo, foi escrito:

- pelos egípcios, repetindo o símbolo ∩ sete vezes:

∩		∩		∩		∩		∩		∩		∩		
10	+	10	+	10	+	10	+	10	+	10	+	10	=	70

- pelos chineses, usando dois símbolos diferentes, sem repetição:

七 7

十 10

$7 \times 10 = 70$

- pelos romanos, usando dois símbolos diferentes, e com a repetição de X:

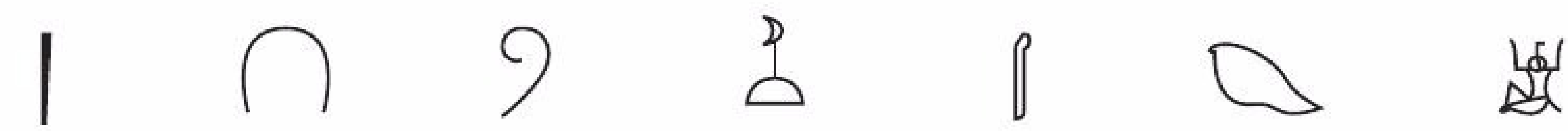
L		X		X		
50	+	10	+	10	=	70

Essas escritas diferem uma da outra não só pelos símbolos usados mas também pelas operações realizadas para se determinar o número representado. No sistema egípcio, os valores dos símbolos são adicionados e a posição em que eles são repetidos não interfere no valor final. No sistema chinês, ocorre a multiplicação dos valores e nota-se a presença da adição. No romano, ocorre a adição dos valores.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

3. Os egípcios antigos contavam objetos agrupando-os de dez em dez, ou seja, eles usavam um sistema de numeração de base 10. Conheça alguns dos símbolos criados por eles e responda às questões a seguir, usando símbolos egípcios.

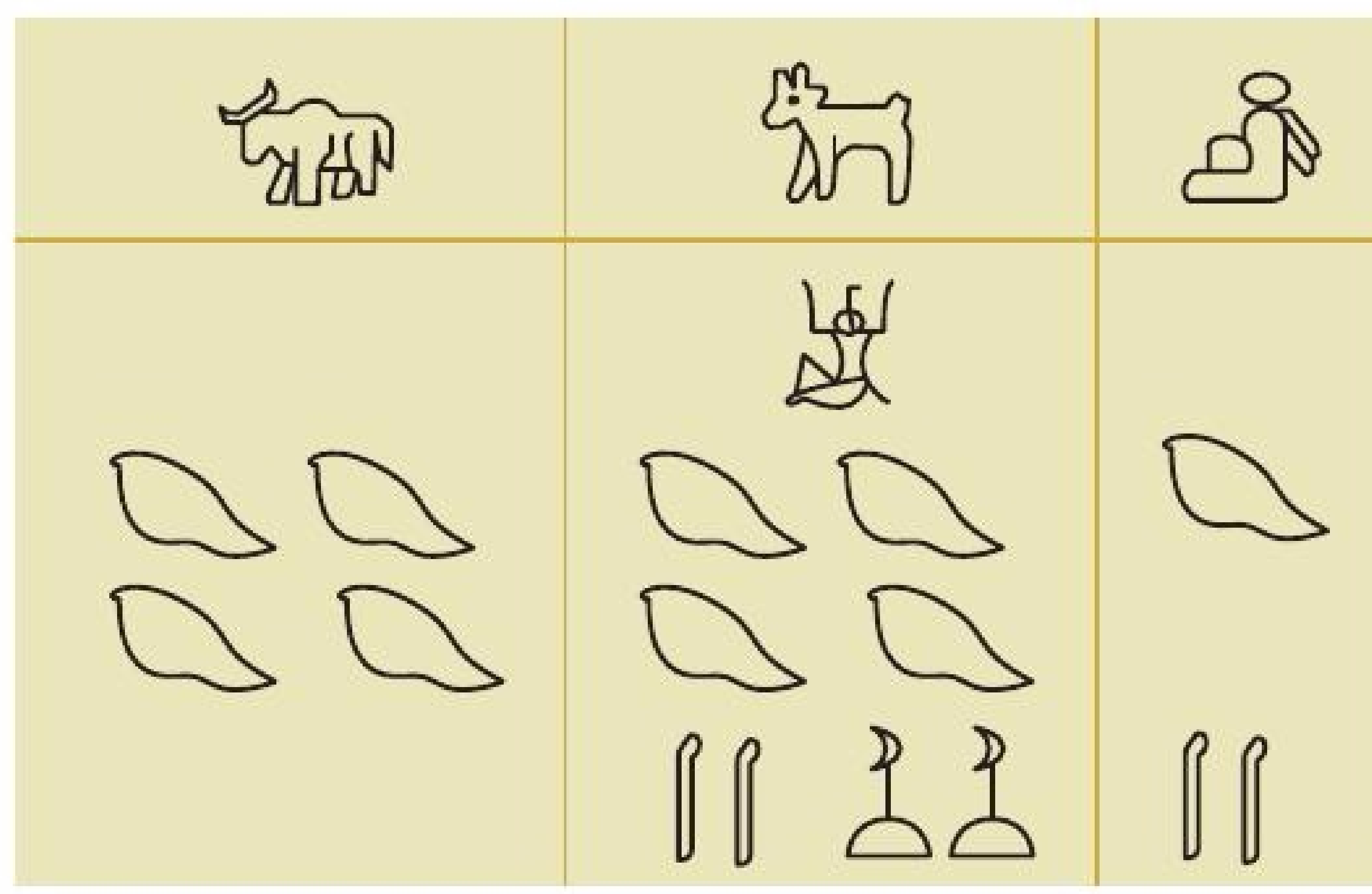


1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

a) Escreva o número de páginas que compõem esta unidade. ∩∩||||

b) Escreva o número de alunos que estudam na sua sala de 6º ano.
Resposta de acordo com o número de alunos matriculados na turma.

4. Os egípcios registravam números por meio de desenhos. O registro ao lado foi encontrado em uma clava datada de 3000 a.C. na cidade arqueológica de Hierakonpolis. Ele indica o número de bois, cabras e homens capturados em uma batalha vencida pelo faraó Narmer:



Fonte: *Encyclopedia of Ancient Egypt*, Margaret Bunson, p. 262.

a) Quantas cabras foram capturadas nessa batalha?
1 422 000 cabras.

b) Quantos bois e cabras foram capturados? Represente usando símbolos egípcios.

5. Escreva os números citados no texto a seguir usando o sistema de numeração egípcio antigo.

Baleias são mamíferos marinhos, criticamente ameaçados de extinção, e os maiores animais existentes. Suas dimensões superam as dos dinossauros. Baleias-azuis medem até 32 m, e pesam até 181 toneladas.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Baleia-azul.

Comprimento: ;
massa:

Fonte: <http://animals.nationalgeographic.com/animals/mammals/blue-whale/>. Acesso em: 14 nov. 2014.

Sistema de numeração romano

A escrita numérica inventada pelos antigos romanos foi muito utilizada na Europa até o século XVII (dezessete). Observe os símbolos utilizados nessa escrita:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Os símbolos eram colocados lado a lado.

Os símbolos I, X, C e M podiam ser repetidos até três vezes seguidas e seus valores eram adicionados. De acordo com esse critério, o número dezessete é escrito assim:

X		V		I		I		
10	+	5	+	1	+	1	=	17

Veja outros exemplos:

- C C X X X 1
  100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 1 = 231
- M M D X I I I
  1000 + 1000 + 500 + 10 + 1 + 1 + 1 = 2 513

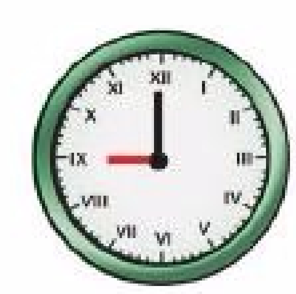
Nessa escrita numérica, I pode ser colocado antes de V ou de X e seu valor é subtraído deles. Exemplos:

ILUSTRAÇÕES: HAGAQUEZART ESTÚDIO

- IV indica 4.
- XIV indica 14.

Nessa escrita, X é colocado antes de L ou de C, e C é colocado antes de D ou de M. Os valores nesses casos também são subtraídos. Exemplos:

- **XL** corresponde a 40.
- **CM** corresponde a 900.
- **CD** corresponde a 400.



BIS

IX indica 9. São 9 horas.

Um traço colocado sobre uma escrita numérica representa esse número multiplicado por 1000.

Exemplo: $\overline{\text{CM}}$ representa 900 000, que é 900 × 1000.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

6. Observe alguns registros na escrita numérica romana:

61 —— L X I
50 + 10 + 1

46 —— X L V I
40 + 5 + 1

114 —— C X I V
100 + 10 + 4

Agora, represente na escrita numérica romana os seguintes números:

a) 19 XIX b) 45 XLV c) 64 LXIV d) 96 XCVI e) 159 CLIX f) 1 009 MIX

7. Que números estão representados a seguir?

a) L X X V 75 b) C X X X I X 139 c) D C C L I I I 753 d) M M C C X L V I 2 246

2 Sistema de numeração

Sistema de numeração decimal

Para refletir e responder

Leandro e Eliane conversam no intervalo entre duas aulas.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Leandro tem mais de 12 anos e menos de 13 anos.

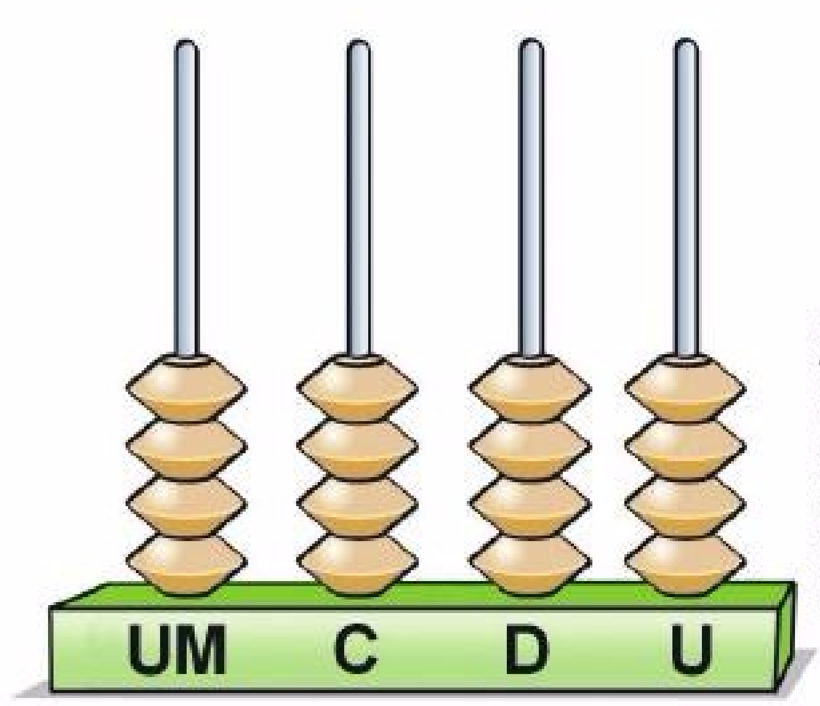
- Como se chama o símbolo que foi usado para escrever o número 4 444? Nessa escrita, todos os 4 representam o mesmo valor? Explique sua resposta.

Algarismo. Não, o valor depende da posição em que ele se encontra. Por exemplo, o primeiro 4 que aparece à esquerda representa 4 000 unidades e o último, 4 unidades.

O modo como escrevemos os números atualmente foi criado pelos indianos e aperfeiçoado pelos árabes. Supõe-se que eles contavam usando os dedos das mãos. Como temos dez dedos nas mãos, os objetos ou os animais que estavam sendo contados eram agrupados e reagrupados em grupos de 10. Por isso usamos a palavra **decimal** e chamamos essa escrita numérica de **sistema de numeração decimal**.

Observe, no ábaco abaixo, as ordens dos algarismos que compõem o número 4 444.

Professor: pode-se aproveitar esse momento para recordar as ordens: unidade, dezena, centena, unidades de milhar...

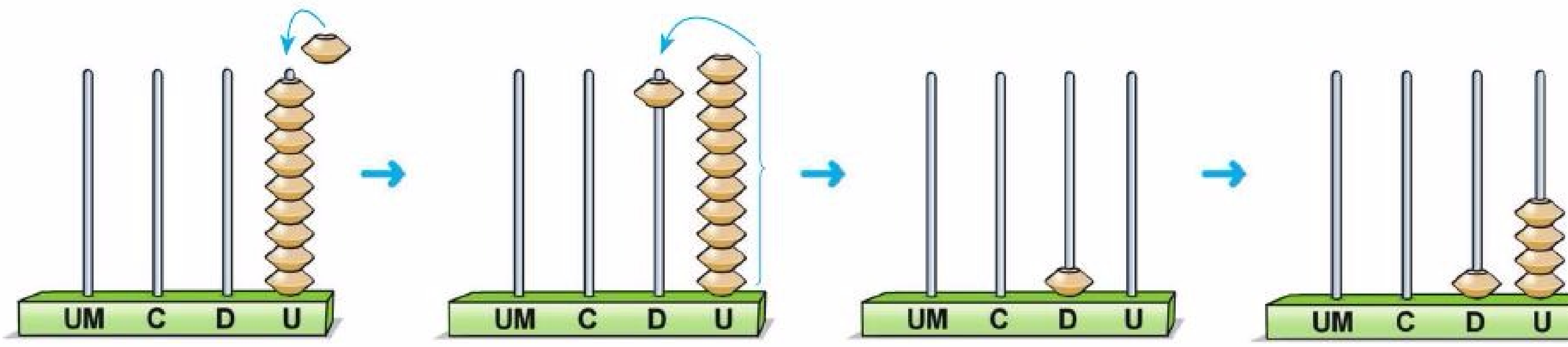


HAGAQUEZART ESTÚDIO

Há 4 argolas em cada vareta. Elas representam as unidades de cada **ordem**: na vareta UM (unidade de milhar), elas representam 4 000 unidades; na vareta C (centenas simples) representam 400 unidades; na vareta D (dezenas simples) representam 40 unidades e na vareta U (unidades simples) representam 4 unidades.

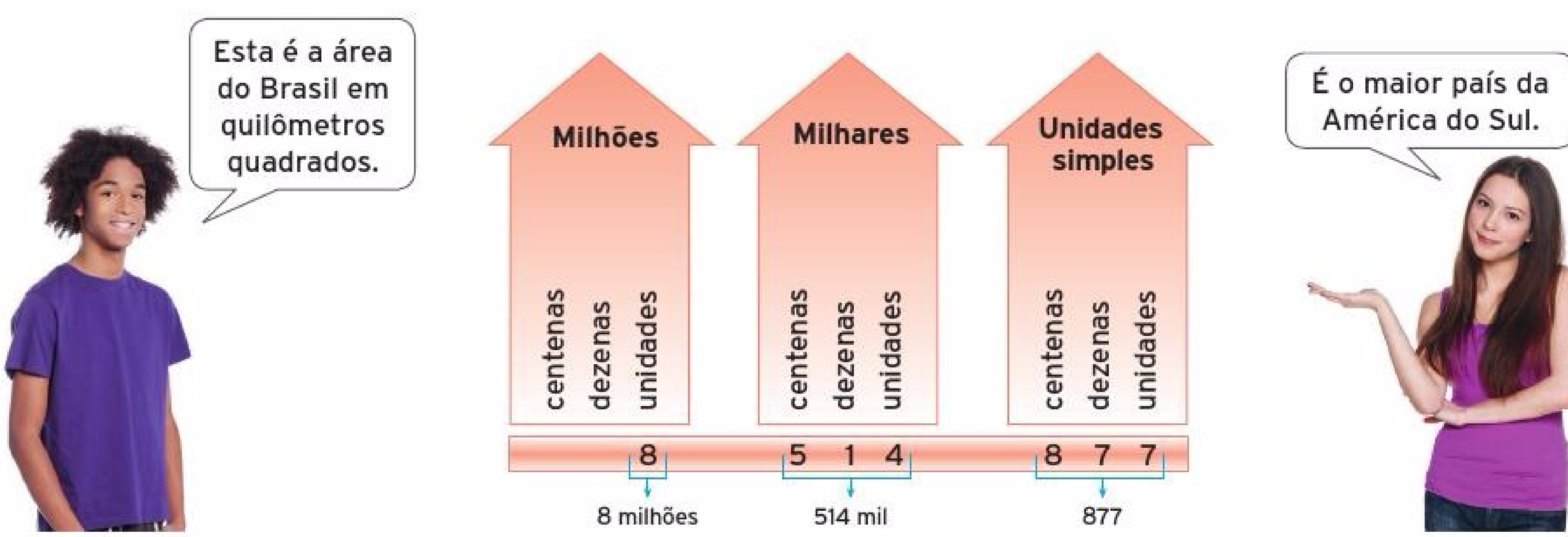
Portanto, na escrita numérica que utilizamos, cada algarismo tem um **valor relativo**, ou **valor posicional**.

O ábaco é um antigo instrumento usado para calcular e contar. Quando realizamos uma contagem usando um ábaco, dez contas colocadas em uma vareta são trocadas por uma conta que é colocada na vareta imediatamente à esquerda da anterior. Exemplo: contagem de uma coleção com catorze objetos usando um ábaco:



HAGAQUEZART ESTÚDIO

Para facilitar a leitura de números muito grandes, costuma-se separar os algarismos de sua escrita numérica em grupos de três da direita para a esquerda.



FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Quando separamos os algarismos de uma escrita numérica de três em três, como no exemplo acima, cada grupo forma uma **classe** e recebe um nome. São elas, da direita para a esquerda: **unidades simples**, **milhares**, **milhões**, **bilhões**, **trilhões** e assim por diante.

Atualmente o sistema de numeração decimal é utilizado em quase todo o mundo. Um fato importante sobre ele foi a invenção do símbolo **0 (zero)** para representar a ausência de unidades em uma ordem.

Sobre esse sistema, lembre-se de que:

Sistema de numeração decimal:
- em uma contagem, os objetos são agrupados e reagrupados de dez em dez;
- ele é posicional;
- são utilizados dez símbolos chamados de **algarismos:** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

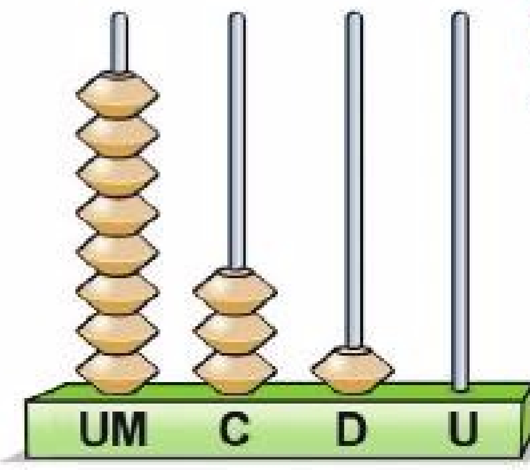
Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

8. Estes esquemas representam ábacos de pinos. Identifique os números neles representados:

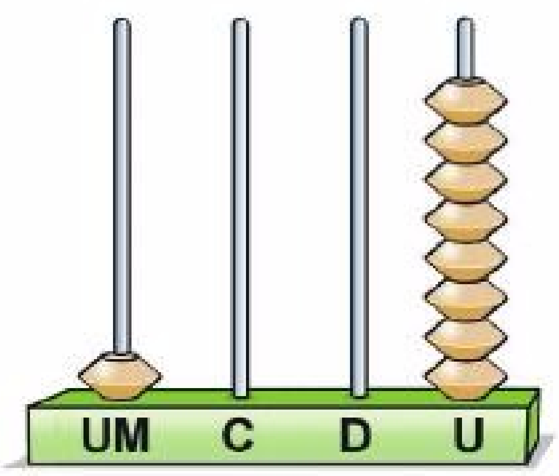
a) 8 310
b) 1 008
c) 5 831

a)

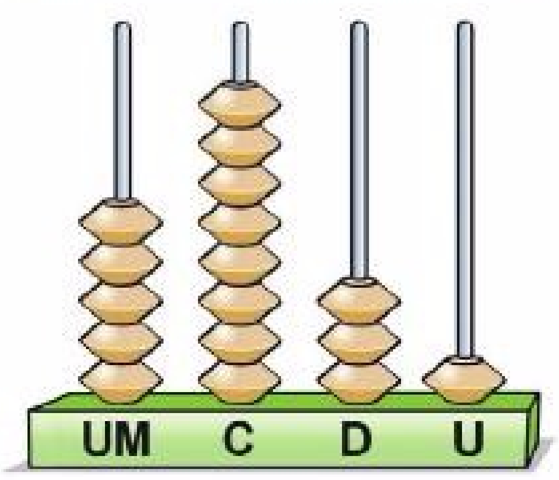


HAGAQUEZART ESTÚDIO

b)



c)



9. Observe o algarismo 8 nos números representados na atividade anterior e responda às questões a seguir:

a) Em algum deles 8 representa 800 unidades? Qual? Sim. No item c.

b) Em algum deles 8 representa 80 unidades? Qual? Em nenhum deles.

c) Em algum deles 8 representa 8 000 unidades? Qual? Sim. No item a.

10. Resolva estes itens utilizando os algarismos 0, 3, 4, 7, 8 e 9, sem repeti-los.

a) Escreva dois números em que o algarismo 4 represente 40 000 unidades.
Respostas possíveis: 340 897; 743 098

b) O número 73 948 é um número que poderia ser escrito com todos esses algarismos? Por quê?
Sim; porque 073 948 é igual a 73 948.

c) Qual dos algarismos dados poderá representar o maior valor posicional? Que valor é esse?
9; 900 000

d) Qual é o menor número que podemos escrever com esses algarismos? Qual o valor posicional do 3 nesse número?
034 789 ou 34 789; 30 000

11. Os povos antigos contavam de diferentes maneiras. Alguns contavam agrupando e reagrupando os objetos, os animais, em grupos de 2, outros em grupos de 3, outros em grupos de 10 ou de 60. A maneira como medimos o tempo em horas, minutos e segundos recorre a agrupamentos de 60 unidades:

60 segundos correspondem a 1 minuto
60 minutos correspondem a 1 hora

O mostrador do relógio tem 60 divisões para indicar os minutos.

a) 6 000 segundos é um intervalo de tempo maior ou menor que 1 hora? Maior que 1 hora.

b) Quantos segundos correspondem a 1 hora?
3 600 segundos.

c) Uma partida de tênis durou 4 horas e 45 minutos. Quantos minutos durou essa partida?
285 minutos.

d) Uma corrida de carros durou 10 125 segundos. Quantas horas, minutos e segundos durou essa corrida?
2 horas, 48 minutos e 45 segundos.

12. Escreva todos os números de dois algarismos que podem ser escritos usando 8 e 9.
88, 89, 98 e 99.

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

13. Quais são todos os números de três algarismos que terminam em 2 e que podem ser escritos com 1, 2 ou 3? 112,122, 132, 212, 222, 232, 312, 322, 332.

14. Pedro escreveu todos os números de 0 a 100 e seu professor perguntou: quantas vezes Pedro escreveu o algarismo 9? Três crianças deram respostas:

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Laura

Marcelo

Rita

Quem deu a resposta correta? Rita.

15. Você já refletiu sobre a importância de ter acesso à água potável? Então, leia o texto a seguir e faça o que se pede.

> "Mais de 3 mil crianças morrem diariamente por doenças que provocam diarreia e que são transmitidas por não contarem com água potável e saneamento adequado, elementos essenciais para a sobrevivência", disse o diretor do departamento de Água e Saneamento da Unicef, Sanjay Wijesekera.
>
> [...] ainda existem 783 milhões de pessoas, ou 11% da população mundial, que não têm acesso a ela [água].
>
> *Fonte: <www.saude.terra.com.br>. Acesso em: 2 abr. 2015.*

a) "783 milhões" é a escrita de um número por meio de algarismos e palavras. Escreva esse número usando apenas algarismos. 783 000 000

b) A população mundial já passou de 7 000 000 000 de pessoas. Escreva esse número usando algarismos e palavras. 7 bilhões.

16. Ana disse que escreveu os números de 800 a 1 000. Quantos algarismos distintos foram necessários para ela fazer isso? 10 algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Usando a calculadora

Só vale digitar teclas com números.

- Ligue a calculadora e digite, nessa ordem, as teclas:

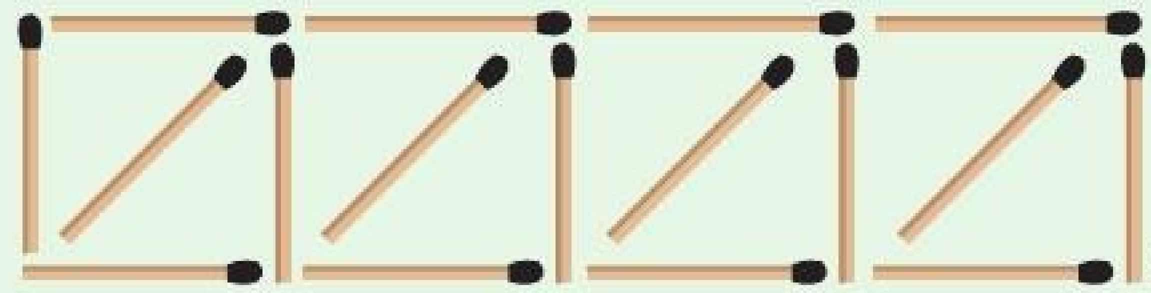
  8, 7, 6 e 5
- Como se lê o número que apareceu no visor?
  Oito mil, setecentos e sessenta e cinco.
- Qual o valor relativo de 7 nesse número? 700 unidades.
- Mantenha o número que apareceu no visor e digite 8. O que aconteceu com o valor relativo de 7? Resposta possível: ele aumentou 10 vezes.
- Faça aparecer o número 8 765 no visor novamente. Digitando apenas teclas com números, como o visor registrará um número no qual 7 representa 70 000 unidades? Resposta possível: digitando quaisquer dois algarismos, repetidos ou não. Exemplo: de 8 765 para 876 500.

Investigue e explique

Palitos e quadrados

Junte-se a um colega e reflitam sobre a questão a seguir:

Com 17 palitos de fósforo usados, pode-se montar quadrados com uma de suas diagonais como mostra a figura.



BIS

- Procedendo da mesma maneira, quantos quadrados como esses podem ser montados usando 85 palitos de fósforo? Expliquem como chegaram a esse resultado. Resposta possível: 21 quadrados.

Esta seção oferece atividades envolvendo os conteúdos já estudados. Em alguns deles os alunos terão a oportunidade de ampliar os conhecimentos já adquiridos. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor – Orientações Didáticas**. Professor: daqui em diante, quando fizermos referência a essa parte do livro, usaremos apenas a expressão **Manual do Professor**.

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

17. Os números 1 234 e 4 321 são escritos com os mesmos algarismos, mas não são iguais. O que os diferencia?
Resposta possível: o valor posicional dos algarismos.

18. Você sabia que o norte-americano Thomas Alva Edison inventou a lâmpada incandescente em 1879? E que o brasileiro Alberto Santos Dumont inventou o avião em 1906?

a) Escreva os números 1879 e 1906 usando o sistema numérico romano.
MDCCCLXXIX; MCMVI

b) Escreva esses mesmos números por extenso.
Um mil, oitocentos e setenta e nove; um mil, novecentos e seis.

19. Para responder a estas questões, pense na escrita numérica dos números de 1 a 99, incluindo o 99.

a) Quantos deles têm duas ordens? 90

b) Faça uma lista com todos os números que têm duas ordens com algarismos iguais.
11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 e 99.

c) Quantos números têm duas ordens com algarismos diferentes? 82

20. Escreva:

a) O maior número com 5 algarismos diferentes que tenha o algarismo 1 na posição de maior valor. 19 876

b) O menor número com 5 algarismos diferentes que tenha o algarismo 1 na posição de menor valor. 20 341

21. A distância entre a Terra e a Lua é de 384 000 quilômetros, aproximadamente. Escreva por extenso o número que expressa essa distância.
Trezentos e oitenta e quatro mil.

22. O diâmetro do Sol é de, aproximadamente, 1 392 140 quilômetros. E isso é quase 110 vezes o diâmetro da Terra.

ZAPT EDITORIAL

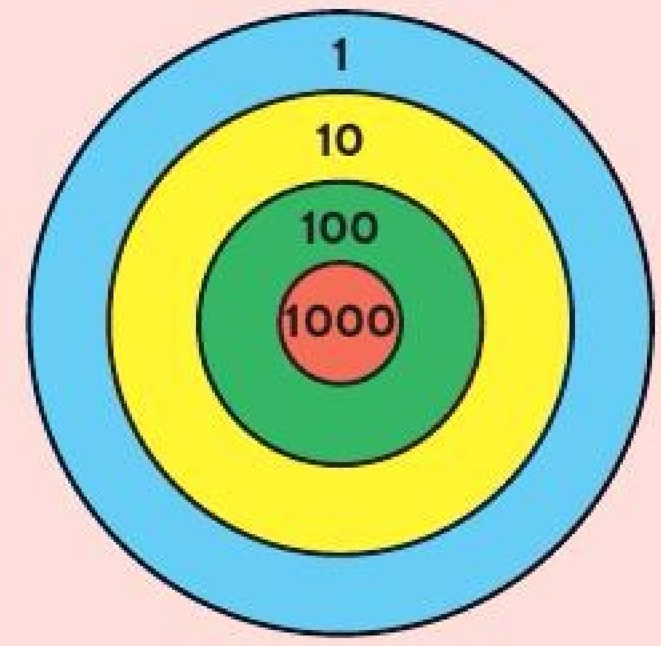
a) Qual é o algarismo das dezenas de milhar desse número? E o das unidades de milhões? 9; 1

b) Apresente os algarismos da classe dos milhares e os valores posicionais que eles representam. 2 – 2 000; 9 – 90 000; 3 – 300 000.

Desafios

Jogando dardos

João está jogando dardos em um alvo como este ao lado:



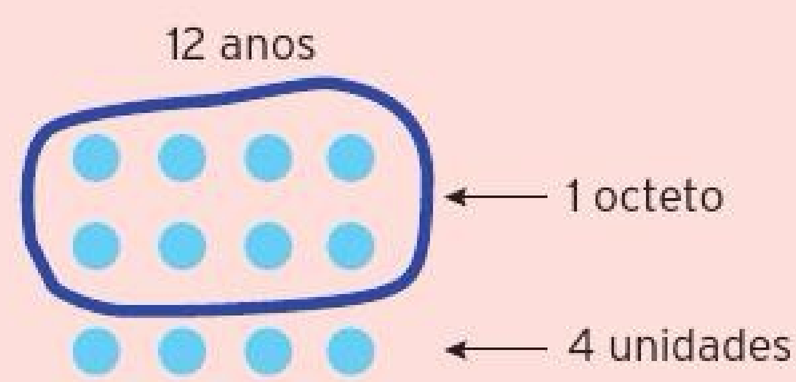
BIS

- Qual o maior número de pontos que ele poderá fazer jogando três dardos e acertando em faixas diferentes?
  1 110 pontos.
- João contou que fez 4 507 pontos em uma das jogadas. Qual é o menor número de dardos que ele pode ter lançado para totalizar essa pontuação?
  16 dardos. Acertando 4 na faixa 1 000, 5 na faixa 100, e 7 na faixa 1.

A brincadeira dos octetos e oitoctetos

Vamos contar idades agrupando de 8 em 8 anos?

Carlos disse que tem 12 anos, e por isso ele tem 1 octeto e 4 anos. Observe como ele fez a contagem:



FOTOGRAFIAS: SHUTTERSTOCK

Nome	Idade	Oitocteto	Octeto	Unidades
João	12	0	1	4

Forme um grupo com colegas e entre na brincadeira. Faça em seu caderno uma tabela como essa e organize as informações obtidas com as respostas às seguintes perguntas:

- Como seria a escrita numérica da idade de cada um?
- Como seria a escrita numérica da idade dos pais de cada um?
- Como seria a escrita numérica da idade dos irmãos de cada um?
- Escolha um colega de outro grupo e represente a idade dele nesta brincadeira. Respostas pessoais.

3 Os números naturais

Sequência numérica

Para refletir e responder

MÁRIO ANGELO/FOLHAPRESS

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

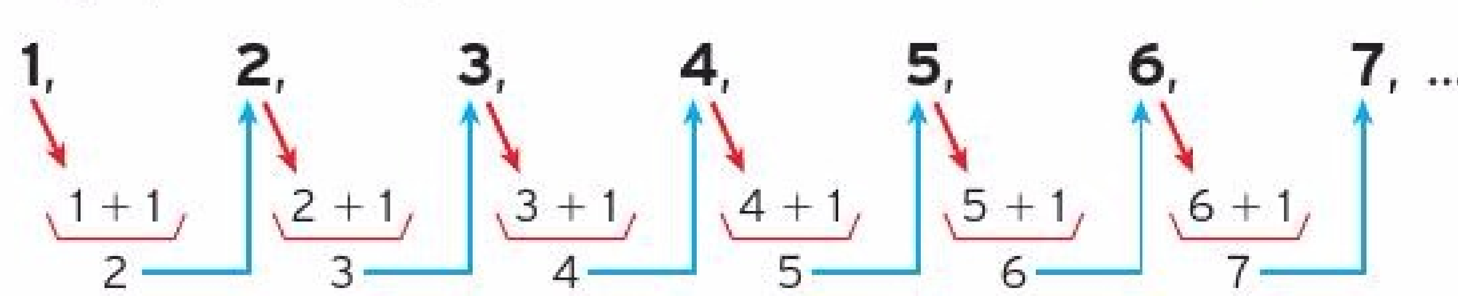
- Como você conta objetos, pessoas ou animais de uma coleção?
  Respostas pessoais.

Situações nas quais realizamos uma contagem são tão frequentes em nosso dia a dia que muitas vezes não notamos como procedemos nessas situações.

Contamos os objetos de uma coleção qualquer usando a sequência numérica a seguir:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ...

Nessa sequência, a partir do 1, cada número é o anterior mais 1:



Essa sequência não tem fim, pois existem infinitos números que podem ser acrescentados a ela.

Acrescentando o zero a essa sequência, temos a sequência dos **números naturais**. Eles formam uma coleção de números que é o **conjunto dos números naturais**. Esse conjunto é nomeado pelo símbolo $\mathbb{N}$, e seus números podem ser escritos entre chaves, da seguinte forma:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ...\}$$

Na sequência dos números naturais:

- $3 + 1 = 4$, 4 é o **sucessor** de 3.
- $4 - 1 = 3$, 3 é o **antecessor** de 4.

Dois ou mais números seguidos são números consecutivos.

Exemplos:

- 3 e 4.
- 99, 100, 101.

Note que todo número natural diferente de zero tem antecessor.

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Iguais ou diferentes?

Coleções de objetos podem ser comparadas de acordo com a quantidade de objetos.

4 peixes

4 maçãs

8 pães

- Há tantas maçãs quanto peixes. ———— $4 = 4$
- Há menos peixes do que pães. ———— $4 < 8$
- Há mais pães do que maçãs. ———— $8 > 4$

Lembre-se:
$<$ menor que
$>$ maior que

Quantos são?

Essa é uma pergunta que fazemos várias vezes em nosso dia. Para respondê-la, podemos contar de um em um, mas nem sempre fazemos dessa forma.

Por exemplo, as páginas desta unidade são numeradas assim: 8, 9, 10, 11, ..., 30, 31. Quantas são as páginas desta unidade?

Nessa situação, podemos calcular $31 - 8$, que é igual a 23, e acrescentar 1 a essa diferença para compensar a página 8 que foi excluída nesse cálculo e que faz parte da unidade. Portanto, são ao todo 24 páginas.

Por que motivo acrescenta-se 1 à diferença entre o número da última página e o da primeira?

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

23. Considere o ano de 2100. Que ano ocorrerá imediatamente antes desse? E que ano ocorrerá imediatamente depois? 2099; 2101

24. Determine o sucessor de:

a) 289 290

b) 5 699 5 700

c) 99 999 100 000

25. Quais são os números?

a) Quatro números consecutivos maiores que 200, sendo 200 o menor deles.
200, 201, 202, 203.

b) Quatro números consecutivos menores que 200, sendo 200 o maior deles.
197, 198, 199, 200.

c) Quatro números consecutivos e maiores que 200. Resposta possível: 499, 500, 501, 502.

26. No mês passado, Alice trabalhou do dia 12 ao dia 28, ganhando R$ 100,00 por dia.

a) Quantos dias ela trabalhou nesse mês?
17 dias.

b) Quantos reais ela recebeu nesse mês?
R$ 1 700,00.

27. Para prender 5 camisetas no varal, da forma como você vê na figura abaixo, usam-se 6 pregadores.

HAGAQUEZART ESTÚDIO

a) Para prender 6 camisetas, dessa forma, são necessários 6, 7 ou 8 pregadores?
7 pregadores.

b) Quantas camisetas podem ser penduradas, dessa forma, usando 100 pregadores?
99 camisetas.

Investigue e explique

Junte-se a um colega, reflitam sobre a situação apresentada e respondam às questões considerando as expressões apresentadas no quadro abaixo. Nestas expressões, **n** representa um número natural, ou seja, se **n** representar 4, n − 1 representará 4 − 1, que é igual a 3.

$$n - 1, n, n + 1$$

- Se **n** representar 4, que número será representado por n + 1? 5
- João disse que **n** representa 100. Quais são os outros números que completam a sequência?
99 e 101.
- Qual é a sequência em que **n** representa 10? Para n = 10, a sequência será: 9, 10, 11.
- Qual é a sequência em que n − 1 representa 215? Para n − 1 = 215, a sequência será 215, 216, 217.
- Qual é a sequência em que n + 1 representa 500? Para n + 1 = 500, a sequência será 498, 499, 500.
- Considerem que **n** representa um número natural diferente de zero, e opinem: as expressões apresentadas no quadro acima representam números naturais consecutivos? Justifiquem sua resposta.
Resposta possível: sim, porque tirando 1 de um número natural diferente de zero obtém-se o antecessor dele, e adicionando-se 1 obtém-se o sucessor. Assim, os três números serão sempre consecutivos.

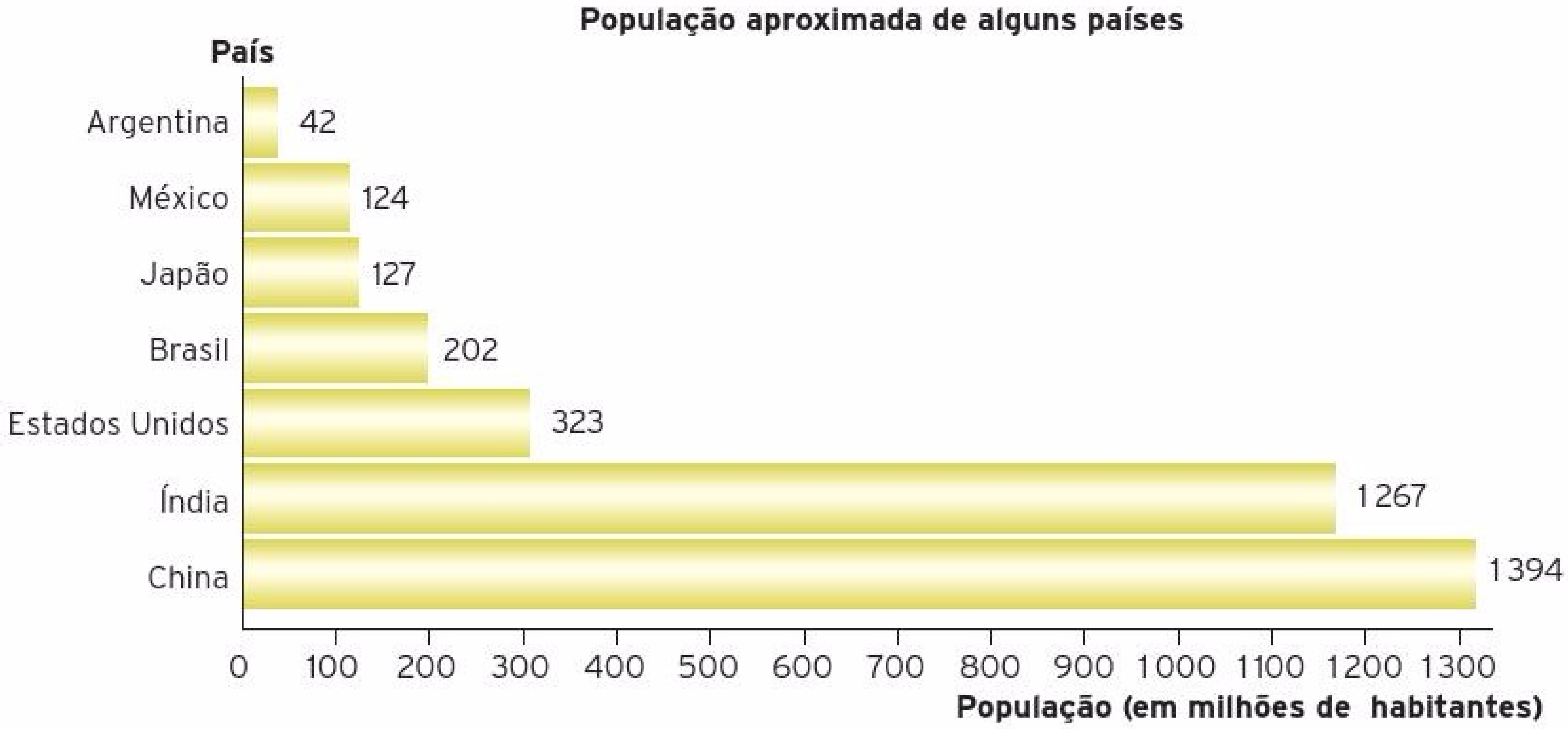
Representação em uma reta

Aproveite este texto para explorar a leitura de gráficos relacionada à reta numerada.

A todo momento, jornais e revistas apresentam gráficos com dados de pesquisas relacionadas a crescimento da população, diminuição do consumo de alimentos, aumento da inflação e muitos outros assuntos.

Este gráfico representa a população de alguns países do mundo. Para facilitar a leitura e a construção do gráfico, os valores foram aproximados.

População aproximada de alguns países

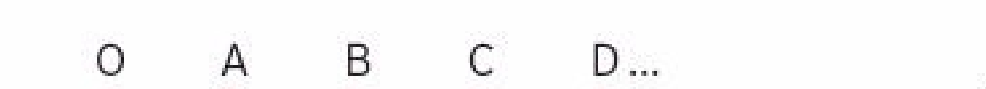


Fonte: IBGE – Países. Disponível em: <www.ibge.gov.br/paisesat>. Acesso em: 2 abr. 2015.

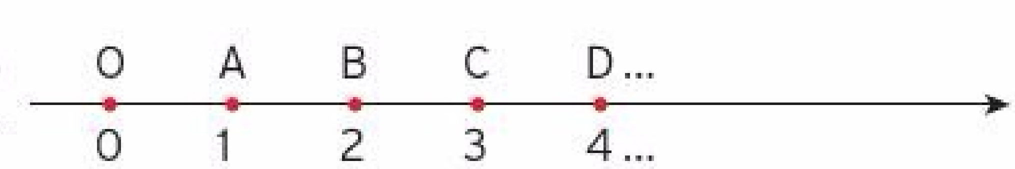
Para construir gráficos como esse, é importante saber **representar** os números naturais por meio de **pontos de uma reta**.

Observe como se faz:

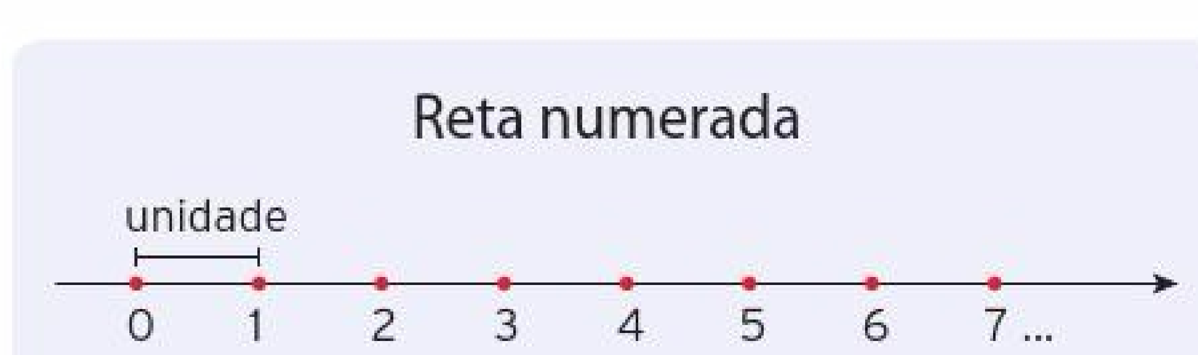
- Desenhar uma reta e destacar um ponto O. Em seguida, a partir de O e para a direita são destacados os pontos A, B, C, D, ... utilizando uma unidade de medida.



- Associar o zero ao ponto **O**, o **1** ao ponto **A**, o **2** ao ponto **B**, da esquerda para a direita, e assim por diante.



- Uma reta desenhada e marcada dessa forma é chamada de reta numerada.



Em uma reta numerada, os números naturais são marcados **do menor para o maior**, ou seja, **na ordem crescente**.

Arredondamento

Neste momento, um dos objetivos principais é que o aluno perceba as vantagens do arredondamento em situações de cálculo mental, e não as regras de aproximação convencionais. Caso algum aluno levante casos como "arredondar 13 425 para as dezenas simples", então complete com a regra convencional.

No dia a dia é comum as pessoas recorrerem ao arredondamento de números, particularmente em situações de cálculos em que os resultados não precisam ser exatos, mas aproximados. Um número pode ser arredondado considerando-se ordens diferentes.

Exemplo:

- 3 821 está mais próximo de 3 820 do que de 3 830. Logo, o arredondamento de 3 821 para o número de dezena exata mais próxima é 3 820.
- 3 821 está mais próximo de 3 800 do que de 3 900. Logo, o arredondamento de 3 821 para o número de centena exata mais próxima é 3 800.
- 3 821 está mais próximo de 4 000 do que de 3 000. Logo, o arredondameto de 3 821 para a unidade de milhar exata mais próxima é 4 000.

A reta numerada é uma ferramenta muito útil para facilitar arredondamentos.

Par ou ímpar?

Separar os números naturais em números pares e números não pares (ou **números ímpares**) é realizar uma **classificação**.

Números naturais pares
São os números: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...
Eles têm algarismo das unidades igual a 0, 2, 4, 6 ou 8.
Números naturais ímpares
São os números: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, ...
Eles têm algarismo das unidades igual a 1, 3, 5, 7 ou 9.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

28. Estime a posição relativa dos pontos A, B, C, D e E na reta numerada, e descubra os números naturais que podem estar representados por esses pontos:

a) 

Respostas possíveis: A: 500; B: 750. Há outras possibilidades.

b) 

Respostas possíveis: C: 3 250; D: 5 000; E: 7 500. Há outras possibilidades.

29. Em cada item, compare os números e em seguida copie-os substituindo o ■ pelos sinais $<$, $=$ ou $>$.

a) 5030 ■ 5300 <

b) 2 centenas + zero dezena + 8 unidades ■ 208 =

c) 2 mil e oitenta ■ 2000 + 0 + 8 >

d) $8 \times 100 + 0 \times 10 + 4$ ■ 480 >

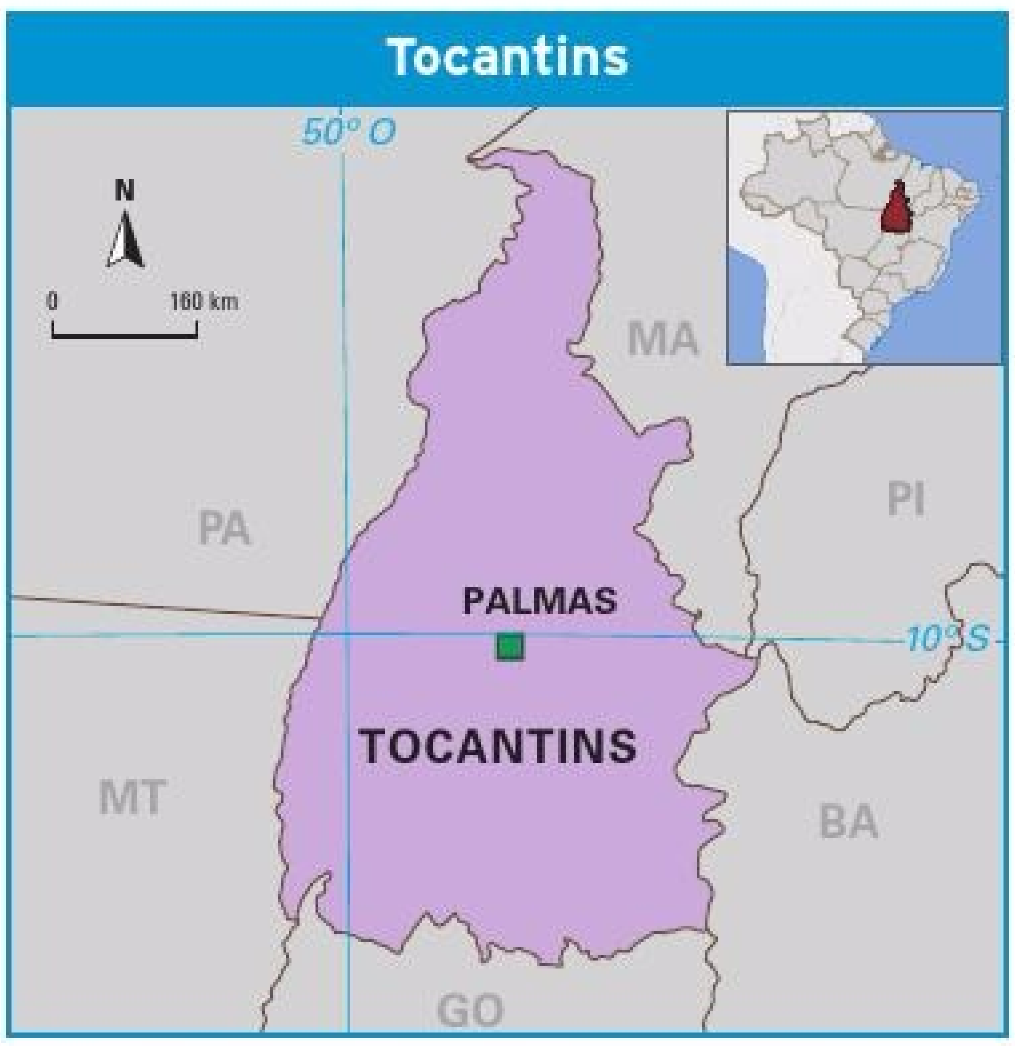
e) 3 UM + 5 C + 0 D + 0 U ■ 5000 <

30. Quantos alunos há em sua classe? Esse é um número par ou um número ímpar?
Resposta pessoal.

31. Como você procederia para identificar se um número natural maior que 10 000 é um número ímpar? Dê exemplos. Se um número terminar em 1, 3, 5, 7 ou 9 será um número ímpar; 10 005, 10 031 e 10 431 são ímpares. Há outras respostas.

FAÇA NO CADERNO

32. Tocantins é o mais novo estado brasileiro. Sua área é aproximadamente de 277 620 quilômetros quadrados (km²) e em 2010 tinha cerca de 1 383 453 habitantes.



Fonte: IBGE. *Atlas Geográfico escolar: ensino fundamental – do 6º ao 9º ano*. Rio de Janeiro: IBGE, 2010. p. 75.

a) Em que região brasileira está situado esse estado? Região Norte.

b) Anote o arredondamento para a dezena de milhar exata mais próxima para a área ocupada pelo estado do Tocantins: 280 000 km².

277 600 km² 277 000 km²

278 000 km² 280 000 km²

c) Apresente o número de habitantes desse estado em 2010 arredondado para a centena de milhar exata mais próxima.
1 400 000 habitantes.

33. Já sabemos que 100, 101, 102 são três números naturais consecutivos. Então:

a) identifique e anote o grupo que tem três números ímpares consecutivos: 303, 305, 307.

61, 64, 65 303, 305, 307

1 100, 1 300, 1 400

b) apresente quatro números pares consecutivos maiores que 1000 e menores que 2 000.
1 478, 1 480, 1 482, 1 484. Há outras respostas.

34. No esquema a seguir, as letras x, y e z representam números naturais. Analise cada item e copie apenas as informações verdadeiras.

a) $25 > y$ V
b) $y < 18$ V
c) $x > 50$ F
d) $18 > z$ F
e) $y < z$ V
f) $x > y$ V

35. Observe os números:

507	147	465
500	301	483
289	236	649

a) Quais deles são números ímpares? Faça uma lista em seu caderno.
147; 289; 301; 465; 483; 507; 649

b) Escolha dois números destacados no item a e calcule a soma. A soma é um número par ou ímpar? 507 + 649 = 1 156; a soma é um número par. Há outras respostas.

c) Repita o procedimento anterior com outros dois números ímpares. A soma é um número par ou ímpar? 301 + 147 = 448; a soma é um número par. Há outras respostas.

36. Os números que estão no quadro seguem um padrão.

1 008	1 108	1 208	1 308	1 408	1 508	1 608
3 008	3 108	3 208	3 308	3 408	3 508	3 608
5 008	5 108	5 208	5 308	5 408	5 508	5 608
7 008	7 108	7 208	7 308	7 408	7 508	7 608

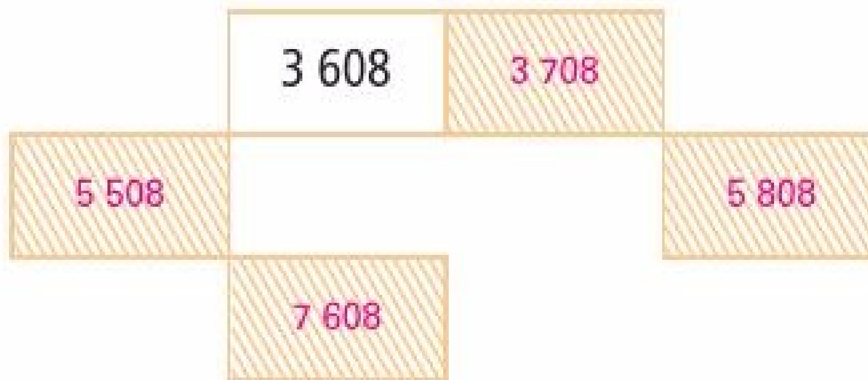
Coluna

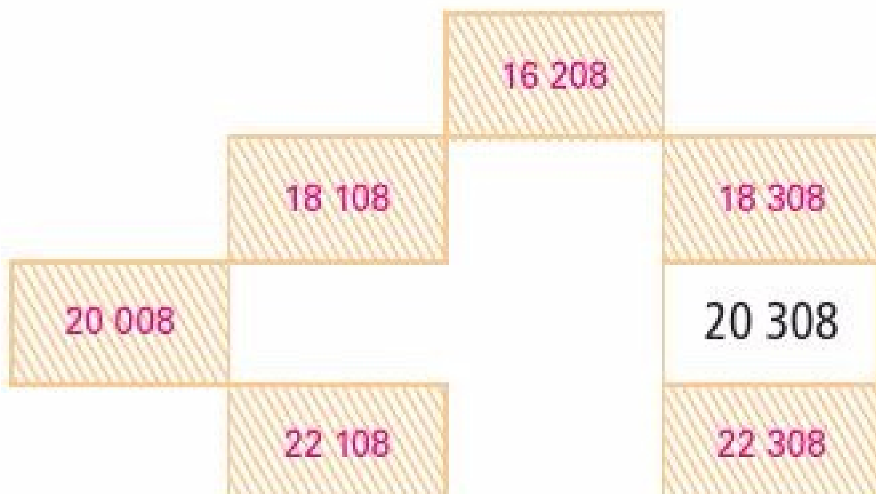
Linha

a) Compare os números de uma linha e encontre um padrão. Da esquerda para a direita, a partir do segundo número, cada número é o anterior mais 100.

b) Compare os números de uma coluna e encontre um padrão. De cima para baixo, a partir do segundo número, cada número é o anterior mais 2000.

c) Copie e complete os esquemas abaixo seguindo o padrão descoberto:





37. Represente em retas numeradas quatro números naturais consecutivos, sendo:

a) 72 o menor deles; 72 73 74 75

b) 72 o maior deles; 69 70 71 72

c) 72 nem o menor nem o maior deles. 70 71 72 73 ou 71 72 73 74

38. A Argentina, com 2 766 889 km² de extensão, ocupa o segundo maior território da América Latina.

a) Quais as ordens ocupadas pelo algarismo 8? Dezenas simples; centenas simples.

b) Arredonde esse número para a unidade de milhar mais próxima. 2 767 000

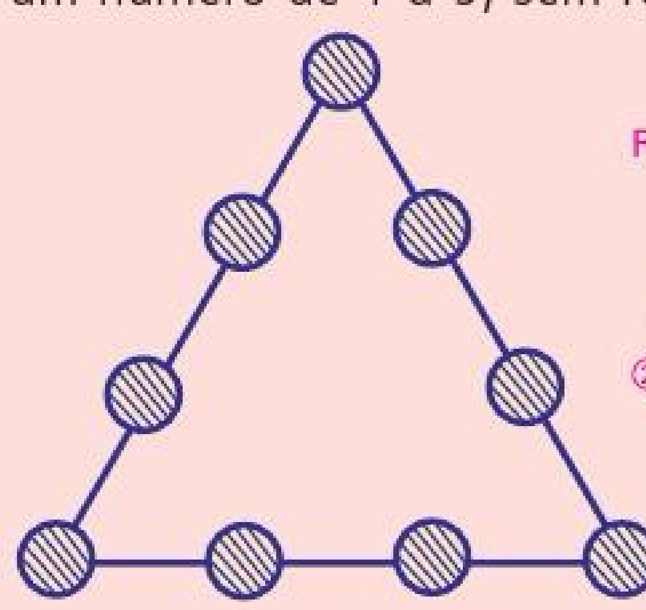
c) Use os mesmos algarismos e apresente uma escrita numérica na qual o 7 ocupe a ordem das unidades de milhar. 6 627 898. Há outras respostas.

Desafios

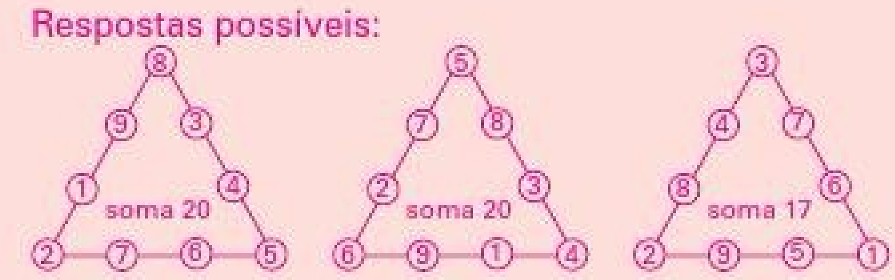
Crie outras situações-problema como esta, envolvendo possibilidades e contagem. Estimule os alunos a elaborar estratégias (planos) de resolução do problema, formulando hipóteses e utilizando simulações, fazendo tentativas e comparando seus resultados com os de outros colegas.

Triângulos e números

Cada círculo da figura esconde um número de 1 a 9, sem repetição. A soma desses números, em cada lado do triângulo, é 20.



Respostas possíveis:



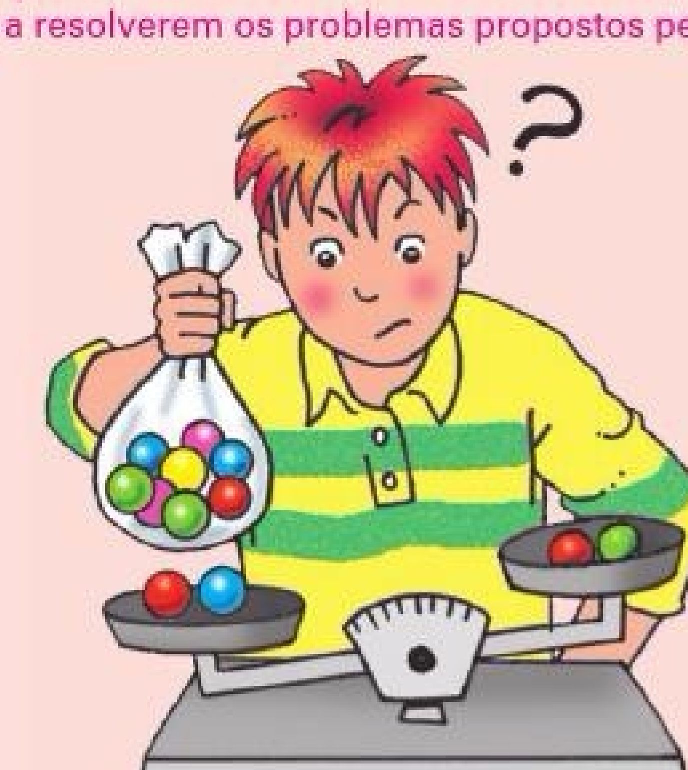
- Como estão distribuídos os números nessa figura? Faça um desenho e mostre sua solução.
- E se a soma fosse 17, qual seria o número sob cada círculo?

Proponha outras situações que envolvam possibilidades, estimativa e cálculo mental, como neste desafio. Desafie os alunos a criarem outros problemas semelhantes. Caso aceitem, exponha os problemas criados e desafie os demais alunos a resolverem os problemas propostos pelos colegas.

Usando balanças

Paulo tem 12 bolinhas de gude que deveriam ser todas iguais e com massas iguais. Mas uma delas pesa mais que as demais.

- Se Paulo usar uma balança com dois pratos, como deverá proceder para encontrar a bolinha de gude com a maior massa?
- Qual é o menor número de pesagens que ele poderá fazer? Veja as respostas no final do livro.



CÉLIA KOFUJI

4 Estatística e probabilidade

Coleta e organização de dados

Explore o tema fazendo com que os alunos percebam a importância da Estatística atualmente. Eles poderão iniciar seu estudo com pesquisas que permitam observar que a Estatística está presente em nosso dia a dia. Aproveite esse tema e traga para a sala de aula o cotidiano presente em jornais, revistas e na própria vida dos alunos de sua escola.

Marcos, que estuda no 6º ano na Escola Novo Milênio, realizou uma **pesquisa** coletando **dados** sobre o mês do aniversário dos colegas.

FOTOS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Observe as anotações feitas por Marcos.

Janeiro		**Maio**		**Setembro**	
Fevereiro		**Junho**		**Outubro**	
Março		**Julho**		**Novembro**	
Abril		**Agosto**		**Dezembro**	

O registro dos dados coletados em uma pesquisa pode ser feito de várias maneiras. O registro que Marcos fez é o que chamamos de **tabulação** dos dados coletados. Uma vez coletados os dados, eles podem ser organizados em uma **tabela**, em um **gráfico** ou em ambos.

Observe a **tabela** elaborada por Marcos traduzida em números.

Aniversariantes da Escola Novo Milênio — 6º ano

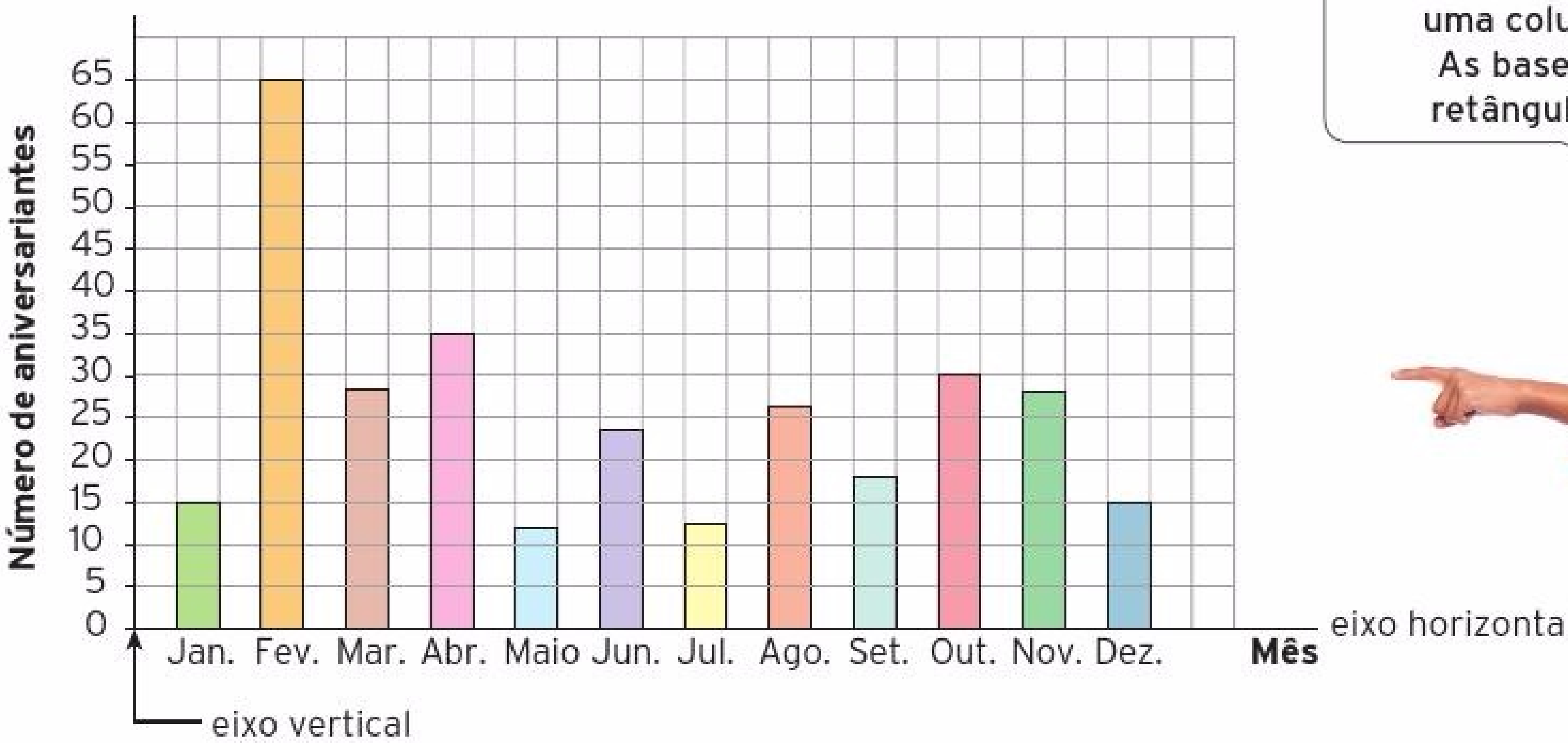
Meses do ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Maio	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
Nº de alunos	15	65	28	35	12	24	13	26	18	30	29	15

Essa tabela tem duas linhas: uma delas indica os meses do ano, e a outra, o número de alunos do 6º ano que nasceram em cada um desses meses.

Motive os alunos, abordando assuntos do interesse deles. Para saber quais são, nada melhor que perguntar aos próprios alunos.

Observe esses mesmos dados representados em um **gráfico**:

Aniversariantes da Escola Novo Milênio — 6º ano



Este é um **gráfico de colunas.** Para cada mês do ano, desenhei uma coluna retangular. As bases de todos os retângulos são iguais.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Este é um trabalho inicial integrado a outros temas não só neste volume, mas também nos demais. Neste momento, não há necessidade de se aprofundar muito.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

39. Existem dois eixos nesse gráfico apresentado no texto acima: um eixo horizontal e outro vertical.

a) Em que eixo foram representados os meses do ano? No eixo horizontal.

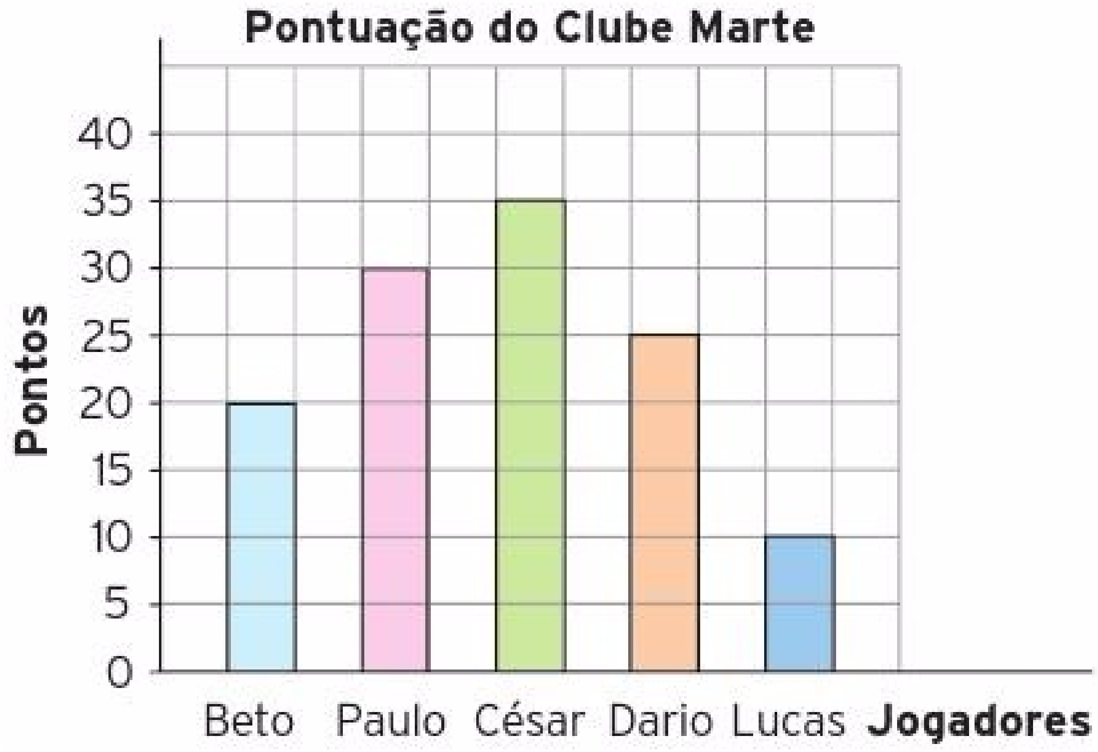
b) Em que eixo se lê o número de aniversariantes? No eixo vertical.

c) Em que mês há maior quantidade de aniversariantes? Fevereiro.

40. Existem diversos tipos de gráfico. Procure diferentes gráficos em jornais e revistas, recorte-os e faça com eles um cartaz. Respostas pessoais.

41. Neste gráfico de colunas, os dados indicam os pontos que César, Lucas, Paulo, Dario e Beto, que jogam basquete pelo Clube Marte, marcaram em um jogo.

Pontuação do Clube Marte



Compare esses dados e responda:

a) Quem fez mais pontos? Quantos pontos fez? César: 35.

b) Quem fez menos pontos? Quantos pontos fez? Lucas: 10.

c) Quantos pontos mais Dario precisaria ter feito para empatar com César? 10 pontos.

d) Quantos pontos foram marcados durante todo o jogo? 120 pontos.

e) Classifique os jogadores pela ordem de pontos feitos. 1º César, 2º Paulo, 3º Dario, 4º Beto, 5º Lucas.

42. Observe as informações fornecidas pelo gráfico da atividade 41 e construa uma tabela parecida com a que Marcos fez na página 28.

Jogadores	Beto	Paulo	César	Dario	Lucas
Pontos	20	30	35	25	10

43. Junte-se a alguns colegas e realizem uma pesquisa:

- Escolham um tema.
- Formulem uma questão.
- Coletem dados.
- Organizem os dados coletados.
- Elaborem um gráfico.

Depois que os trabalhos estiverem prontos mostrem aos colegas. Resposta pessoal.

Os algarismos indo-arábicos

Os algarismos que usamos no sistema de numeração decimal são chamados de **indo-arábicos**. A propósito, a palavra **algarismo** tem origem no nome Al-Khowârizmî, um matemático do século XVIII. Neste texto, você vai conhecer mais detalhes dessa história.

Na seção Leitura, os alunos encontram assuntos extracurriculares e interdisciplinares. São temas que tratam da história da Matemática, dos processos de construção dos conceitos matemáticos, da aplicação da Matemática às demais ciências, de lendas e fatos curiosos. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

IVAN VDOVIN/ALAMY/LATINSTOCK

O sistema de numeração indo-arábico tem esse nome devido aos hindus que o inventaram, e devido aos árabes, que o transmitiram para a Europa Ocidental.

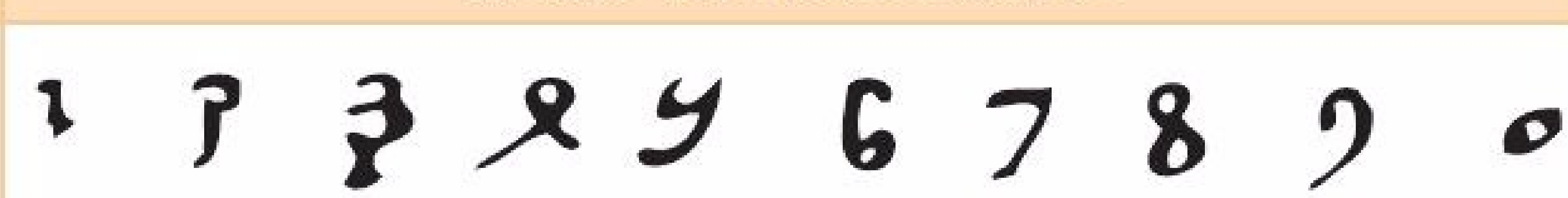
Na Índia encontramos colunas de pedras datadas no ano 250 a.C., com símbolos numéricos que seriam os precursores do nosso sistema de numeração, mas nesses não encontramos nem o zero (sinal para marcar ausência de unidade ou "o espaço vazio" de uma unidade faltante) e nem a notação posicional. Porém, a ideia de valor posicional e zero devem ter sido introduzidas na Índia antes do ano 800 a.C., pois o matemático persa Al-Khowârizmî descreveu de maneira completa o sistema hindu num livro datado no ano 825 d.C..

Não sabemos como esses numerais chegaram na Europa, provavelmente através de comerciantes e viajantes árabes, pelas costas do Mediterrâneo. Sabemos que foi uma tradução latina do tratado de Al-Khowârizmî, feita no século XII, seguida de alguns trabalhos europeus sobre o assunto, fez com que o sistema se disseminasse mais amplamente.

[...] Muitos dos campos nos quais os cálculos numéricos são importantes, como a astronomia, a navegação, o comércio, a engenharia e a guerra, fizeram com que esses numerais fossem utilizados para tornar os cálculos rápidos e precisos.

Fonte: LUCHETTA, V. O. J., Sistema de numeração Indo-Arábico. Disponível em: <http://www.matematica.br/historia/indoarabico.html>. Acesso em: 2 mar. 2015.

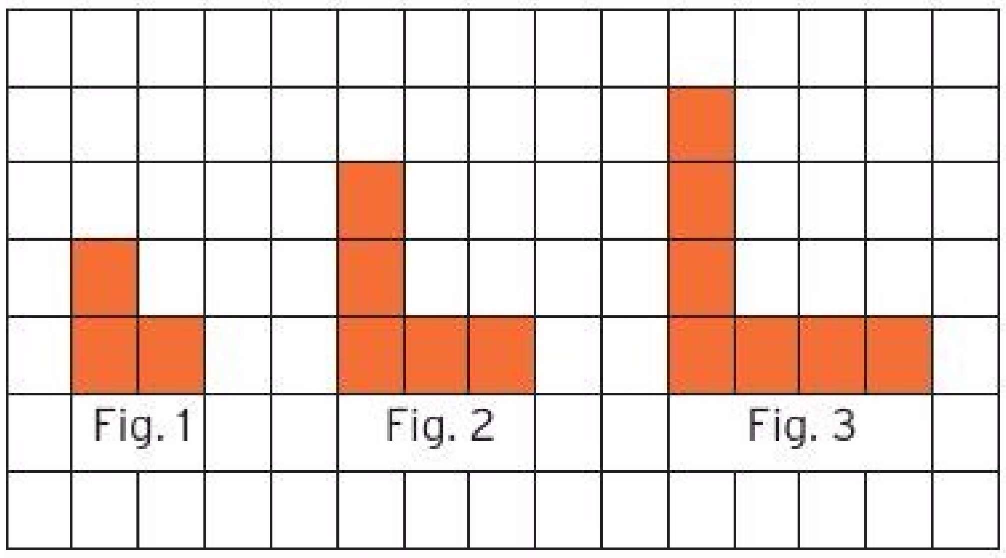
Crie situações que motivem os alunos a pesquisar outros sistemas de escrita numérica. Veja mais esclarecimentos no **Manual do Professor**.

Época	Evolução na escrita dos números									
Século XII										
Século XIII										
Século XIV										
Século XV										
Por volta de 1524										
Atualmente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Revisão cumulativa e testes

FAÇA NO CADERNO

1. As figuras que estão nesta malha quadriculada seguem um padrão:



a) Descubra um padrão e desenhe as três figuras seguintes: Fig. 4, Fig. 5 e Fig. 6.
Veja a resposta no final do livro.

b) Quantos quadradinhos há na Fig. 10?
21 quadradinhos.

2. A sequência dos números 3, 6, 9, 12, 15, ... segue um padrão e tem uma regra de formação.

a) Descubra um padrão e acrescente outros cinco números a essa sequência.
18, 21, 24, 27, 30

b) O número 60 pertence a essa sequência? Explique sua resposta. Resposta possível: sim, porque 3, 6, 9, 12 e 15 são produtos de números naturais por 3 e 60 é igual a 3×20, sendo 20 um número natural.

3. Este registro é resultado de uma contagem de pontos, em um jogo, feita na base 5. Observe que, nessa contagem, 5 grupos de 5 são 5×5, ou seja, são 25 pontos contados. Quantos pontos foram marcados nesse jogo? 116 pontos.

5 grupos de 5	Grupos de 5	Unidades
4	3	1

4. As características abaixo dizem respeito a quatro números:

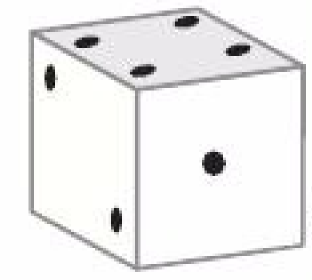
- que são maiores que 300 e menores que 400;
- em que o algarismo das unidades é o dobro do algarismo das dezenas.

Quais são esses quatro números?
312; 324; 336; 348

5. Você sabia que a soma dos pontos marcados em faces opostas de um dado é sempre igual a sete? No dado ao lado, qual é soma dos pontos marcados nas faces opostas às que você vê? 10 pontos.


BIS

6. No dado ao lado, a soma dos pontos marcados nas faces que voce vê é igual a 7. Na face apoiada sobre a mesa estão marcados 3 pontos. Desenhe outra posição em que a soma das faces visíveis seja 7. Quantos pontos estarão marcados na face apoiada sobre a mesa?


BIS

Respostas: 5 pontos  6 pontos 

7. Na numeração romana, o décimo quarto volume de uma coleção de livros é representado por: a

a) XIV
b) XVI
c) XIII
d) XV
e) XXIV

8. O antecessor de 3 000 000 é: d

a) 3 000 001
b) 3 900 000
c) 3 000 009
d) 2 999 999
e) 2 000 000

9. São números naturais consecutivos: b

a) 1, 5, 10.
b) 29, 30, 31, 32.
c) 10, 11, 13.
d) 0, 10, 20.
e) 3, 4, 5, 10.

10. Se **n** representa um número natural e par, o sucessor par de **n** é: c

a) p
b) m
c) n + 2
d) 2n
e) 1

11. Em qual destas sequências o 10º termo é 54? c

a) 1, 3, 5, 7, 9, ...
b) 0, 2, 4, 6, 8, ...
c) 0, 6, 12, 18, 24, ...
d) 0, 10, 20, 30, 40, ...

12. A região Norte, com cerca de três milhões, oitocentos e noventa e seis mil e seiscentos quilômetros quadrados, é a maior região brasileira. Esse número escrito com algarismos é: b

a) 3 000 000 000
b) 3 896 600
c) 3 869 600
d) 3 986 600

UNIDADE 2

Figuras geométricas

As formas das construções egípcias mostradas nesta página lembram sólidos geométricos.

Se observarmos atentamente essas construções, perceberemos também regiões planas e linhas.

O estudo dos sólidos geométricos e das formas geométricas planas fazem parte da Geometria, que iniciamos nesta unidade.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Pirâmides Quéops, Quéfren e Miquerinos em Gizé, no Egito.

Nesta unidade ...

1. Figuras geométricas espaciais e planas
2. Prismas e pirâmides
3. Cilindro, cone e esfera

Ao iniciar a unidade, identifique o que os alunos já sabem sobre figuras geométricas e faça uma revisão das figuras geométricas estudadas nos anos anteriores, tais como: triângulo, quadrado, retângulo, pentágono, hexágono, cubo, paralelepípedo, pirâmide, esfera.

A Geometria é o campo da Matemática que estuda as figuras: suas formas, suas propriedades e suas medidas. Um bom começo para o estudo da Geometria é observar as formas presentes na natureza, nos objetos que estão ao nosso redor e nas construções que marcam as cidades.

As figuras geométricas fazem parte de nosso dia a dia e são tão importantes quanto os números.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

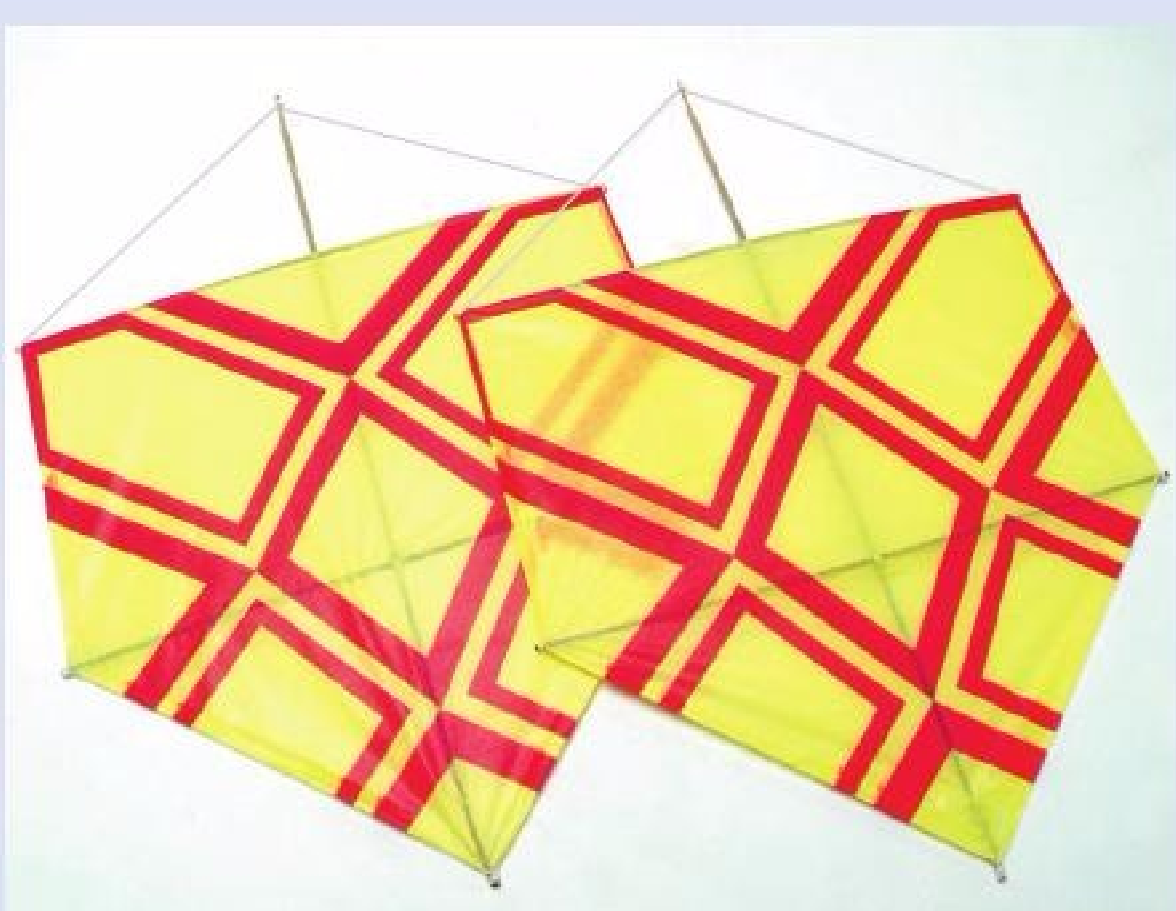
Uma bola de basquete tem a forma aproximada de uma **esfera**.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

O fio esticado lembra uma **reta**.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Alguns dados lembram **cubos**.


FERNANDO FAVORETTO/CRIAR IMAGEM

O contorno da pipa lembra um **pentágono**.

RUBENS CHAVES/PULSAR IMAGENS

As construções do Congresso Nacional, em Brasília (DF), lembram figuras geométricas. 2013.

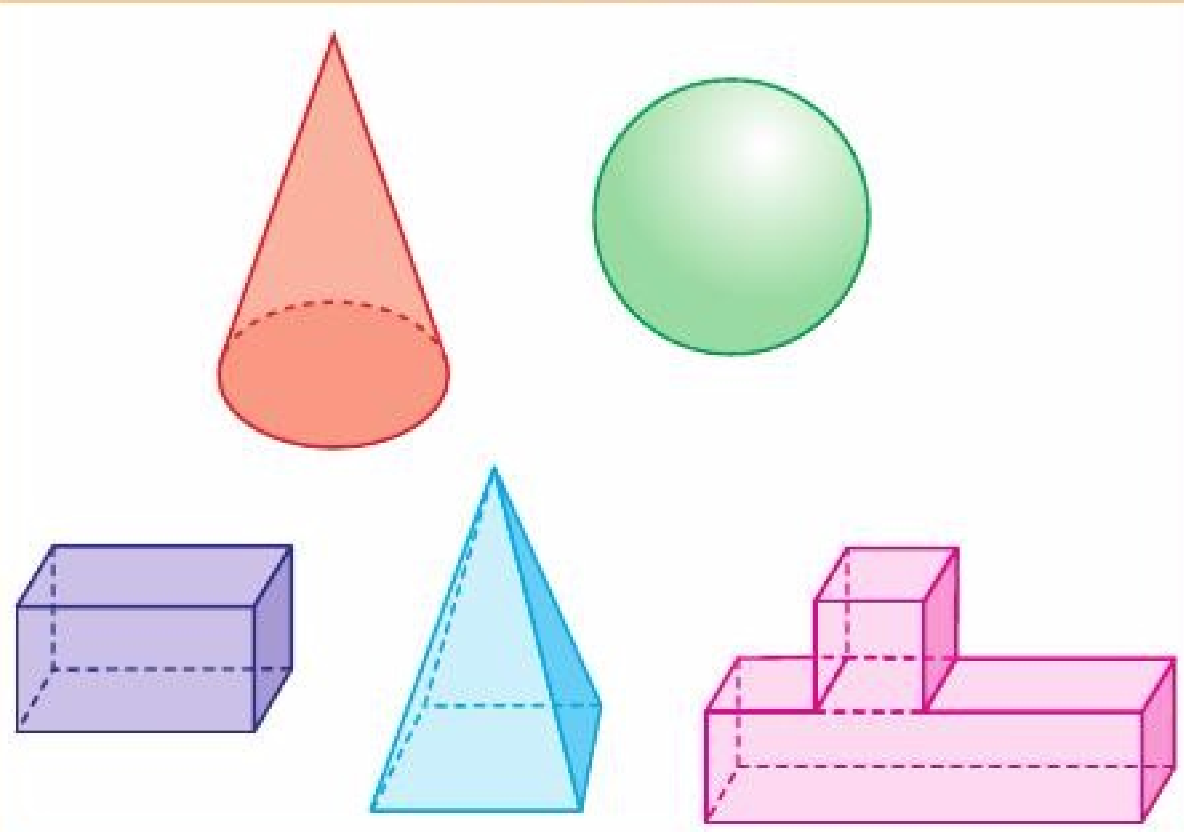
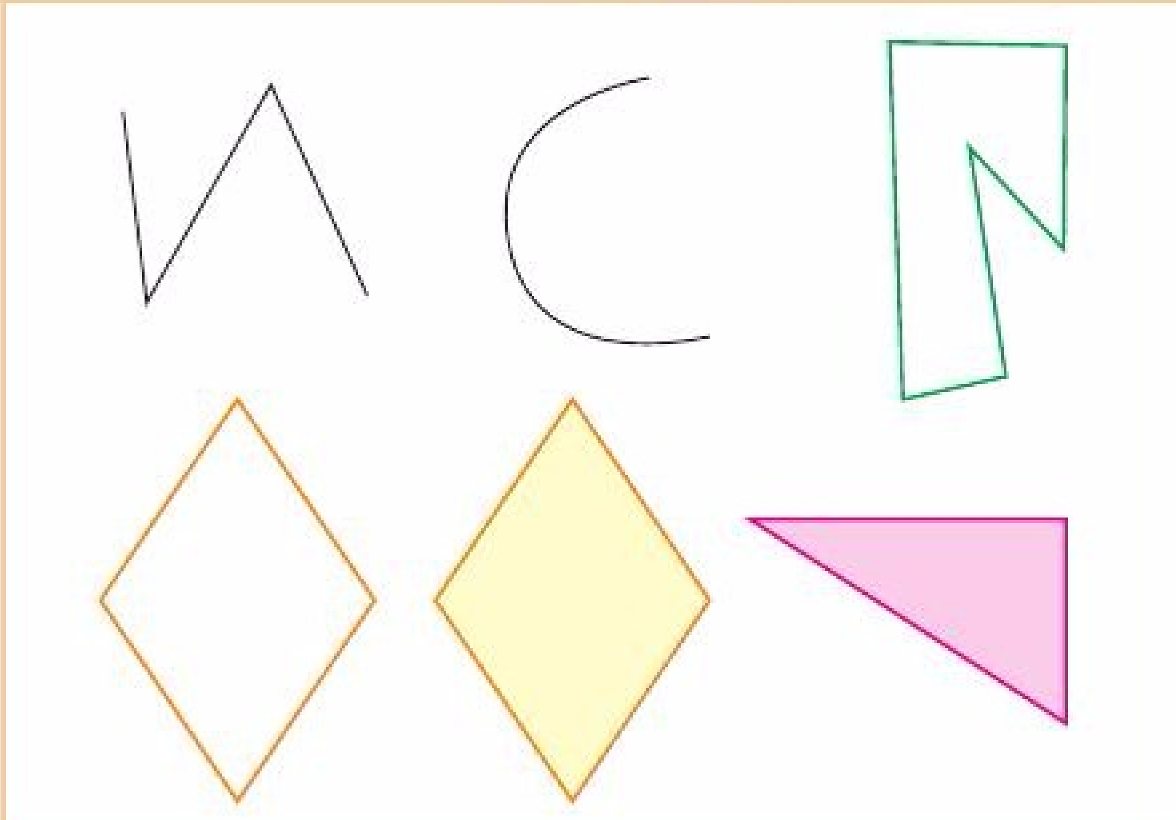
O que você já sabe?

- Observe os objetos de sua sala de aula e faça uma lista daqueles que lembram sólidos geométricos. Anote os nomes desses objetos. Livros, lâmpadas. Há outras respostas possíveis.
- Procure, em jornais ou revistas, fotografias e desenhos que lembram figuras geométricas. Recorte-as e utilize-as para fazer um cartaz. Respostas pessoais.

1 Figuras geométricas espaciais e planas

Observando figuras geométricas

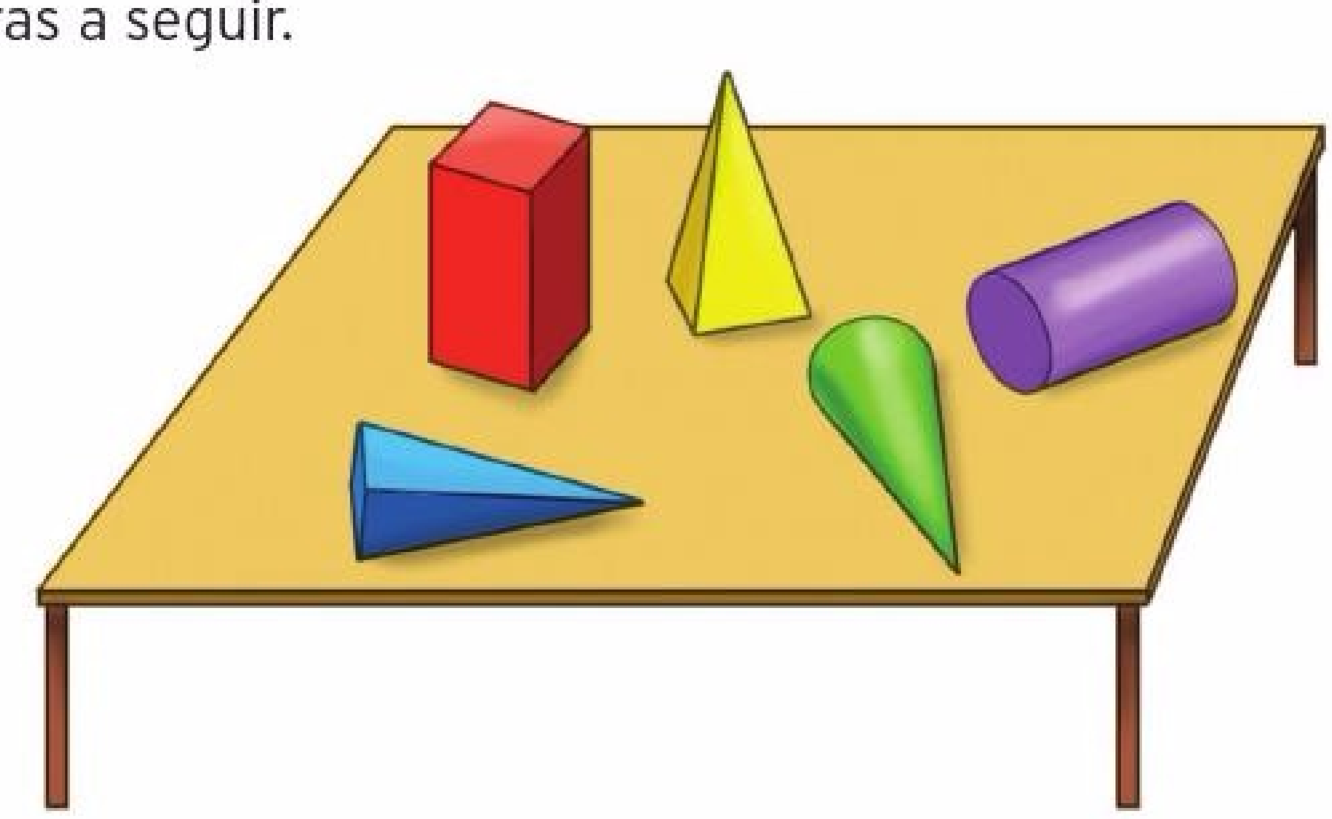
Vamos considerar algumas figuras geométricas e separá-las em dois grupos: **espaciais** e **planas**. Essa separação é feita de acordo com algumas características comuns a cada grupo, para estudo e compreensão de suas propriedades.

Figuras espaciais	Figuras planas
	

A esfera e o cubo, por exemplo, são figuras geométricas espaciais denominadas **sólidos geométricos**. O pentágono e a reta são figuras geométricas planas.

Sólidos geométricos

Observe as figuras a seguir.

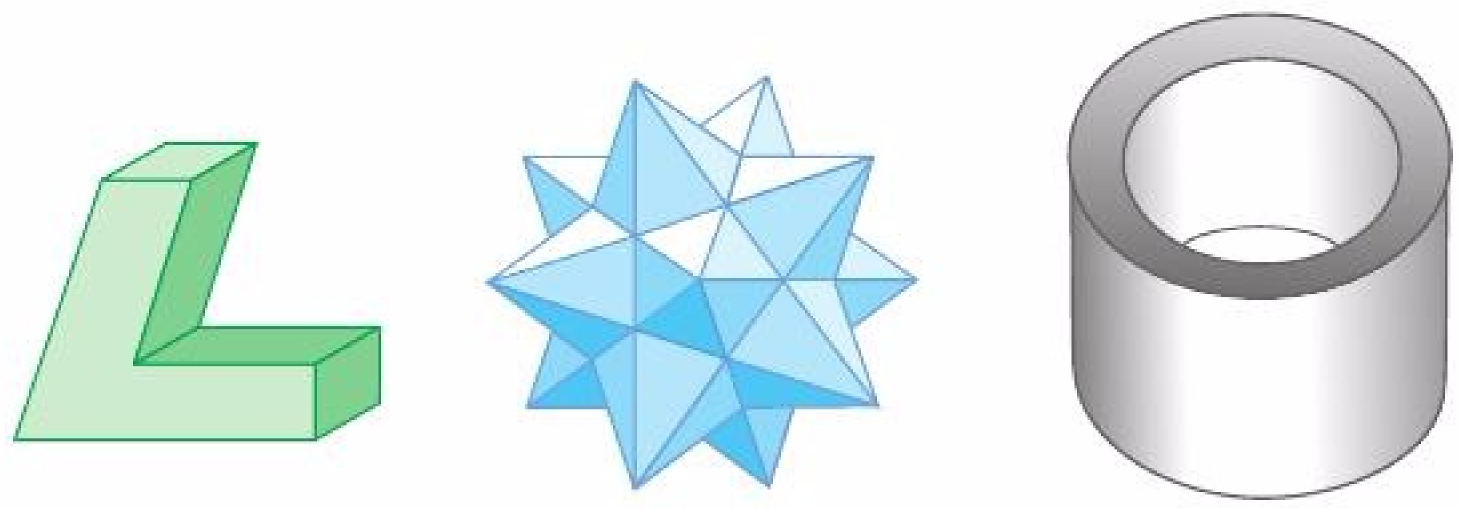

HAGAQUEZART ESTÚDIO

Podemos notar que cada parte das superfícies do prisma e da pirâmide fica totalmente em contato com a mesa, independentemente de qual for a superfície escolhida. Mas o mesmo não ocorre com todas as partes do cilindro ou do cone.

Sólidos geométricos como prismas e pirâmides são chamados de **poliedros**. Eles apresentam somente superfícies planas.

Sólidos geométricos como cilindros, cones e esferas são chamados de **corpos redondos**. Eles apresentam superfícies não planas e podem rolar quando colocados em algumas posições.

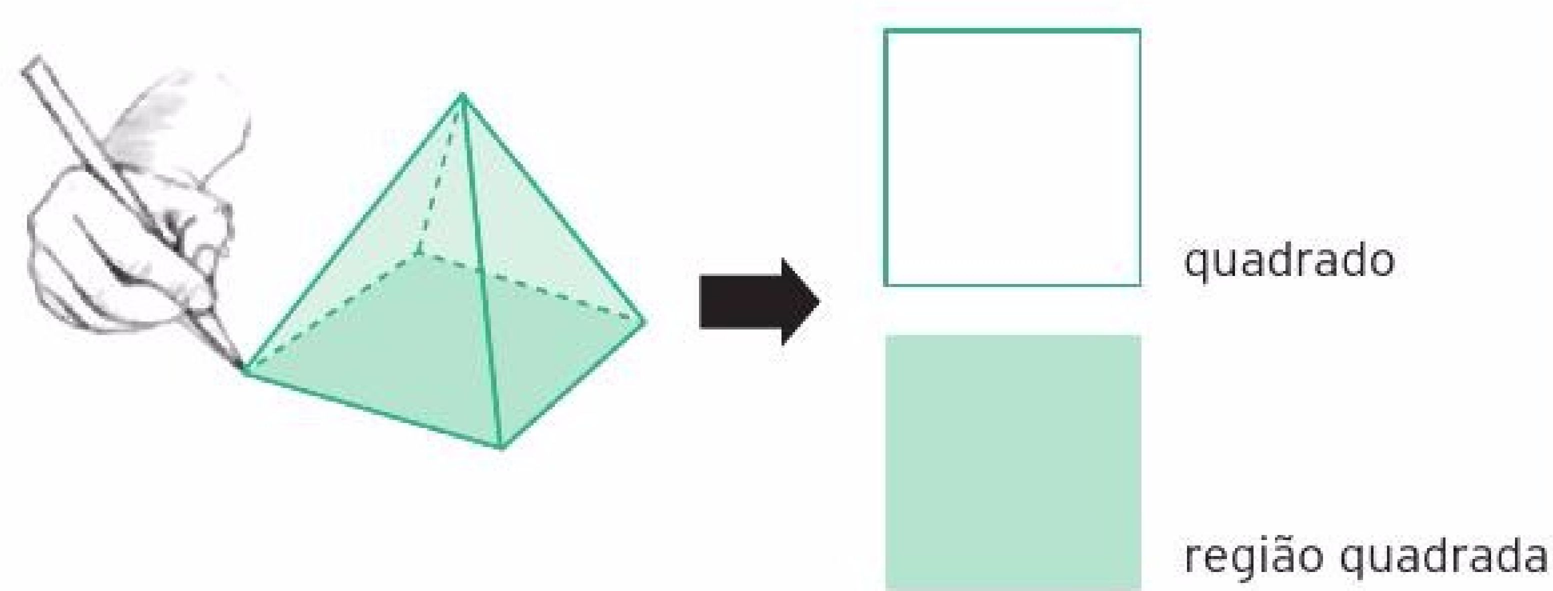
Além dos sólidos geométricos que vimos, existem outros, como estes abaixo, que não farão parte dos estudos deste livro.



Regiões planas e seus contornos

Para refletir e responder

O contorno de uma das partes de uma pirâmide, como o da figura ao lado, pode ser um quadrado. A parte da pirâmide que foi contornada é uma região quadrada.

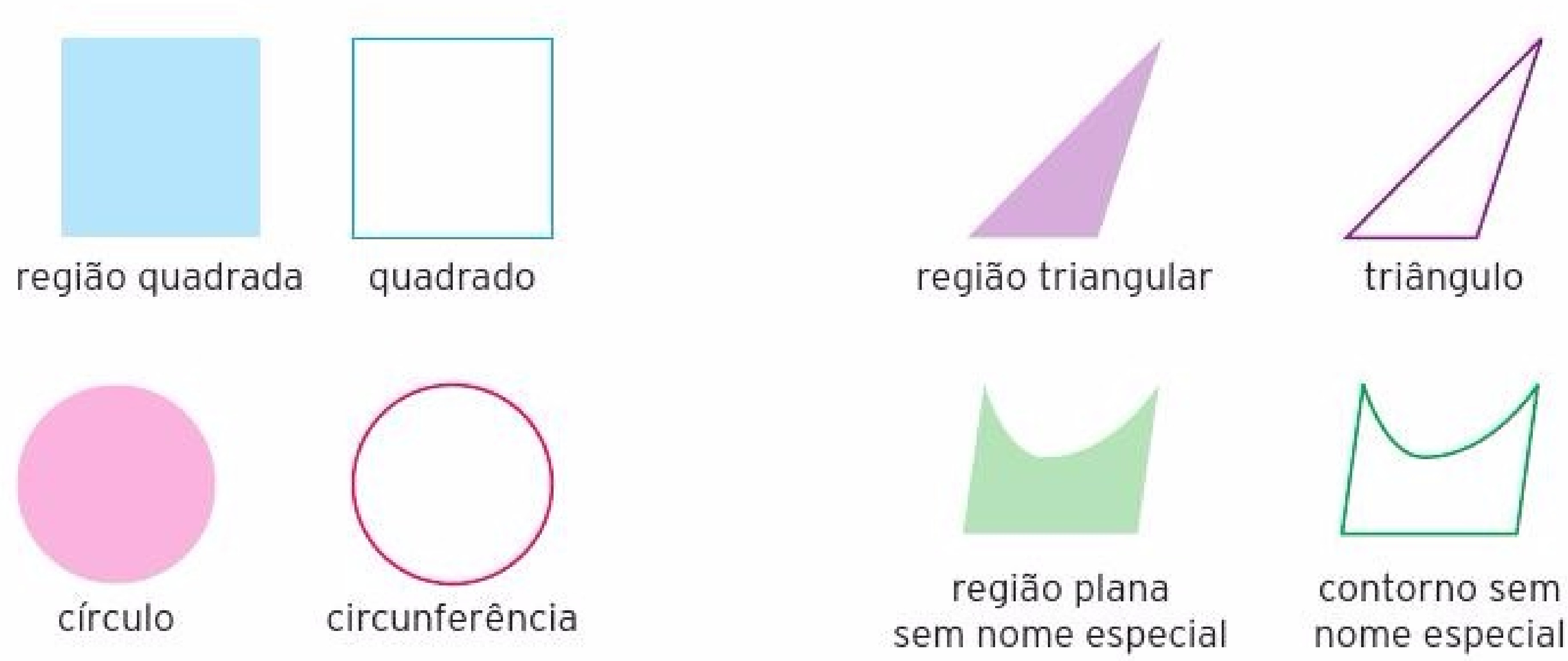


ILUSTRAÇÕES: BIS

- Quais outras figuras geométricas planas podem ser obtidas contornando as partes dessa pirâmide? Desenhe em seu caderno o contorno e a região contornada.

Resposta: △ ▲

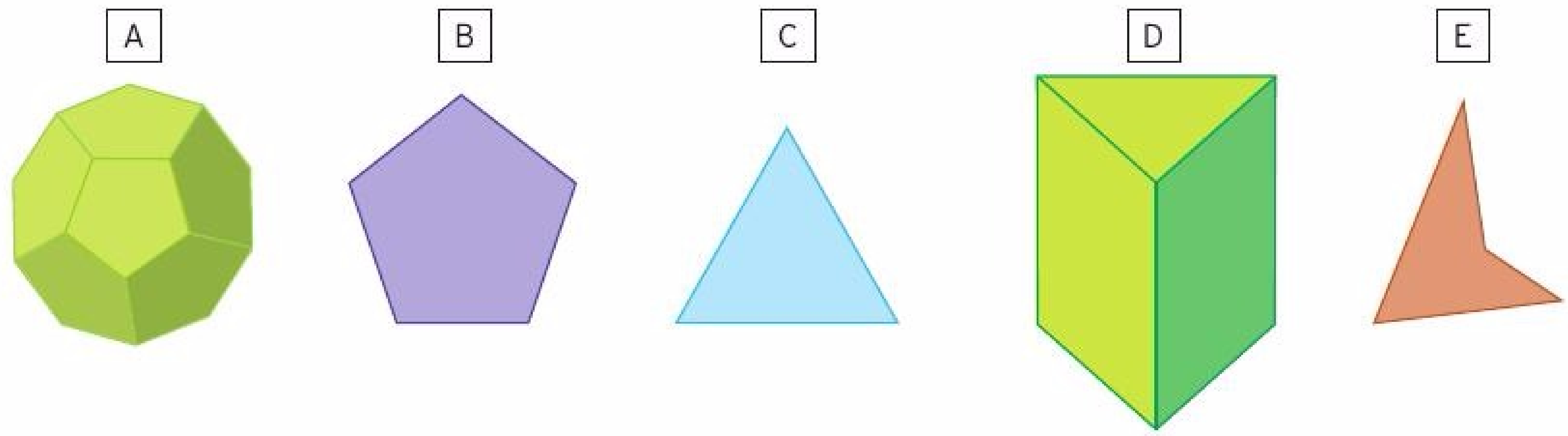
Contornos são linhas fechadas e limitam uma região do plano. Observe algumas regiões planas e seus contornos.



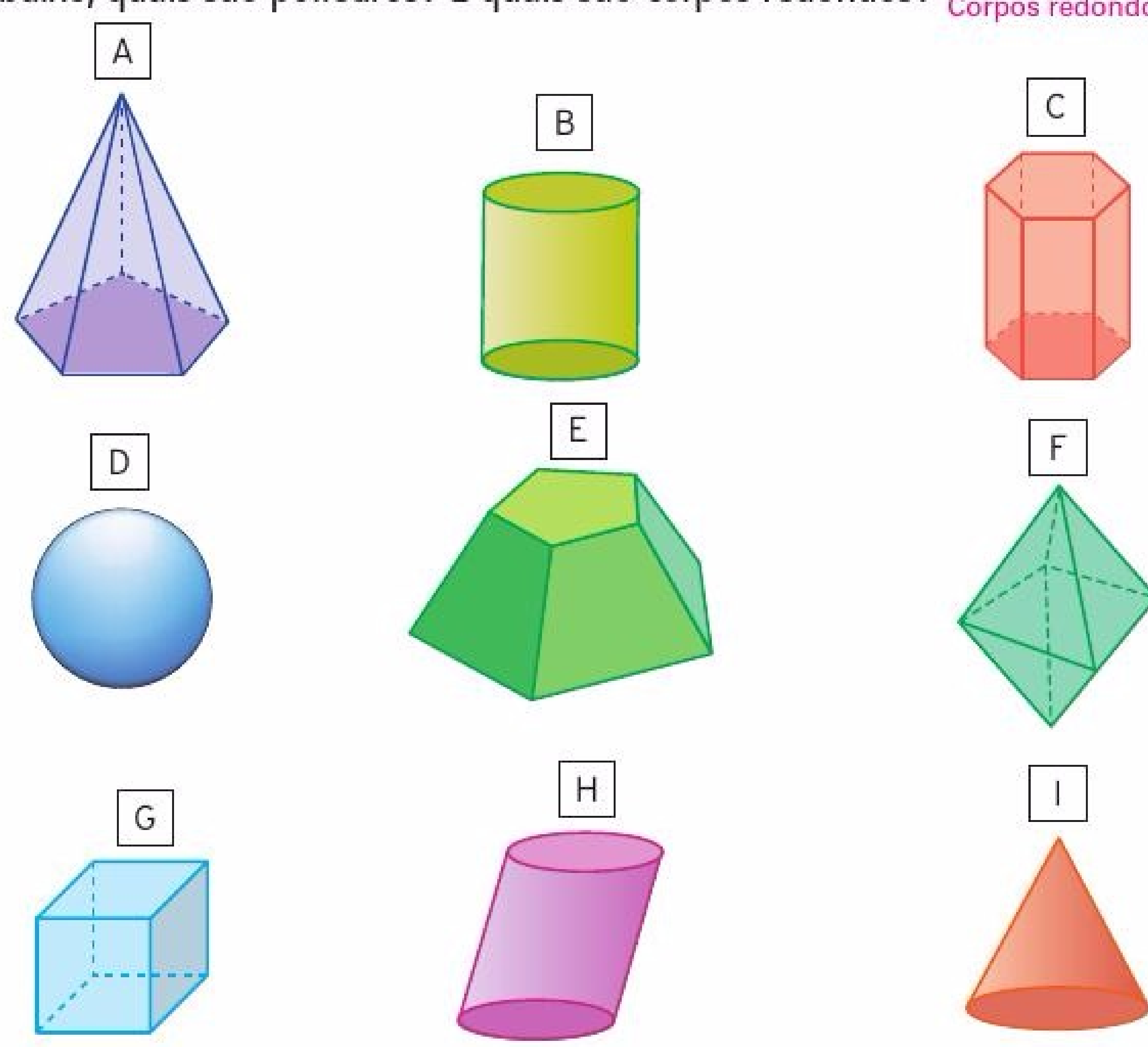
Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

1. Observe estas figuras geométricas. Cada uma está identificada com uma letra. Anote, separadamente, as letras que indicam figuras planas e as letras que indicam figuras espaciais. Figuras planas: B, C e E. Figuras espaciais: A e D.

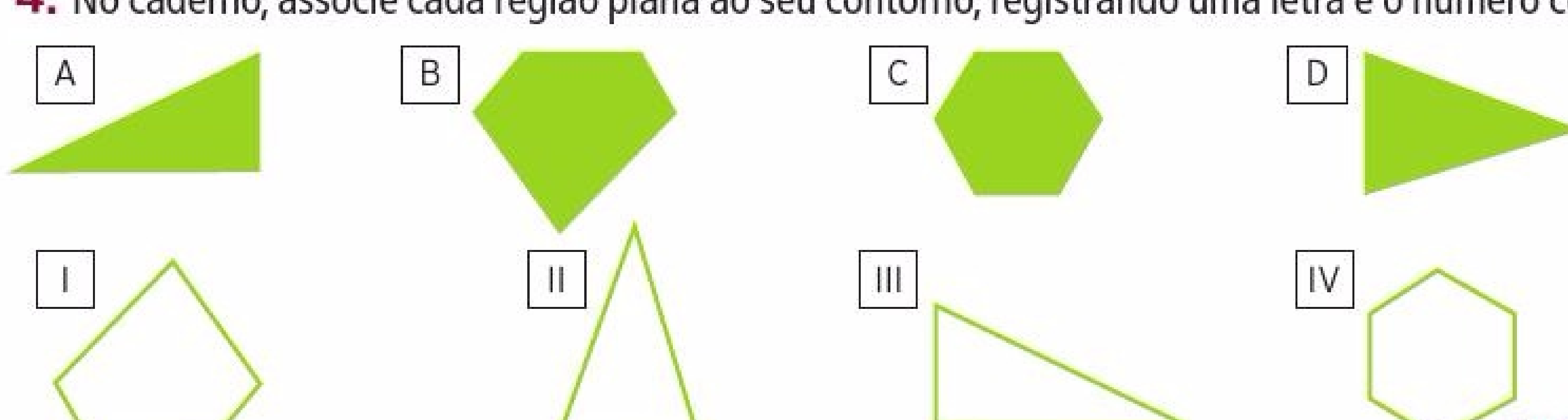


2. Dos sólidos abaixo, quais são poliedros? E quais são corpos redondos? Poliedros: A, C, E, F, G. Corpos redondos: B, D, H, I.



3. Poliedros e corpos redondos são sólidos geométricos. Identifique algumas diferenças entre eles.
Resposta possível: os poliedros têm somente superfícies planas e não rolam em nenhuma posição.

4. No caderno, associe cada região plana ao seu contorno, registrando uma letra e o número correspondente.



A e III; B e I; C e IV; D e II.

5. Região triangular e triângulo são a mesma figura geométrica? Justifique sua resposta.
Não; um triângulo é o contorno de uma região triangular.

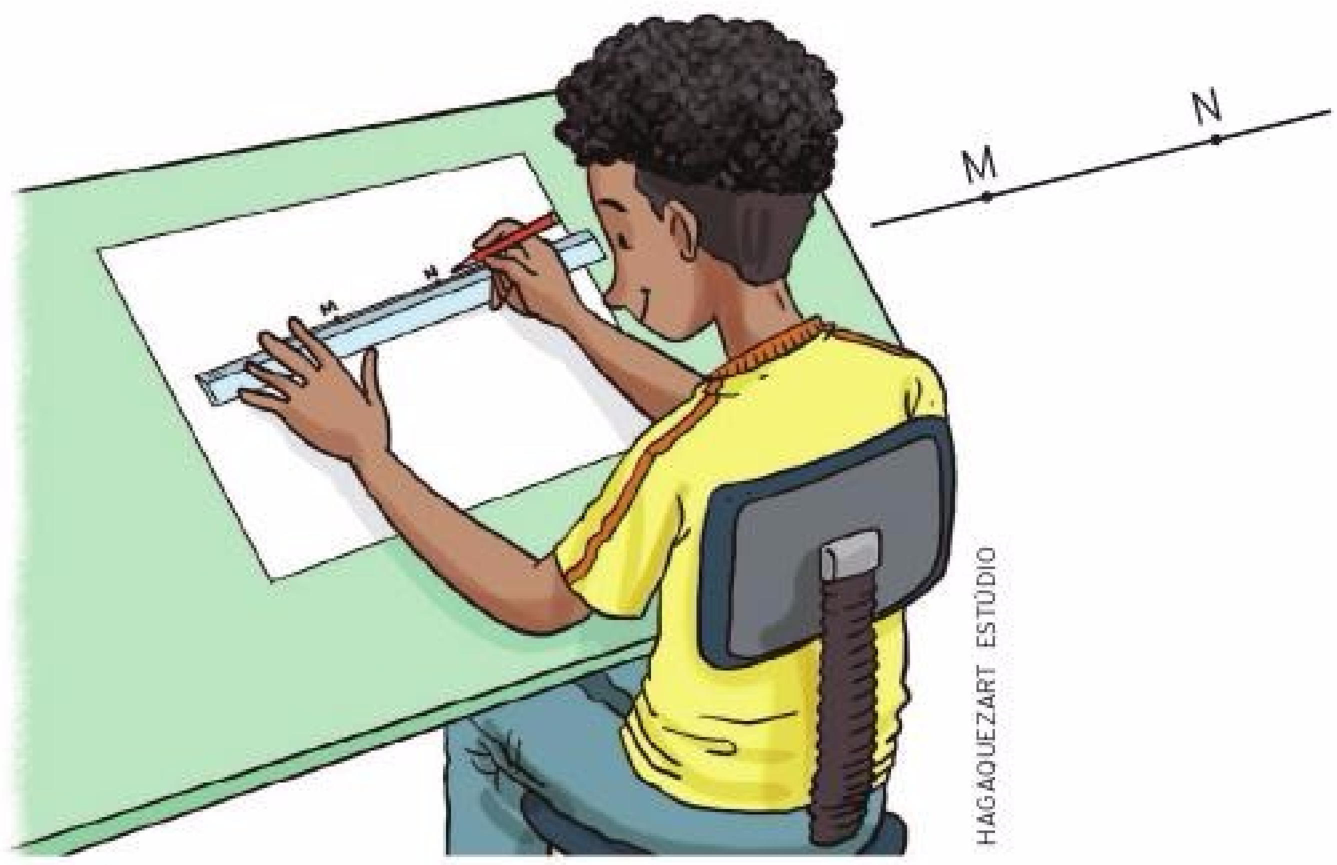
Outras figuras geométricas

Ponto, **reta** e **plano** são as figuras geométricas planas mais simples. Elas podem ser imaginadas a partir de observações sobre atividades, objetos e construções que fazem parte do nosso dia a dia. Veja, por exemplo, um desenhista traçando uma reta usando régua.

Para desenhar uma **reta** basta ter dois pontos dessa reta. Assim, uma reta pode ser identificada por dois pontos que pertencem a ela.

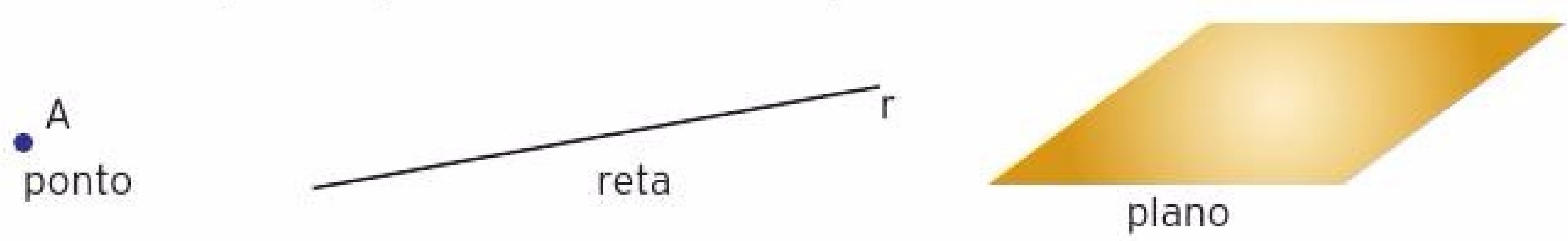
Na figura do desenhista, os pontos são M e N. A reta que passa pelos pontos M e N pode ser indicada por $\overleftrightarrow{MN}$ ou $\overleftrightarrow{NM}$, ou ainda, **r**.

Imaginando o tampo da mesa se estendendo em todas as direções, temos uma ideia de um **plano**.



HAGAQUEZART ESTÚDIO

Veja como essas figuras geométricas são representadas em Matemática:



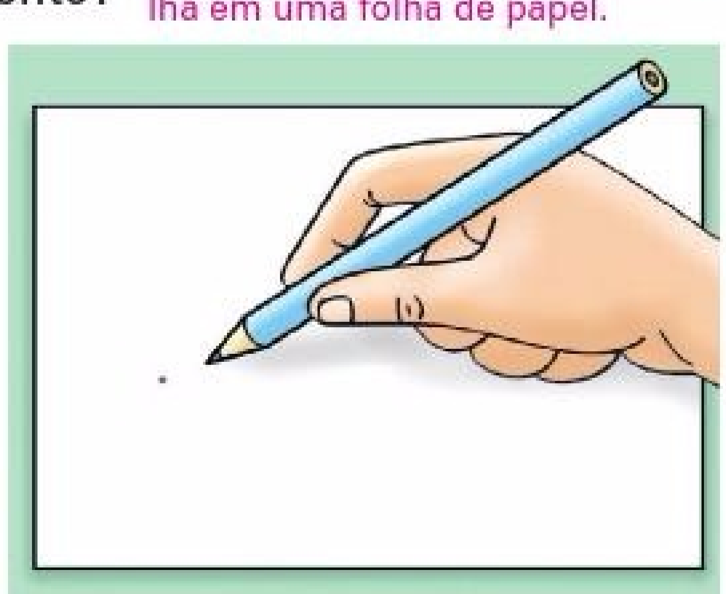
Observe, agora, a reta **s** representada abaixo e dois de seus pontos: P e Q. A parte destacada em verde, incluindo o ponto P, representa a **semirreta PQ**. Ela tem origem em P e passa por Q.

Indica-se: $\overrightarrow{PQ}$.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

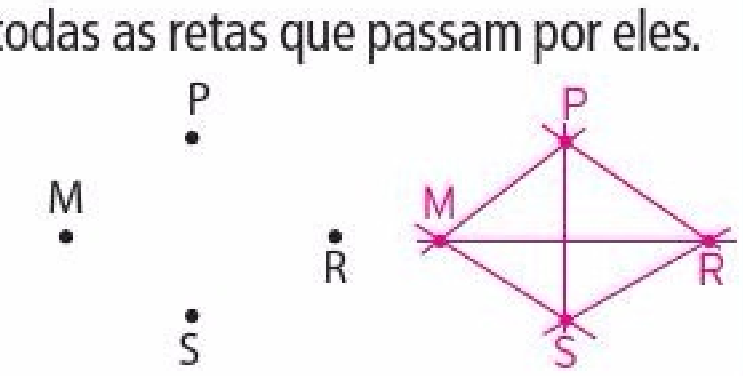
6. Com a ponta de um lápis, podemos deixar uma marca sobre uma folha de papel, que nos lembra um ponto. O que mais nos dá ideia de um ponto? Resposta possível: Um furo feito com uma agulha em uma folha de papel.


HÉLIO SENATORE

7. Quando empinamos uma pipa, a linha fica bem esticada e nos dá ideia de uma reta. O que mais nos lembra uma reta? Resposta possível: O percurso de um avião quando ele levanta voo.

8. Cite três coisas que existem na escola e que lembram um plano. Resposta possível: A superfície do quadro de giz; o teto da sala de aula; a superfície da quadra de esportes.

9. Desenhe quatro pontos como estes abaixo. Em seguida, trace todas as retas que passam por eles.



2 Prismas e pirâmides

Faces, arestas e vértices

Prismas e **pirâmides** são sólidos geométricos muito presentes em nosso cotidiano. Eles aparecem nas formas de embalagens, prédios, móveis e muitos outros objetos.

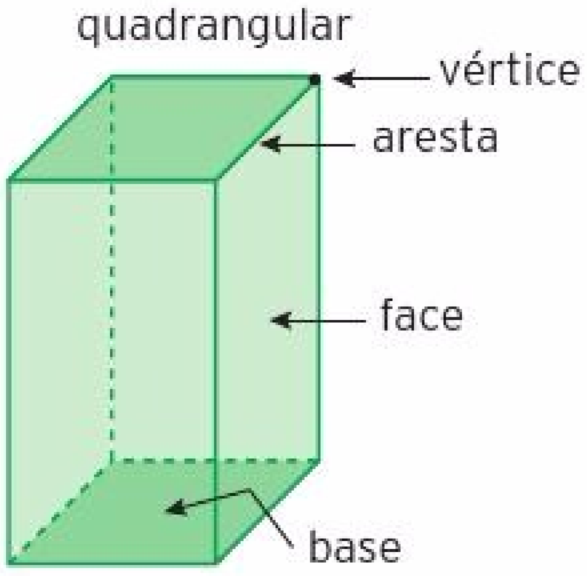
SHUTTERSTOCK

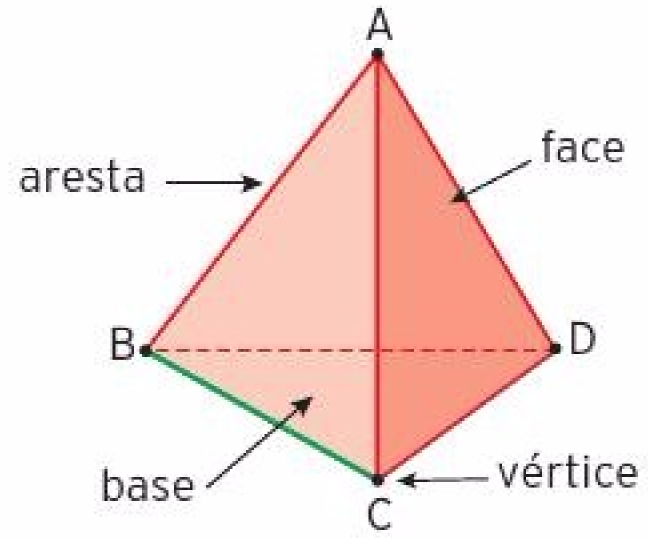
Caixas em forma de prisma.

AKG-IMAGES/LATINSTOCK

Pirâmide de vidro que serve de entrada do Museu do Louvre, em Paris, França.

As regiões planas dos prismas e das pirâmides são chamadas **faces**. As faces que dão nome aos prismas e às pirâmides são também denominadas **bases**. Uma **aresta** é a "linha de encontro" de duas faces e um **vértice** é o ponto de encontro de três ou mais arestas. Exemplos:



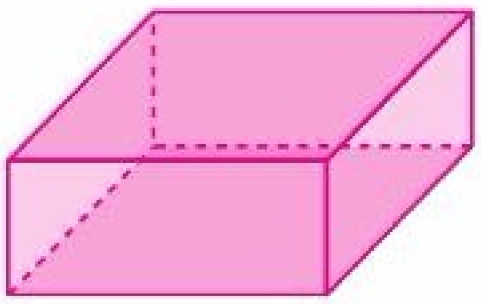


As linhas tracejadas representam arestas "escondidas".

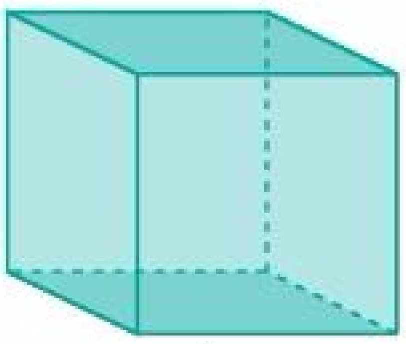
Na pirâmide acima, o ponto A é um vértice, a região triangular ACD é uma das faces e a linha reta destacada que vai de A a B é uma das arestas.

Uma aresta é uma figura geométrica chamada de **segmento de reta**. A aresta destacada nessa pirâmide é o segmento da reta que tem extremidades nos pontos A e B, e indicamos por $\overline{AB}$ (ou $\overline{BA}$).

Dentre os prismas, destacam-se os prismas retangulares, também conhecidos como **blocos retangulares** ou **paralelepípedos**. Suas faces são retangulares ou quadradas. Observe dois deles:



paralelepípedo



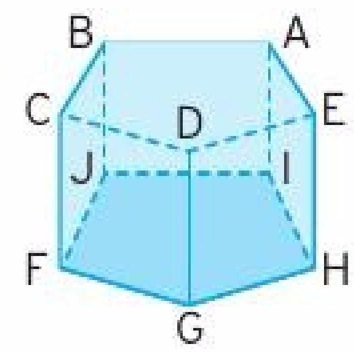
cubo

Fazer e aprender

Proponha atividades envolvendo sólidos, nos quais os alunos possam reconhecer de forma gradativa os elementos que serão seu objeto de estudo na Geometria plana.

FAÇA NO CADERNO

10. Observe o poliedro ao lado.



a) Que nome ele tem?
Prisma pentagonal.

b) Identifique três dos pontos que foram destacados na figura. O que eles representam?
Resposta pessoal: C, D e G; vértices.

c) Destaque dois segmentos de reta nessa figura. Resposta possível: $\overline{EH}$ ou $\overline{IJ}$.

11. Identifique uma diferença entre um paralelepípedo qualquer e um cubo. Em um cubo, as faces são regiões quadradas; em um paralelepípedo qualquer as faces são regiões retangulares, quadradas ou não.

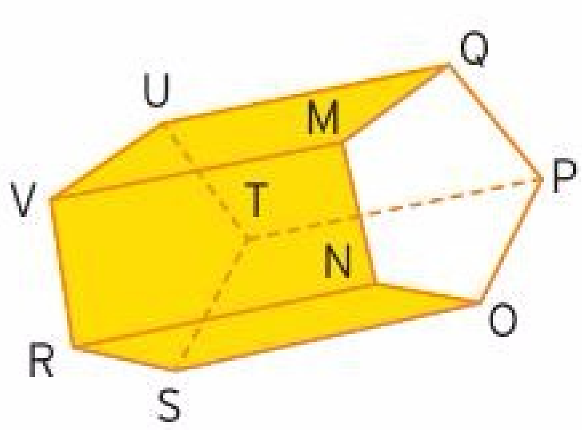
12. Observe uma caixa de fósforos como a da fotografia.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

a) Que sólido geométrico ela lembra?

b) Quantas faces, arestas e vértices tem esse tipo de sólido? a) Paralelepípedo ou bloco retangular. b) 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

13. Observe o prisma representado pela figura abaixo.

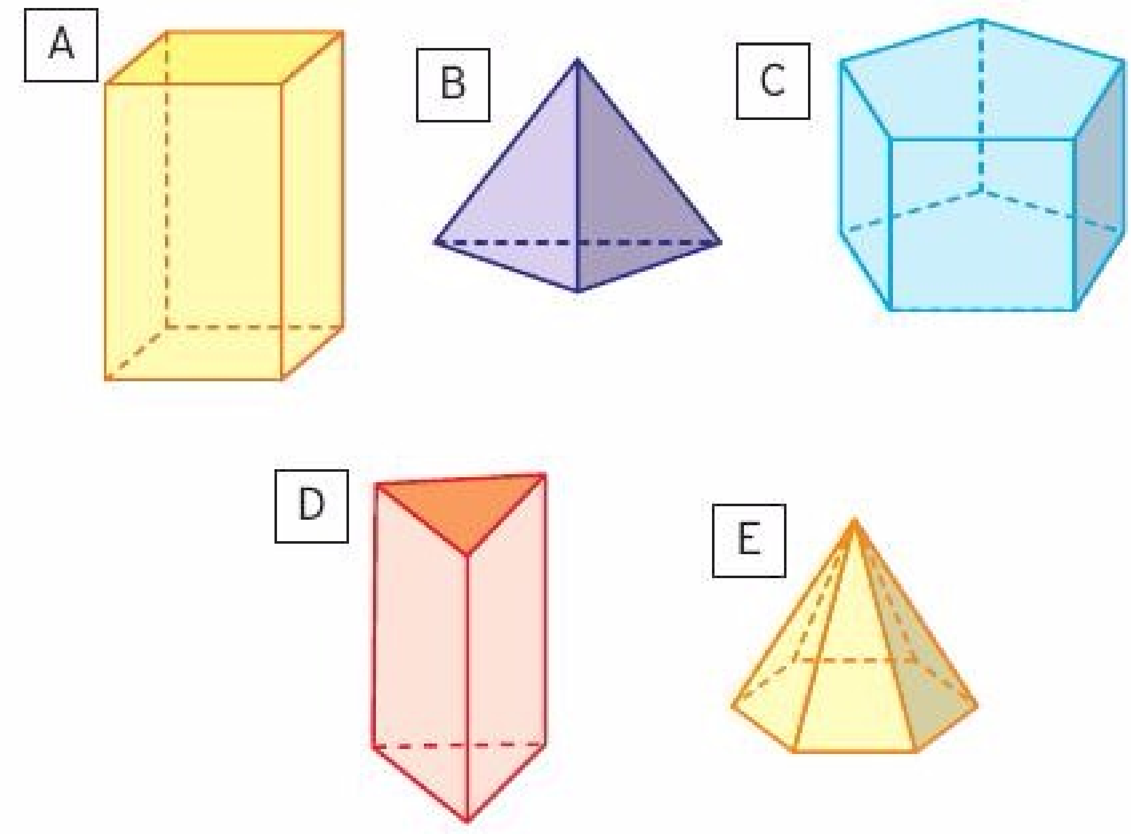


a) Quantas faces tem esse prisma? 7

b) Nomeie seus vértices.
M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V.

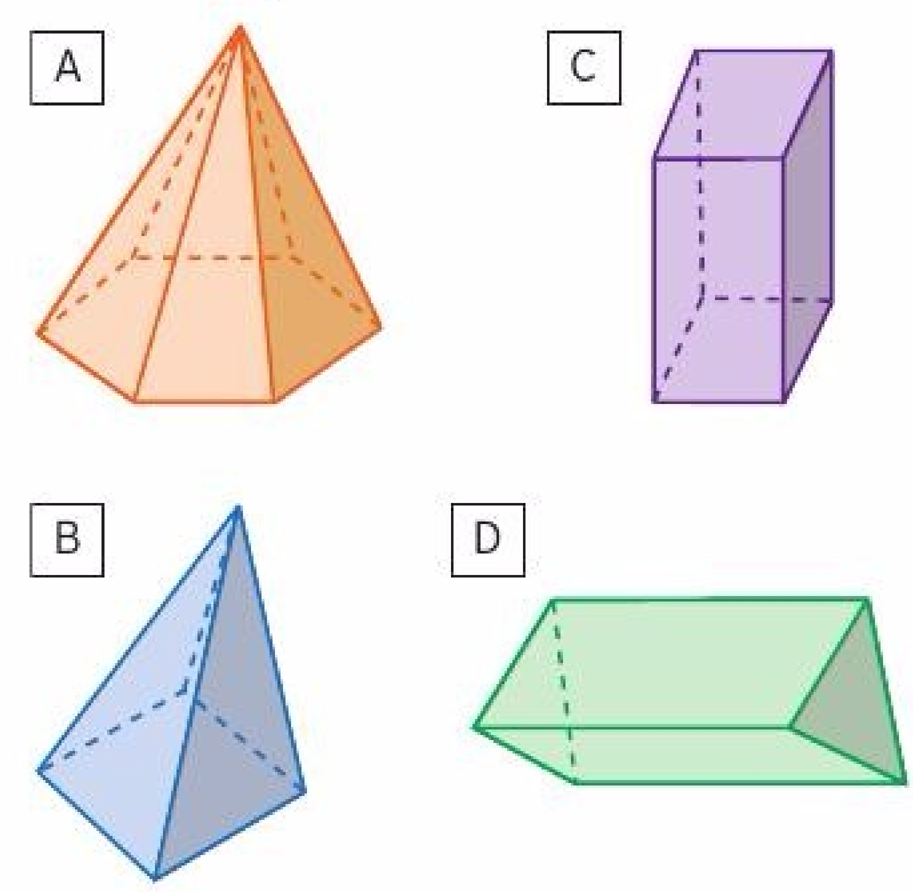
c) Identifique suas arestas.
$\overline{MQ}$, $\overline{QP}$, $\overline{PO}$, $\overline{ON}$, $\overline{NM}$, $\overline{VU}$, $\overline{UT}$, $\overline{TS}$, $\overline{SR}$, $\overline{RV}$, $\overline{VM}$, $\overline{UQ}$, $\overline{TP}$, $\overline{SO}$, $\overline{RN}$.

14. Conte o número de vértices (V), faces (F) e arestas (A) dos poliedros e anote os números obtidos em uma tabela como a do modelo a seguir. Faça uma linha para cada poliedro.
Respostas no final do livro.



Poliedro	V	F	A
A			

15. Observe estes poliedros.



a) Qual desses poliedros tem o maior número de faces? A

b) Quais têm o mesmo número de arestas? A e C

c) Qual tem o maior número de vértices? C

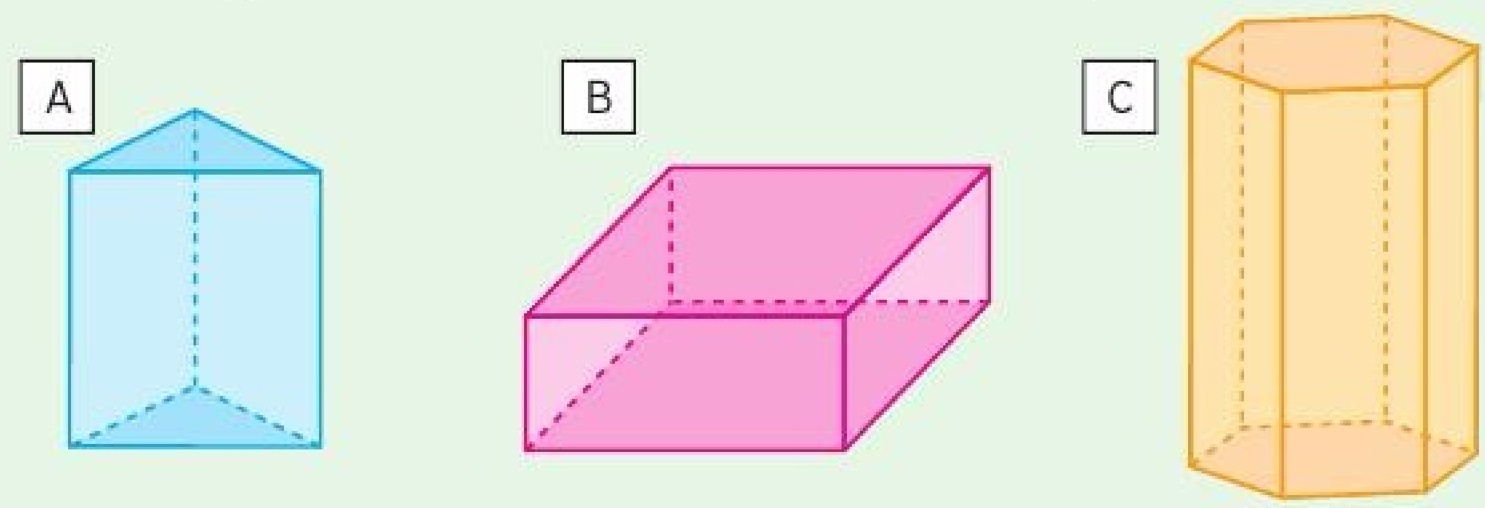
Troquem ideias e resolvam

Combine com alguns colegas e tragam para a sala de aula embalagens ou objetos que lembrem sólidos geométricos; identifiquem, com etiquetas, as embalagens ou objetos que tenham forma de esfera, cilindro, prisma, pirâmide e cone; criem uma regra e separem em dois grupos a coleção formada.
As que rolam (esfera, cilindro, cone) e as que não rolam (prisma, pirâmide). Há outras respostas.

Investigue e explique

FAÇA NO CADERNO

- Observe os três prismas abaixo e note que o prisma $\boxed{A}$ tem base triangular e seis vértices. Em seguida, em seu caderno, faça uma tabela como a do modelo e complete-a com as informações que faltam.



Prisma	A	B	C
Forma da base	triangular	retangular	hexagonal
Nº de lados de cada base	3	4	6
Nº de vértices	6	8	12

- Agora, para as perguntas seguintes, explique sua resposta:

a) Cada base de um prisma possui 10 lados. Quantos vértices tem esse prisma?
20 vértices. O número de vértices de um prisma é igual ao dobro do número de lados.

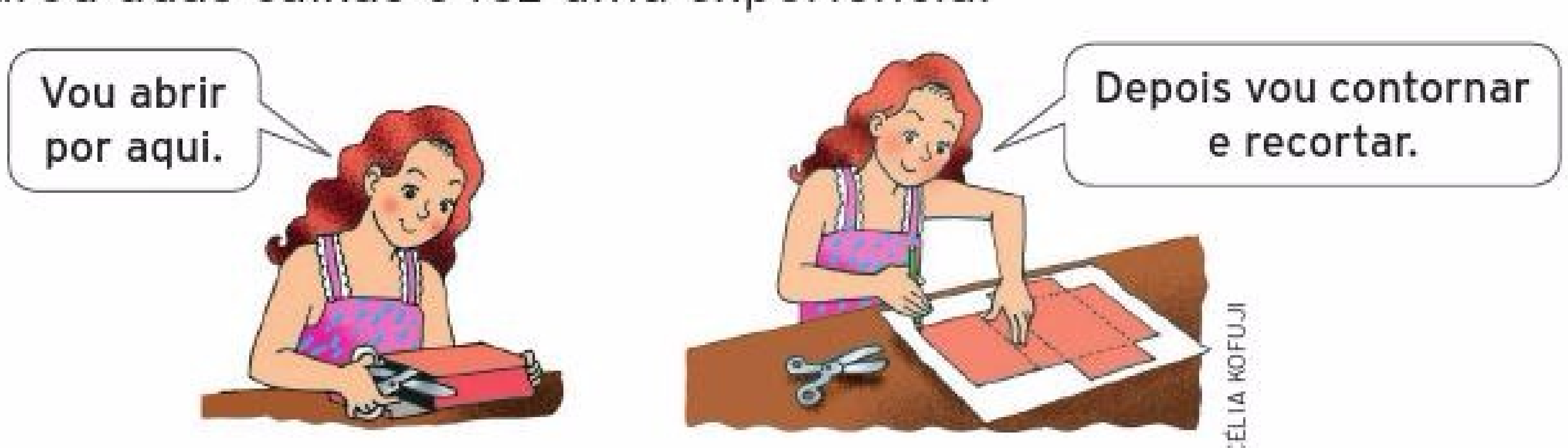
b) Um prisma possui 16 vértices. Quantos lados possui cada uma de suas bases?
8 lados. O número de lados de cada base de um prisma é igual à metade do número de vértices.

c) Qual o menor número de vértices que um prisma pode ter? 6 vértices. O polígono com menor número de lados que pode ser base de um prisma é o triângulo, que tem 3 lados. Como o número de vértices é o dobro do número de lados de cada base, temos $2 \times 3 = 6$.

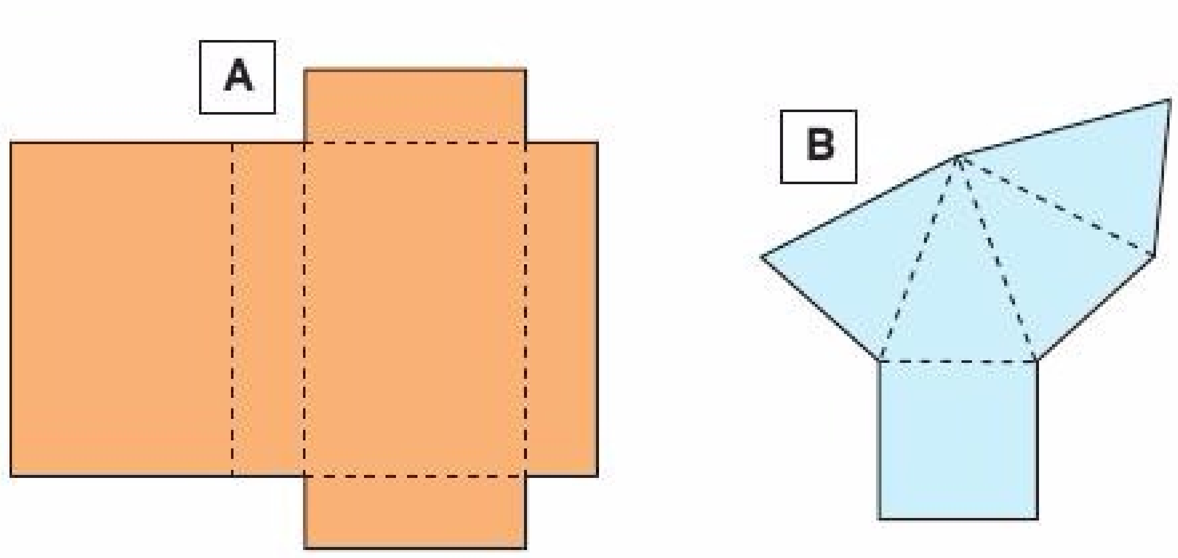
Planificações e moldes

A partir das planificações e dos diferentes desenhos dos alunos, compare e discuta as várias possibilidades de planificação, explorando segmentos de reta, ângulos e polígonos.

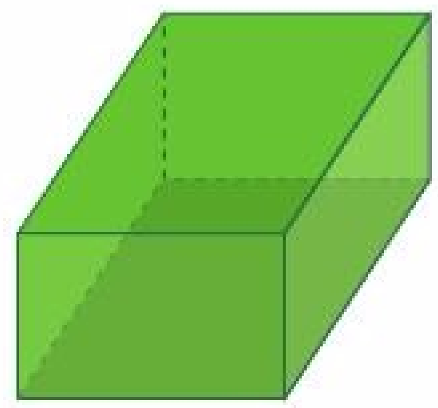
Teresa separou duas caixas e fez uma experiência.



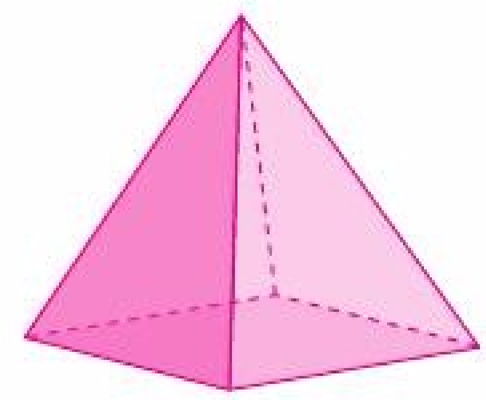
Ela desmontou as caixas e, sem separar todas as partes, ajeitou-as até ficarem completamente apoiadas sobre uma folha de cartolina. Em seguida, retirou as abas, desenhou as caixas abertas e marcou os vincos com linhas tracejadas.



Os desenhos **A** e **B** são planificações das caixas que Teresa desmontou. O desenho **A** é uma planificação de um paralelepípedo e o **B** é uma planificação de uma pirâmide de base quadrada.



paralelepípedo



pirâmide de base quadrada

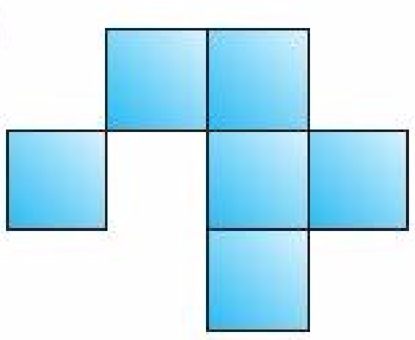
Crie atividades que estimulem o desenvolvimento da habilidade de fazer representações planas de figuras tridimensionais utilizando malhas quadriculadas.

Fazer e aprender

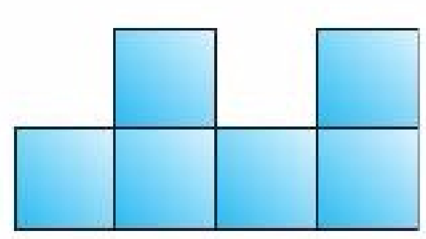
FAÇA NO CADERNO

16. Existem várias planificações que permitem montar um mesmo cubo. Vamos conferir? Desenhe em uma malha quadriculada as figuras a seguir, recorte-as e verifique com quais delas você poderá montar um cubo. b, c, f.

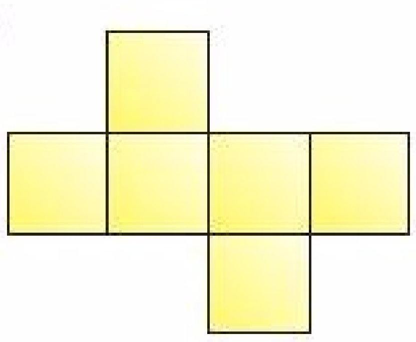
a)



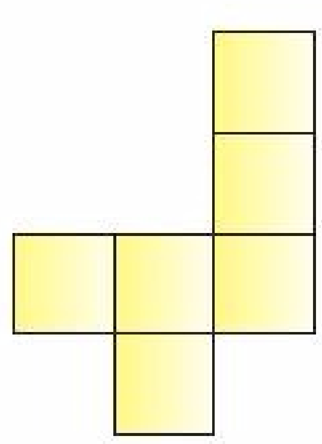
d)



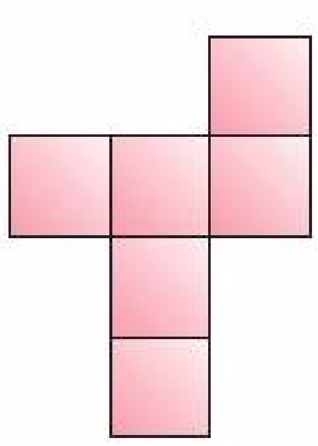
b)



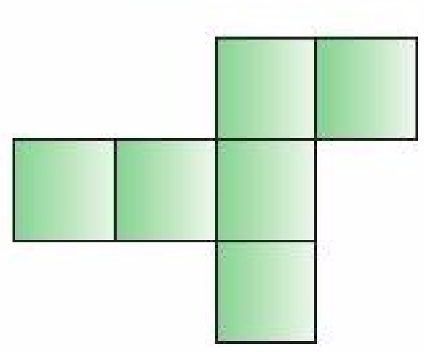
e)



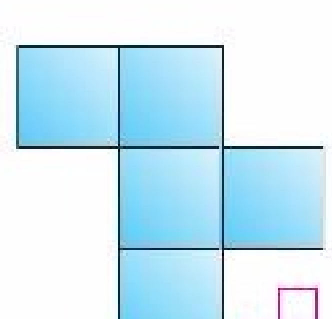
c)

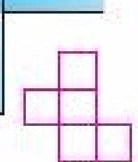


f)

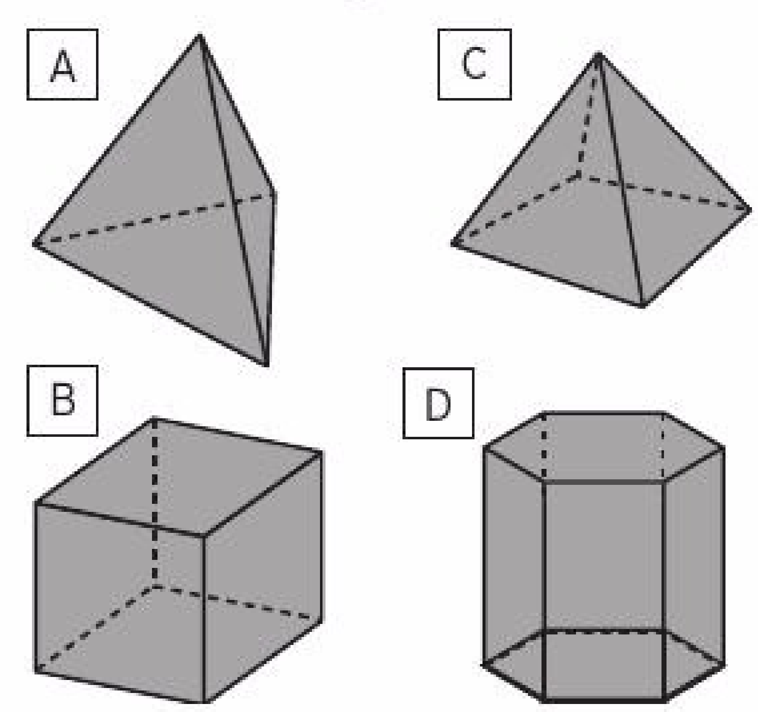


17. A figura ao lado representa a planificação de um cubo sem "tampa" (faltando uma face). Como você poderia colocar um sexto quadrado nessa planificação para obter um cubo?

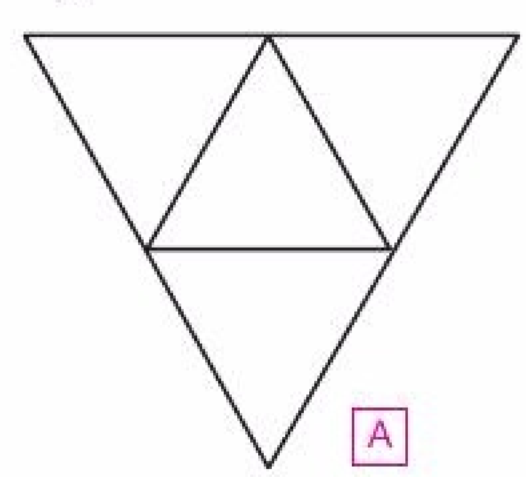




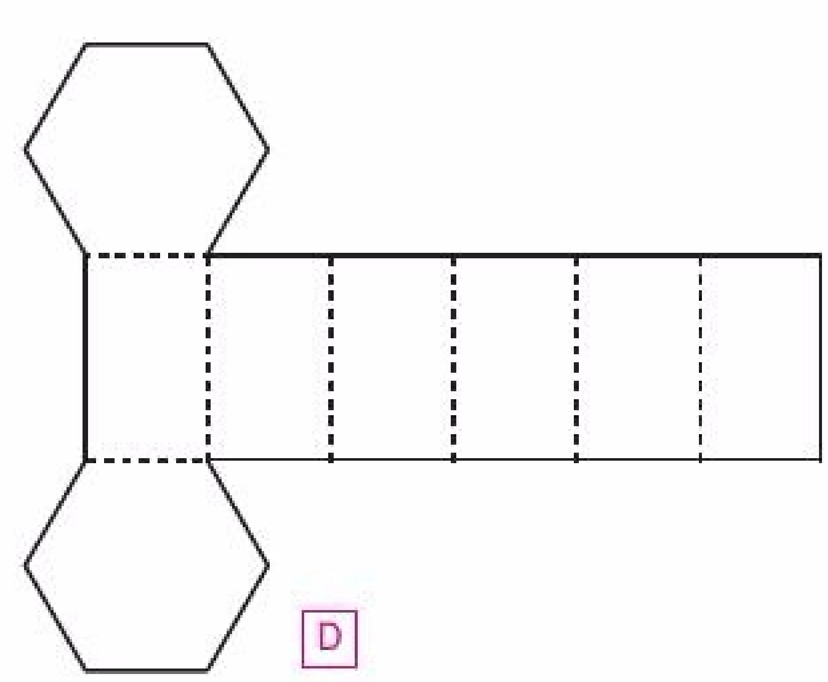
18. Observe os sólidos geométricos abaixo.



Quais desses sólidos correspondem às planificações a seguir?



A

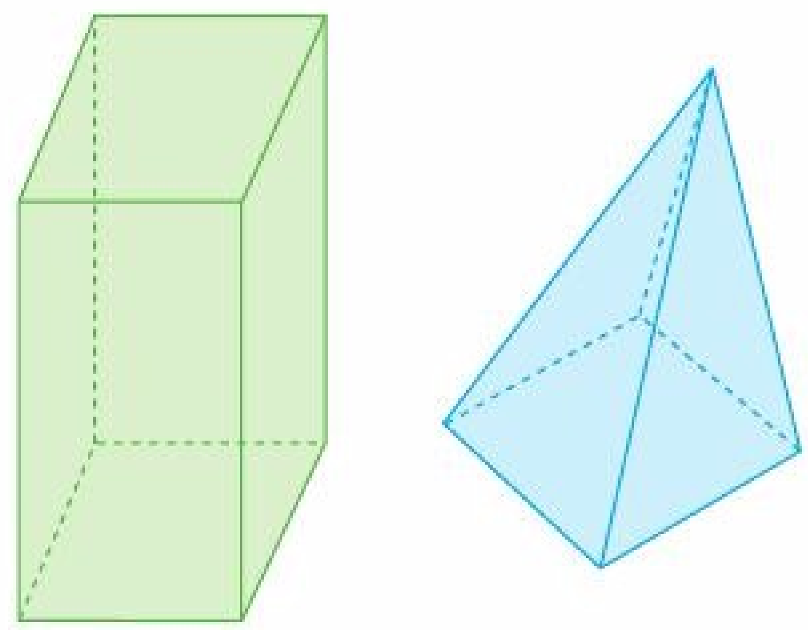


D

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

19. Estes dois poliedros têm características comuns e não comuns.



a) Identifique as características comuns.

b) Identifique as características não comuns.

20. Associe a forma de cada objeto a um sólido geométrico.

a) Dado. Cubo.

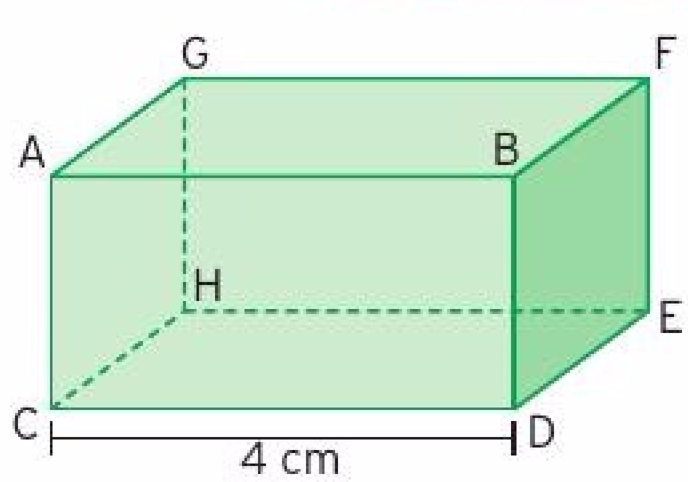
b) Bola. Esfera.

c) Lata de refrigerante. Cilindro.

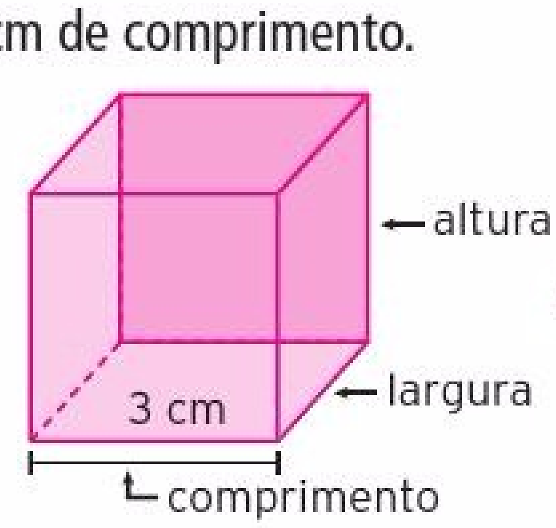
d) Casquinha de sorvete. Cone.

e) Caixa de sapato. Paralelepípedo.

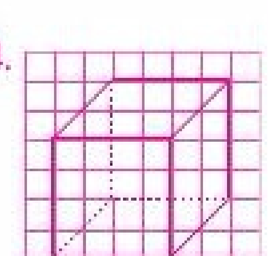
21. Neste paralelepípedo a aresta $\overline{CD}$ mede 4 centímetros (cm). Identifique outras duas arestas que medem 4 cm. $\overline{AB}$ e $\overline{HE}$. Há outras respostas.



22. Um paralelepípedo tem três dimensões: comprimento, largura e altura. Por essa razão, dizemos que ele é tridimensional. Considere um cubo com 3 cm de comprimento.



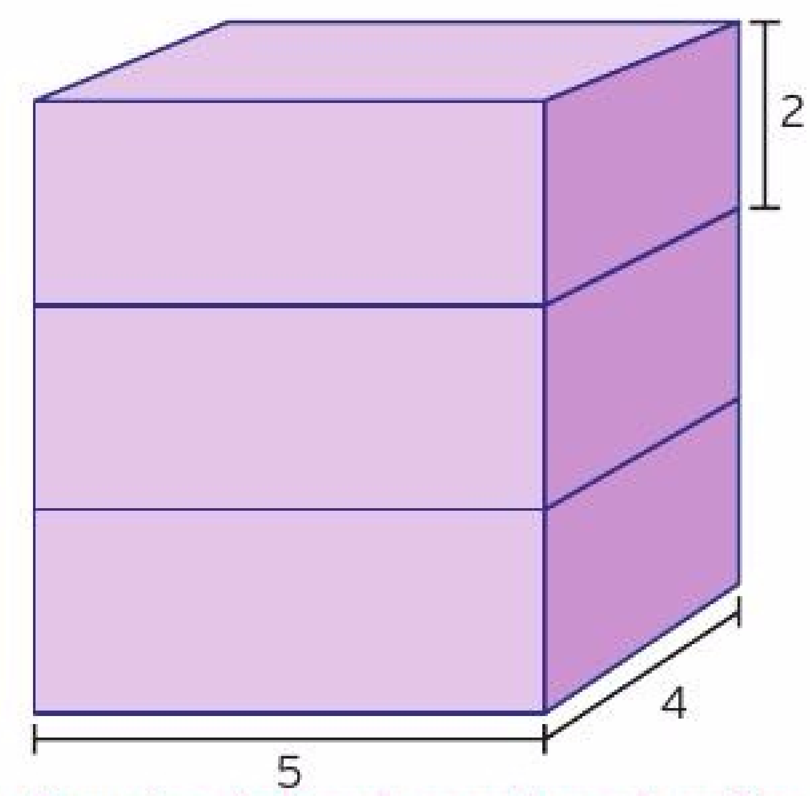
24.



a) Quanto mede a largura desse cubo? E a altura? 3 cm; 3 cm.

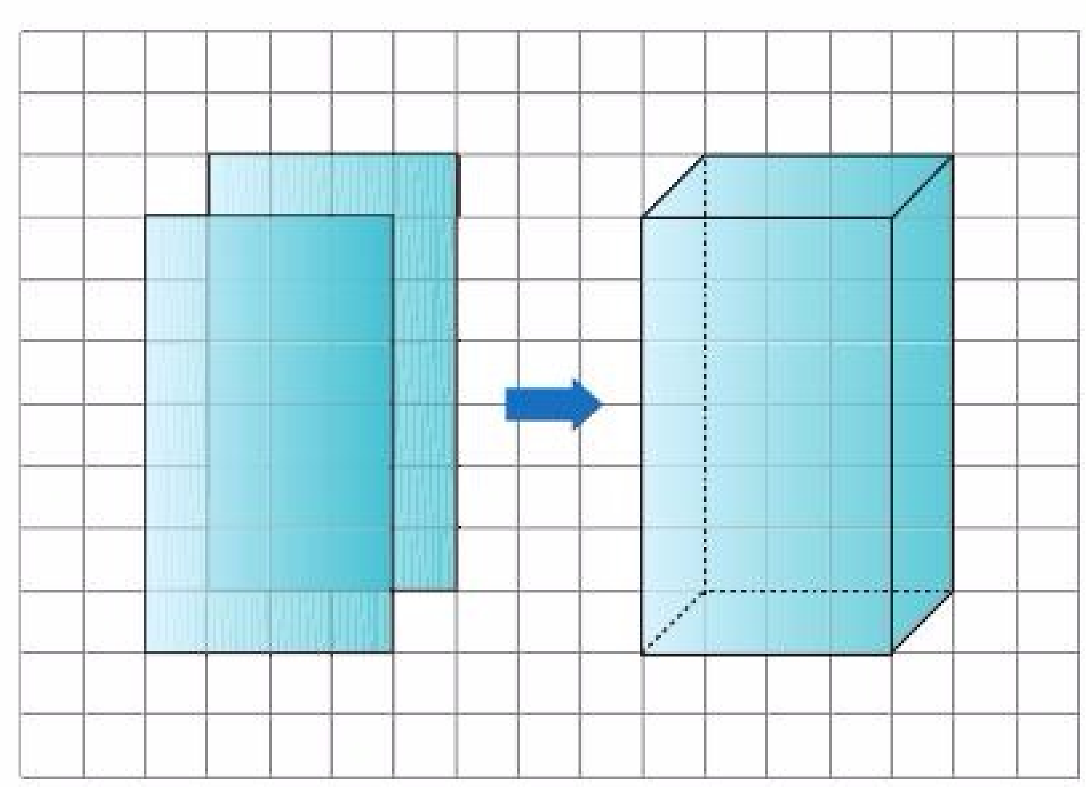
b) O que ocorre com as dimensões de um cubo?
Comprimento, largura e altura têm a mesma medida.

23. A pilha ilustrada abaixo foi feita usando caixas com forma de paralelepípedos que têm 5 cm de comprimento, 4 cm de largura e 2 cm de altura. Quais são as dimensões dessa pilha?



Comprimento: 5 cm; largura: 4 cm; altura: 6 cm.

24. A imagem abaixo mostra como desenhar um paralelepípedo retangular sobre uma folha de papel quadriculado. Pegue uma folha de papel quadriculado e desenhe um cubo, procedendo da mesma maneira.

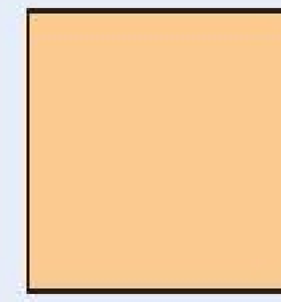


25. A palavra poliedro é de origem grega. Poli vem de *polys* e significa "vários"; edro vem de *hedra* e quer dizer "face". Poliedro significa, portanto, "muitas faces". Procure em um dicionário o significado das palavras: tetraedro, hexaedro e octaedro. Tetraedro: poliedro com 4 faces; hexaedro: poliedro com 6 faces; octaedro: poliedro com 8 faces.

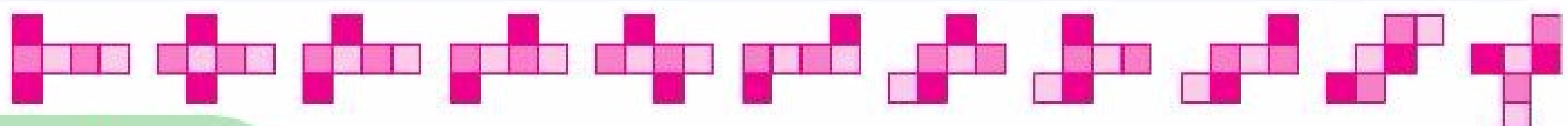
19. a) As faces são figuras planas. As bases têm 4 arestas. Há outras respostas.
b) No paralelepípedo, todo vértice é o encontro de 3 arestas, enquanto na pirâmide há um vértice que é o encontro de mais de 3 arestas. Existem outras respostas.

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega e experimentem:



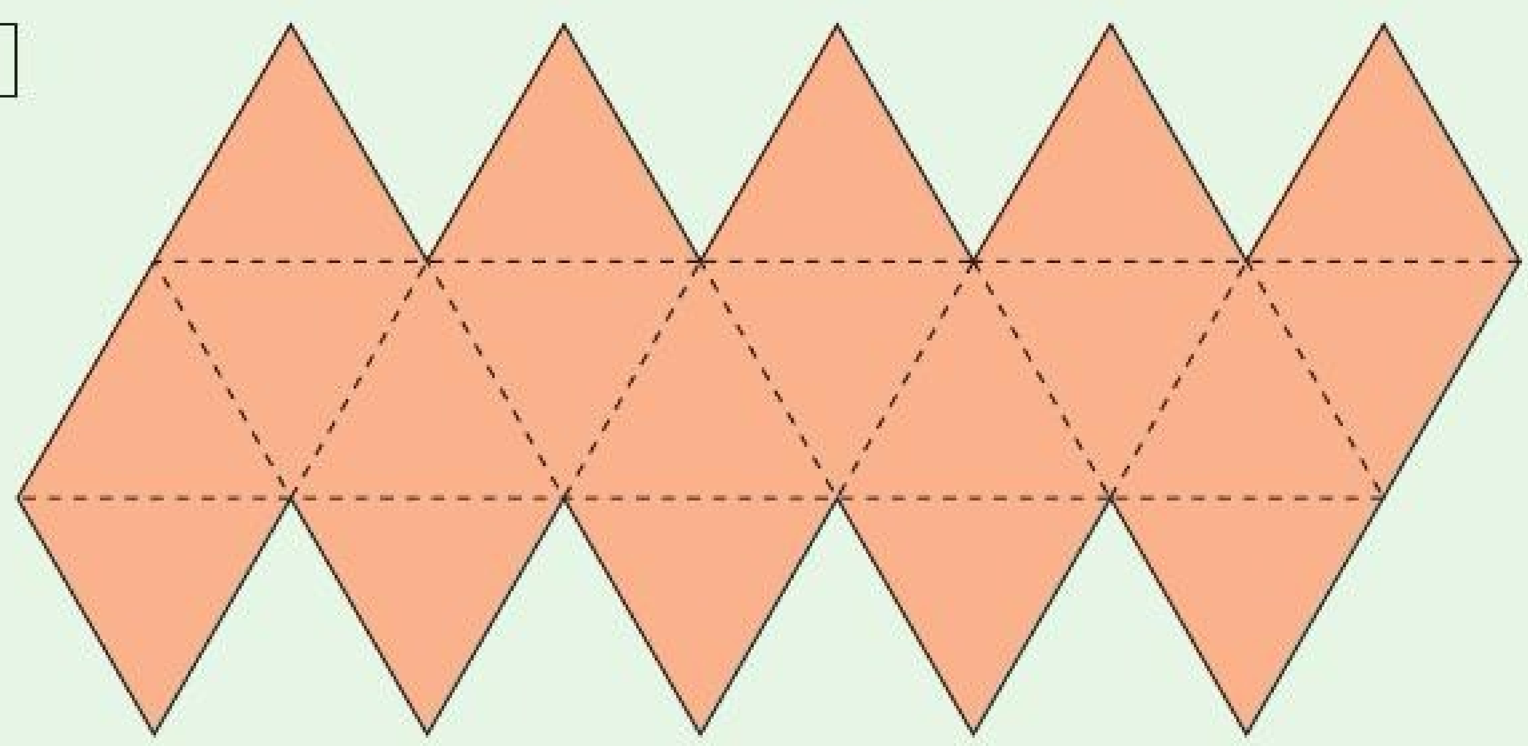
- Desenhem 6 quadrados em folhas avulsas e, usando a tesoura, obtenham recortes como este.
- Montem um cubo, utilizando os recortes. Usem fita adesiva para fechá-lo.
- Mudando a posição dos recortes quadrados, podemos obter diversas planificações do cubo. É possível obter 11 planificações diferentes.
- Desenhem, em uma folha quadriculada, todas as planificações possíveis de um cubo. Usem três cores em cada uma e pintem da mesma cor as faces opostas do cubo.



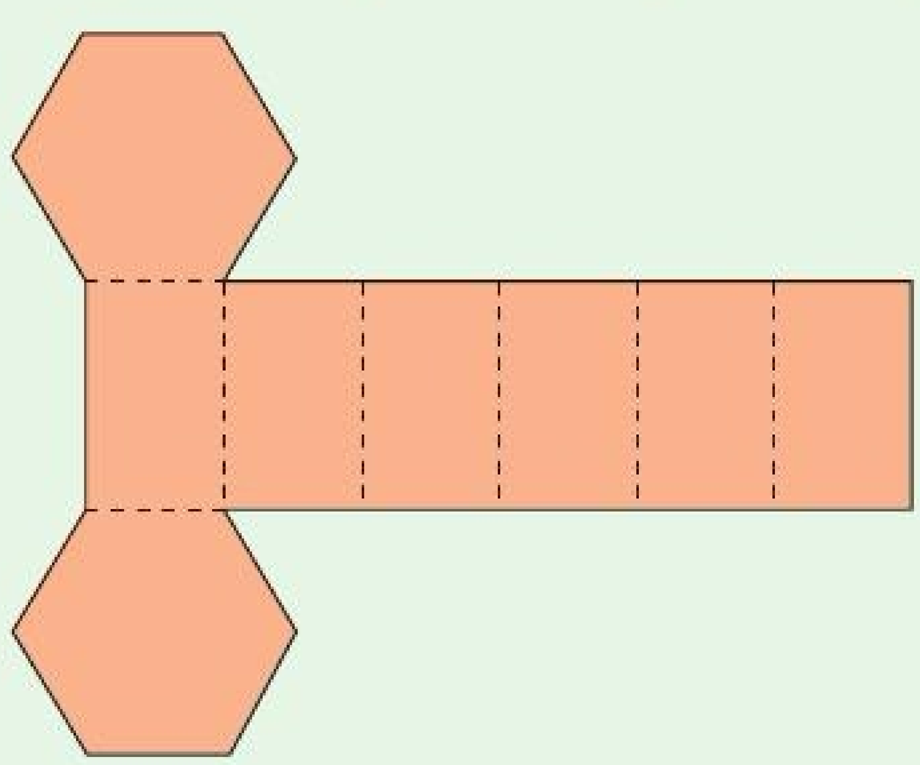
Investigue e explique

Copie em uma folha de papel de seda as planificações a seguir. Transfira os desenhos para uma cartolina, recorte-os, vinque as dobras e feche-os com fita adesiva.

A



B



Se quiser, faça moldes maiores.

- Procure em um dicionário o significado da palavra icosaedro. Icosaedro: poliedro com 20 faces.
- Qual dessas planificações é a de um icosaedro? A
- Qual o nome do poliedro que tem a planificação B? Prisma hexagonal.
- Dentre essas planificações, qual corresponde a um poliedro que não é prisma nem pirâmide? A

3 Cilindro, cone e esfera

Explorando corpos redondos

Para refletir e responder

Estes objetos lembram sólidos geométricos um pouco diferentes dos poliedros.


Bola de futebol.


Lata de refrigerante.


Casquinha de sorvete.

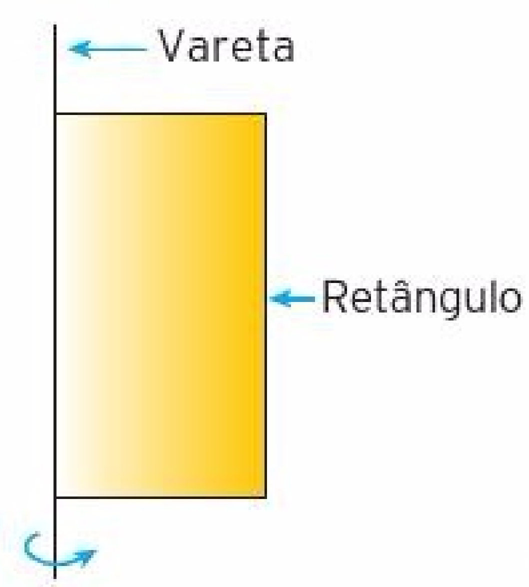
FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

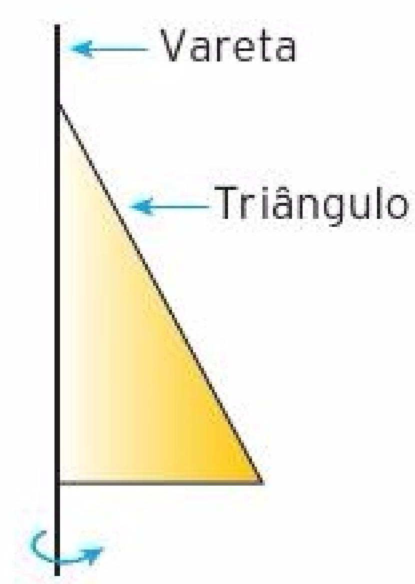
- Identifique diferenças entre os objetos apresentados. A bola pode rolar em qualquer posição; a lata não rola se apoiada em suas bases; a casquinha tem um "vértice".
- A lata de refrigerante lembra que sólido geométrico? Cilindro. Há outras respostas possíveis.

Agora, divirta-se realizando um experimento.

Recorte um pedaço de papel em formato retangular e, com fita adesiva, fixe uma vareta bem rente a uma das bordas. Em seguida, segure a vareta com as duas mãos e gire o papel retangular bem rápido.

Faça o mesmo com um pedaço de papel em forma de triângulo retângulo.

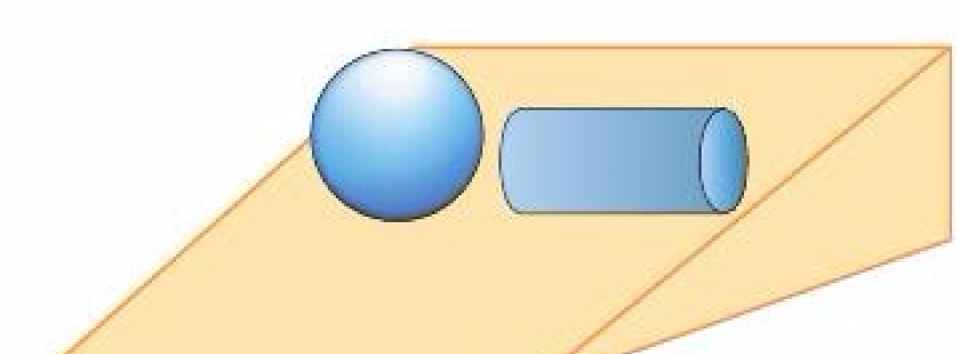




Em experimentos como esse é possível observar cilindros e cones.

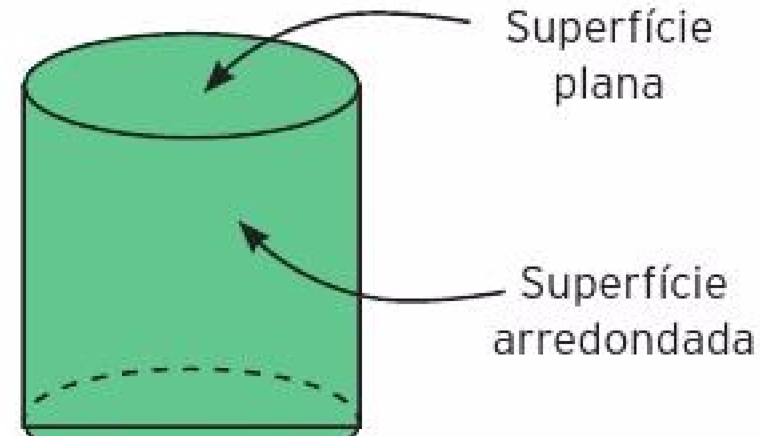
CÉLIA KOFUJI

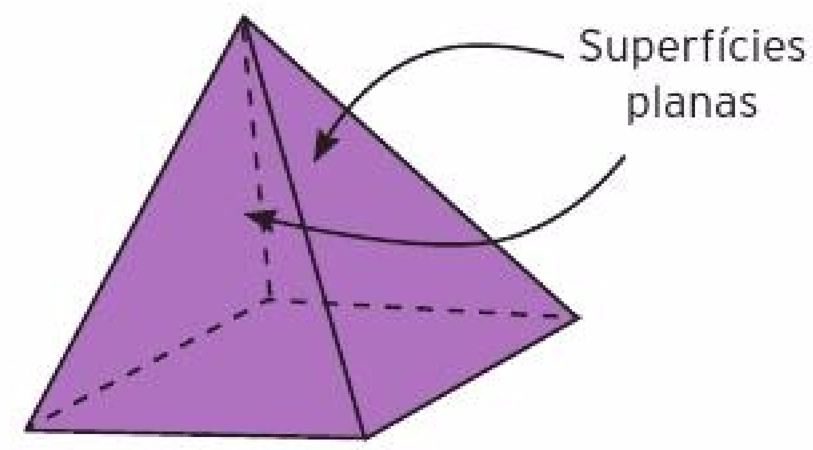
Objetos com a forma de cilindro, cone e esfera são arredondados e rolam, quando colocados em algumas posições, sobre uma superfície inclinada. Os que têm forma de esfera rolam em qualquer posição. Por isso, cilindros, cones e esferas são chamados de **corpos redondos**.



BIS

Observe as superfícies de um cilindro e de uma pirâmide de base quadrada. O cilindro tem superfícies planas e arredondadas. A pirâmide tem somente superfícies planas.

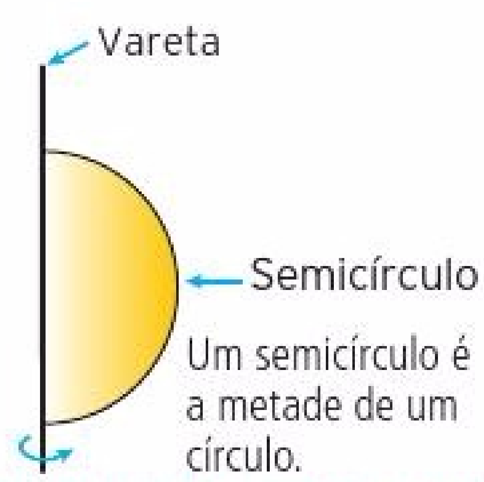




Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

26. Repita o experimento descrito na página anterior, usando um semicírculo. Que sólido você visualiza? Uma esfera.



27. Por que a esfera rola?
Resposta possível: porque a esfera tem uma superfície arredondada.

28. Descreva uma diferença entre:

a) um cilindro e uma esfera;

b) um cone e um cilindro.

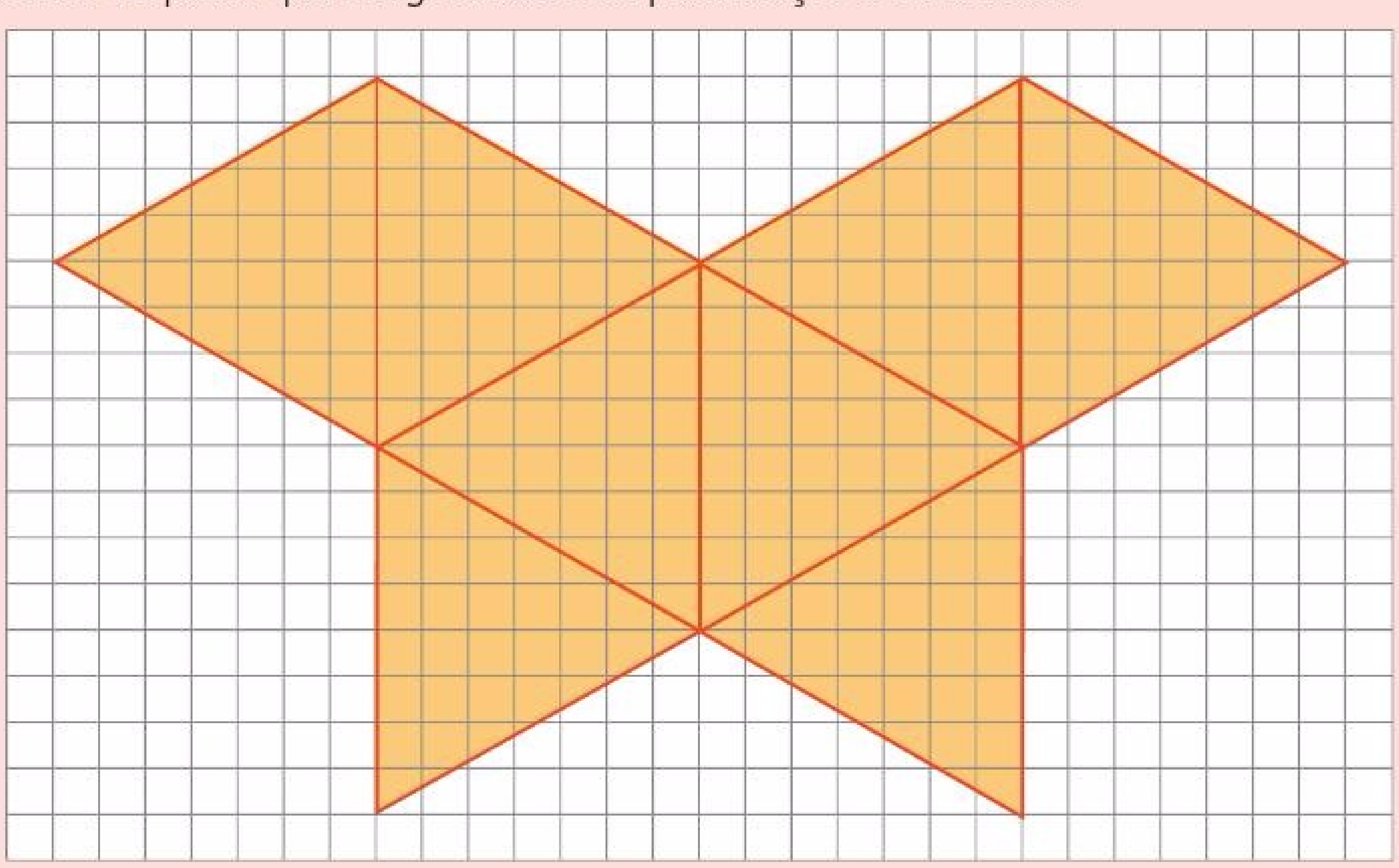
Respostas possíveis: a) A esfera tem toda a superfície arredondada e o cilindro tem duas superfícies planas. b) O cone tem uma base e o cilindro tem duas bases.

29. Você conhece outros objetos com formas arredondadas? Desenhe em seu caderno alguns deles e compare com os desenhos de seus colegas.
Resposta pessoal.

Desafio

Planificações surpreendentes

Algumas planificações nos surpreendem, dando origem a caixinhas que lembram sólidos muitas vezes diferentes daqueles que imaginamos. Esta planificação é uma delas.



Primeiro, imagine a forma do sólido do qual ela é a planificação. Em seguida, reproduza o molde, recorte-o e monte o sólido. Confira, então, se a sua imaginação enganou você. O sólido é um octaedro.

Leitura

Este tema propicia formulação de relevantes questões relativas a dados da realidade física e social. Incentive reflexão e discussão em torno dele.

Figuras geométricas, embalagens e reciclagem

Você pode observar, nas prateleiras de uma farmácia ou nas gôndolas de um supermercado, uma grande variedade de embalagens com diferentes formas geométricas e fabricadas em diversos tipos de materiais.

A forma da maioria das embalagens lembra um paralelepípedo. Isso porque elas propiciam melhor ocupação do espaço ao serem empilhadas, não deixando espaços vazios.

ALEXANDRE TOKITAKA/PULSAR IMAGENS

No projeto de embalagens, profissionais se preocupam em melhor aproveitar o espaço, utilizar menor quantidade de material sem perder a funcionalidade e a resistência, e também buscar e utilizar materiais que possam ser reciclados ou reutilizados para não poluir o meio ambiente.

SHUTTERSTOCK

Para reciclar é importante que o lixo seja descartado conforme seu tipo de componente.

Confira o tempo necessário para alguns materiais usados em embalagens serem absorvidos pela natureza:

Material	Tempo necessário para ser absorvido pela natureza
Embalagem de papel	de 1 a 4 meses
Latas de alumínio	de 100 a 500 anos
Garrafas e frascos de vidro	tempo indeterminado

Fonte: Tempo de degradação dos materiais. Disponível em: <http://www.fec.unicamp.br/~crsfec/tempo_degrada.html>. Acesso em: 21 nov. 2014.

Revisão cumulativa e testes

FAÇA NO CADERNO

1. Estes três objetos lembram sólidos geométricos. Identifique cada um com o nome do sólido com o qual ele se parece.

a) Sinalizador de trânsito.

a) cone; b) cilindro; c) prisma. Se achar necessário, ressalte que alguns objetos lembram sólidos ou parte deles, como este sinalizador de trânsito, que pode ser associado ao cone, apesar de representar um tronco de cone.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

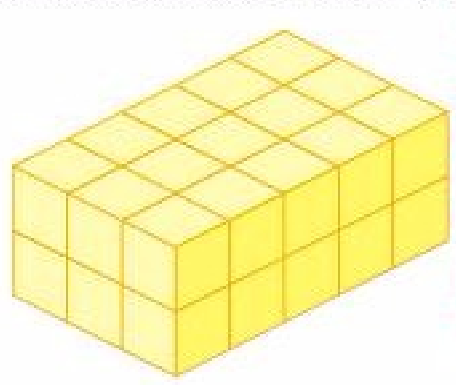
b) Bumbo.


SHUTTERSTOCK

c) Gaveteiro.


STOCKXPERT/IMAGE PLUS

2. Um paralelepípedo como este foi montado com cubos cujas arestas medem 4 metros (m).

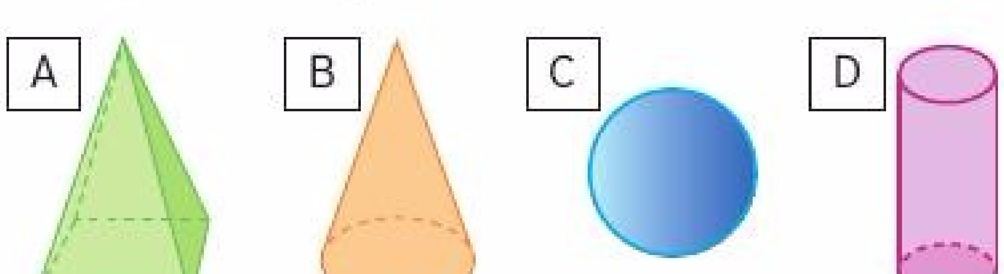


Sugira aos alunos que utilizem cubos, montem a pilha mostrada e encontrem as respostas para as questões propostas.

a) Quais as dimensões desse paralelepípedo? Comprimento: 12 m; largura: 20 m; altura: 8 m.

b) Quantos cubos há no empilhamento? 30 cubos.

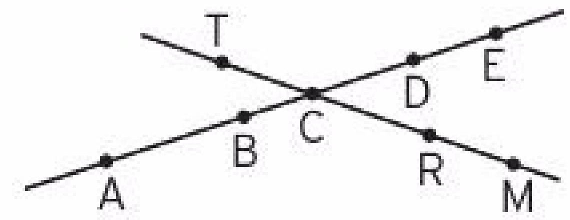
3. Observe este conjunto de sólidos.



Qual deles não rola em nenhuma posição? A

4. Desenhe 5 pontos, de modo que 3 deles não estejam em uma mesma reta. Em seguida, trace todas as retas que passam por esses pontos. Nomeie todas as retas que foram desenhadas.
Resposta possível: $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$ e $\overleftrightarrow{DE}$.

5. Observe a figura e responda às questões.

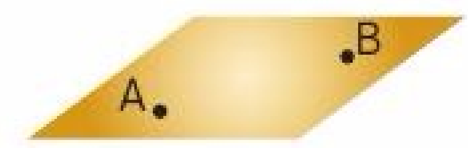


a) Os pontos A e B pertencem à reta $\overleftrightarrow{TM}$? Não.

b) Quais dos pontos pertencem à reta $\overleftrightarrow{RM}$? T, C, R e M.

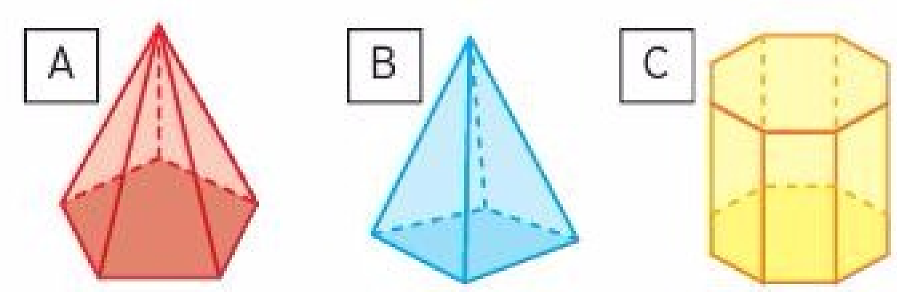
c) Identifique e nomeie três semirretas nessa figura. $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CR}$ e $\overrightarrow{AB}$. Há outras respostas.

6. Marcando os pontos A e B no chão, podemos traçar vários caminhos para ir de A a B. Qual é o caminho mais curto entre esses 2 pontos?



Segmento de reta AB.

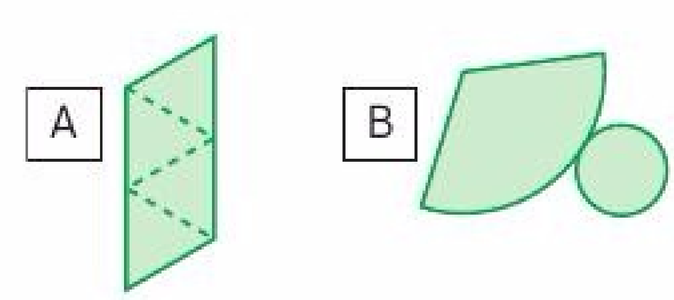
7. Faça uma tabela como a do modelo e complete-a com o número de vértices, faces e arestas dos poliedros a seguir.



Poliedro	V	F	A
A			

Poliedro	V	F	A
A	6	5	10
B	5	6	8
C	16	10	24

8. Identifique o sólido correspondente a cada uma das planificações: A – pirâmide; B – cone.



9. O número de arestas de um prisma de bases hexagonais é: a

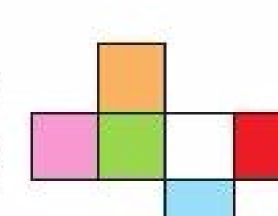
a) 18

b) 12

c) 8

d) 4

10. Com este molde montou-se um cubo. Nele, a face oposta à face verde é a: a



a) vermelha.

b) azul.

c) laranja.

d) branca.

UNIDADE 3

Operações com números naturais

FERNANDO FAVORETTO/CRIAR IMAGEM

Desde a Antiguidade, as feiras livres são locais de intensas trocas comerciais e sociais. Inicialmente, a negociação entre mercadorias se fazia pelo *escambo*, isto é, a permuta direta entre produtos.

Com o tempo, o dinheiro veio substituir as trocas entre mercadorias e, com isso, foi necessário avaliar ofertas e compará-las rapidamente, a todo momento.

Por exemplo, o que é mais vantajoso: comprar três melões por R$ 20,00 ou dois melões por R$ 14,00?

Nesta unidade ...

1. Adição e subtração
2. Multiplicação e divisão
3. Operações inversas
4. Estatística e probabilidade

As feiras livres existem no Brasil desde os tempos da Colônia.

Observe as seguintes situações:

Essas situações envolvem problemas que, para serem resolvidos, demandam conhecimentos que vão além da contagem. Assim, das necessidades cotidianas e das ciências, surgiram as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com os números naturais.

O que você já sabe?

- Que operação está envolvida na situação da pesagem? Explique sua resposta.
  Resposta possível: Subtração; para calcular a massa do garoto, podemos fazer uma subtração entre a massa indicada no visor da balança na segunda cena e a massa indicada no visor da balança na primeira cena.
- De que maneira é possível descobrir a quantia que a compradora da bicicleta tinha?
  Resposta possível: Podemos adicionar o valor da bicicleta ao valor com o qual a moça ficou e obter o valor que ela tinha inicialmente.
- Você usa operações em situações parecidas com as apresentadas acima? Descreva duas delas.
  Resposta pessoal.

1 Adição e subtração

Juntar ou acrescentar?

Este conteúdo compõe o eixo Números e Operações. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

As ideias de **juntar** e de **acrescentar** estão associadas à adição. A **soma**, que é calculada nessas situações, pode ser feita de várias maneiras.

- Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{cccc} & \textbf{C} & \textbf{D} & \textbf{U} \\ & 1 & {}^{1}5 & 7 \\ + & 2 & 1 & 6 \\ \hline & 3 & 7 & 3 \end{array}$$

Lembre-se:
7 U + **6** U são **13** U,
ou seja, são 1 D + 3 U.

Simplificando:

$$\begin{array}{rl} 157 & \leftarrow \text{parcela} \\ +\ 216 & \leftarrow \text{parcela} \\ \hline 373 & \leftarrow \text{soma} \end{array}$$

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

As **parcelas** são os termos da adição. A **soma** é o resultado da adição.

- Decompondo uma das parcelas e recorrendo ao cálculo mental:

BIS

157 + 200 = 357
357 + 10 = 367
367 + 6 = 373

Explore situações de aprendizagem em que conceitos, ideias e técnicas de cálculo sejam abordados mediante problemas cotidianos. Lembre aos alunos que algoritmos e instrumentos de cálculo foram construídos e aperfeiçoados para atender a necessidades de ordem prática, como divisão de terras e cálculo de créditos, e a problemas ligados a outras ciências.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

1. Uma doceira não perde uma ocasião de vender as cocadas que faz. Esta semana ela já vendeu 847 cocadas, mas ainda restam 103. Quantas cocadas ela tinha para vender? 950 cocadas.

2. Em uma escola técnica, 1 035 alunos estão matriculados no curso de Mecânica e, no curso de Informática, há 17 alunos a mais.

Quem faz o curso de Mecânica não faz o curso de Informática.

Quantos alunos estão matriculados nesses dois cursos? 2087 alunos.

Se julgar conveniente, sugira a utilização do ábaco para auxiliar na compreensão e na construção dos algoritmos das operações.

3. Uma escola recebeu livros didáticos que foram distribuídos para todos os alunos. Cada aluno recebeu um só livro. Observe, abaixo, as anotações feitas pelo diretor da escola.

Livros recebidos

Distribuídos	Restaram
1458 livros	297 livros

Quantos livros didáticos foram recebidos pela escola? 1755 livros.

4. Pereira troca o óleo do carro a cada 4 500 quilômetros rodados. Numa das trocas, o hodômetro (marcador de quilômetros rodados) estava como mostra a figura.

CÉLIA KOFUJI

Quantos quilômetros estará marcando o hodômetro no momento de fazer a próxima troca?
90 000 km

5. Em um cinema, crianças, estudantes e aposentados pagam meia entrada e os demais, entrada inteira. Copie e complete o quadro seguinte, no qual está indicado o número de pagantes nesse cinema em um fim de semana.

Dia da semana	Entrada inteira	Meia entrada	Total de pagantes
Sexta-feira	479	845	1 324
Sábado	1 034	3 598	4 632
Domingo	2 456	3 278	5 734

6. Ao final de uma partida de futebol havia 21 038 torcedores. Esse número corresponde a 1 231 torcedores a menos do que havia no início do jogo. Quantos torcedores assistiam ao jogo no início da partida? 22 269 torcedores.

7. O Censo 2000, realizado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), indicou que a população brasileira era de 169 799 170 pessoas. O resultado do Censo 2010 revelou que em relação ao Censo 2000 ocorreu um aumento de 20 933 524 pessoas. Qual é o número de habitantes revelado pelo Censo 2010?
190 732 694 habitantes.

8. Uma medalha de ouro e outra de prata foram distribuídas ao final de um campeonato de basquete. Consulte as informações sobre pontos marcados pelos jogadores no quadro abaixo e responda às questões.

	Semifinal	Final
Cadu	18	40
Heitor	39	38
Pedro	25	25

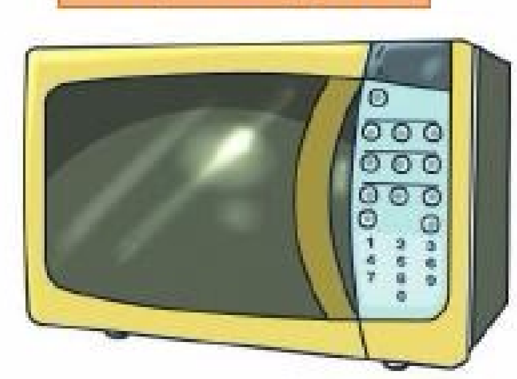
a) Ganhou a medalha de ouro o jogador que somou mais pontos nos dois jogos. Como proceder para saber quem ganhou a medalha de ouro? Calculando a soma dos pontos marcados por cada jogador nos dois jogos.

b) Ganhou a medalha de prata quem marcou mais pontos em um único jogo. Qual foi o jogador que não ganhou medalha? Pedro.

9. Observe os preços destes eletrodomésticos:

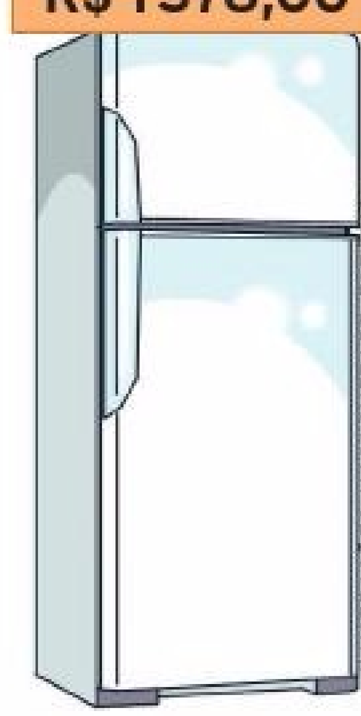
9. a) Micro-ondas e fogão; micro-ondas e refrigerador; micro-ondas e lavadora de roupas; fogão e lavadora de roupas.

R$ 346,00



Micro-ondas.

R$ 1378,00



ILUSTRAÇÕES: HAGAQUEZART ESTÚDIO

Refrigerador.

R$ 853,00

Fogão.

R$ 1200,00

Lavadora de roupas.

a) Com R$ 2 100,00, qual eletrodoméstico é possível comprar? Escolha dois deles.

b) Quanto será gasto em cada caso?
R$ 1 199,00; R$ 1 724,00; R$ 1 546,00; R$ 2 053,00

Investigue e explique

FAÇA NO CADERNO

Esta é uma situação em que investigar padrões pode contribuir para a descoberta de uma solução. Se necessário, use uma calculadora para verificar suas hipóteses.

- Observe as somas destacadas nas igualdades a seguir. Que regularidade você observa na sequência dos algarismos que formam estes números?

$1 + 11 = \boxed{12}$

$1 + 11 + 111 = \boxed{123}$

$1 + 11 + 111 + 1\,111 = \boxed{1\,234}$

Resposta possível: Nos exemplos, cada soma é formada por uma sequência de algarismos que lembra a sequência dos números naturais, começando por 1. Além disso, cada soma é formada por tantos algarismos quantos são os algarismos da parcela de maior valor da soma indicada.

- Qual é o resultado de $1 + 11 + 111 + 1\,111 + 11\,111$? 12 345
- Utilize o que você descobriu e registre números escritos apenas com o algarismo 1 e que ao serem adicionados resultem em 123456789.
  $123\,456\,789 = 1 + 11 + 111 + 1\,111 + 11\,111 + 111\,111 + 1\,111\,111 + 11\,111\,111 + 111\,111\,111$

Tirar, comparar ou completar

Para refletir e responder

Observe a cena.

- Quantos pares de tênis restam na loja?
  1 131 pares de tênis.

A solução da situação apresentada poderá ser encontrada recorrendo-se à subtração. "Quantos restam?" é a pergunta nela presente e envolve a ideia de **tirar**.

Existem outras ideias associadas à subtração:

- "Quantos faltam?": ideia de **completar**.

Exemplo:

Em um cinema há 300 lugares. Para uma das sessões, já foram vendidos 148 ingressos. Quantos ingressos faltam vender para completar a lotação da sala nessa sessão?

$$
\begin{array}{rccc l}
 & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{U} & \\
 & {}^{2}\cancel{3} & {}^{9}\cancel{0} & {}^{1}0 & \leftarrow \text{minuendo} \\
- & 1 & 4 & 8 & \leftarrow \text{subtraendo} \\
\hline
 & 1 & 5 & 2 & \leftarrow \text{diferença ou resto}
\end{array}
$$

Minuendo e **subtraendo** são os termos da subtração. A **diferença** ou **resto** é o resultado da subtração.

Faltam ser vendidos 152 ingressos para que a lotação do cinema se esgote.

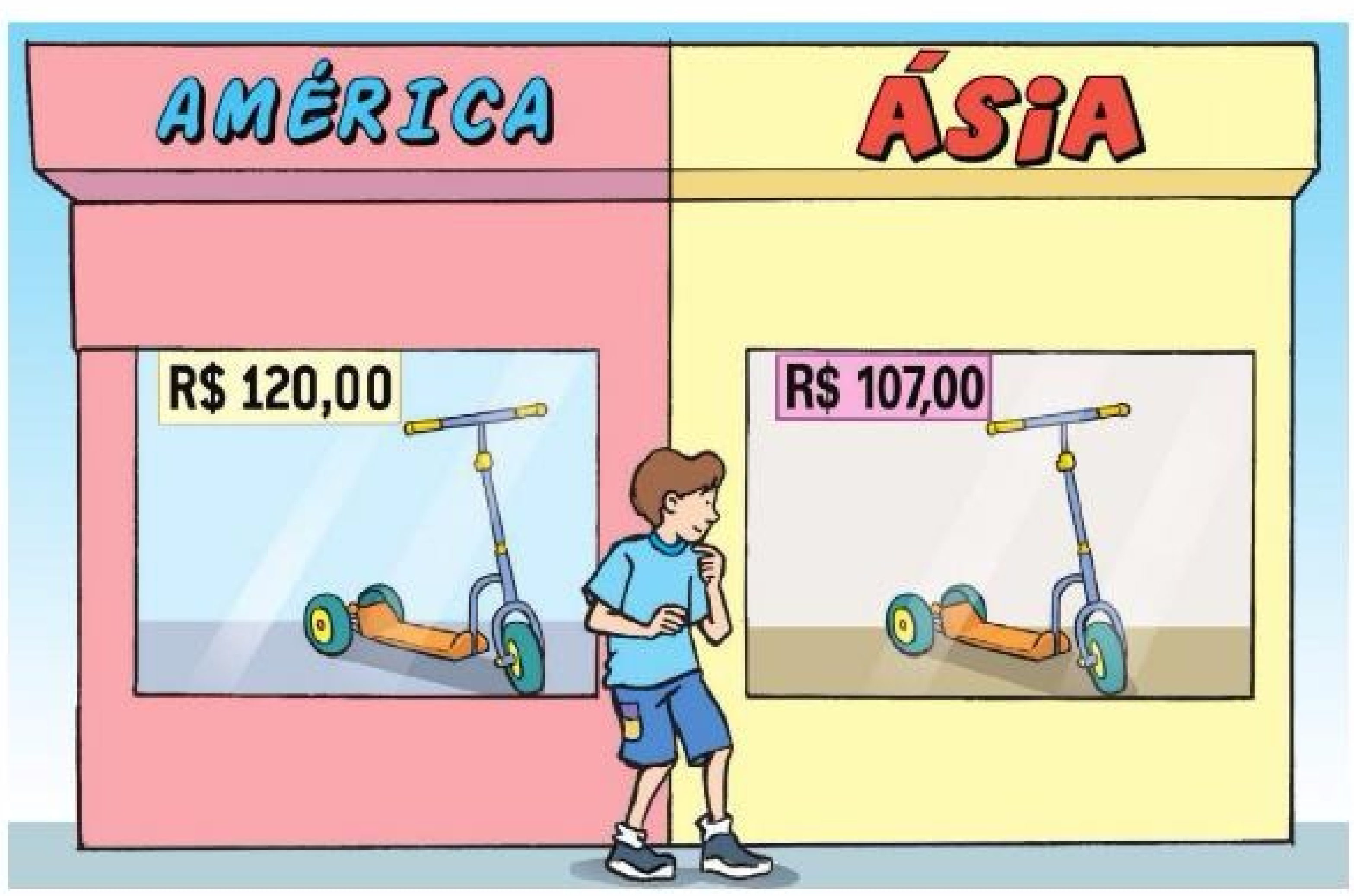
A quantidade que completa 148 até chegar a 300 é a diferença 300 − 148.

- "Quantos a mais?": ideia de **comparar**.

Exemplo:

As lojas América e Ásia vendem patinetes da mesma marca e modelo, mas os preços praticados são diferentes.

Quanto uma loja está cobrando a mais que a outra?



CÉLIA KOFUJI

A quantia que uma loja está cobrando a mais que a outra é calculada efetuando a diferença 120 − 107.

$$
\begin{array}{rccc}
 & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{U} \\
 & 1 & {}^{1}\cancel{2} & {}^{1}0 \\
- & 1 & 0 & 7 \\
\hline
 & & 1 & 3
\end{array}
$$

A quantia que está sendo cobrada a mais pela loja América é de R$ 13,00.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

Crie outras situações que integrem as disciplinas Matemática, Geografia e História.

10. Paulo tem R$ 1 856,00 e quer comprar um computador que custa R$ 2 349,00. Qual é a quantia que lhe falta? R$ 493,00.

11. No ano em que Marina completar 25 anos, Júlia completará 16.

a) No ano em que Marina completar 43 anos, quantos anos completará Júlia? 34 anos.

b) Marina nasceu em 1995. Em que ano nasceu Júlia? 2004

12. Em 2004, a cidade de São Paulo completou 450 anos.

a) Em que ano ela foi fundada? 1554

b) A partir de 2018, quantos anos faltarão para que São Paulo complete 1 000 anos? 536 anos.

13. Em certo mês, uma fábrica de doces teve uma despesa de R$ 34 506,00 e um faturamento de R$ 29 479,00. Ela teve lucro ou prejuízo nesse mês? De que quantia? Prejuízo; R$ 5 027,00.

14. Uma biblioteca tem espaço suficiente para 2 300 livros. Nela já há 386 livros de romance, 670 de ficção e 395 de poesia. Quantos livros ainda poderão ser colocados nessa biblioteca? 849 livros.

15. Para pagar uma conta de R$ 308,00, Luciana deu ao caixa cinco cédulas de R$ 100,00.

a) Dê sua opinião sobre a quantidade de cédulas que Luciana deu ao caixa. Resposta possível: ela poderia ter pago a conta com uma cédula de R$ 100,00 a menos.

b) Imagine que Luciana tivesse em sua carteira apenas cédulas de R$ 20,00 e R$ 5,00. Como ela poderia pagar a conta dando ao caixa a menor quantidade de cédulas e recebendo como troco a menor quantia?
17 cédulas, sendo 15 cédulas de R$ 20,00 e 2 cédulas de R$ 5,00.

16. Há 68 pessoas sentadas em assentos de um teatro. Se sentarem outras 82 pessoas ele ficará lotado. Quantas pessoas poderão assistir a uma peça, sentadas, nesse teatro? 150 pessoas.

17. Resolvi praticar exercícios. No primeiro dia da semana, andei 2 quilômetros. Nos demais dias, andei em cada dia 3 quilômetros a mais que no primeiro dia. Quantos quilômetros andei nessa semana? 32 km. Cálculo mental possível: Do segundo até o sétimo dia, andei 5 km em cada dia (2 + 3 = 5); portanto, andei 30 km nesses seis dias (5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30); acrescentando o que andei no primeiro dia são, ao todo, 32 km.

18. As letras, na conta abaixo, representam algarismos diferentes de zero. ABC compõe um número e DEF, outro. Para quais algarismos poderá ser encontrada a maior diferença?

$$\begin{array}{cccc} & A & B & C \\ - & D & E & F \\ \hline & & ? & \end{array}$$

A = 9, B = 8; C = 7; D = 1; E = 2; F = 3; os números são 987 e 123; e a diferença, 864.

19. Maria, Patrícia e Helena têm dinheiro em cadernetas de poupança. Maria tem R$ 12 485,00, Patrícia tem R$ 1 570,00 a mais que Maria e Helena tem R$ 6 979,00 a menos que Patrícia. Quantos reais possuem Patrícia e Helena juntas?
R$ 21 131,00.

20. O mapa abaixo apresenta informações sobre a extensão territorial aproximada de dois estados brasileiros da região Sul. Observe.

Fonte: IBGE. Atlas Geográfico escolar: ensino fundamental – do 6º ao 9º ano. Rio de Janeiro: IBGE, 2010. p. 75.

a) Sabendo que a área total aproximada da região Sul é de 576 775 km², qual é a extensão territorial do estado de Santa Catarina? 95 736 km².

b) Qual é o estado com maior extensão territorial na região Sul do Brasil? Rio Grande do Sul.

c) Quantos km² ele tem a mais que o estado do Paraná? 82 422 km².

Investigue e explique

FAÇA NO CADERNO

Você já notou que em situações que envolvem cálculos muitas vezes as pessoas desenvolvem procedimentos diferentes?

- Observe a seguir os procedimentos de João e Manu no cálculo de 3 000 − 1 458.

João

$$\begin{array}{r} 3\,000 \\ -\ 1\,458 \\ \hline ? \end{array} \quad \begin{array}{c} -1 \rightarrow \\ -1 \rightarrow \\ \ \end{array} \quad \begin{array}{r} 2\,999 \\ -\ 1\,457 \\ \hline 1\,542 \end{array} \ \begin{array}{l} \\ \\ \leftarrow \text{diferença} \end{array}$$

Manu

$$\begin{array}{r} 3\,000 \\ -\ 1\,458 \\ \hline ? \\ \ \end{array} \quad \begin{array}{c} \rightarrow \\ \ \\ \ \\ \ \end{array} \quad \begin{array}{r} 2\,999 + 1 \\ -\ 1\,458\ \downarrow \\ \hline 1\,541 + 1 \\ 1\,542 \end{array} \ \begin{array}{l} \\ \\ \leftarrow \text{diferença} \\ \ \end{array}$$

a) Se João tivesse subtraído 2 do minuendo e do subtraendo ele teria encontrado a mesma diferença? Experimente. Sim.

b) Escreva um pequeno texto, no caderno, explicando por que o resultado encontrado tanto por João como por Manu está correto.

c) Calcule como João ou como Manu: I. 2 000 − 1 674; II. 10 000 − 3 876. 1 326; 6 124.

b) Resposta possível: João subtraiu um mesmo número, no caso 1, do minuendo e do subtraendo e por isso a diferença não foi alterada. Manu subtraiu 1 do minuendo, calculou a diferença, acrescentou 1 ao resultado e por isso ela encontrou a diferença proposta inicialmente.

Troquem ideias e resolvam

Avalie a possibilidade de desenvolverem o texto em interdisciplinaridade com outras disciplinas, como História, Geografia, Português e Artes.

FAÇA NO CADERNO

Junte-se a dois colegas e leiam o texto. Em seguida, façam o que se pede.

> Desde 1991 o Censo Demográfico coleta dados sobre a população indígena brasileira, com base na categoria indígena do quesito cor ou raça. O Censo 2000 revelou um crescimento da população indígena muito acima da expectativa, passando de 294 mil para 734 mil pessoas em apenas nove anos. Esse aumento expressivo não poderia ser compreendido apenas como um efeito demográfico (ou seja, devido à mortalidade, natalidade e migração), mas a um possível crescimento do número de pessoas que se reconheceram como indígenas, principalmente nas áreas urbanas do país. [...]
>
> O Censo Demográfico 2010 contabilizou a população indígena com base nas pessoas que se declararam indígenas no quesito cor ou raça e para os residentes em Terras Indígenas que não se declararam, mas se consideraram indígenas [...].
>
> [...]
>
> *Funai – O Brasil Indígena. Disponível em: <http://www.funai.gov.br/arquivos/conteudo/ascom/2013/img/12-Dez/pdf-brasil-ind.pdf>. Acesso em: 16 mar. 2015.*

Veja a tabela ao lado com alguns resultados do Censo 2010 sobre o assunto.

População indígena, por situação do domicílio, segundo a localização do domicílio

Localização do domicílio	Urbana	Rural
Terras Indígenas	25 963	491 420
Fora de Terras Indígenas	298 871	80 663

Fonte: IBGE. Censo Demográfico, 2010.

a) De acordo com o Censo 2010, qual era a população indígena total? Como vocês fizeram para determinar esse número? 896 917 pessoas; resposta pessoal. Socialize e comente as estratégias utilizadas pelos alunos.

b) Pesquise em livros ou na internet sobre etnias indígenas no Brasil, por exemplo, notícias sobre a demarcação de Terras Indígenas. Informe-se e debatam sua posição sobre o assunto. Resposta pessoal.

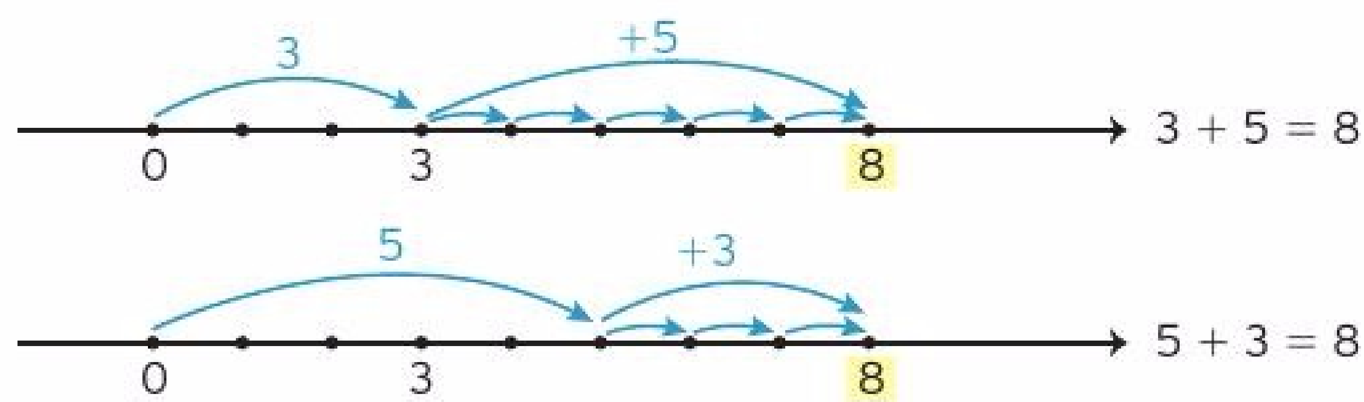
Propriedades da adição

Procure não enfatizar a nomenclatura das propriedades, mas explorar suas aplicações em estimativas, cálculo escrito e/ou mental.

A adição tem propriedades muito úteis para o cálculo mental ou escrito.

Propriedade comutativa

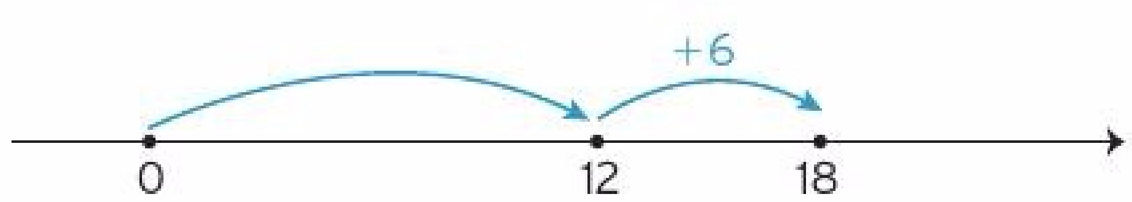
Observe como se calculam as somas de **3 + 5** e **5 + 3** com o auxílio da reta numerada:



Então, **3 + 5 = 5 + 3**.

Como outro exemplo, vamos analisar a expressão 12 + 6. Acompanhe.

- Partindo de 12, executamos um deslocamento de 6 unidades:



- Partindo de 6, executamos um deslocamento de 12 unidades:

Dos dois modos, obtemos soma 18.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Em uma adição de dois números naturais, a soma não depende da ordem das parcelas.
Se **a** e **b** representam números naturais quaisquer, então **a + b = b + a**.

Elemento neutro

Observe as somas:

13 + 0 = 13	58 + 0 = 58	1000 + 0 = 1000
0 + 13 = 13	0 + 58 = 58	0 + 1000 = 1000

A soma de um número qualquer com zero é igual ao próprio número.
Zero é o **elemento neutro** da adição, ou seja, para qualquer número natural **n**, **n + 0 = 0 + n = n**.

Propriedade associativa

Observe duas maneiras de calcular **14 + 23 + 7**.

$$14 + \underbrace{23 + 7}_{} = \quad\quad 14 + 23 + 7 =$$

$14 + 23 + 7 =$
$= 37 + 7 =$
$= 44$

$14 + 23 + 7 =$
$= 14 + 30 =$
$= 44$

Usando parênteses.

$(14 + 23) + 7 =$
$= 37 + 7 = 44$

$14 + (23 + 7) =$
$= 14 + 30 = 44$

Ou seja, $(14 + 23) + 7 = 14 + (23 + 7)$.

A soma de três ou mais números naturais não depende da maneira como associamos as parcelas, ou seja, para quaisquer números naturais **a**, **b** e **c** temos
(a + b) + c = a + (b + c).

As propriedades e suas aplicações no cálculo mental

Para refletir e responder

Observe seu Manoel dando o troco para Rita:

- Você já calculou como seu Manoel? Que cálculos precisam ser feitos com os números citados por seu Manoel para saber quanto Rita recebeu de troco?

Resposta pessoal. Calcular 3 reais mais 5 reais mais 10 reais, que somam 18 reais.

Em várias situações fazemos contas no papel, em outras usamos uma calculadora, mas muitas vezes fazemos cálculos de cabeça, utilizando as ideias associadas às operações e propriedades, como fez seu Manoel. Ele foi "completando 82" até chegar em 100.

Oriente os alunos para que justifiquem aos colegas seus procedimentos de cálculo mental. Explore os diferentes modos de calcular.

Exemplo 1:

No cálculo de 28 + 14 + 2 + 6, apresentado a seguir, foram aplicadas as propriedades comutativa e associativa da adição. Observe.

$$28 + 14 + 2 + 6 =$$
$$= 30 + 20 =$$
$$= 50$$
$$28 + 14 + 2 + 6 = 50$$

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/
GETTY IMAGES

Exemplo 2:

Decompor as parcelas também pode ser útil em situações de cálculos. Veja essa estratégia em ação na situação do exemplo 1.

28 = 20 + 8
14 = 10 + 4

$$28 + 14 + 2 + 6 =$$
$$= \underbrace{20 + 10} + \underbrace{8 + 4 + 2 + 6} =$$
$$= 30 + 20 =$$
$$= 50$$

Exemplo 3:

Veja a seguir como calcular 4 + 18 utilizando uma sequência de números naturais.

A sequência começou com 18.

18, 19, 20, 21, 22

+1 +1 +1 +1

18 + 4 é igual a 22.

Nessa situação, é possível perceber que foi conveniente aplicar a propriedade comutativa para trocar as parcelas de lugar, pois a contagem feita seria muito mais demorada se tivesse começado com o número 4.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

21. Copie e complete o quadro B utilizando as informações fornecidas no quadro A.

A
8586 + 5947 = 14533
1485 + (3874 + 695) = 6054
12782 + 9518 = 22300
(6785 + 19957) + 584 = 27326
10001 + 999 = 11000

B
(1485 + 3874) + 695 = ■ 6054
(584 + 19957) + 6785 = ■ 27326
9518 + 12782 = ■ 22300
5947 + 8586 = ■ 14533
999 + 10001 = ■ 11000

22. Observe as somas indicadas nos quadros. Anote aquelas que são iguais a 1000. a; c; d; e

a) 432 + 568

b) 900 + 10

c) 800 + 40 + 160

d) 568 + 432

e) 160 + 40 + 800

23. Nina pagou uma compra de R$ 73,00 com uma cédula de R$ 100,00. Uma das somas indicadas a seguir representa o total, em reais, dos valores das cédulas que ela recebeu de troco. Qual delas? Resgistre. b

a) 10 + 20

b) 2 + 5 + 20

24. Faça um quadro como este e complete-o.

Facilitando o troco

Respostas possíveis.

Despesa (R$)	Pagamento (R$)	Troco (R$)
17,00	20,00 + ■ 2,00	5,00
65,00	100,00 + ■ 5,00	40,00
126,00	150,00 + ■ 1,00	25,00

Incentive a pesquisa e o registro de outras soluções.

25. Calcule mentalmente, utilizando as propriedades da adição, e anote o resultado.

a) 25 + 6 + 14 + 5 50

b) 34 + 12 + 16 + 8 + 9 79

c) 45 + 37 + 3 + 5 + 6 96

d) 246 + 138 + 54 + 62 500

26. Na cena abaixo, a senhora deu ao caixa uma cédula de R$ 100,00.

HAGAQUEZART ESTÚDIO

a) Se ela der mais uma cédula de R$ 50,00, o troco será facilitado? Explique sua resposta.
Não, mas se o caixa descontar R$ 1,00 sim.

b) De que maneira ela poderá facilitar o troco?
Resposta possível: dando ao caixa uma moeda de R$ 1,00 ou uma cédula de R$ 2,00.

Troquem ideias e resolvam

Esta atividade é uma preparação para a observação da simetria e problemas de contagem.

FAÇA NO CADERNO

Junte-se a um colega, leiam o texto a seguir e executem as ações indicadas em cada item. Façam, também, anotações sobre os cálculos efetuados na sequência proposta.

a) Comecem com o número 37 e sigam os passos:

I – invertam a posição dos algarismos;

II – adicionem o número obtido com o anterior;

III – escrevam a soma obtida invertendo os seus algarismos;

IV – adicionem o número obtido à soma calculada anteriormente.

Que número foi obtido? 121

O resultado é um número **palíndromo**, pois nele a leitura da direita para a esquerda é igual à da esquerda para a direita. Nesse procedimento, os dois últimos itens podem ser repetidos até se obter um número palíndromo.

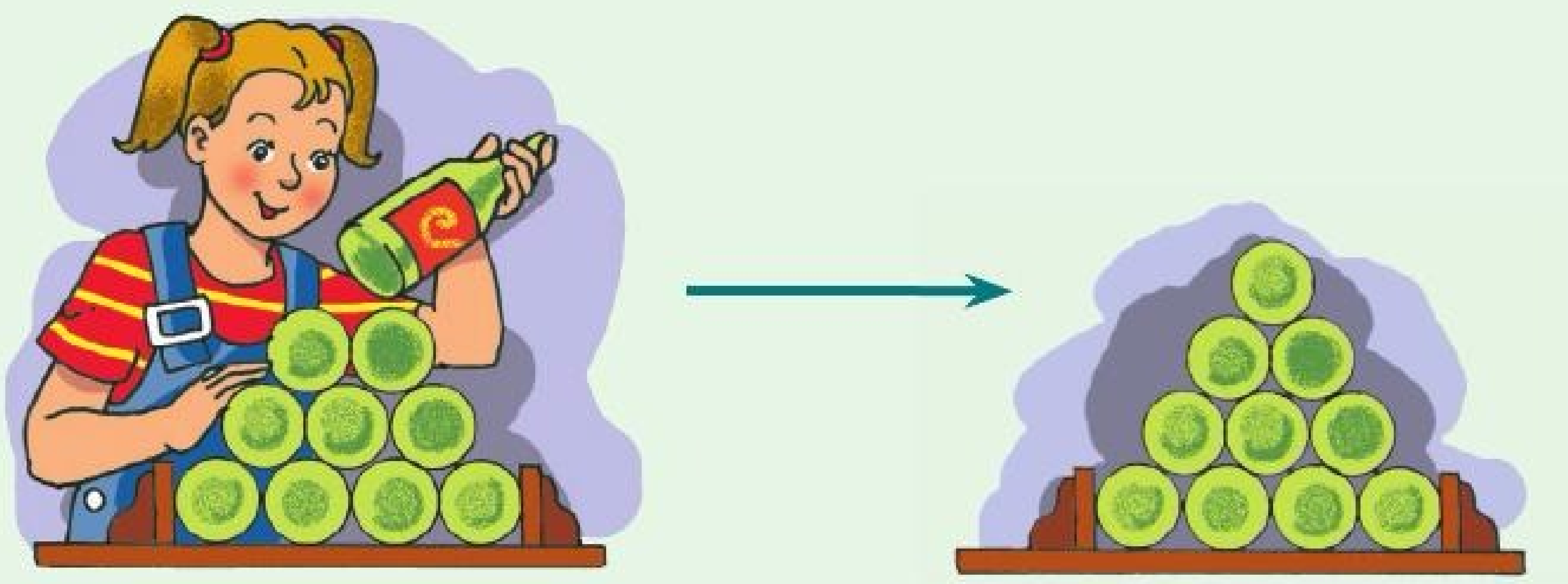
b) Agora, investiguem e respondam: seguindo as etapas descritas, é possível encontrar um número palíndromo partindo de 26? Que número palíndromo é esse? 88

c) Obtenham números palíndromos partindo do número 58 e, depois, do número 78. 484; 4884.

Investigue e explique

FAÇA NO CADERNO

Júlia arrumou algumas garrafas de plástico, formando uma pilha com 4 garrafas na base e uma a menos em cada camada seguinte até ficar apenas uma no topo. Observe de que modo ela procedeu.

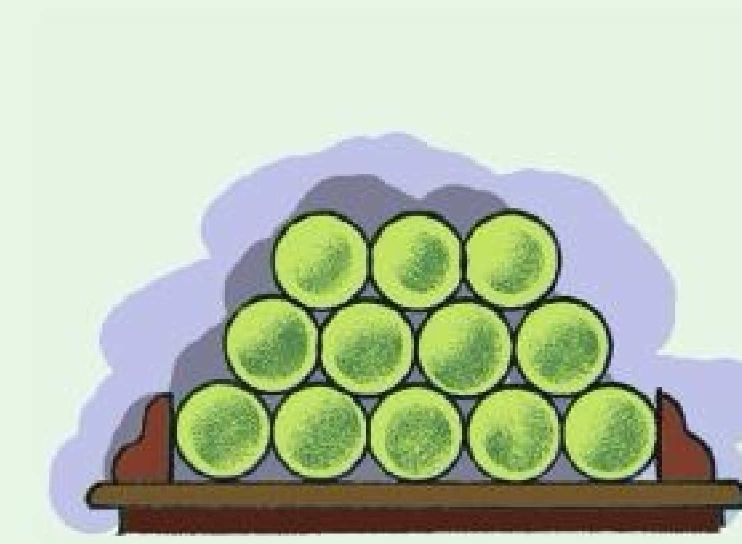


- Quantas garrafas ela empilhou? 10 garrafas.

O total de garrafas é **4** + **3** + **2** + **1**, que pode ser também calculado escrevendo-se a soma indicada duas vezes: do **4** ao **1** e do **1** ao **4**. Em seguida, calcula-se a soma e divide-se o resultado por **2**.

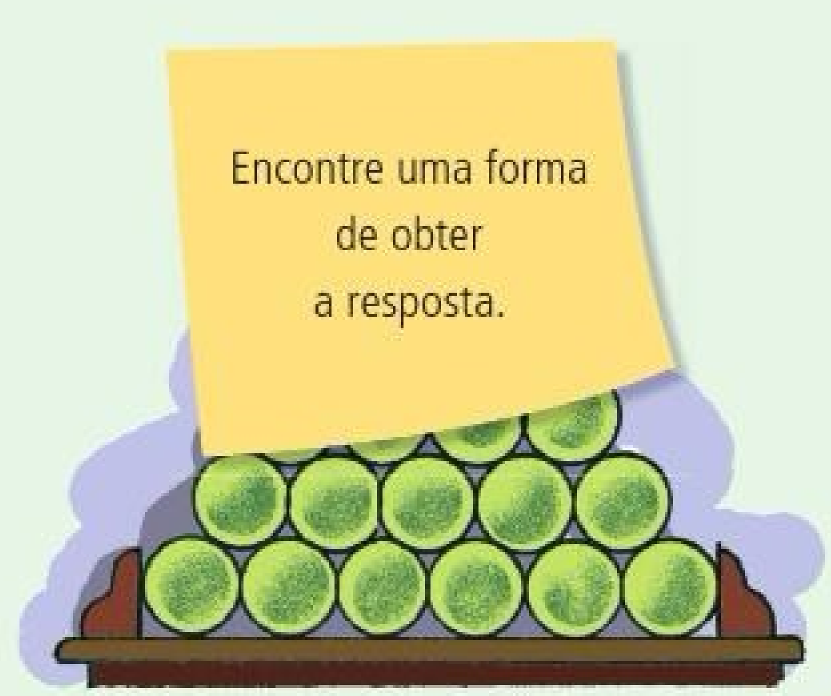
$$\begin{array}{r} 4 + 3 + 2 + 1 \\ + \ 1 + 2 + 3 + 4 \\ \hline 5 + 5 + 5 + 5 \end{array} = 20 \xrightarrow[\text{resultado por 2}]{\text{dividimos o}} \mathbf{20 : 2 = 10}$$

- A pilha a seguir tem 5 garrafas na base.
  a) Quantas garrafas essa pilha terá quando a última garrafa for colocada em seu topo? 15 garrafas.
  b) Calcule, como mostrado anteriormente, o total de garrafas dessa pilha, quando a última garrafa for colocada.



ILUSTRAÇÕES: CÉLIA KOFUJI

- Nesta pilha, a base tem 6 garrafas. Quantas garrafas terá essa pilha, quando ela estiver completa, como as anteriores? 21 garrafas.



- E se a pilha tivesse 20 garrafas na base, quantas garrafas ela teria ao todo? 210 garrafas.

Crie outras situações que envolvam contagem, observação de regularidades, generalização e fórmulas, utilizando a linguagem corrente.

Desafios

O quadrado mágico

O quadrado da figura abaixo é um **quadrado mágico**. Nele, a soma dos números que estão em uma linha, em uma coluna ou em uma diagonal é sempre a mesma. Neste, a soma é 15.

4	3	8
9	5	1
2	7	6

$2 + 5 + 8 = 15$

$4 + 3 + 8 = 15$

$9 + 5 + 1 = 15$

$2 + 7 + 6 = 15$

$4 + 5 + 6 = 15$

$8 + 1 + 6 = 15$

$3 + 5 + 7 = 15$

$4 + 9 + 2 = 15$

- Agora, copie em seu caderno e complete, com seus colegas, estes outros quadrados mágicos.

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

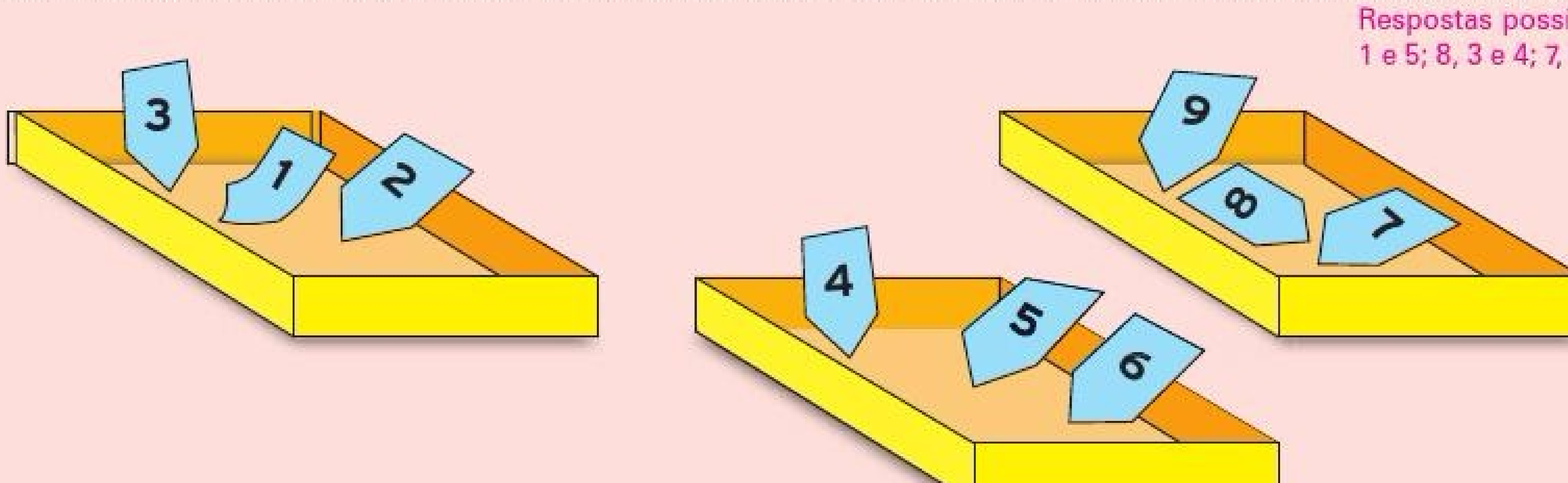
THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Adições e fichas

A situação abaixo parece uma brincadeira. Então, que tal divertir-se praticando conhecimentos matemáticos?

- Em seu caderno, reproduza as caixas a seguir, mudando as fichas de caixa, de modo que cada uma continue com três fichas e a soma dos números marcados nas cartelas de cada caixa seja 15.

Respostas possíveis: 9, 1 e 5; 8, 3 e 4; 7, 6 e 2.



BIS

2 Multiplicação e divisão

A multiplicação e a adição

Para refletir e responder

Júlia comprou quatro camisetas iguais a esta anunciada ao lado.

VAGNER DE FARIA

- Quanto Júlia gastou?

R$ 92,00.

A solução de problemas como o que foi apresentado acima poderá ser encontrada por meio de uma **adição de parcelas iguais**. Essa é uma das ideias associadas à multiplicação.

$$\underbrace{23 + 23 + 23 + 23}_{\text{4 vezes 23}} = 92$$

$$4 \times 23 = 92 \text{ ou } 4 \cdot 23 = 92$$

- Usando o algoritmo usual:

$$\begin{array}{rcc} & \textbf{D} & \textbf{U} \\ & {}^{1}2 & 3 \\ \times & & 4 \\ \hline & 9 & 2 \end{array}$$

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Simplificando:

$$\begin{array}{rccl} & 2 & 3 & \leftarrow \text{fator} \\ \times & & 4 & \leftarrow \text{fator} \\ \hline & 9 & 2 & \leftarrow \text{produto} \end{array}$$

Os **fatores** são os termos da multiplicação. O **produto** é o resultado da multiplicação.

A multiplicação e a organização retangular

Outra situação que envolve a multiplicação é aquela na qual a disposição dos objetos é retangular.

Exemplo:

Gabriel desenhou uma planta da sala de aula onde estuda.

Quantas carteiras há na classe de Gabriel?

A disposição retangular permite calcular o total de carteiras da classe de Gabriel multiplicando **5** por **7**, porque são 5 filas com 7 carteiras em cada uma.

$$5 \times 7 = 35$$

Na classe de Gabriel há 35 carteiras.

FRANCISCO VILACHA

Quantas possibilidades?

A ideia de combinar também está associada à multiplicação.

Exemplo:

Lucas tem **3** camisas de cores diferentes: amarela, vermelha e azul.

Ele tem também **2** calças de cores diferentes: azul e verde.

Se ele combinar uma camisa e uma calça, terá várias possibilidades de se vestir.


CÉLIA KOFUJI

Escolhendo, por exemplo, a camisa amarela, ele terá **2** possibilidades de escolha para a calça.

Observe o esquema no qual foram representadas todas as combinações possíveis e que chamamos de **diagrama-árvore**.

Proponha outras situações-problema como esta, em que os alunos possam obter a resposta pela contagem direta das possibilidades. O uso de diagramas-árvore ou tabelas poderá auxiliar na identificação dos casos possíveis e na percepção da natureza multiplicativa.

			Combinações		
Camisa	**Calça**		**Camisa**		**Calça**
amarela	azul	→	amarela	e	azul
	verde	→	amarela	e	verde
vermelha	azul	→	vermelha	e	azul
	verde	→	vermelha	e	verde
azul	azul	→	azul	e	azul
	verde	→	azul	e	verde

Como são **3** camisas, e cada uma pode ser combinada com **2** calças, temos **3 × 2 = 6**, ou seja, são possíveis **6 combinações** diferentes. Portanto, existem ao todo **6 possibilidades de escolha**.

A multiplicação e a proporcionalidade

A ideia de **proporcionalidade** também está presente em situações que envolvem a multiplicação. Exemplo:

O pudim da vovó Bia é famoso. Se você provar, vai querer repetir!!!

Um dia desses, vovó Bia usou 3 ovos e fez um pudim, que rendeu 8 porções.

De quantos ovos ela vai precisar para fazer um pudim que renda 32 porções?

Na situação acima, como **32** é **8 × 4**, vovó Bia precisará de **3 × 4** ovos:

São necessários 12 ovos para obter 32 porções.

Porções	Ovos
8	3
32	12

× 4 × 4

Você já aprendeu, mas vamos relembrar:

- O **dobro** de um número é o produto dele por 2.
  O dobro de 10 é 2×10, que é igual a 20.
- O **triplo** de um número é o produto dele por 3.
  O triplo de 10 é 3×10, que é igual a 30.
- O **quádruplo** de um número é o produto dele por 4.
  O quádruplo de 10 é 4×10, que é igual a 40.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

27. Observe, na fotografia abaixo, a maneira como os ovos estão organizados em cada bandeja e responda às questões apresentadas a seguir.

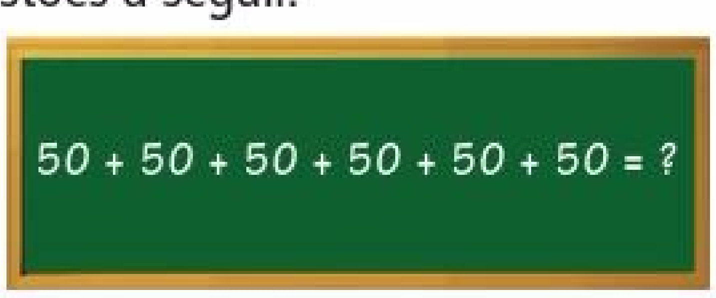
THINKSTOCK / GETTY IMAGES

a) Que operação poderá ser efetuada para descobrir o total de ovos que há em uma bandeja? Resposta possível: Multiplicação.

b) Que ideia está associada à operação citada no item anterior? Resposta possível: Organização retangular.

c) Quantos ovos há em duas bandejas como essa? E em 20 bandejas? 60 ovos; 600 ovos.

28. Observe a soma indicada na lousa e responda às questões a seguir.



HÉLIO SENATORE

a) De que maneira a multiplicação está envolvida nessa situação? Resposta possível: Como as parcelas são iguais, a soma pode ser indicada por 6×50.

b) Existem cálculos mais simples de serem feitos para encontrar o resultado dessa conta. Você conhece algum deles? Explique em seu caderno. Resposta pessoal.

c) Qual é o resultado do cálculo proposto? 300

d) Represente esse cálculo de maneira completa e correta, utilizando a multiplicação. $6 \times 50 = 300$

29. Calcule os produtos a seguir.

a) 6×24, decompondo 24 em um produto. 144 ($6 \times 6 \times 4$)

b) 25×63, por meio do algoritmo usual. 1 575

c) 17×80, como você quiser. 1 360

30. Pedro, Antônio e João vão a um baile acompanhados de Ana e Rosa. Quantas duplas diferentes, formadas por um homem e uma mulher, eles poderão formar entre si para dançar? 6 duplas.

31. Os caminhões produzidos por uma montadora precisam de 12 pneus cada um. Quantos pneus serão necessários para montar 148 caminhões do mesmo tipo? 1 776 pneus.

32. Em uma barraca de feira, 3 mangas custam R$ 5,00. Qual é o preço de:

a) 30 mangas? R$ 50,00

b) meia dúzia? R$ 10,00

c) uma dúzia e meia? R$ 30,00

33. Uma quantidade de livros foi colocada em duas estantes de uma biblioteca. Na primeira foram arrumados 1 023 livros e na segunda, o dobro da primeira. Quantos livros foram colocados nas duas estantes? 3 069 livros.

34. Em um trem, com 8 vagões de passageiros, cada vagão tem 28 poltronas de dois lugares cada uma. Além disso, permite-se que, em cada vagão, até 20 passageiros possam viajar em pé. Qual é a lotação máxima permitida nesse trem? 608 passageiros.

Usando a calculadora

- Efetue os cálculos utilizando a menor quantidade de teclas:

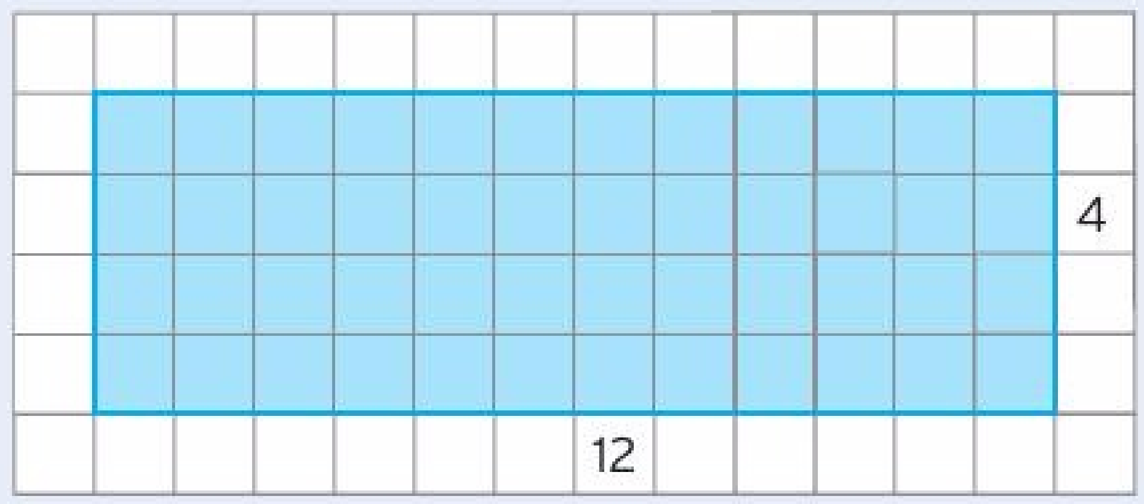
a) $18 + 18 + 18 + 18 + 18$
90; 5 teclas

b) $123 + 123 + 123 + 123 + 123 + 123$
738; 6 teclas

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega, reflitam e deem suas respostas usando uma folha de papel quadriculado.

Brincando com papel quadriculado, Ana pintou 48 quadradinhos, compondo uma forma retangular de 12 por 4.



Mantendo a forma retangular, de que outras maneiras ela poderia ter feito isso? Deem sua resposta usando papel quadriculado.
1 por 48; 2 por 24; 3 por 16; 8 por 6.

Investigue e explique

Em uma gaveta há 13 cédulas de R$ 20,00 e 13 cédulas de R$ 5,00. Quantos reais há nessa gaveta?

a) Juliana disse que a quantia total é de 13 vezes R$ 25,00. Você acha que ela está certa? Explique sua resposta.
Resposta possível: sim, porque 13×20 é igual a 260; 13×5 é igual a 65; $260 + 65$ é igual a 325. E 13×25 é igual a 325.

b) Por que ela multiplicou 13 por 25 e não por 45, por exemplo?
Resposta possível: porque $20 + 5$ é igual a 25 e não igual a 45.

c) Se na gaveta houvesse 18 cédulas de R$ 20,00 e 18 cédulas de R$ 5,00 como seria um cálculo semelhante ao de Juliana? $18 \times 25 = 450$

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

35. Copie as afirmações a seguir, substituindo os ■ de modo que elas sejam verdadeiras.

a) O dobro de 14 é 2 × ■ e é igual a ■.
14; 28

b) O quádruplo de 83 é ■ × 83 e é igual a ■.
4; 332

36. Leia e responda às questões a seguir.

a) Qual é o produto de três números naturais consecutivos em que o menor deles é 19?
7 980

b) Calcule o produto de três números naturais consecutivos, sabendo que um deles é 10.
$8 \times 9 \times 10 = 720$ ou $9 \times 10 \times 11 = 990$ ou $10 \times 11 \times 12 = 1\,320$

37. A brincadeira de esconde-esconde vale também para os números. Veja só o que Pedro aprontou: ele calculou alguns produtos e escondeu alguns algarismos com um ■. Você é capaz de descobrir quais ele escondeu? Copie e complete as multiplicações.

a)
$$\begin{array}{rrrrr} & & 2 & \blacksquare 0 & 3 \\ \times & & & 3 & 6 \\ \hline & 1 & \blacksquare 2 & 1 & 8 \\ + & 6 & 0 & \blacksquare 9 & \\ \hline \blacksquare 7 & 3 & 0 & 8 & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrrrrr} & & & 4 & 1 & \blacksquare 5 \\ \times & & & \blacksquare 1 & 0 & 8 \\ \hline & & \blacksquare 3 & 3 & 2 & 0 \\ + & 4 & 1 & 5 & & \\ \hline & 4 & 4 & \blacksquare 8 & \blacksquare 2 & 0 \end{array}$$

38. Em uma semana, Juca vendeu 65 caixas completas de picolés e 8 picolés avulsos. Em cada caixa havia uma dúzia de picolés.

a) Quantos picolés ele vendeu nessa semana? 788 picolés.

b) Se sua cota semanal de vendas é de 80 caixas completas, quantos picolés faltam para ele atingi-la? 172 picolés.

39. Para viajar de São Paulo ao Rio de Janeiro, você poderá usar rodovia, ferrovia ou via aérea. Para viajar do Rio de Janeiro a Salvador, poderá usar rodovia, via aérea ou via marítima. De quantas formas diferentes você poderá viajar de São Paulo a Salvador, passando pelo Rio de Janeiro, usando um desses meios de transporte em cada trecho? Represente as soluções em um diagrama-árvore. Veja resposta no final do livro.

40. Num estádio de futebol existem 4 entradas, **A**, **B**, **C**, **D**, e 3 saídas, **M**, **N**, **P**.

a) João vai assistir a um jogo nesse estádio. Que possibilidades de escolha ele terá, se entrar por A e usar uma das saídas? A M, A N e A P.

b) Escolhendo qualquer uma das entradas e qualquer uma das saídas, quantas são as possibilidades de entrar e sair desse estádio? $4 \times 3 = 12$

c) Represente as soluções obtidas em um diagrama-árvore. Veja a resposta no final do livro.

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega, reflitam e respondam às questões propostas.

Veja o cardápio do restaurante Coma Bem.

CÉLIA KOFUJI

- Escolham uma entrada, um prato quente e uma sobremesa de duas maneiras diferentes. Comparem sua resposta com a de alguns colegas. Resposta possível: casquinha de siri, filé de peixe à brasileira, pudim.
- Quantos cardápios diferentes é possível montar? $2 \times 3 \times 2 = 12$
- Representem essas opções num diagrama-árvore.

Propriedades da multiplicação

As propriedades da multiplicação são muito utilizadas como recurso auxiliar nos cálculos.

Propriedade comutativa

Observe as estrelas desenhadas nas figuras $\boxed{A}$ e $\boxed{B}$:

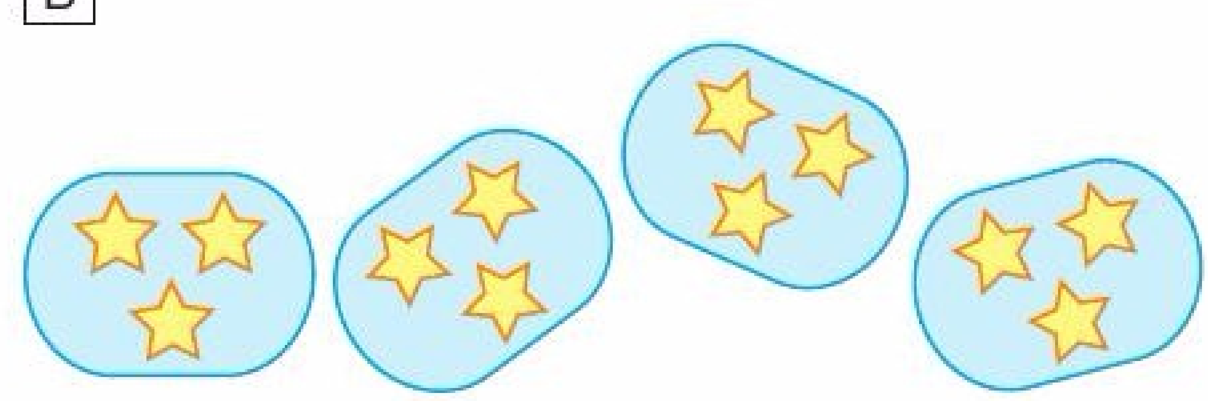
$\boxed{A}$

São **3** grupos com **4** estrelas em cada um.

São **3 × 4** estrelas ao todo.

$3 \times 4 = 12$

$\boxed{B}$



São **4** grupos com **3** estrelas em cada um.

São **4 × 3** estrelas ao todo.

$4 \times 3 = 12$

Comparando os resultados, podemos escrever: $3 \times 4 = 4 \times 3$. Note que nesse cálculo os fatores mudaram de posição, mas o produto não se alterou. Esse fato ocorre sempre que são multiplicados dois números naturais.

> Na multiplicação, a mudança da ordem dos fatores não altera o produto, ou seja, se **a** e **b** representam números naturais quaisquer, então $\mathbf{a \times b = b \times a}$.

Propriedade associativa

Podemos calcular o produto $\mathbf{3 \times 4 \times 7}$ de dois modos diferentes:

- Primeiro calculamos $\mathbf{3 \times 4}$ e, em seguida, multiplicamos o resultado por **7**:

$$\underbrace{(3 \times 4)}_{12} \times 7 = 12 \times 7 = 84$$

$$(3 \times 4) \times 7 = 84$$

- Primeiro calculamos $\mathbf{4 \times 7}$ e, em seguida, multiplicamos o resultado por **3**:

$$3 \times \underbrace{(4 \times 7)}_{28} = 3 \times 28 = 84$$

$$3 \times (4 \times 7) = 84$$

Comparando os resultados, escrevemos:

$$(3 \times 4) \times 7 = 3 \times (4 \times 7)$$

Note que os fatores foram associados de modos diferentes, mas o produto não se alterou. Esse fato ocorre sempre que são multiplicados três ou mais números naturais.

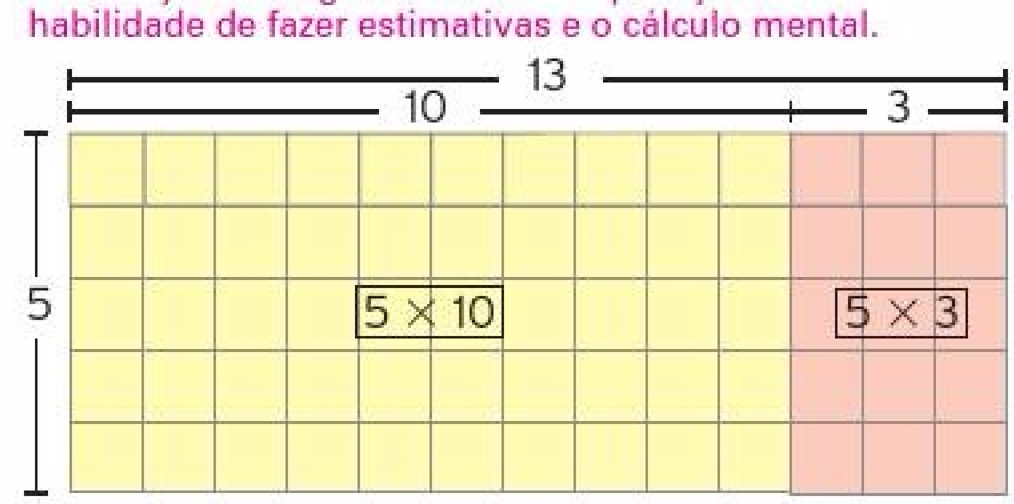
> Em uma multiplicação de três ou mais fatores, o produto não depende do modo como agrupamos esses fatores quando efetuamos o cálculo. Para quaisquer números naturais **a**, **b** e **c**, temos $\mathbf{(a \times b) \times c = a \times (b \times c)}$.

Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

Vamos explorar outra propriedade que envolve a multiplicação e a adição considerando uma situação em que foi calculado 5×13. Observe:

Explore a composição e a decomposição dos números por meio da visualização em malhas quadriculadas, integrando Números, Espaço e Forma e Medidas (de superfície). Atividades dessa natureza propiciam a compreensão e a construção do algoritmo da multiplicação e desenvolvem a habilidade de fazer estimativas e o cálculo mental.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES



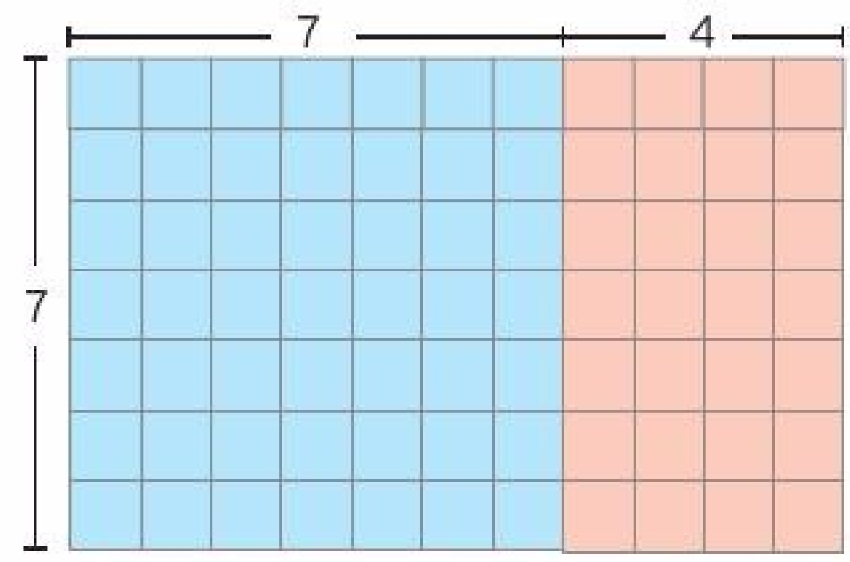
$$5 \times (10 + 3) = 5 \times 10 + 5 \times 3 = 50 + 15 = 65$$

O produto **5 × 13** foi calculado **decompondo 13** em **10 + 3**, multiplicando **5** por **10** e **5** por **3** e adicionando os produtos obtidos. Podemos escrever o que foi feito da seguinte maneira:

$$5 \times (10 + 3) = 5 \times 10 + 5 \times 3$$

Acompanhe outro exemplo:

O total de quadradinhos pode ser indicado por $7 \times (7 + 4)$.



Os quadradinhos azuis são ao todo 7×7, ou seja, 49.

Os quadradinhos laranja são ao todo 7×4, ou seja, 28.

Juntando tudo, temos $7 \times 7 + 7 \times 4$, que é igual a $7 \times (7 + 4)$.

$7 \times (7 + 4) = 7 \times 7 + 7 \times 4$

Efetuando os cálculos, temos ao todo 77 quadradinhos.

Agora observe exemplos em que a propriedade distributiva da multiplicação foi aplicada em relação à subtração.

$$5 \times (12 - 8) = 5 \times 12 - 5 \times 8$$

$5 \times (12 - 8) = 60 - 40$

$5 \times (12 - 8) = 20$

$$14 \times (13 - 3) = 14 \times 13 - 14 \times 3$$

$14 \times (13 - 3) = 182 - 42$

$14 \times (13 - 3) = 140$

Elemento neutro

O produto de um número natural qualquer por 1 é sempre igual ao próprio número. Vamos ver?

$2 \times 1 = 1 + 1$
$2 \times 1 = 2$

$4 \times 1 = 1 + 1 + 1 + 1$
$4 \times 1 = 4$

$7 \times 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$
$7 \times 1 = 7$

Lembrando da propriedade comutativa da multiplicação:

$2 \times 1 = 1 \times 2 = 2$

$4 \times 1 = 1 \times 4 = 4$

$7 \times 1 = 1 \times 7 = 7$

Dizemos que 1 é o **elemento neutro** da multiplicação.

Fazer e aprender

Estimule os alunos a fazerem cálculos mentais em situações do cotidiano.

FAÇA NO CADERNO

41. Calcule usando a propriedade associativa:

a) $3 \times 5 \times 8 \times 9$ 1 080
b) $5 \times 6 \times 4 \times 3$ 360

42. No exemplo a seguir os fatores foram associados de maneira conveniente para facilitar o cálculo mental. Discuta com os alunos: por que é conveniente? Porque cada 5×2, que é igual a 10, pode ser substituído por um zero à direita do produto.

$$2 \times 6 \times 5 \times 13$$
$$10 \times 78 = 780$$

Siga o exemplo e calcule:

a) $5 \times 7 \times 2 \times 12$ 840
b) $6 \times 43 \times 4 \times 25$ 25 800

43. Compare os cálculos que você efetuou na atividade anterior aos de dois colegas. Todos calcularam do mesmo modo? Resposta pessoal.
É muito importante recolher, discutir e comparar todos os registros.

44. Copie e escreva igualdades aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição (ou à subtração):

a) $6 \times (10 + 5)$ $6 \times 10 + 6 \times 5$
b) $4 \times (8 - 7)$ $4 \times 8 - 4 \times 7$

45. Marina disse que descobriu um jeito bem simples de calcular a diferença seguinte aplicando o que aprendeu sobre propriedades das operações. Vamos ver se você descobre também?

$$87 \times 16 - 87 \times 6$$

46. Note que $87 \times 16 - 87 \times 6$ é igual a $87 \times (16 - 6)$ e $16 - 6$ é igual a 10. Dessa forma o cálculo ficou bem mais simples de ser efetuado. É a sua vez de calcular:

a) $48 \times 4 + 48 \times 6$ 480
b) $139 \times 14 - 139 \times 4$ 1 390
c) $753 \times 13 + 753 \times 7$ 15 060

45. Resposta possível: aplica-se a propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração. A diferença apresentada é igual a $87 \times (16 - 6)$, ou seja, 87×10, que é igual a 870.

Usando a calculadora

- Ligue a calculadora e registre o número 25.

Respostas possíveis:
a) $\times 4 =$ b) $\times 100 =$ c) $- 5 =$

- Começando sempre pelo 25, realize uma única operação para que apareça no visor o número:

a) 

b) 

c) 

FOTOGRAFIAS: CRISTINA XAVIER/FINEPHOTO

Ideias associadas à divisão

Crie situações envolvendo as diferentes ideias de divisão. Veja os conceitos de "repartir igualmente" (atividade 49 e outras) e de "quantos cabem em" (atividade 52 e outras). Explore o cotidiano, brincadeiras e jogos.

Distribuir igualmente

Para refletir e responder

Na quitanda de Marta, as laranjas são embaladas em sacos trançados, do tipo rede de pesca.

Certo dia, ela colocou todas as 144 laranjas que tinha em 6 sacos, ficando todos com a mesma quantidade de laranjas. Antes do cálculo, pergunte aos alunos se eles conseguem avaliar, aproximadamente, a quantidade de laranjas em cada saco. Certifique-se de que, ao menos, eles conseguem estimar a ordem de grandeza dessa quantidade (são dezenas? Centenas?), usando o conceito de repartir igual e completamente certa quantidade de objetos. Assim, eles devem perceber que não há centenas no quociente da divisão de 144 por 6.

- Quantas laranjas foram colocadas em cada saco? 24 laranjas.

Nessa situação, todas as 144 laranjas foram colocadas em 6 sacos. Então, o número que multiplicado por 6 resulta em 144 indica a quantidade de laranjas que foram colocadas em cada saco.

Esse número poderá ser calculado por meio da divisão. A ideia de distribuir igualmente está presente nessa situação.

Você já aprendeu, mas vamos relembrar o **algoritmo usual da divisão**:

```
C D U
1 4 4 | 6
        ___ ___ ___
         C   D   U
```

Trocamos 1 centena (C) por 10 dezenas (D). Com 4 D que havia, são 14 D.

```
C D U
1 4 4 | 6
  2     0 2
        C D U
```

Dividimos 14 D por 6. Obtemos 2 D e sobram 2 D.

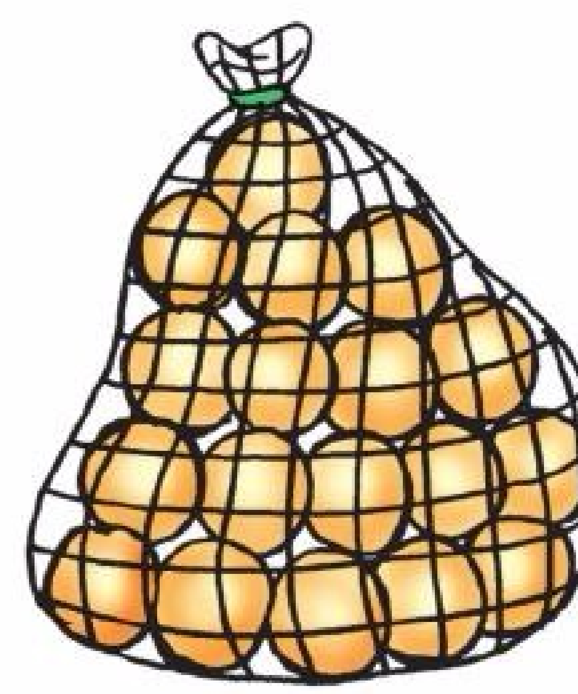
```
C D U
1 4 4 | 6
  2 4   0 2 4
    0   C D U
```

Trocamos 2 D por 20 U. Com 4 U que havia, são 24 U. Dividimos 24 U igualmente por 6. Obtemos 4 U.

Na divisão de 144 por 6, 144 é o **dividendo**, 6 é o **divisor** e 24 é o **quociente**. Esta é uma **divisão exata**, porque o resto é igual a zero.

Quantos "cabem"?

Outra ideia associada à divisão é a de **medir**, ou seja, saber quantas vezes uma quantidade "cabe" em outra.


CÉLIA KOFUJI

Exemplo:

Marta selecionou 458 laranjas para uma promoção, e resolveu colocar 18 em cada saco.

Qual é a maior quantidade de sacos que ela poderá obter?
25 sacos.

Nessa situação, basta saber "qual é a maior quantidade de 18 laranjas que cabe em 458".

Calculando **458 : 18** podemos saber quantos "18 cabem em 458", ou seja, Marta poderá obter **25** sacos e sobram **8** laranjas.

Um raciocínio análogo é subtrair, sistematicamente, 18 de 458, tantas vezes quantas forem possíveis, até que reste uma quantidade menor que 18. Esta é a ideia de divisão que desenvolvemos.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

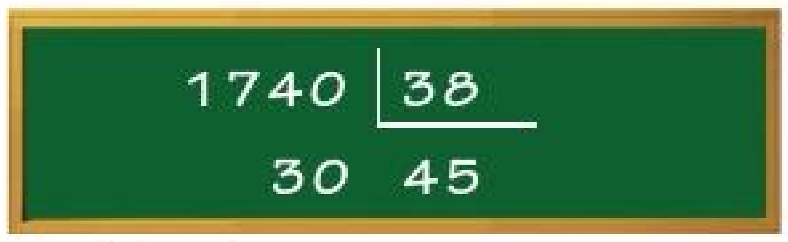
Os termos da divisão de números naturais são: dividendo, divisor, quociente e resto.

```
dividendo →   458 | 18   ← divisor
               ↓    25   ← quociente
              −98
resto     →     8
```

A divisão de 458 por 18 é uma divisão **não exata** porque o resto não é igual a zero.

Importante: lembre-se de que não existe divisão por zero.

47. Os cálculos que foram feitos na divisão que está no quadro abaixo estão corretos e apresentam estes resultados. Observe os números e responda:



BIS

a) Qual é o divisor? 38

b) Qual o nome que se dá ao número 45?
Quociente.

c) Essa é uma divisão exata ou não exata?
Divisão não exata.

48. Observe os quocientes indicados a seguir e leia o que podemos dizer sobre eles. Depois responda às questões abaixo:

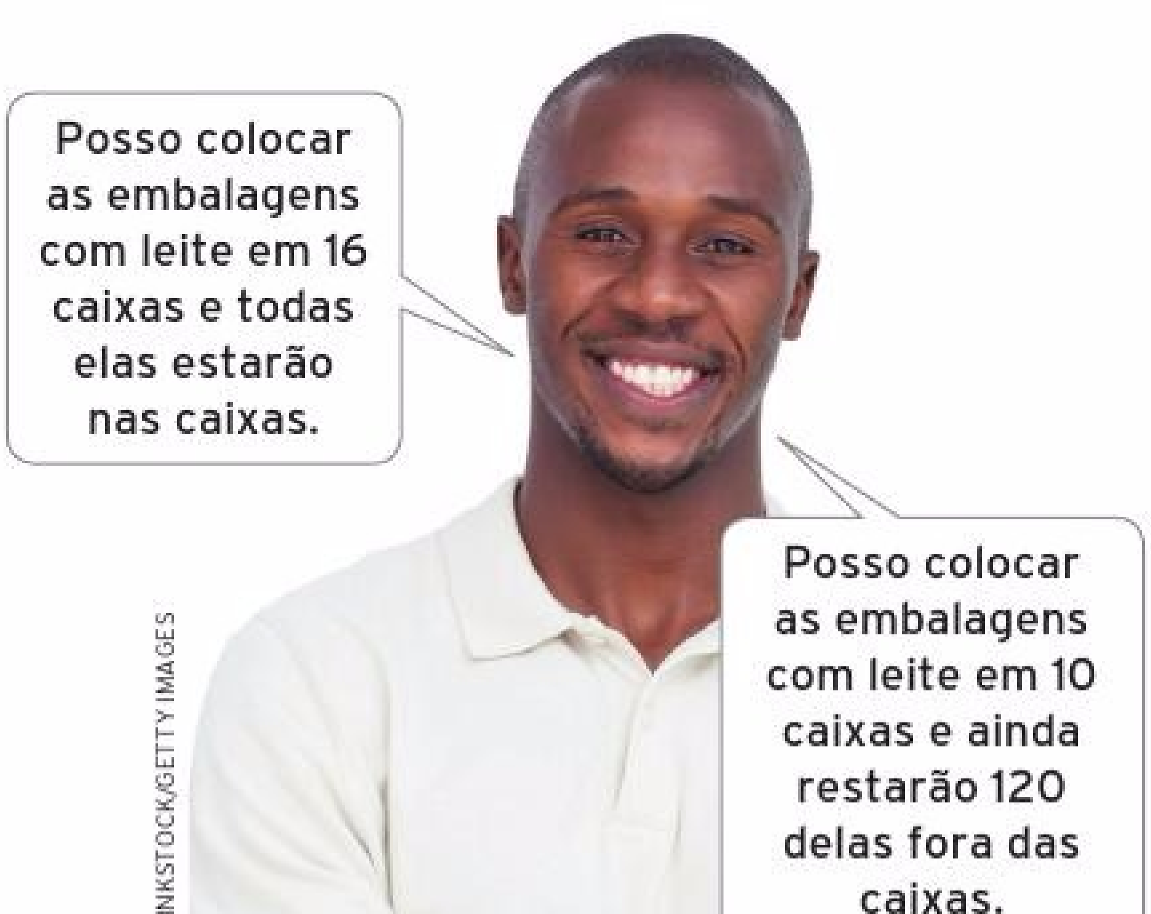
A 48 : 4 é igual a 12
porque 4 × 12 é igual a 48

B 100 : 20 é igual a 5
porque 5 × 20 é igual a 100

a) 30 : 3 é igual a 5 ou igual a 10? Justifique sua resposta. Igual a 10, porque 10 × 3 é igual a 30.

b) 150 dividido por um dos números a seguir é igual a 50. Que número é esse? Justifique sua resposta.
C = 2 D = 5 E = 3
E = 3; 3 × 50 é igual a 150.

49. Antônio vai distribuir igualmente 320 embalagens com 1 litro de leite em caixas, colocando 20 embalagens em cada caixa. Leia o que ele diz sobre duas situações que poderão ocorrer e encontre respostas para as questões seguintes.



THINKSTOCK/GETTY IMAGES

a) Qual das situações citadas envolve o cálculo 320 : 20? Explique sua resposta.

b) Utilizando os números 320, 120 e 16, qual das contas indicadas a seguir está correta? Copie-a no caderno.

320	20
100	10

320	20
0	16 x

320	20
0	120

a) A primeira situação, porque na segunda o resto, 120, é maior que 20 e ele poderá continuar a distribuição que está fazendo.

50. Determine o quociente e o resto de cada divisão.

a) 264 : 22 12; 0
b) 3 168 : 24 132; 0
c) 1 608 : 134 12; 0
d) 2 665 : 25 106; 15
e) 1 242 : 23 54; 0
f) 1 208 : 17 71; 1
g) 5 306 : 48 110; 26
h) 3 353 : 11 304; 9

51. Em uma escola, há 735 alunos, todos distribuídos igualmente em 21 classes. Quantos alunos há em cada classe? 35 alunos.

52. Um laticínio acondiciona os potes com iogurte que produz em embalagens com 4 unidades.

a) Qual a maior quantidade de embalagens que poderão ser feitas com 3 748 potes com iogurte? 937 embalagens.

b) E com 8 140 potes com iogurte?
2 035 embalagens.

c) Quantos potes com iogurte a fábrica terá produzido ao completar 805 embalagens?
3 220 potes com iogurte.

53. Quando se divide a população de um país ou região por sua extensão territorial em quilômetros quadrados (km^2), obtém-se a densidade demográfica do local.

a) Se um país tem, aproximadamente, 8 500 000 quilômetros quadrados de área e uma população de 170 000 000 de habitantes, qual é sua densidade demográfica?
20 habitantes por km^2.

b) Procure saber a população e a extensão da cidade onde você mora e calcule a densidade demográfica dela. Resposta pessoal.

Troquem ideias e resolvam

FAÇA NO CADERNO

Laura vai distribuir algumas miniaturas antigas de sua coleção entre os amigos de um clube.

Se ela der 3 miniaturas a cada um deles, sobrarão 14 miniaturas e se ela der 5 miniaturas a cada um faltarão 10.

- Quantos são os amigos que receberão miniaturas de Laura? 12 pessoas.
- Quantas miniaturas, ao todo, ela vai distribuir? 50 miniaturas.
- De que modo Laura poderá distribuir essas miniaturas aos amigos de maneira que todos recebam a mesma quantidade? Resposta possível: Cada amigo recebe 4 miniaturas e ela fica com 2.

Investigue e explique

A dramatização desta seção é uma atividade lúdica que pode auxiliar na compreensão, observação de regularidades, técnicas de contagem e generalização. Insista para que seja feito, simultaneamente, um registro.

FAÇA NO CADERNO

Quatro amigos se encontraram em uma reunião. Cada um cumprimentou o outro uma única vez, com um aperto de mão.


SHUTTERSTOCK

- Quantos apertos de mão foram dados?
  6 apertos de mão.
- Se fossem 5 amigos, quantos apertos de mão seriam?
  10 apertos de mão.
- Se fossem 6 amigos, qual seria a resposta?
  15 apertos de mão.

Organize seus dados fazendo uma tabela como esta em seu caderno.

Número de amigos	Número de apertos de mão
4	6
5	10

- Em um encontro entre 10 amigos, quantos apertos de mão seriam dados entre eles?
  45 apertos de mão.
- Como foi encontrada a resposta? Resposta pessoal possível: Multiplicando 10 por 9 e dividindo o resultado por 2.

Desafio

Quantas de 10 e quantas de 20?

Tenho 20 moedas antigas. Algumas são de 20 centavos e outras, de 10 centavos. Se as moedas de 10 centavos que tenho fossem as de 20, e as de 20 fossem as de 10, eu teria 60 centavos a mais do que tenho agora.

MUSEU DE VALORES/BANCO CENTRAL DO BRASIL

- Quantas moedas de 10 e quantas de 20 tenho? 13 moedas de 10 centavos; 7 moedas de 20 centavos.

3 Operações inversas

Adição e subtração

Para refletir e responder

Marco digitou um número em uma calculadora e em seguida as teclas + , 2 , 5 , 8 , = . Observe o número que apareceu no visor da calculadora.

CRISTINA XAVIER/ FINEPHOTO

- Como você descobriria o primeiro número que foi digitado? Mantenha o número 1000 no visor da calculadora e faça operações para descobrir o primeiro número que foi digitado por Marco? Resposta pessoal. 742.

Em muitas situações, a adição e a subtração estão presentes ao mesmo tempo, havendo uma relação entre as duas operações.

Na situação acima, o primeiro número digitado por Marco foi 742.

Essa situação envolve os números 258, 742 e 1000, que podem ser relacionados por meio da adição e da subtração.

$742 + 258 = 1000$, então $1000 - 258 = 742$ e $1000 - 742 = 258$

Ou, em símbolos:

$742 + 258 = 1000 \Leftrightarrow 1000 - 258 = 742$

$742 + 258 = 1000 \Leftrightarrow 1000 - 742 = 258$

O símbolo $\Leftrightarrow$ significa **equivale a**.

Podemos escrever:

Minuendo − subtraendo = diferença $\Leftrightarrow$ subtraendo + diferença = minuendo

Adição e subtração são **operações inversas**.

Multiplicação e divisão

A multiplicação e a divisão exata também são operações inversas.

Exemplo 1:

Alunos dos 6ºs anos de uma escola visitaram uma exposição. O coordenador dividiu os alunos em 12 grupos, e cada grupo tinha 15 alunos. Quantos alunos participaram dessa visita?

Multiplicando 15 por 12 obtemos 180, que é o número de alunos que participaram dessa visita. Observe o esquema ao lado.

$$\begin{tikzcd} 15 \arrow[r, bend left, "\times 12"] & 180 \arrow[l, bend left, ": 12"] \end{tikzcd}$$

Exemplo 2: Esta é uma situação que envolve uma divisão não exata.

Dario recebeu 280 caixas de cesta básica e precisa transportá-las para um depósito usando um carrinho apropriado, em que cabem, no máximo, 13 caixas. Qual é o menor número de viagens que ele deve fazer para transportar todas as caixas que recebeu?

Dario sabe que a resposta envolve a divisão de 280 por 13:

$$\begin{array}{r|l} 280 & 13 \\ \hline 7 & 21 \end{array}$$

HAGAQUEZART ESTÚDIO

Note que:

$$\underset{\text{Quociente}}{21} \times \underset{\text{Divisor}}{13} + \underset{\text{Resto}}{7} = \underset{\text{Dividendo}}{280}$$

Na divisão, **quociente × divisor + resto = dividendo**.

Essa é a **propriedade fundamental da divisão**. Observe que o resto deve ser sempre menor que o divisor.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

54. Dois números foram multiplicados e o resultado foi igual a 442. Um dos fatores foi 26. Qual foi o outro? 17

55. Dividi um número por 154, o quociente foi igual a 95 e a divisão foi exata. Qual foi o número que dividi por 154? 14 630

56. Na divisão efetuada abaixo, verifique se os resultados estão corretos, aplicando a propriedade fundamental da divisão: $674 \times 73 + 50 = 49\,202 + 50 = 49\,252$. Os resultados estão corretos.

$$\begin{array}{r|l} 49\,252 & 73 \\ \hline 50 & 674 \end{array}$$

57. Observe que $234 \times 5 = 1\,170$. Agora, sem fazer cálculos, encontre o valor de 1 170 : 234. 5

58. A divisão abaixo está correta? Por quê?

$$\begin{array}{r|l} 95 & 15 \\ \hline 20 & 5 \end{array}$$

Não, porque o resto é maior que o divisor.

59. Marcos pensou em um número e, em seguida, dividiu-o por 8. A divisão foi exata e o quociente foi 15. Em qual número ele pensou? 120

60. Numa divisão, o quociente é 18, o resto é 7 e o divisor é 45. Calcule o dividendo. 817

61. Escreva o algoritmo da divisão para cada igualdade: Veja respostas no final do livro.

a) $12 \times 11 + 7 = 139$

b) $15 \times 15 = 225$

c) $25 \times 56 + 32 = 1\,432$

d) $41 \times 18 + 17 = 755$

62. Uma loja de produtos de limpeza possui em seu estoque 130 caixas de detergente. Cada caixa contém duas dúzias de frascos. Um cliente comprou 1 200 frascos. Quantas caixas restaram no estoque dessa loja? 80 caixas.

Estimativa e outros procedimentos de cálculos

Para refletir e responder

Observe como Pedro calcula o quociente aproximado de 892 : 9 e em seguida responda às questões.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

892 : 9 é próximo de 900 : 9
900 : 9 é igual a 100
Então, 892 : 9 é próximo de 100

- Note que 9×100 é igual a 900 e 900 é maior que 892. Então, 892 : 9 é menor que ou maior que 100? Menor que 100.
- Você costuma fazer estimativas em situações de cálculos? Resposta pessoal.

No dia a dia é comum fazer estimativas em situações de cálculos recorrendo a arredondamentos dos números envolvidos. No entanto, é preciso notar que se a situação envolve a multiplicação ou a divisão, esse procedimento nem sempre chega muito próximo do resultado, mas é possível avaliar, por exemplo, quantas ordens terá o resultado.

Veja abaixo um procedimento comum quando se divide, por exemplo, 700 por 30.

70~~0~~	3~~0~~	Resto = 1?
10	23	
1		

Note que se aplicarmos a propriedade fundamental aos números encontrados o resultado não será 700.

$23 \times 30 + 1 = 690 + 1 = 691$, e 691 é diferente de 700!

O que aconteceu?

Para entender, observe a divisão de 700 por 30 sem o cancelamento de zeros. O resto dessa divisão deve ser 10 e não 1.

700	30
100	23
10	

ILUSTRAÇÕES: HÉLIO SENATORE

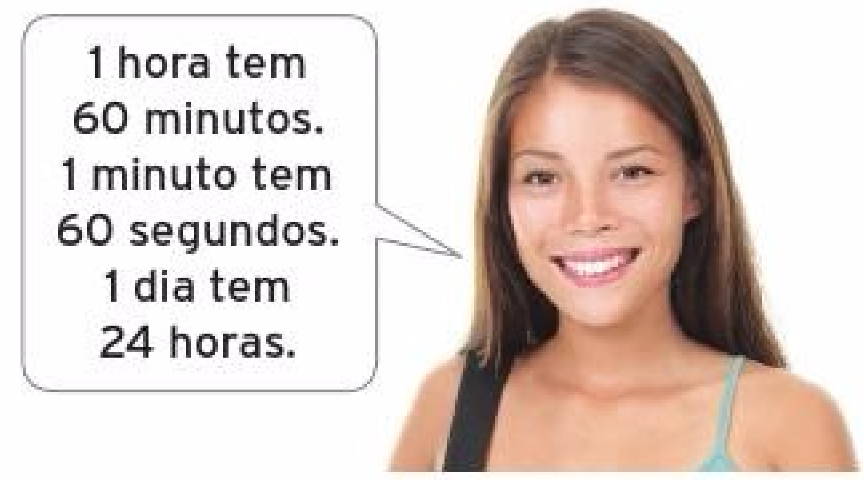
Podemos efetuar divisões como 700 : 30 cancelando os zeros. Nesse caso, utilizamos uma propriedade da divisão:

> Quando se multiplica o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o quociente não se altera, mas o resto fica multiplicado por esse número.
>
> Quando se divide o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o quociente não se altera, mas o resto fica dividido por esse número.

Medidas de tempo

Você tem ideia de como os seres humanos começaram a medir o tempo?

Hoje, um relógio é o instrumento que a maioria das pessoas usa para planejar seu dia a dia.



THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Para medir as datas dos acontecimentos, as unidades mais comumente usadas são: dia, semana, mês e ano. E para medir intervalos de tempo: hora, minuto e segundo.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

63. Escolha um dos cálculos a seguir para saber o valor aproximado a ser pago por 8 litros de azeite a R$ 18,00 o litro:

8×10 8×12 x8×20 8×30

64. No saldão "Tudo por quilo", as roupas são vendidas a R$ 21,00 o quilograma. Faça uma estimativa para o preço a ser pago nas compras de:

a) 5 kg.

b) 10 kg.

c) 60 kg.

Respostas possíveis.
a) R$ 100,00
b) R$ 210,00
c) R$ 1 200,00

65. Uma fábrica de laticínios produziu 3 700 queijos, que foram embalados em caixas. Cada caixa continha 30 queijos e foi obtida a maior quantidade possível de caixas. Quantos queijos sobraram fora das caixas? 10 queijos.

66. José está assentando azulejos em uma das paredes da cozinha. Ele sabe que vai precisar de 450 peças e já colocou 25 delas em uma fila junto ao piso, no comprimento da parede. Se cada fila tiver 25 azulejos, quantas filas serão alinhadas até o teto? 18 filas.

67. Pensei em um número, adicionei 15 a ele, dividi o resultado por 6 e obtive 14. Adivinhe qual foi o número em que pensei. 69

68. Uma partida de tênis durou duas horas. Quantos minutos durou a partida? 120 min

69. Uma roda-gigante dá 3 voltas por minuto. Quantas voltas ela dará em 2 horas? 360 voltas.

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

70. Em um DVD, Rosana pretende gravar alguns desenhos animados que passam na televisão. Se o DVD é de 120 minutos, quantos desenhos animados de meia hora ela poderá gravar?
4 desenhos animados.

71. Verifique, sem efetuar as divisões, se os resultados estão corretos.

a) $\begin{array}{r|l} 821 & 17 \\ \cline{2-2} 15 & 48 \end{array}$ Errado.

b) $\begin{array}{r|l} 1\,208 & 12 \\ \cline{2-2} 8 & 100 \end{array}$ Certo.

72. Em uma divisão, o divisor é 15 e o resto é o maior possível. Dobrando-se o dividendo e o divisor, obtêm-se outros números. Fazendo a divisão com esses dois novos números, qual será o resto obtido? 28

73. Determine os restos possíveis na divisão de um número:

a) por 5. 0, 1, 2, 3, 4

b) por 7. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

c) por 12. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11

74. Nestas situações, as letras **n** e **y** representam números naturais. Qual é o valor de cada uma delas?

a) $\begin{array}{r|l} n & 12 \\ \cline{2-2} 8 & 5 \end{array}$ n = 68

b) $\begin{array}{r|l} y & 45 \\ \cline{2-2} 0 & 10 \end{array}$ y = 450

Expressões numéricas

Em Matemática, há expressões que envolvem números e operações entre eles: são as **expressões numéricas**. Exemplo:

$$60 + 4 \times 10 - 9 - 5 =$$
$$= 60 + 40 - 9 - 5 = 86$$

Calculamos primeiro 4×10.
Em seguida, efetuamos a adição e a subtração na ordem em que aparecem.

FOTOS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Além dos **parênteses**, os **colchetes** e as **chaves** também são sinais de associação usados nas expressões numéricas.

( )	[ ]	{ }
parênteses	colchetes	chaves

Quando os sinais de associação aparecerem em uma expressão numérica, os cálculos serão efetuados primeiro dentro dos parênteses; em seguida, dentro dos colchetes e, por último, dentro das chaves. Exemplo:

$$300 - 7 \times \{38 - [15 \times 8 : (14 - 4) - 5] \times 2\} =$$
$$= 300 - 7 \times \{38 - [\underline{15 \times 8 : 10} - 5] \times 2\} =$$
$$= 300 - 7 \times \{38 - [\ 12 \ - 5] \times 2\} =$$
$$= 300 - 7 \times \{38 - 7 \times 2\} =$$
$$= 300 - 7 \times 24 = 300 - 168 = 132$$

15×8 é igual a 120
$120 : 10$ é igual a 12

Qual é o número desconhecido?

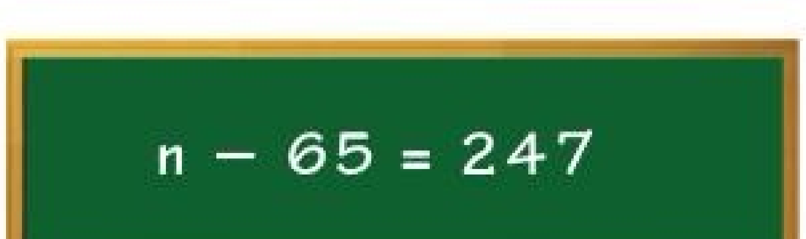
Operações são muito utilizadas em situações que envolvem números desconhecidos. Rafael usou desenhos e propôs um problema. Observe:

$$\text{número} \xrightarrow{-\,65} 247$$
?

Qual é o número desconhecido?

Em Matemática, o número desconhecido pode ser indicado por uma **letra do alfabeto**. Nesse caso, o problema poderá ser representado da forma mostrada na lousa:

HÉLIO SENATORE



Descobrimos o valor de **n** por meio do conhecimento sobre operações inversas. Veja:

$$n - 65 = 247 \Leftrightarrow \underbrace{247 + 65}_{312} = n$$

O número do qual Rafael subtraiu 65 é 312.

Fazer e aprender

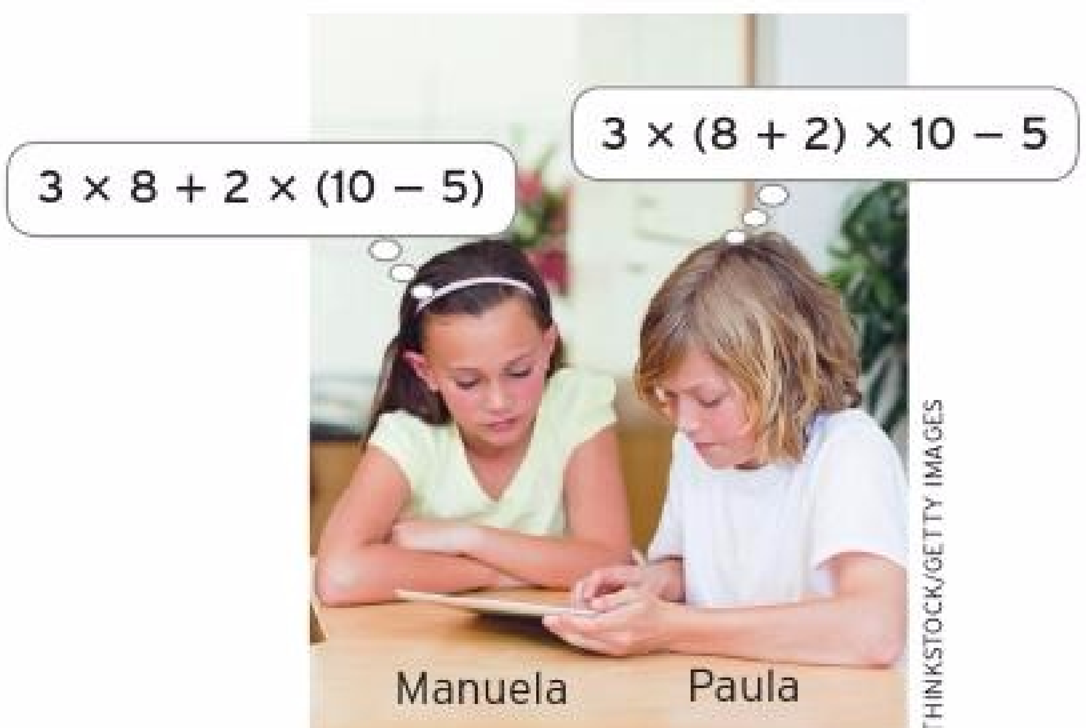
FAÇA NO CADERNO

75. Escreva um pequeno texto explicando como encontrar o resultado da expressão abaixo.

$$6 \times 8 + 2 \times 7 \times 5 - 9 \times 7$$

76. Manuela e Paula colocaram parênteses em lugares diferentes na expressão numérica abaixo.

$$3 \times 8 + 2 \times 10 - 5$$



a) Calcule os valores dessas expressões numéricas. Os valores encontrados são iguais?
Manuela: 34; Paula: 295. Não.

b) Qual das expressões numéricas tem menor resultado: a de Manuela ou a de Paula?
A expressão proposta por Manuela.

77. As sentenças a seguir não estão corretas, mas é possível corrigi-las colocando-se parênteses. Copie cada uma delas, fazendo a correção necessária.

a) $18 - 8 - 2 = 12$
$18 - (8 - 2) = 12$

b) $350 + 100 - 50 + 10 = 390$
$350 + 100 - (50 + 10) = 390$

78. Calcule o valor das expressões numéricas:

a) $(140 + 20 - 10) - 63 - (18 - 10 - 8)$ 87

b) $5 \times 8 \times 2 - 15 \times 3 - (6 \times 7 - 5 \times 6 - 10)$ 33

79. Encontre o número desconhecido em cada item:

a) ■ + 146 = 1 010 864

b) ■ − 8 937 = 3 600 12 537

80. Pensei em um número, dele subtraí 19, ao resultado adicionei 35 e obtive 83. Qual é o número em que pensei? O esquema abaixo poderá ajudá-lo. 67

número $\xrightarrow{-19}$ ▨ $\xrightarrow{+35}$ 83

81. Use as propriedades da adição e determine os valores de **x**, **y**, **v** e **z**.

a) $x + 145 = 145 + 198$ x = 198

b) $356 + 34 + 0 = 390 + v$ v = 0

c) $1\,397 + (233 + 1\,502) = (1\,397 + y) + 1\,502$ y = 233

d) $185 + (23 + 1\,589) = (23 + 1\,859) + z$ z = 185

82. As letras **m** e **n** representam dois números naturais, e $m + n = 45$.

a) Qual é o valor de $n + m$? 45

b) Se **n** vale 30, qual é o valor de **m**? 15

c) Qual é o valor de $(m + n) + 100$? 145

d) Qual é o valor de $100 - (m + n)$? 55

83. Na igualdade a seguir, a letra **n** representa um número natural. Calcule-o.

$$n - 356 = 356$$ 712

84. Manuel é garagista de um estacionamento. Mensalmente, ele apresenta ao gerente a quantidade de veículos que usaram a garagem. No último mês, suas anotações ficaram manchadas. Você poderia ajudá-lo a recuperar os números dessas anotações?

		2	8	■	← carros pequenos
		4	■	2	← carros grandes
+		■	5	8	← motos
	■	5	0	4	

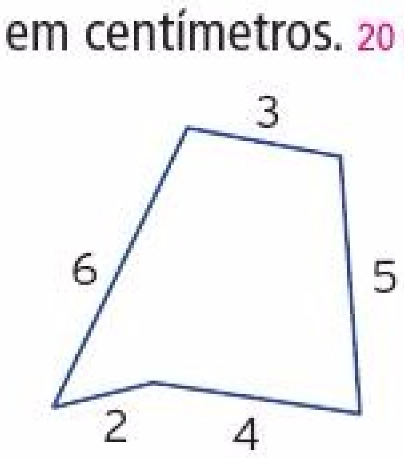
284 + 462 + 758 = 1 504

85. As letras **x** e **y** representam dois números ímpares, sendo **y** maior que **x**. Copie as frases e complete-as de modo que sejam verdadeiras:

a) $y - x$ é um número ... Par

b) Se $y - x = 44$, então $2\,037 + (y - x) = ...$
2 081

86. Lembrando que perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados, qual é o perímetro desta figura? As medidas marcadas estão indicadas em centímetros. 20 cm



75. Resposta possível: Primeiro, calculo os produtos: 6 × 8 = 48, 2 × 7 × 5 = 70, 9 × 7 = 63. Em seguida, calculo a soma e a diferença, na ordem em que elas aparecem. O resultado é 55.

Mais sobre resoluções e problemas

Situações-problema de nosso cotidiano são resolvidas, de modo geral, usando as operações que foram estudadas. Em muitas delas, existem vários caminhos para encontrar a solução. Diante de situações desse tipo, poderá ser útil seguir algumas etapas. Exemplo:

A meta de uma campanha de vacinação contra a gripe era vacinar no mínimo 4500 pessoas em dois meses. No primeiro mês foram vacinadas 2873 pessoas e, no segundo, 1695.

- A campanha atingiu a meta proposta?
Sim, a meta foi ultrapassada em 68 pessoas.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Após uma **leitura cuidadosa**, é possível destacar:

✓ **Informações** que podem ser utilizadas para determinar a solução:
- meta: vacinar no mínimo 4500 pessoas.
- pessoas vacinadas: 2873 e 1695.

✓ A **pergunta** que deve ser respondida: "A campanha atingiu a meta proposta?".

✓ A **estratégia** a ser desenvolvida: podemos utilizar uma adição. Em seguida, podemos comparar a soma encontrada com a meta proposta.

✓ **Resolução**:

$$\begin{array}{r} {}^{1}2\ {}^{1}8\ 7\ 3 \\ +\ 1\ 6\ 9\ 5 \\ \hline 4\ 5\ 6\ 8 \end{array}$$

✓ **Validação**: Como 4568 é maior que 4500, a solução encontrada está correta.

✓ **Resposta**: A meta proposta foi atingida.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

87. Se Pedro ganhar R$ 600,00 e juntar com o que tem, poderá pagar uma dívida de R$ 893,00 e ainda lhe sobrarão R$ 31,00. Qual é a quantia que Pedro tem? R$ 324,00.

88. O sapateiro Mauro recebeu uma encomenda de 755 pares de sapatos. Para essa encomenda, ele tinha alguns pares já prontos e, em três semanas, fez outros 250 pares. Mesmo assim, ainda faltam 182 pares para completar a encomenda. Quantos pares de sapatos ele tinha prontos? 323 pares.

89. Alberto, Cláudio e Dênis subiram juntos em uma balança e ela registrou 167 kg. Dênis desceu, e a balança registrou 100 kg. Em seguida, Dênis subiu novamente na balança, mas Alberto desceu, e o registro foi de 125 kg. Quanto "pesa" cada um deles? Alberto: 42 kg; Cláudio: 58 kg; Dênis 67 kg.

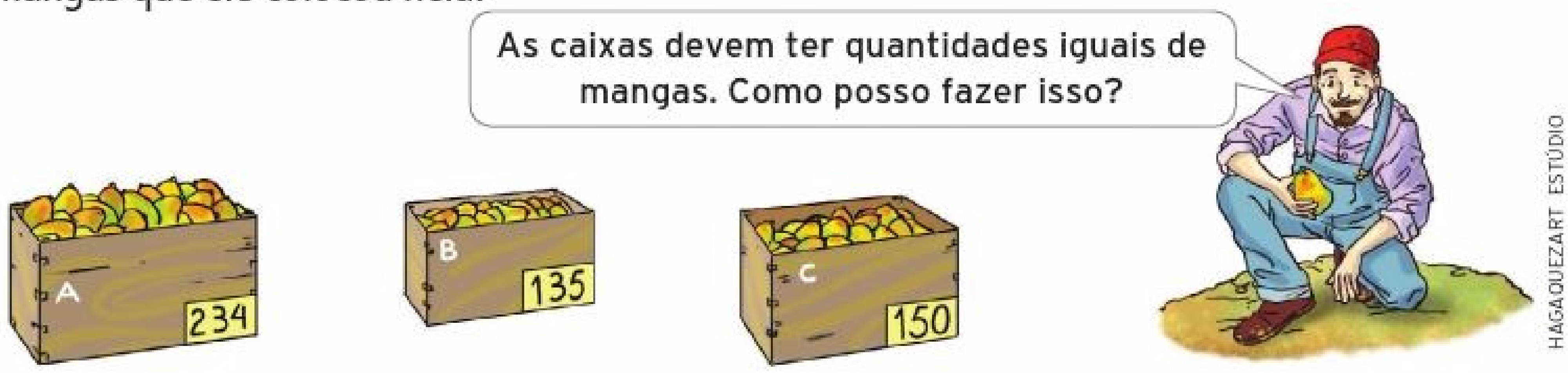
90. A diferença entre dois números é 103. Quais podem ser esses números?
(Há muitas soluções. Tente encontrar pelo menos cinco.) Resposta possível: 176 e 73; 183 e 80; 1103 e 1000; 2610 e 2507.

91. Numa excursão promovida por uma escola, 118 estudantes foram distribuídos em três ônibus: A, B e C. Os ônibus A e B estavam com o mesmo número de alunos. No ônibus C havia 4 estudantes mais do que qualquer um dos outros. Quantos alunos viajaram em cada ônibus? **A** e **B**: 38 alunos; **C**: 42 alunos.

92. Um fazendeiro tem 1394 vacas. Se vender 484 delas para seu compadre, ambos ficarão com a mesma quantidade de vacas. Quantas vacas o compadre possui? 426 vacas.

93. Em um feriado, 1 045 pessoas irão para uma colônia de férias. Elas serão transportadas em ônibus com 45 lugares cada um. Qual é o menor número de ônibus necessários para que todos viajem sentados?
24 ônibus.

94. Jonas colheu mangas e distribuiu em três caixas. O número marcado em cada caixa indica a quantidade de mangas que ele colocou nela.



Como resolver o problema de Jonas?

a) Pense em um plano de resolução para esse problema. Depois, escreva um pequeno texto explicando como deve ser a resolução que você imaginou.

b) Troque a sua resolução com um colega: cada um resolve o problema seguindo o plano traçado pelo colega. Em seguida, troquem novamente os cadernos e façam acertos.
Resposta pessoal. Cada caixa fica com 173 mangas.

Troquem ideias e resolvam

FAÇA NO CADERNO

Avalie a possibilidade de desenvolver o tema tratado com outras disciplinas: Ciências, Língua Portuguesa, Geografia.

Junte-se a um colega, reflitam e respondam às questões propostas.

Uma alimentação saudável associada à prática regular de atividade física são atitudes importantes para boa saúde e qualidade de vida.

A tabela a seguir apresenta alguns alimentos comuns na mesa das pessoas, o tamanho de cada porção em medidas caseiras e o valor calórico médio de cada uma.

Alimento	1 porção equivale a	Valor calórico (kcal)
arroz branco cozido	4 colheres de sopa	150
farinha de mandioca	2 colheres de sopa	150
batata cozida	1 unidade e meia	150
macarrão cozido	3 colheres e meia de sopa	150
alface	15 folhas	15
cenoura crua	1 colher de servir	15
tomate comum	4 fatias	15
feijão cozido (50% de caldo)	1 concha	55
bife grelhado	1 unidade	190
filé de frango grelhado	1 unidade	190
omelete simples	1 unidade	190
peixe-espada cozido	1 porção	190

Fonte: Guia Alimentar: como ter uma alimentação saudável. Disponível em: <http://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/guia_alimentar_alimentacao_saudavel.pdf>. Acesso em: 19 mar. 2015.

- Com as opções oferecidas, monte um prato para um almoço e peça ao colega que verifique quantas calorias tem a sua sugestão. Resposta pessoal.
- Suponha que uma pessoa precise ingerir, em média, 2 000 quilocalorias (kcal) por dia. Observando essa condição, elaborem um cardápio para uma semana para ela. Respostas pessoais.

94. a) Resposta possível: Calcule o total de mangas e divida o resultado por 3. Em seguida, tire da caixa A uma quantidade de mangas igual à diferença entre a quantidade de mangas da caixa A e o quociente obtido. Distribua as mangas tiradas da caixa A entre as caixas B e C de maneira que elas tenham a quantidade de mangas que restaram na caixa A.

4 Estatística e probabilidade

Solicite aos alunos que descrevam todos os casos possíveis, dando a eles condições para que desenvolvam, de forma intuitiva, técnicas de contagem de agrupamentos.

Possibilidades

Para refletir e responder

É o primeiro filho de Bia e Edu e eles ainda não sabem o sexo do bebê.

ILUSTRAÇÕES: CÉLIA KOFUJI

- Menino ou menina? Qual é seu palpite?
Resposta pessoal.

Muitas vezes presenciamos cenas como a de Edu e Bia.

Menina ou menino são as **possibilidades** que existem quanto ao sexo de um bebê que vai nascer e que só é possível saber quando a criança nasce, ou durante a gestação, com exames médicos apropriados.

Agora, veja outra situação:

Sempre que Fábio joga, ele torce muito para ganhar.

Fábio já tirou 3. Para que a soma seja um número par, ele deverá torcer para que saia 1, 3 ou 5 na segunda jogada do dado. Se qualquer número de 1 a 6 servisse, suas chances de sucesso seriam maiores.

As situações propostas envolvem várias possibilidades. Saber analisar situações como essas pode ser útil no comércio, em jogos e brincadeiras, em pesquisas científicas, em Matemática etc.

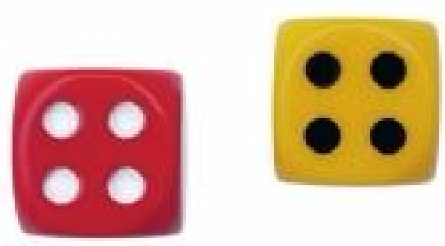
Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

95. É costume recorrer a uma moeda para decidir quem começa um jogo. Nessa situação, que possibilidades existem? Cara ou coroa.

96. Quando você joga um dado, considerando o número que aparece na face superior, que possibilidades existem? 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

97. Jogando dois dados, Paulo tirou 4 em cada um deles, totalizando 8 pontos. Existem, no entanto, outras maneiras de obter esse mesmo total.



a) Quais são elas? 2 e 6; 3 e 5.

b) Jogando dois dados, quais são todas as maneiras de obter 6 pontos no total? 1 e 5; 2 e 4; 3 e 3.

98. Observe os dados jogados por Patrícia durante um jogo.

FOTOGRAFIAS: FABIO R. MARTINS

a) Que pontos saíram nas faces de cima? 1 e 3.

b) A soma dos pontos que ela marcou é par ou ímpar? Par.

c) Liste as demais situações em que ela obteria soma par. 1 e 1; 1 e 5; 2 e 2; 2 e 4; 2 e 6; 3 e 3; 3 e 5; 4 e 4; 4 e 6; 5 e 5; 6 e 6.

d) Jogando os dois dados, quais são todas as possibilidades de ela obter soma ímpar? 1 e 2; 1 e 4; 1 e 6; 2 e 3; 2 e 5; 3 e 4; 3 e 6; 4 e 5; 5 e 6.

Desafios

Comemoração de fim de ano

Renato, Maurício e Sérgio comemoraram o fim do ano passado almoçando juntos, na casa de Maurício.

Para esse almoço, Renato levou três pratos prontos, Maurício, dois e Sérgio, dois. Todos os pratos eram de mesmo preço. Quando começaram a almoçar, apareceu Vinícius, que, mesmo chegando de mãos vazias, foi convidado a almoçar com eles.

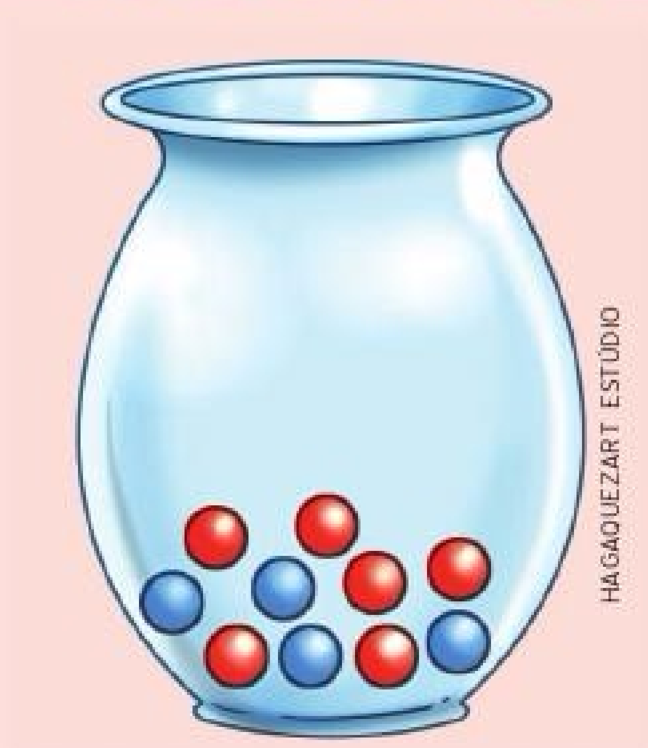
Na hora do acerto de contas, Vinícius, que não levara nada, pagou R$ 63,00.

CÉLIA KOFUJI

- Se a despesa foi igualmente dividida, que quantia receberam de volta os amigos que levaram os pratos prontos? Renato: R$ 45,00; Sérgio: R$ 9,00; Maurício: R$ 9,00.

Vermelha ou azul?

Observe as bolinhas coloridas que foram colocadas em um vidro. João vai retirar, sem olhar, uma bolinha desse vidro.



HAGAQUEZART ESTÚDIO

- Qual é a cor da bolinha que ele tem maior chance de retirar? Explique por quê. Vermelha, porque há mais bolinhas vermelhas do que azuis.
- O que pode ser feito para que as chances de João retirar uma bolinha vermelha ou azul sejam iguais? Resposta possível: Colocar mais 2 bolinhas azuis no vidro.

Leitura

Um curioso algoritmo da multiplicação

Muito antes da criação das réguas de cálculo e das calculadoras, indivíduos que dependiam do resultado de cálculos haviam criado processos para obter o resultado de operações específicas. Foi o caso da multiplicação e da divisão.

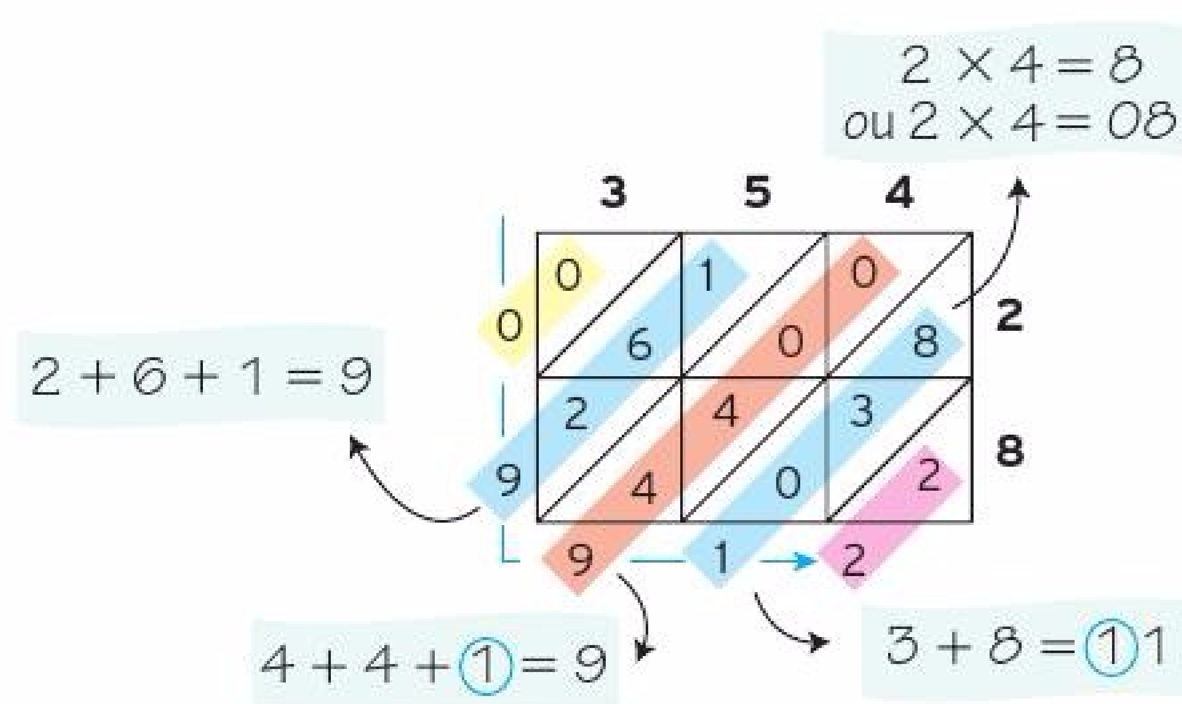
Os chineses, por exemplo, calculavam usando o **soroban**, um tipo de ábaco.

Na Europa medieval, a partir do século XIII, com a divulgação e a utilização do sistema de numeração indo-arábico, as operações começaram a ser realizadas no papel. Um algoritmo chamado de **gelosia** era utilizado para calcular um produto. Imagina-se que ele teve origem na Índia. O método baseia-se principalmente nas tabuadas calculadas e colocadas em um arranjo retangular.

HORACE BRISTOL/CORBIS/LATINSTOCK

Homem manipulando um soroban.

Veja como calcular 354 × 28 por esse método.



Esclareça o significado do termo *gelosia*: são as ripas inclinadas que preservam algumas janelas da luz e dos olhares do exterior das residências, e que dão o nome ao algoritmo. Veja sugestões de trabalho no **Manual do Professor**.

A soma dos números em cada tira oblíqua produz os algarismos do produto. Seguindo as linhas azuis, obtemos o produto:

$$354 \times 28 = 9912$$

Revisão cumulativa e testes

FAÇA NO CADERNO

1. De tempos em tempos o Governo Federal realiza um censo demográfico por meio do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). O censo de 2010 mostrou que éramos, ao todo, 190 732 694 brasileiros.

Nesta tabela, você tem os dados dos censos realizados em 2000 e em 2010.

Regiões	2000	2010
Norte	12 900 704	15 865 678
Nordeste	47 741 711	53 078 137
Sudeste	72 412 411	
Sul	25 107 616	27 384 815
Centro-Oeste	11 636 728	14 050 340

Fonte: IBGE, Censos 2000 e 2010.

1. a) Cento e noventa milhões, setecentos e trinta e dois mil e seiscentos e noventa e quatro habitantes; b) 80 353 724; zero; c) 169 799 170 habitantes; d) 20 933 524 habitantes.

a) Escreva como se lê o número que indica a população brasileira em 2010.

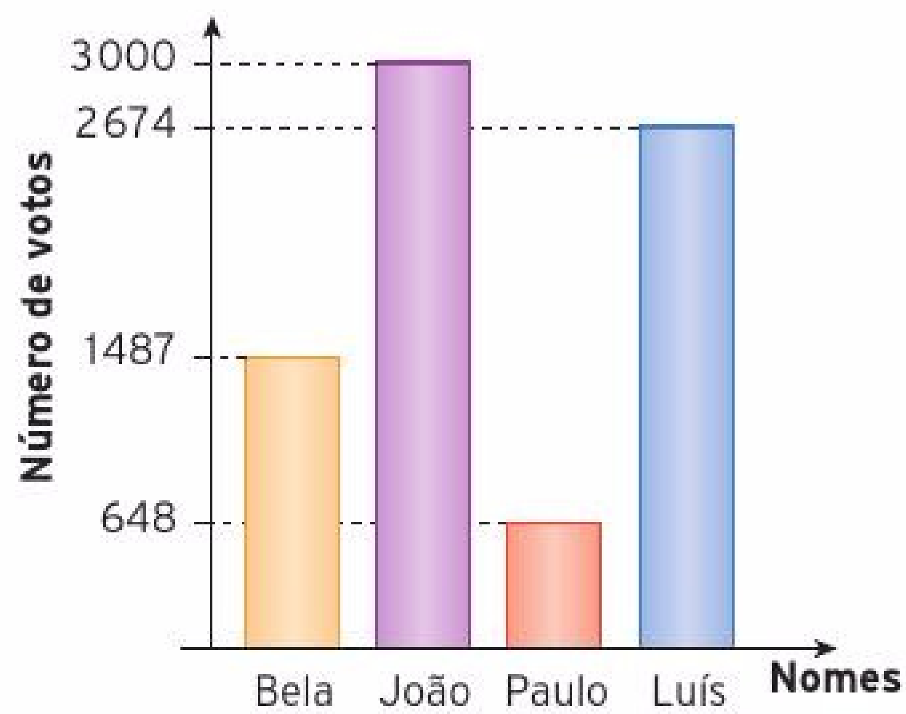
b) Em 2010, quantas pessoas viviam na região Sudeste? Qual é o algarismo das unidades de milhão desse número?

c) Qual era a população brasileira em 2000?

d) Qual foi o crescimento populacional do Brasil nesse período?

2. Na última eleição para prefeito de Vila Nova havia quatro candidatos. Veja no gráfico o resultado da votação.

Resultado das eleições para prefeito



a) Quem foi eleito prefeito de Vila Nova? João.

b) Quantos votos ele teve a mais que o segundo candidato? 326 votos.

c) Quantas pessoas votaram nessa eleição? 7 809 pessoas.

3. Se Rafael ganhar R$ 400,00 e juntar com o que tem, poderá pagar uma dívida de R$ 745,00 e ainda lhe sobrarão R$ 59,00. Quanto Rafael tem? R$ 404,00.

4. Cláudia e Rui ganharam moedas de R$ 1,00 de seu pai. Cláudia ganhou 124 moedas, mas se der 44 delas para Rui, ambos ficarão com a mesma quantidade de moedas.

a) Quantas moedas Rui ganhou do pai? 36 moedas.

b) Qual é a quantia que cada um deles ganhou? Cláudia: R$ 124,00; Rui: R$ 36,00.

5. Você sabia que a frequência cardíaca de um gato é de 180 batimentos por minuto? Então, responda:

a) Quantas vezes terá batido o coração desse gato em 3 horas? 32 400 vezes.

b) E em um dia? 259 200 vezes.

6. Três camisetas de um mesmo modelo custam R$ 35,00.

Calcule o preço de:

VAGNER DE FARIA

a) 6 camisetas. R$ 70,00.

b) 15 camisetas. R$ 175,00.

c) 1 dúzia e meia de camisetas. R$ 210,00.

7. A soma de dois números é 80. Multiplicando-se cada um desses números por 6, qual será a nova soma? 480

8. O produto de dois números é 40.

a) Multiplicando-se um dos fatores por 3, qual será o novo produto? 120

b) Multiplicando-se os dois fatores por 3, qual será o novo produto? 360

c) Multiplicando-se um dos fatores por 2 e o outro por 5, qual será o novo produto? 400

9. Nesta atividade, as letras **a**, **b**, **c** e **d** representam números naturais.

a) Se o produto $(c \times d)$ é 30, então qual é o valor de $2 \times (c \times d)$? 60

b) Se a soma $(a + b)$ é 10, então qual é o valor de $7 \times (a + b)$? 70

c) Se a diferença $(c - d)$ é 50, então qual é o valor de $6 \times (c - d)$? 300

10. O quociente da divisão de um número natural por 6 é 13, e o resto é 1.

$$\begin{array}{r|l} \blacksquare & 6 \\ \hline 1 & 13 \end{array}$$

a) Se você adicionar 4 ao dividendo dessa divisão e dividir o novo número obtido por 6, quais serão os valores do quociente e do resto?

b) Nessa divisão, qual é o menor número que se deve adicionar ao dividendo para que a divisão seja exata? 5

a) O quociente será o mesmo, e o resto será 5.

11. Para aproveitar uma oferta, Marcelo e alguns amigos juntaram suas economias, obtendo a quantia de R$ 1 750,00.

CÉLIA KOFUJI

a) Qual é a maior quantidade de aparelhos que eles puderam comprar? 7 aparelhos.

b) Quantos brindes eles ganharam? 28 brindes.

12. Margarete e seu grupo fizeram uma pesquisa sobre a saúde da população em um bairro da cidade em que moram. A pesquisa durou 220 dias. A quantos meses e quantos dias corresponde esse período?

Considere 1 mês de 30 dias.

7 meses e 10 dias.

13. Considere que as letras **a** e **b** representam números naturais e que **a + b = 45**. Responda às questões:

a) Qual é o valor de **(a + b) + 100**? 145

b) Qual é o valor de **(a + b) − 100**? Não existe em IN.

14. O Sol está, aproximadamente, a 150 000 000 de quilômetros da Terra. Um raio de luz percorre 300 000 quilômetros por segundo. Quanto tempo um raio de luz que sai do Sol leva para chegar à Terra? 8 min 20 s

15. Qual é o menor número que, dividido por 5 ou por 4, dá resto 3? 23

16. (Saresp) Luís tem uma coleção de bolinhas de gude. Ontem ele ganhou 24 bolinhas novas de seu primo e ficou com 150 bolinhas. Desse modo, podemos afirmar que, antes de ganhar esse presente de seu primo, Luís tinha: c

a) 124 bolinhas.
b) 125 bolinhas.
c) 126 bolinhas.
d) 174 bolinhas.

17. (Saresp) Paulo levou 2 horas para digitar um texto de 8 páginas. Se ele trabalhar durante 4 horas, no mesmo ritmo, é possível que ele digite um texto de: d

a) 4 páginas.
b) 8 páginas.
c) 12 páginas.
d) 16 páginas.

18. As letras **a** e **b** representam números naturais e $a + b = 500$. Então, podemos afirmar que $(a + b) : 20$ é igual a: b

a) 5 000 : 20
b) 25
c) 2 500
d) 250

19. A escola Samba da Vila desfila com várias alas, contendo, cada uma, 45 pessoas. No Carnaval passado, havia 749 candidatos para desfilar nessa escola e alguns deles não puderam desfilar por não terem conseguido formar uma ala com 45 integrantes. O número de pessoas que não puderam desfilar é: a

a) 29 b) 2 c) 20 d) 1

20. A expressão **35 − 10 − 8 − 2** terá o maior valor possível com parênteses colocados na forma: c

a) $35 - 10 - (8 - 2)$
b) $(35 - 10) - (8 - 2)$
c) $35 - (10 - 8 - 2)$
d) $35 - (10 - 8) - 2$

21. A diferença entre dois números naturais é 3 e o produto é 40. Os dois números são: c

a) 2 e 20. b) 4 e 10. c) 5 e 8. d) 1 e 40.

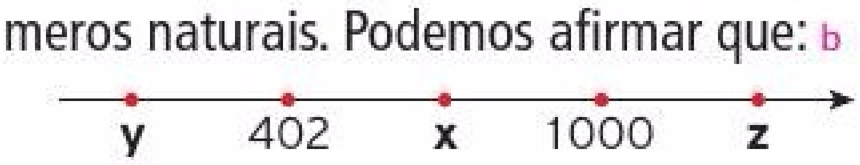
22. (UFRJ-RJ) Em uma divisão cujo divisor é 29, o quociente é igual a 15. Sabendo que o resto dessa divisão é o maior possível, podemos afirmar que o dividendo é igual a: d

a) 391 b) 407 c) 435 d) 463

23. Uma fábrica produziu 4 460 pacotes de biscoitos em um só dia. Eles foram colocados em caixas, cada uma com 42 pacotes. Se a fábrica quiser completar mais uma caixa, terá de produzir quantos pacotes a mais? c

a) 100 pacotes.
b) 16 pacotes.
c) 34 pacotes.
d) 106 pacotes.

24. Nesta figura, as letras **x**, **y** e **z** representam números naturais. Podemos afirmar que: b



a) **x**, **y** e **z** são escritos com quatro algarismos.
b) $y < x < 1000$.
c) $x < y < z$.
d) $x + y + 402 = z$.

25. Quatro números naturais são consecutivos. Um deles é 99. Nessa situação podemos afirmar que a soma desses números: a

a) Pode ser maior que 400.
b) É sempre maior que 400.
c) É sempre menor que 400.
d) Nenhuma das anteriores é verdadeira.

UNIDADE 4

Potência e raiz quadrada

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Esta composição fotográfica mostra uma sequência de imagens parecidas que aumentam de tamanho.

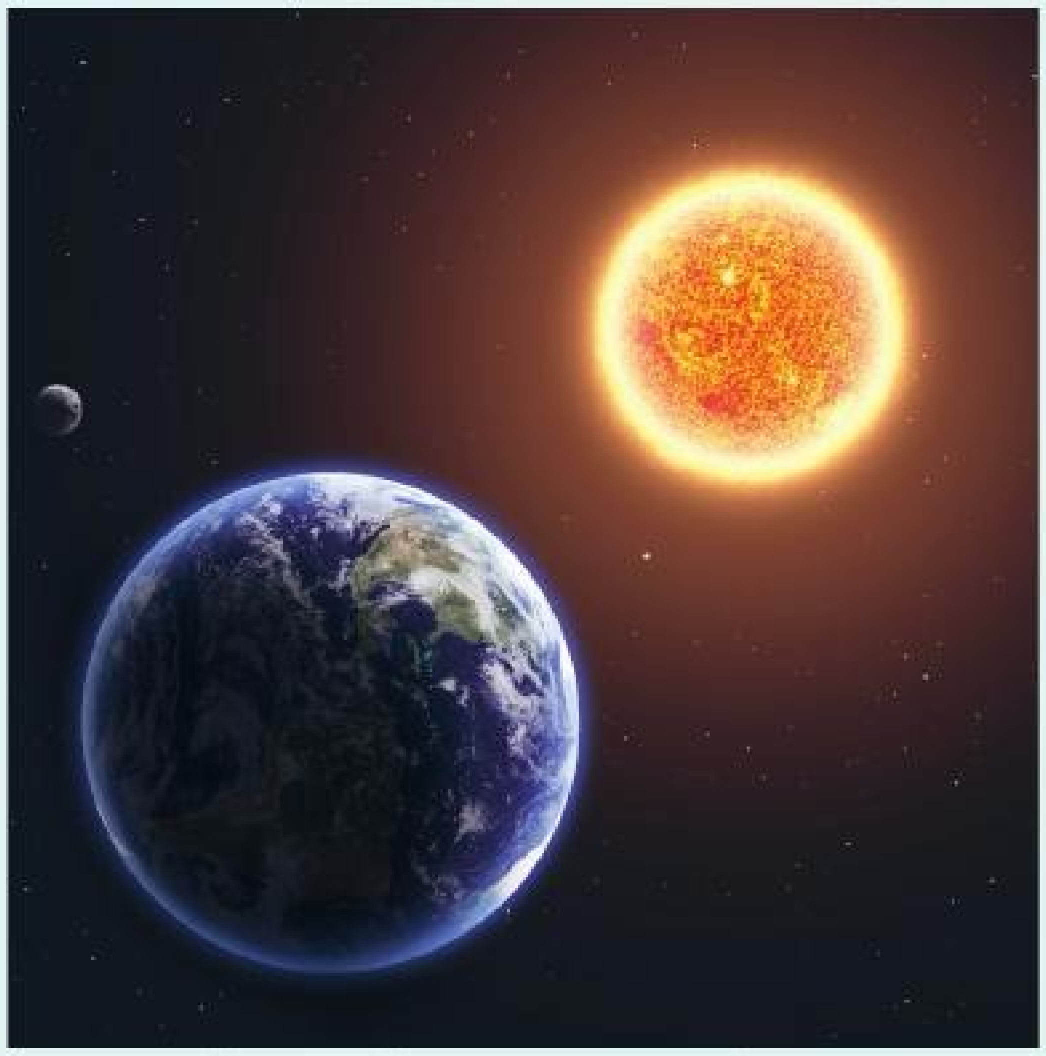
Muitas situações como essa envolvem **potências**, assunto que será explorado nesta unidade.

Nesta unidade ...

1. Potências
2. Raiz quadrada exata

Solicite aos alunos uma pesquisa de reportagens, em revistas e jornais, que apresentem números "muito grandes" ou "muito pequenos". Após o estudo desta unidade, eles poderão retomar as pesquisas realizadas e analisá-las.

Existem situações que envolvem "números muito grandes" e outras que envolvem "números muito pequenos". Observe:



THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Quantos quilômetros há entre a Terra e o Sol?

JIM SUGAR/CORBIS/LATINSTOCK

O vulcão Kilauea, situado no Havaí. Há quanto tempo surgiram as ilhas vulcânicas?

Agora, leia:

✓ A Terra está a cerca de 149 600 000 — cento e quarenta e nove milhões e seiscentos mil — quilômetros de distância do Sol.

✓ Nos últimos 2 000 000 de anos, formaram-se pelo menos 10 000 vulcões, dos quais quinhentos apresentaram atividade constante durante muito tempo. Hoje, cerca de vinte vulcões mostram-se intensamente ativos.

Nem sempre é simples escrever números envolvidos em situações como as que foram apresentadas e efetuar cálculos com eles. Mas os matemáticos encontraram uma solução: indicar números como esses e realizar operações com eles de forma abreviada.

O que você já sabe?

- A expressão $\mathbf{10^3}$ corresponde a $\mathbf{10 \times 10 \times 10}$, ou seja, **1 000**. Como podemos abreviar a expressão $\mathbf{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}$, que corresponde a **1 000 000**? 10^6
- Apresente outra expressão como a do item anterior e sua abreviação.
  Resposta possível : $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 8 \times 10$.
- $\mathbf{1\,496 \times 10^5}$ é uma forma abreviada de indicar **149 600 000**. Encontre uma forma abreviada para representar **2 000 000**. Resposta possível: 2×10^6.

1 Potências

O que é potência

Para refletir e responder

Pedro organizou um torneio de boliche entre amigos.

Ele convidou quatro amigos. Cada um, por sua vez, convidou outros quatro. Estes últimos também convidaram, cada um, outros quatro companheiros.

HAGAQUEZART ESTÚDIO

- Quantos foram os últimos amigos convidados? 64 amigos.

Você deve ter percebido que a situação apresentada envolve multiplicações.

No produto **4 × 4 × 4**, o fator **4** se repete **3** vezes. Produtos como esse, em que os fatores são iguais, podem ser representados de maneira mais "curta", ou seja, abreviada, utilizando **potências**.

$$4 \times 4 \times 4 \xrightarrow{\text{abreviando a escrita}} 4^3$$

expoente

base → $4^3 = 64$

potência

64 é a **potência** — o resultado;
4 é a **base** — o fator que se repete;
3 é o **expoente** — o número de fatores que se repetem.

Lê-se: "quatro elevado à terceira potência" ou "quatro ao cubo", e a operação efetuada chama-se **potenciação**.

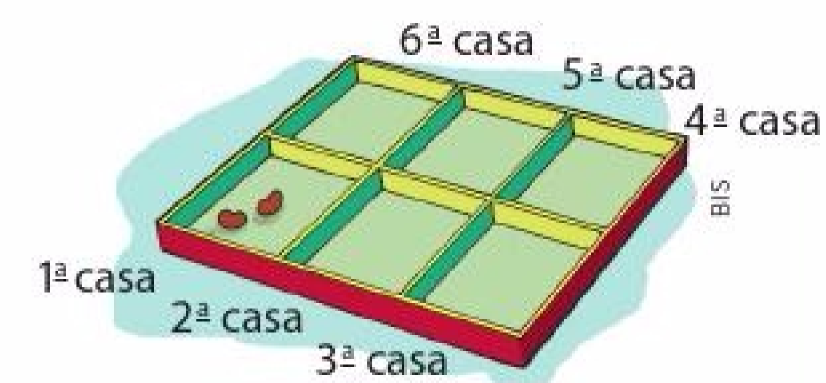
Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

1. Em Matemática, como se pode indicar o produto $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$? 4^5

2. Represente uma potência de base 5 e expoente 2. Que número ela representa? 5^2; 25

3. Imagine que você resolva colocar dois grãos de feijão na primeira casa desta caixa e, em cada casa seguinte, o dobro do número de grãos colocados na casa anterior.



a) Quantos grãos você colocará na última casa? 64

b) Como você calculou o resultado? Calculando $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

c) Utilize a forma de potência para indicar a quantidade de grãos de feijão colocados na quinta casa. 2^5

4. Escreva utilizando potências:

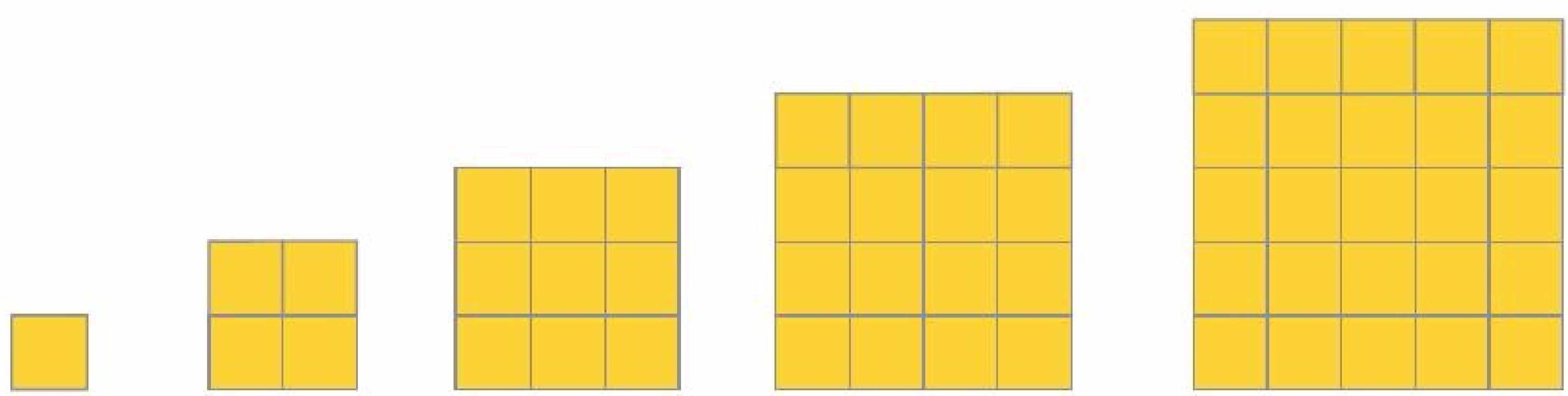
a) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ 8^4 b) $7 \cdot 7 \cdot 7$ 7^3

5. Calcule as potências:

a) 2^{10} 1024 b) 10^4 10000 c) 0^5 0

Potências de expoente 2

A sequência de figuras a seguir apresenta um padrão. Observe:



Note que todas são figuras quadradas e a quantidade de quadrinhos que compõe cada uma faz parte de uma sequência numérica que pode ser indicada por meio de potências. A expressão "ao quadrado" aparece na leitura de cada potência.

Quantidade de quadrinhos	4	9	16	25
Escrita com expoente	2^2	3^2	4^2	5^2
Lê-se	dois ao quadrado	três ao quadrado	quatro ao quadrado	cinco ao quadrado

Números como **4**, **9**, **16** e **25**, que correspondem ao quadrado de algum número natural, são chamados de **números quadrados perfeitos**.

Potências de expoentes 1 e 0

Como potência corresponde a um produto, espera-se que haja no mínimo dois fatores, não é mesmo?

Mas observe um padrão existente nas sequências numéricas a seguir. Comparando as escritas com expoentes com as respectivas potências, será possível atribuir valores às expressões ao lado.

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
64	32	16	8	4	2	1

: 2   : 2   : 2   : 2   : 2   : 2

Qualquer número natural elevado a **1** é igual a ele mesmo.
Qualquer número natural, diferente de zero, elevado a **0** é igual a **1**.

Exemplos: $8^1 = 8$ $\quad 8^0 = 1$

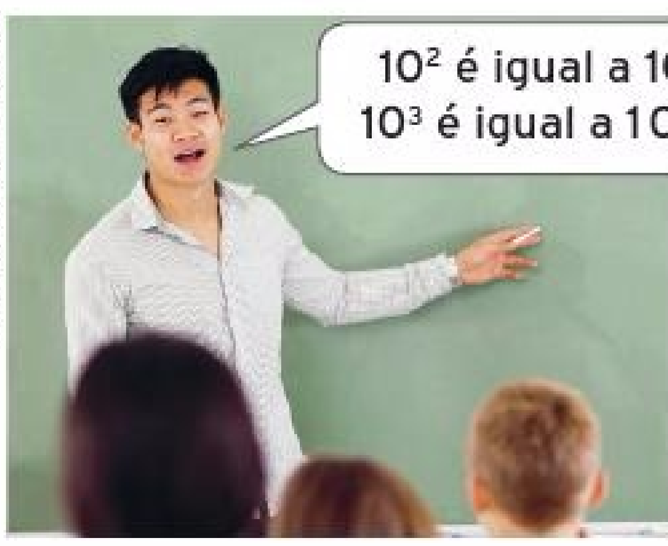
$100^1 = 100 \quad 100^0 = 1$

Procure explorar a composição e a decomposição dos números usando potências de base 10 e a escrita polinomial dos números inteiros.

Potências de base 10 na decomposição de um número

Observe o número 4 327 em um quadro de valor-lugar e duas maneiras de decompô-lo.

Note a presença de potência de base 10 em uma delas.



THINKSTOCK/GETTY IMAGES

UM	C	D	U
4	3	2	7

$4\,327 = \boxed{4 \times 1000} + \boxed{3 \times 100} + \boxed{2 \times 10} + \boxed{7 \times 1}$

$\mathbf{4\,327 = 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0}$

Quando a base é **10**, a potência é o número formado por **1** seguido de tantos zeros quanto indica o expoente.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

6. Calcule estas potências:

a) 3^1 3   c) 5^0 1   e) 10^0 1   g) 500^0 1

b) 7^0 1   d) 10^1 10   f) 247^1 247   h) 1^0 1

7. Decomponha estes números, usando potências de base 10:

a) 3 842   b) 2 036   c) 32 429

a) $3 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 4 \times 10 + 2$ b) $2 \times 10^3 + 3 \times 10 + 6$ c) $3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10 + 9$

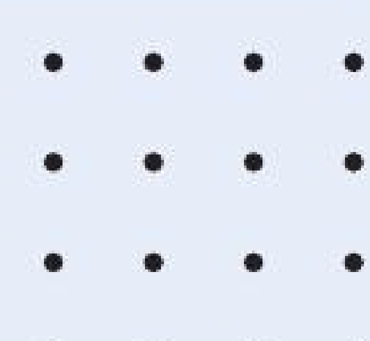
8. Escreva os números que encontrar nas frases a seguir, utilizando potências de base 10.

a) Os continentes terminaram de se formar há 200 000 000 de anos. 2×10^8

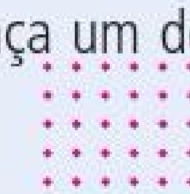
b) Em 2000, a Terra chegou a aproximadamente seis bilhões de habitantes. 2×10^3; 6×10^9

Troquem ideias e resolvam

Pitágoras, um famoso matemático grego, e seus alunos chamaram o número 16, por exemplo, de "número quadrado": eles descobriram que com 16 unidades poderiam representar um "quadrado".



- 36 é um número "quadrado"? Em caso afirmativo, faça um desenho usando pontos, como na representação ao lado. Sim:



- 40 é um número "quadrado"? Explique sua resposta.
Não, porque não existe um número natural que elevado ao quadrado seja igual a 40 ($6^2 = 36$; $7^2 = 49$, que é maior que 40).

2 Raiz quadrada

Raiz quadrada exata

Procure propor situações parecidas, nas quais os alunos possam explorar o conceito de raiz quadrada exata, integrada com a área dos quadrados e sua generalização.

Para refletir e responder

Paulo disse aos colegas que o terreno de sua casa tem a forma de um quadrado.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

- Quanto mede cada lado do terreno da casa de Paulo?
15 metros.

Em um quadrado, os lados têm medidas iguais, e a área é a medida de um lado elevado ao quadrado.

Portanto, basta encontrar um número natural que, elevado ao quadrado, resulte em **225**.

Como 10^2 é **100**, o número que procuramos é maior que **10**.

$11^2 = 11 \times 11 = 121$

$12^2 = 12 \times 12 = 144$

$13^2 = 13 \times 13 = 169$

$14^2 = 14 \times 14 = 196$

$\mathbf{15^2 = 15 \times 15 = 225}$

O terreno da casa de Paulo tem 15 metros de lado.

Como $\mathbf{15^2}$ é igual a **225**, dizemos que **15** é a raiz quadrada de **225**.

Indica-se: $\sqrt{225} = 15$

Lê-se: "raiz quadrada de duzentos e vinte e cinco é igual a 15".

Exemplos:

$\sqrt{64} = 8$, porque $8^2 = 64$. $\sqrt{900} = 30$, porque $30^2 = 900$.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

9. Copie as sentenças, substituindo o ■ por um número que as torne verdadeiras:

a) $32^2 = 1\,024$, então $\sqrt{1\,024} =$ ■. 32

b) $400 = 4^2 \cdot 5^2$, então $\sqrt{400} =$ ■. 20

c) $8100 = 2^2 \cdot 9^2 \cdot 5^2$, então $\sqrt{8\,100} =$ ■. 90

d) $\sqrt{3\,136} = 56$ porque ■$^2 = 3136$. 56

10. Calcule o valor destas expressões numéricas:

a) $\sqrt{121} - (\sqrt{81} - \sqrt{1})$ 3

b) $\sqrt{144} + 3 \cdot (\sqrt{64} - \sqrt{36})$ 18

c) $4 \cdot (3 \cdot \sqrt{100} - \sqrt{169}) - \sqrt{10\,000} : 5$ 48

11. Qual é o valor da raiz quadrada da expressão $5 \cdot 3^3 + 3^2$? 12

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

12. Calcule o valor destas expressões:

a) $3^2 + (2^2)^2$ 25

b) $10^4 + 10^3$ 11 000

c) $(3 + 4)^2$ 49

d) $3^2 \cdot 4^2$ 144

e) $(3 \cdot 4)^2$ 144

f) $1 + 2 \cdot 10 + 9 \cdot 10^2$ 921

13. No cálculo do valor de expressões numéricas nas quais aparecem potências e raízes quadradas, elas devem ser calculadas em primeiro lugar.

Exemplo:

$$37 - \underbrace{6^2}\ : 3 + \underbrace{3^3} \times 2 - 10 =$$

$$= 37 - \underbrace{36 : 3} + \underbrace{27 \times 2} - 10 =$$

$$= 37 - 12 + 54 - 10 = 69$$

Calcule:

a) $12^2 : 2^3 : 9 - (4 - 3)^{10}$ 1

b) $10^2 : (3^2 - 5 \cdot 2^0) - 5^2$ 0

c) $80 : (2^4 : 4 + 3^3 - 11) + 10^3 \times 5^0$ 1 004

d) $6^3 - \left[4 \times \left(\sqrt{144} - 3 \times 2\right)\right]$ 192

Usando a calculadora

- Qual é o valor da potência 4^5? Descreva como foi encontrada a resposta. 1024. Resposta pessoal.
- Numa calculadora simples, não existe a tecla de operação potenciação, então vamos calcular 4^5 acionando as teclas na sequência:

  $\boxed{4}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{=}\,\boxed{=}$ 1 024

  Sabe o que acontece? Digitar as teclas na sequência $\boxed{4}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}$ "prende" a operação **multiplicação por 4**.

  Assim, digitando as teclas $\boxed{4}\,\boxed{\times}$ e pressionando quatro vezes a tecla $\boxed{=}$, o valor que aparece no visor é o do $\mathbf{4^5}$.
- Você acaba de conhecer um pouco sobre as calculadoras e potências. Agora, calcule:

a) 4^6 4 096 b) 2^{10} 1 024 c) 3^8 6 561 d) 5^6 15 625

Leitura

Uma curiosidade matemática

Para calcular o quadrado de qualquer número natural com dois algarismos, em que o segundo algarismo é 5, basta multiplicar o algarismo das dezenas pelo sucessor dele e escrever 25 à direita do resultado obtido. Observe dois exemplos:

$$65^2 \longrightarrow 6 \cdot 7 = 42 \qquad 65^2 = 4\,225$$

$$(75)^2 \longrightarrow 7 \cdot 8 = 56 \qquad (75)^2 = 5\,625$$

Leitura

Explore a história da Matemática, ainda que por meio de lendas, pois isso poderá despertar o interesse dos alunos. Esta, em particular, envolve um jogo interessante, desafiador e atual. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

FAÇA NO CADERNO

O xadrez e suas histórias


CÉLIA KOFUJI

Conta-se que um rei da Índia, fascinado pelo jogo de xadrez, mandou chamar o inventor de tão genial jogo para recompensá-lo.

"O que você deseja como recompensa?", perguntou-lhe o rei.

O inventor pediu: "1 grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro e o dobro de grãos da casa anterior para cada casa seguinte".

O rei ficou surpreso porque o pedido parecia simples demais para um inventor tão criativo, mas mandou que providenciassem a recompensa.

Poucos dias depois, o rei se surpreendeu novamente: os matemáticos do reino lhe diziam que o número de grãos era tão astronômico que, mesmo que todas as plantações da Terra fossem de trigo, ainda assim, não haveria grãos em quantidade suficiente para atender ao pedido do inventor.

Eram: $\underbrace{\mathbf{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}}_{\text{63 fatores}}$ **grãos de trigo, somente na última casa**, ou seja, 2^{63} grãos.

Ao todo, o pagamento seria de **18 446 744 073 709 551 615 grãos de trigo!!!**

... Assim, o rei não conseguiu recompensar o inventor.

Revisão cumulativa e testes

FAÇA NO CADERNO

1. O número 256 pode ser escrito na forma de potência com base 4. Como é essa escrita? 4^4

2. O número 625 pode ser escrito na forma de potência com base 5. Escreva essa potência. 5^4

3. Represente na forma de potência de base 10:

a) 1 000 000 10^6

b) 1 000 000 000 10^9

c) 100 000 000 000 10^{11}

4. Para passar um recado a várias escolas com maior rapidez, montou-se uma rede da seguinte forma:

1º momento — um diretor avisa cinco escolas.

2º momento — cada uma dessas cinco escolas avisa outras cinco, que ainda não tinham sido avisadas, e assim sucessivamente.

a) Quantas escolas receberão o recado no quinto momento? 3 125 escolas.

b) E no total após o quinto momento? 3 905 escolas.

5. Calcule.

a) O dobro do cubo de 9. 1 458

b) A metade do quadrado de $(3 + 15)$. 162

6. Sabendo que $x = 5$ e $y = 12$, calcule.

a) $2 \cdot (x + y)$ 34

b) $3 \cdot y - x$ 31

c) $x^2 + y^2$ 169

d) $(x + y)^2$ 289

7. Calcule.

a) $7 \cdot \sqrt{81}$ 63

b) $\sqrt{100} + \sqrt{49}$ 17

c) O triplo da raiz quadrada de 400. 60

8. O valor desta expressão aritmética é igual a: b

$$(381 - 71) : (6 - 5)$$

a) 10

b) 310

c) 0

d) 1

9. A soma do quadrado de um número com o dobro de 7 é igual a 50. Esse número é: b

a) 8

b) 6

c) 18

d) 32

UNIDADE 5

Ângulos

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Nesta unidade ...

1. Giros, mudança de direção e ângulo
2. Medidas de ângulos
3. Posições relativas entre duas retas em um plano
4. Estatística e probabilidade

Observando o movimento dos veículos em uma estrada, vemos muitas imagens que sugerem giros, mudanças de direção e ângulos. Esses são os assuntos que serão explorados nesta unidade.

Vista aérea de estradas em Caracas, na Venezuela.


FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Casa de campo.

MANUAL BRASILEIRO DE SINALIZAÇÃO DE TRÂNSITO/CONSELHO NACIONAL DE TRÂNSITO


Placa de sinalização.


Bússola.

Ângulo é um dos conceitos matemáticos mais utilizados no cotidiano das pessoas. Eles são observados na inclinação de telhados de casas, nas rampas, nas bússolas de aviões e navios, em outros lugares e situações.

Os ângulos de inclinação de um telhado são calculados para possibilitar o escoamento das águas das chuvas; ângulos para orientação são utilizados por navegadores e pilotos de avião.

O que você já sabe?

- Ter noção de ângulo relacionado à inclinação de uma rampa pode ajudar motoristas a obter melhor desempenho de seus veículos. Você conhece outra situação do dia a dia em que aparecem ângulos? Resposta possível: Subida de um avião, leitura de instrumentos de orientação, como radares.
- Cite atividades profissionais que utilizam ângulos para resolver problemas.
  Resposta possível: Marceneiro, projetista, pedreiro.

1 Giros, mudança de direção e ângulo

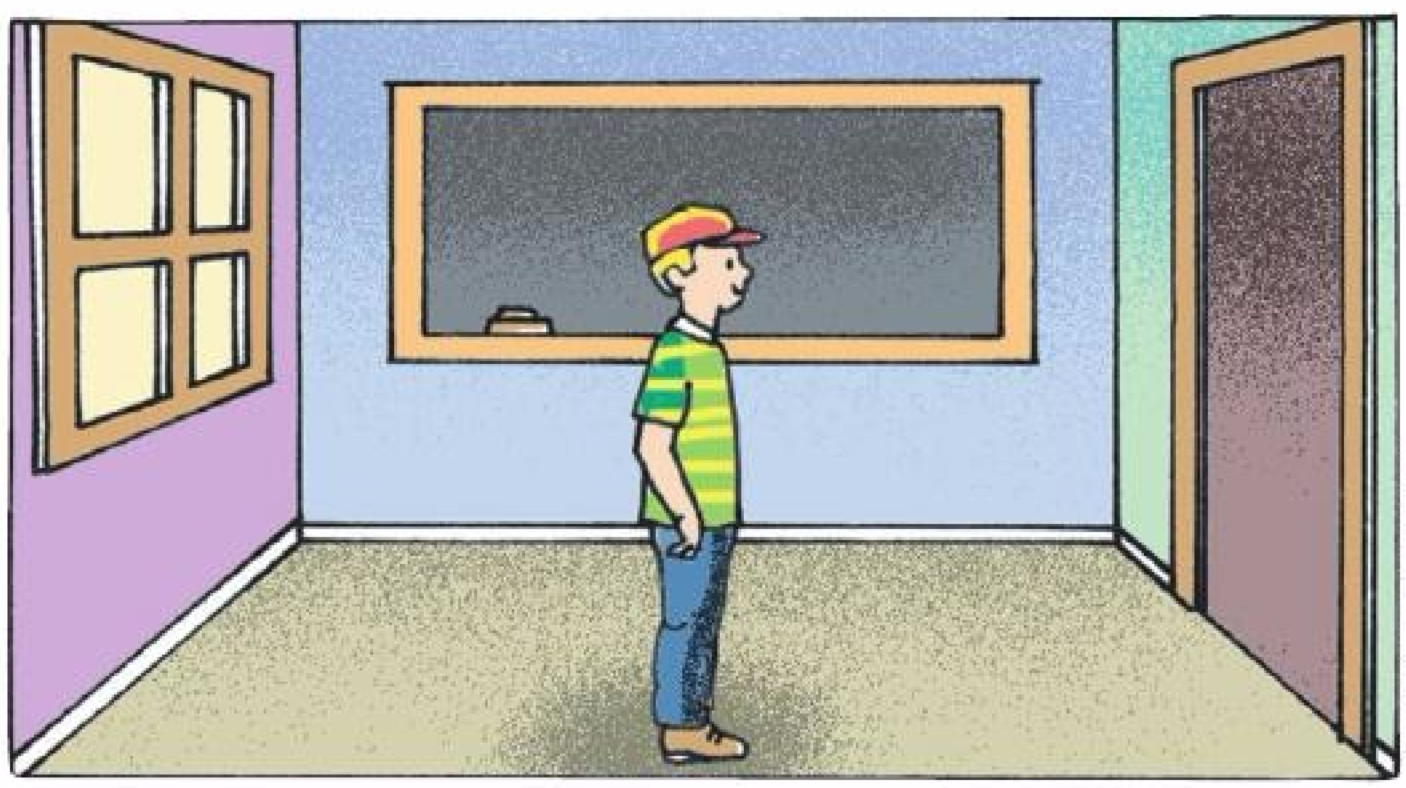
Proponha outras atividades em que os alunos utilizem o próprio corpo, como dramatizações que envolvam giros e mudanças de direção.

O que é ângulo?

Para refletir e responder

Marcos está de frente para a porta, olhando em direção a ela.

Ele dá um giro de meia-volta.



ILUSTRAÇÕES: CÉLIA KOFUJI

- Ao término desse giro, para onde ele estará olhando?

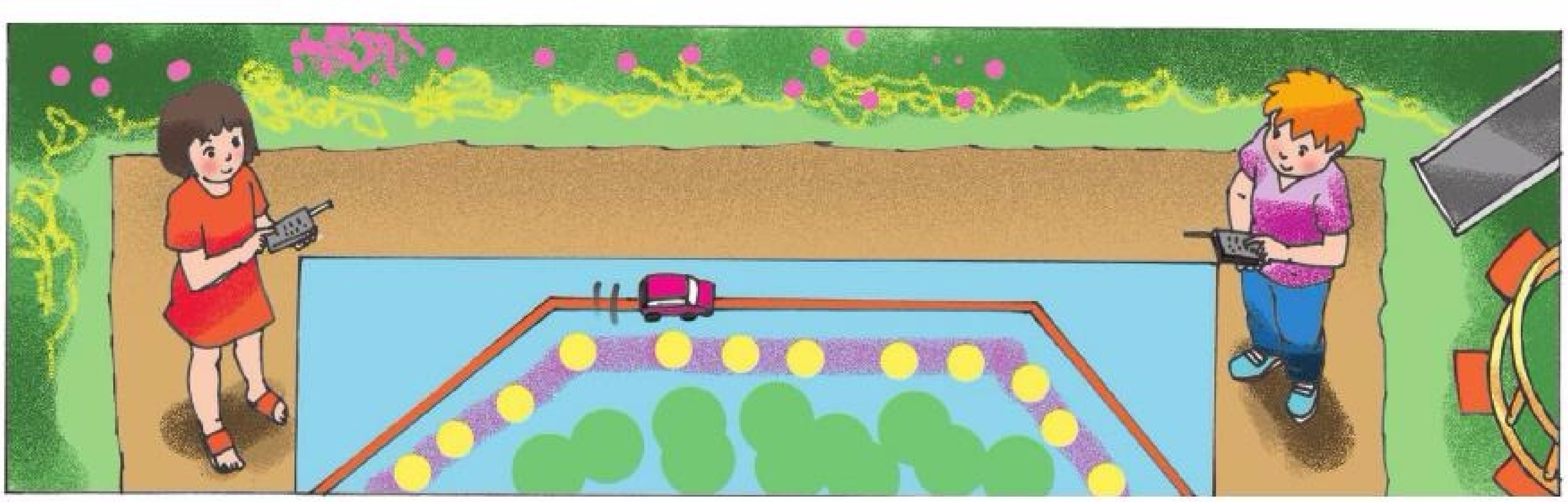
Ele fica de frente para a janela e de costas para a porta, olhando na direção inicial, mas no sentido oposto.

Os giros estão associados à **mudança de direção**, e muitos deles podem ser representados por meio de **ângulos**.

Nas brincadeiras também podemos encontrar situações relacionadas a ângulos.

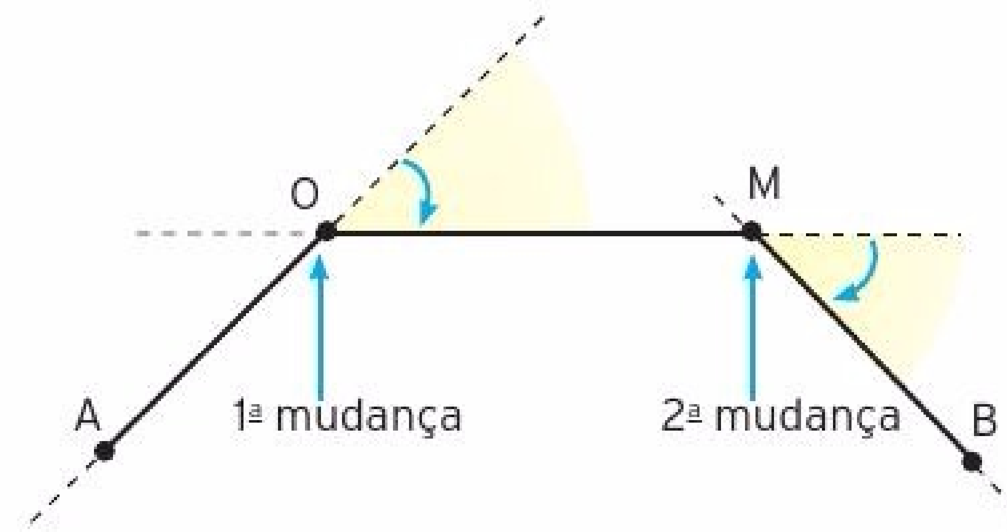
Observe o percurso que o carrinho de Célia fez.

Quando ela acionou o controle remoto, o carrinho foi do ponto A ao ponto B.



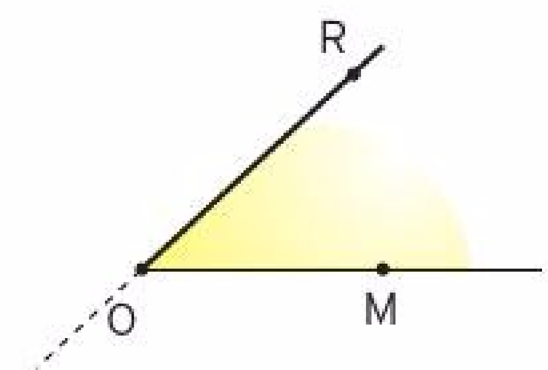
Podemos representar cada direção desse caminho por uma linha reta. Observe que há duas mudanças de direção.

Cada mudança de direção pode ser representada por um **ângulo**.



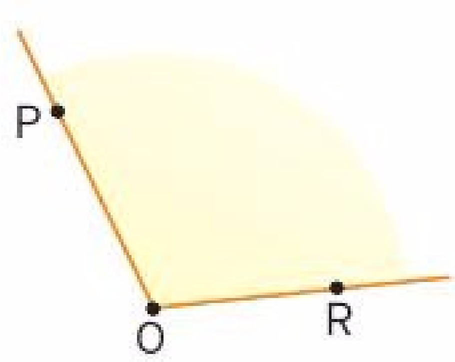
Veja quais são os elementos de um ângulo e como ele costuma ser indicado observando a figura ao lado:

- o ponto **O** é o vértice do ângulo;
- a semirreta $\overrightarrow{OR}$ é um de seus lados e $\overrightarrow{OM}$, o outro lado.

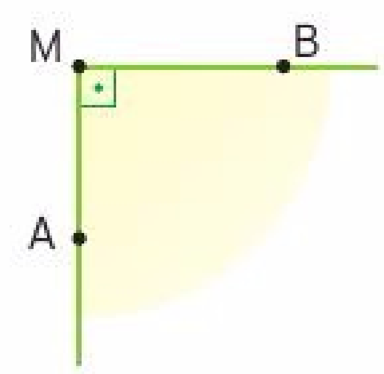


Esse ângulo recebe o nome de **ângulo ROM** ou **ângulo MOR**. A letra que representa o vértice é colocada entre as outras. Indicamos por **$R\hat{O}M$** ou **$M\hat{O}R$**.

Veja outros exemplos:

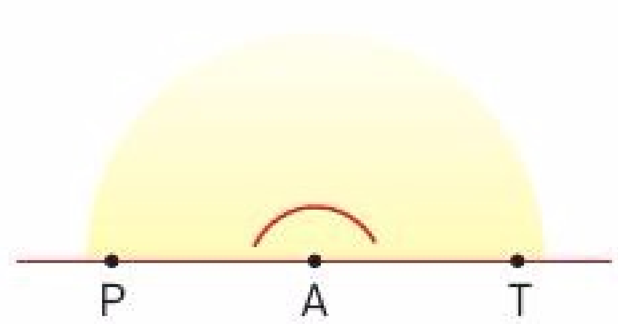


Notação: $P\hat{O}R$
Vértice: O
Lados: $\overrightarrow{OP}$ e $\overrightarrow{OR}$



Notação: $B\hat{M}A$
Vértice: M
Lados: $\overrightarrow{MB}$ e $\overrightarrow{MA}$

$B\hat{M}A$ é um **ângulo reto.**
Os ângulos retos de uma figura geométrica serão indicados com a notação ∟.



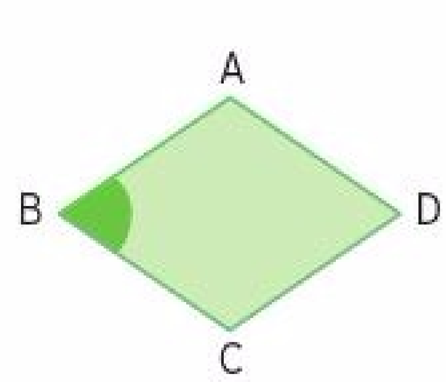
Notação: $P\hat{A}T$
Vértice: A
Lados: $\overrightarrow{AT}$ e $\overrightarrow{AP}$

$P\hat{A}T$ é um **ângulo raso.**
Em um ângulo raso, os lados são semirretas opostas.

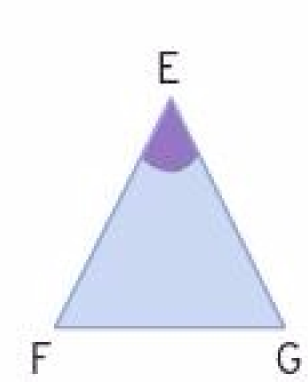
Toda figura geométrica formada por **duas semirretas de mesma origem** é um **ângulo.**

Ângulos podem ser observados nas faces de um poliedro e também em polígonos.

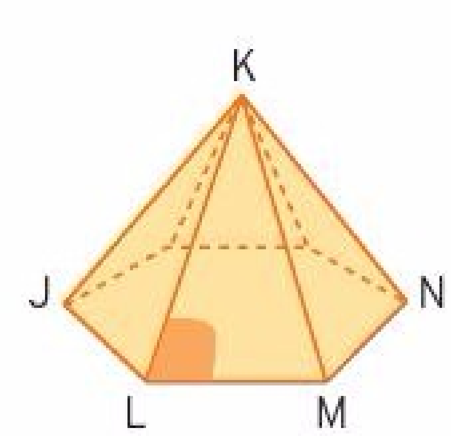
Exemplos:



$A\hat{B}C$



$F\hat{E}G$



$K\hat{L}M$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

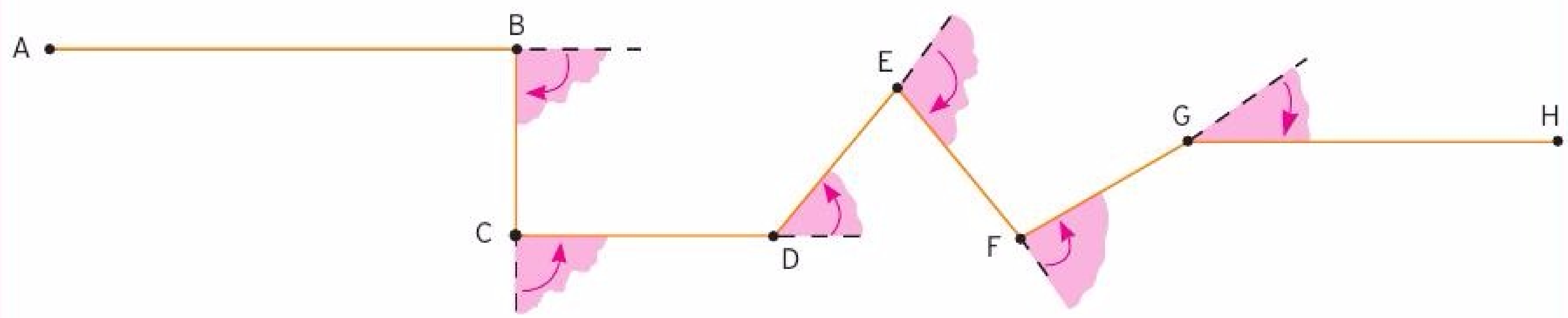
Utilize ou crie jogos que explorem mudanças de direção, solicitando aos alunos que registrem as jogadas em malhas quadriculadas. Veja a atividade Troquem ideias e resolvam da página 99.

1. Como se chama o ângulo que corresponde a um giro de um quarto de volta de uma pessoa?
Ângulo reto.

2. Na sua sala de aula, comece olhando de frente para a lousa e dê um giro de um quarto de volta, para a esquerda. Ao final desse giro, em qual direção você estará olhando?
Resposta pessoal.

3. Continue, a partir da posição em que você parou no item anterior e dê um outro giro de um quarto de volta, para a esquerda. Em qual direção você estará olhando? Resposta pessoal.

4. O desenho abaixo mostra o caminho que a enfermeira Alice faz de sua casa, indicada pelo ponto A, ao hospital, assinalado por H.



a) Identifique os pontos em que ela muda de direção. B; C; D; E; F; G

b) Identifique os pontos em que a mudança de direção é de um quarto de volta. B; C; F

c) Identifique os pontos em que a mudança de direção é menor que um quarto de volta. D; G

5. Como pode ser representada uma mudança de direção? Por um ângulo.

6. Como se chama a figura geométrica que forma os lados de um ângulo? Semirreta.

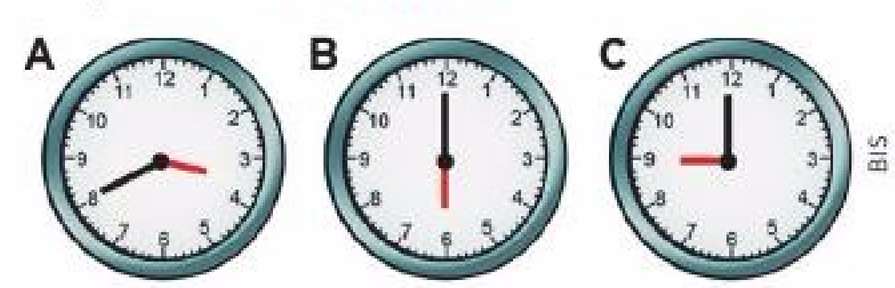
7. Explique uma maneira para nomear um ângulo. Por três letras maiúsculas, com o vértice no meio de duas e com acento circunflexo, ou apenas com o vértice com acento circunflexo.

8. Qual é o nome do ângulo cujos lados são semirretas opostas? Ângulo raso.

9. Observe os ponteiros dos relógios ao lado.

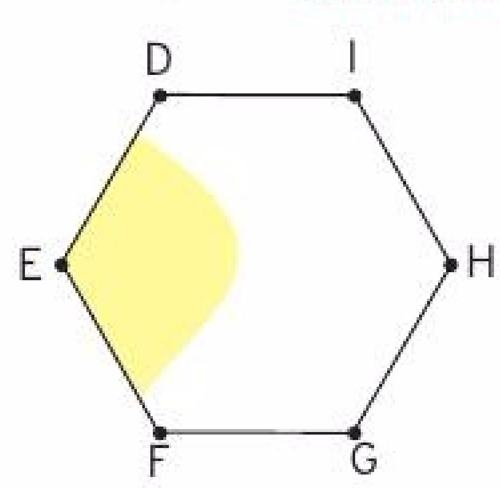
a) Quais deles sugerem ângulos retos? C

b) Quais deles sugerem ângulos rasos? B

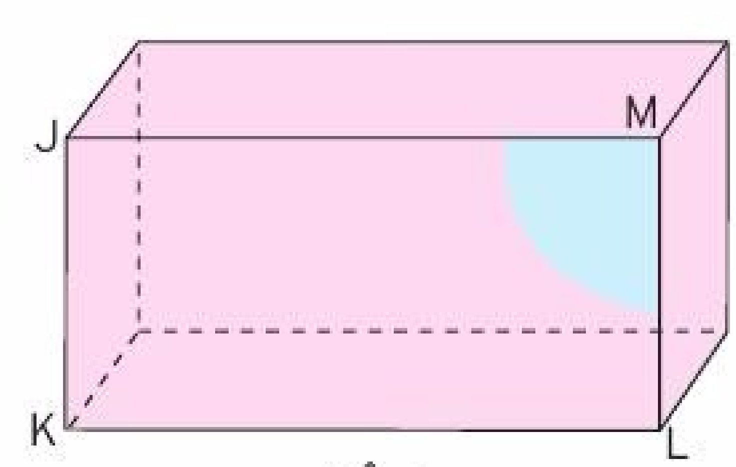


BIS

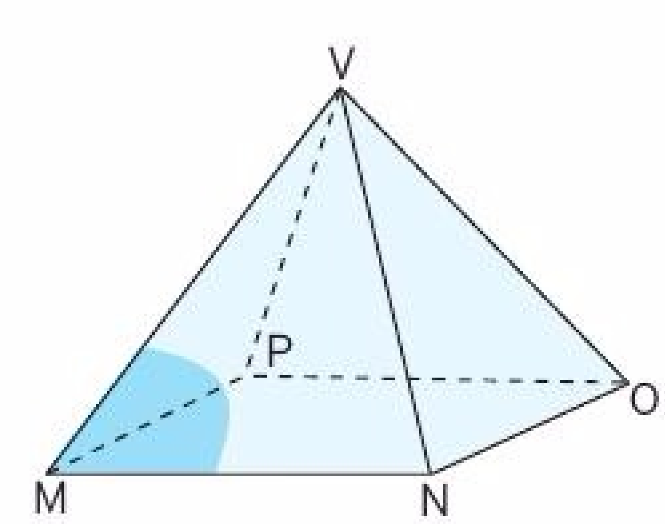
10. No polígono e nos poliedros a seguir, foram destacados alguns ângulos. Identifique dois outros ângulos em cada figura. $D\hat{I}H$ e $F\hat{G}H$; $J\hat{K}L$ e $K\hat{L}M$; $V\hat{N}M$ e $N\hat{V}O$
(Existem outras respostas.)



$D\hat{E}F$

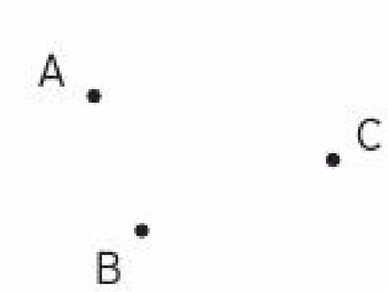


$L\hat{M}J$



$V\hat{M}N$

11. Marque no seu caderno três pontos A, B e C, como representado ao lado.



Usando uma régua, desenhe o ângulo $B\hat{A}C$ e responda: quais são os lados e o vértice desse ângulo? Lados: $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$; vértice A.

Troquem ideias e resolvam

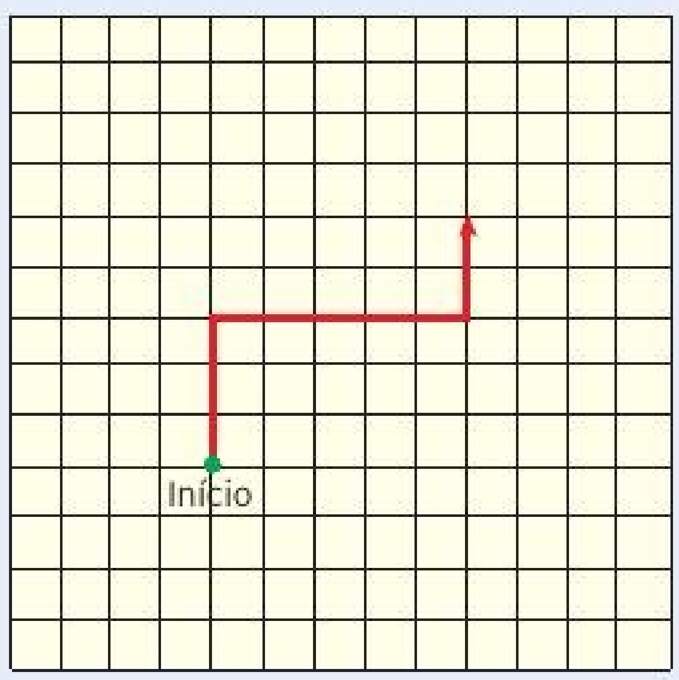
FAÇA NO CADERNO

Junte-se a um colega e respondam às questões propostas.

No Jogo das Direções cada participante realiza percursos sobre as linhas traçadas em um tabuleiro de 13 por 13 quadradinhos executando as ordens recebidas de outro participante. Essas ordens são registradas em uma ficha. A saída é marcada por um ponto verde e uma seta vermelha pequena colocada em um canto de um dos quadradinhos. Por exemplo:

Avance 3: Direita, um quarto de volta
Avance 5: Esquerda, um quarto de volta
Avance 2

É fácil, não é?

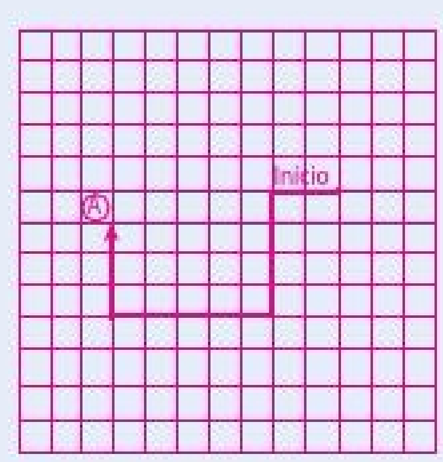


FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

- Desenhem um tabuleiro como o que foi descrito e registrem os percursos escolhendo um ponto de partida e uma direção inicial.

A

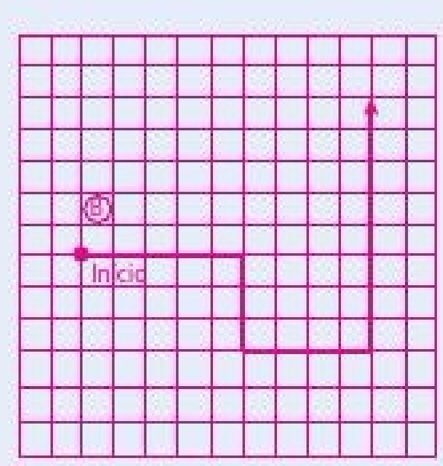
Avance 2
Esquerda, um quarto de volta
Avance 4
Direita, um quarto de volta
Avance 5
Direita, um quarto de volta
Avance 3



(Existem outras respostas.)

B

Avance 5
Direita, um quarto de volta
Avance 3
Esquerda, um quarto de volta
Avance 4
Esquerda, um quarto de volta
Avance 8



(Existem outras respostas.)

Use papel quadriculado.

- Descrevam um percurso que forma um quadrado. Avance 3; direita, um quarto de volta; avance 3; direita, um quarto de volta; avance 3; direita, um quarto de volta; avance 3.
- Jogue com um de seus colegas: cada participante registra um percurso e entrega ao seu adversário. Cada jogador desenha o percurso que recebeu. Quem acertar marca 1 ponto. Ganha o jogo quem marcar 5 pontos primeiro.

2 Medidas de ângulos

Grau

Assim como os segmentos de reta, ângulos são figuras geométricas planas que podem ser medidos.

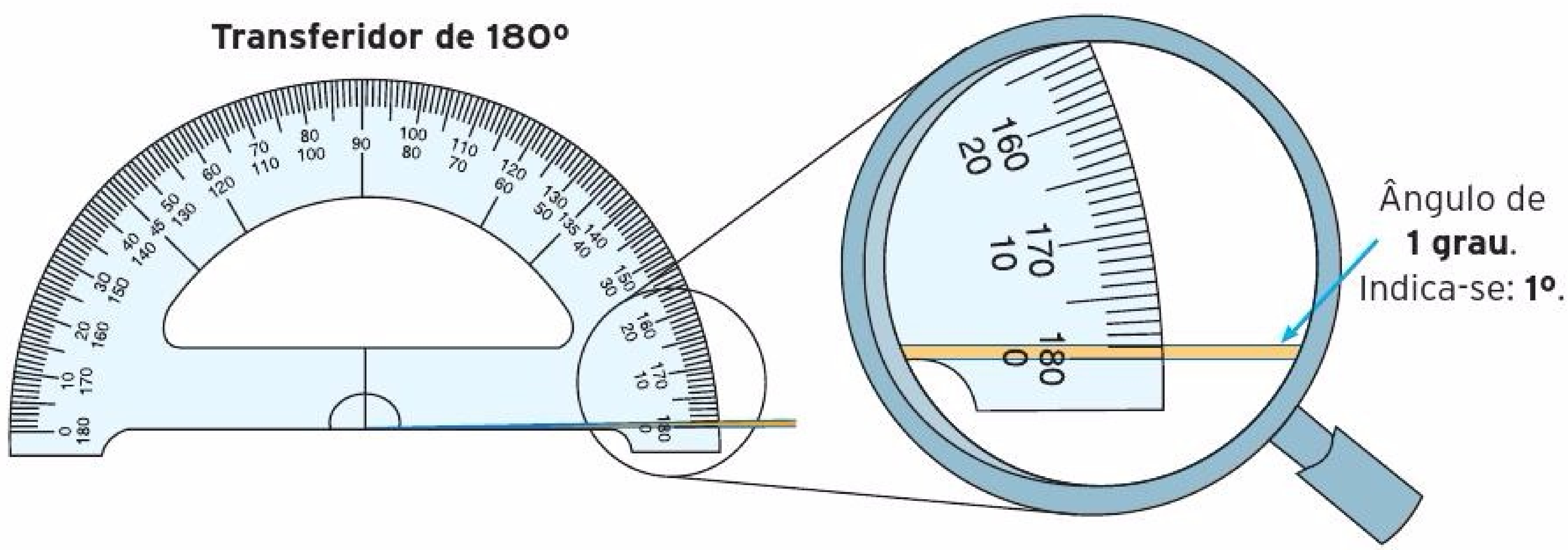
Existem várias **unidades de medida** de ângulos. Uma delas é o **grau**.

Para medir ângulos consideramos que um giro de uma volta completa mede **360 graus** ou **360º**.

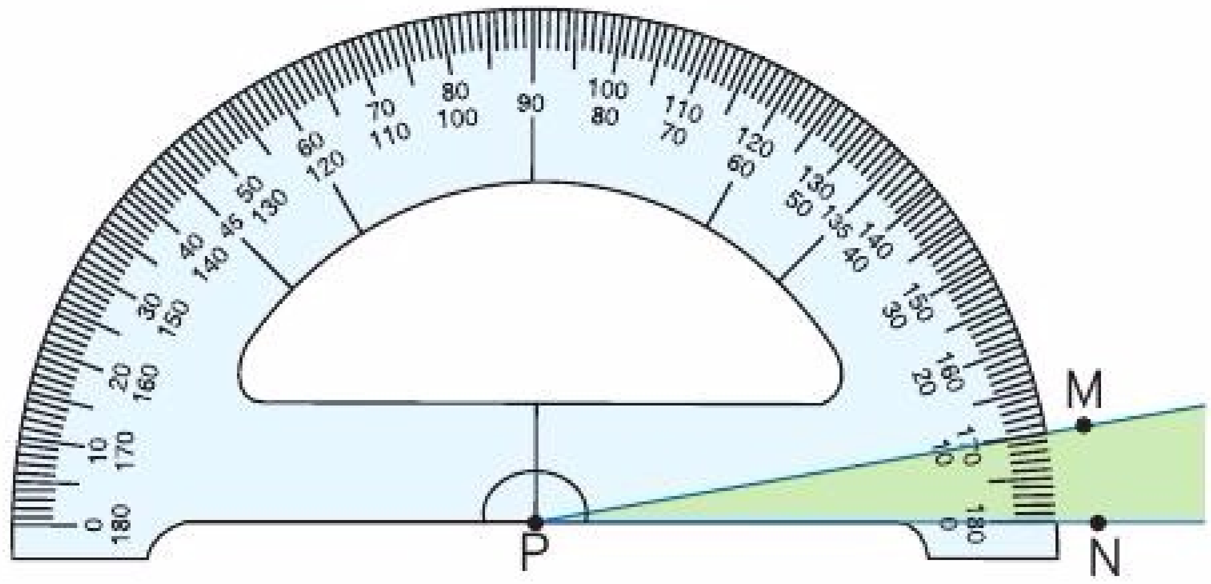
Um giro de um quarto de volta é representado por um ângulo reto, que corresponde a um giro de $\frac{1}{4}$ da volta completa. A medida de um ângulo reto é 90º, pois 360º ÷ 4 é igual a 90º.

O **transferidor** é um dos instrumentos que podemos usar para medir ângulos. Ele é dividido em graus. Veja, na figura, um ângulo de 1 grau.

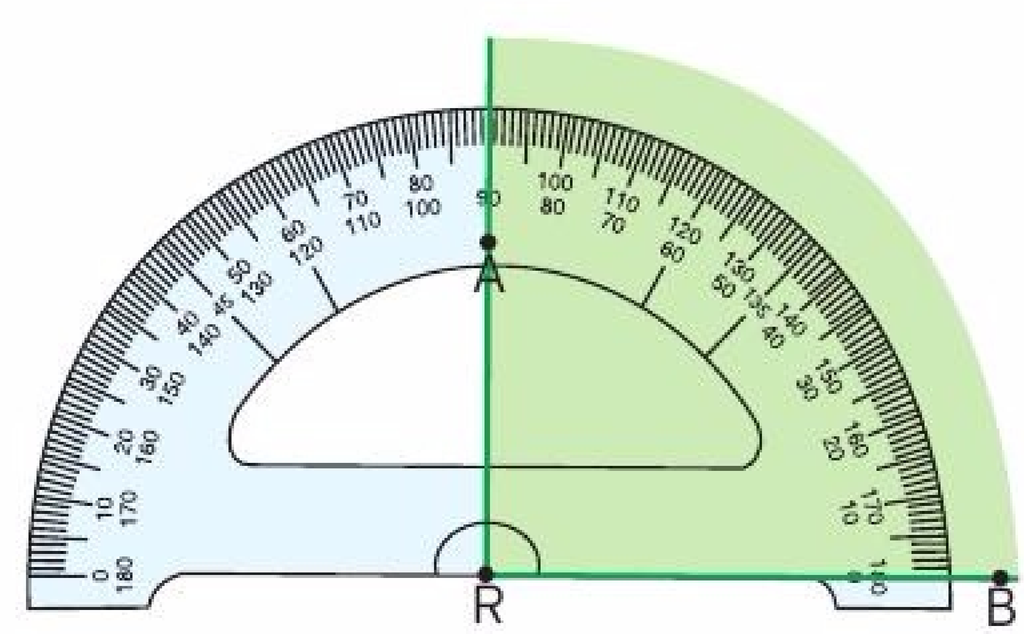
Transferidor de 180º



Observe como medimos ângulos usando um transferidor.



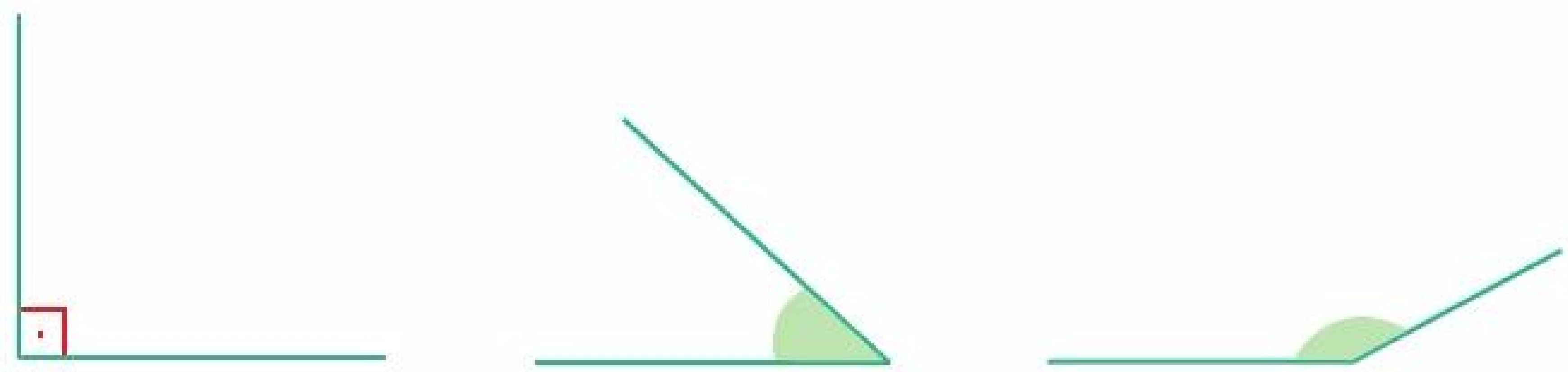
Ângulo de **10 graus**.
Indica-se: **10º**.



Ângulo de **90 graus**.
Indica-se: **90º**.

ILUSTRAÇÕES: BIS

Podemos classificar ângulos comparando suas medidas com a de um ângulo reto.



Ângulo reto. Ângulo agudo. Ângulo obtuso.

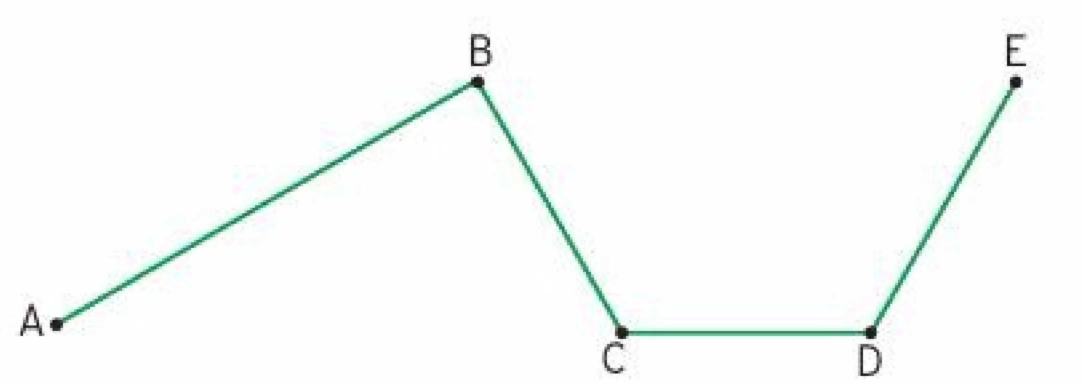
ILUSTRAÇÕES: BIS

Um **ângulo agudo** tem medida menor que 90° e um **ângulo obtuso** tem medida maior que 90°.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

12. Esta figura representa o percurso de um ônibus entre duas cidades: Alvorada (A) e Encanto (E).

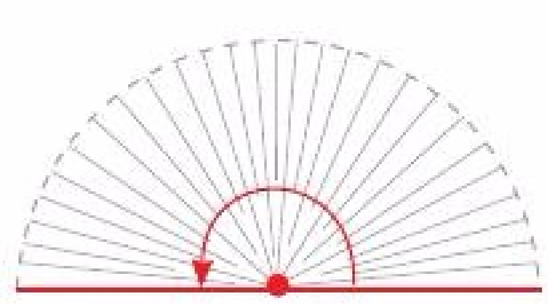


a) Observe o desenho e identifique os pontos onde há mudança de direção. B; C; D

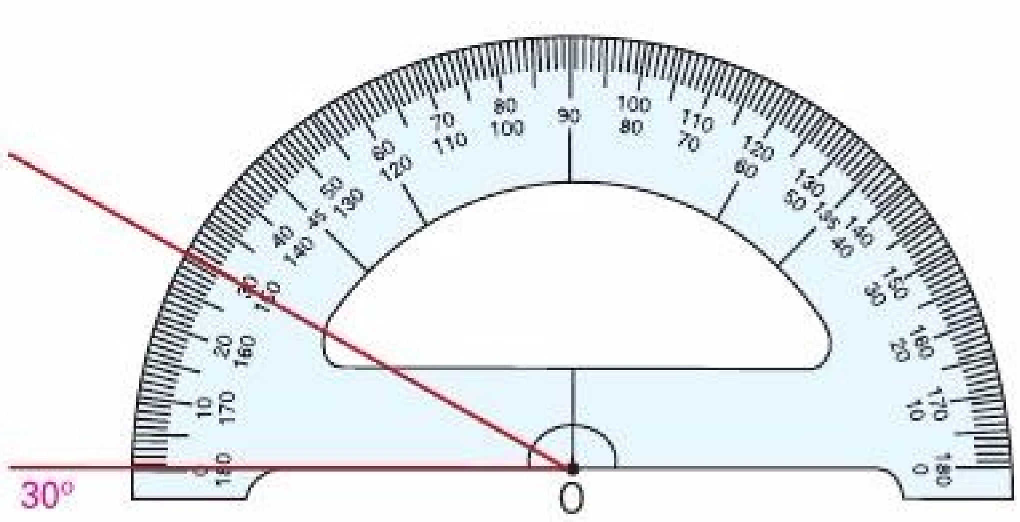
b) Que tipo de ângulo é o $C\hat{D}E$? E o $A\hat{B}C$?
Obtuso; reto.

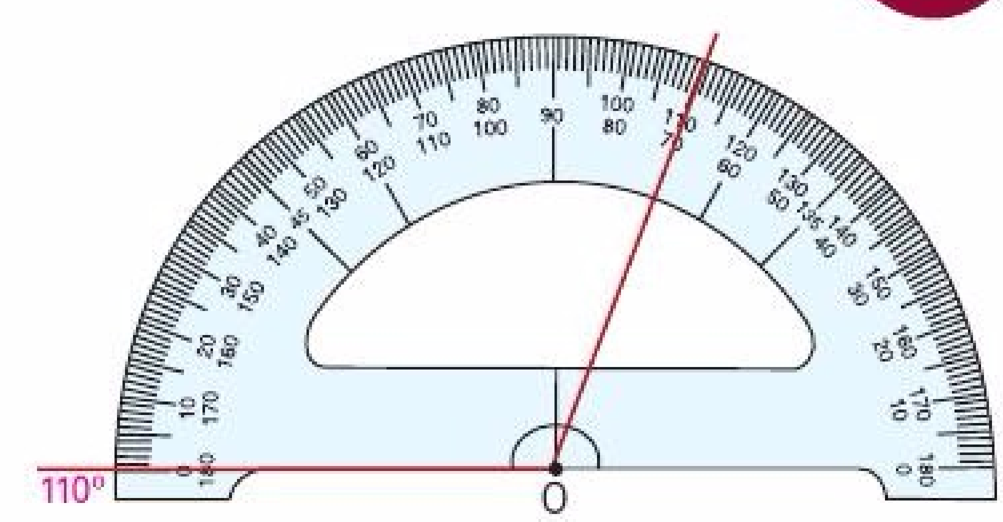
c) Utilize um transferidor e descubra qual é a medida de $B\hat{C}D$. 120°

13. Um giro de meia-volta pode ser representado por um ângulo raso. Qual é a medida correspondente a um giro de meia-volta em graus? 180°

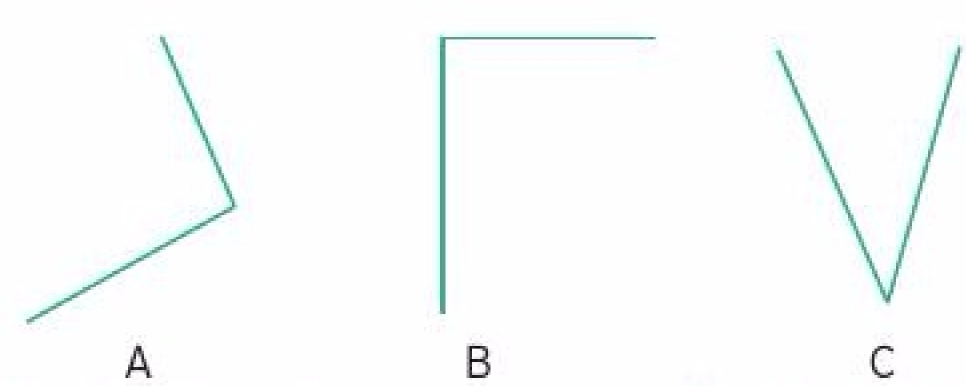


14. Dê as medidas dos ângulos seguintes:



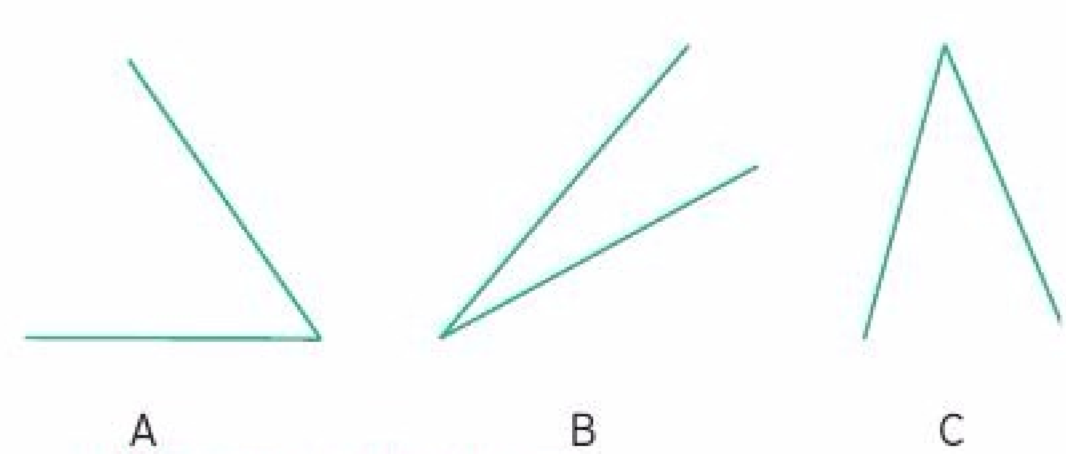


15. Observe estes ângulos. Cada um está identificado com uma letra. Anote, separadamente, as letras que indicam ângulos agudos e as letras que indicam ângulos obtusos.



Ângulo obtuso: A Ângulo agudo: C

16. Desenhe, usando um transferidor, ângulos cujas medidas sejam o dobro da medida dos ângulos desenhados a seguir:



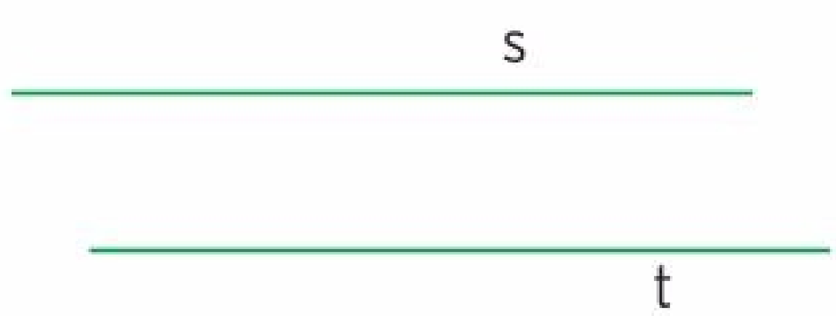
Ver resposta no final do livro.

3 Posições relativas entre duas retas em um plano

Retas paralelas, concorrentes e perpendiculares

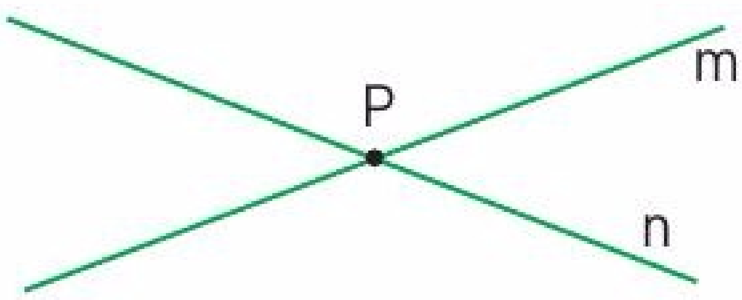
Quando temos duas retas em um mesmo plano e observamos a posição de uma em relação à outra, pode ocorrer de elas terem:

- a mesma direção:



Nesse caso, elas não têm pontos comuns. Elas são **retas paralelas**. Representamos: s//t. // significa "é paralelo a".

- direções diferentes:

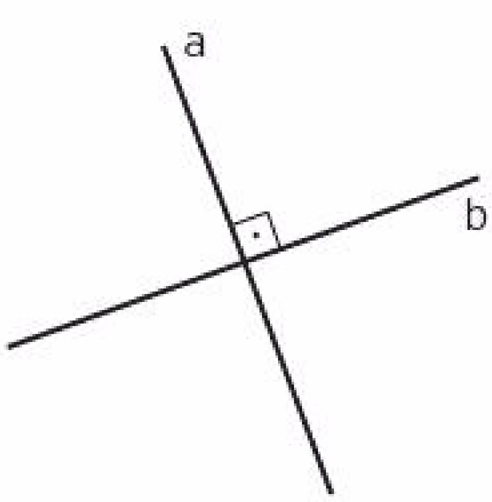


Nesse caso, as retas **m** e **n** têm um só ponto comum e são **retas concorrentes**.

As retas ao lado são concorrentes e formam entre si quatro ângulos com medidas iguais.

Cada ângulo mede 90º.

Duas retas concorrentes que determinam quatro ângulos com medidas iguais são **retas perpendiculares**. Representamos: **a** $\perp$ **b** ou **b** $\perp$ **a**. O símbolo $\perp$ significa: "é perpendicular a".



Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

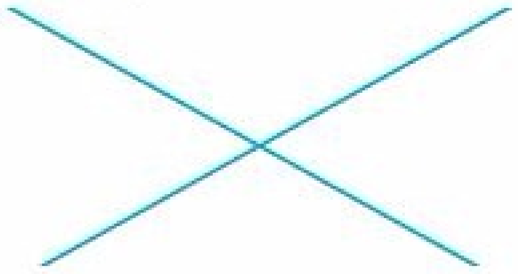
17. Numa sala de aula existem muitas coisas que dão ideia de figuras geométricas. Quais podem dar a você ideia de:

a) duas retas paralelas? Resposta possível: As linhas do caderno.

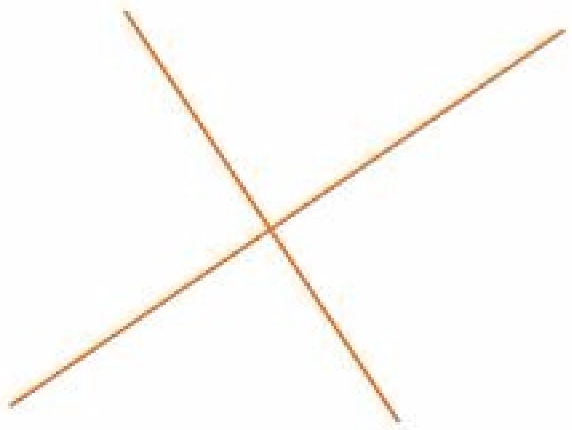
b) duas retas concorrentes? Resposta possível: Duas linhas que se cruzam no canto da parede.

18. Use um canto reto de uma folha de papel e identifique os pares de retas perpendiculares nestas figuras. Quais são eles? b; c.

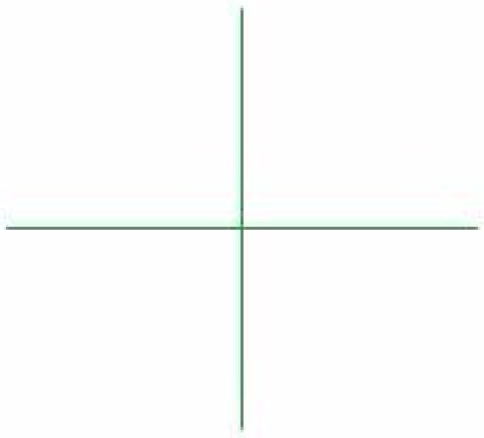
a)



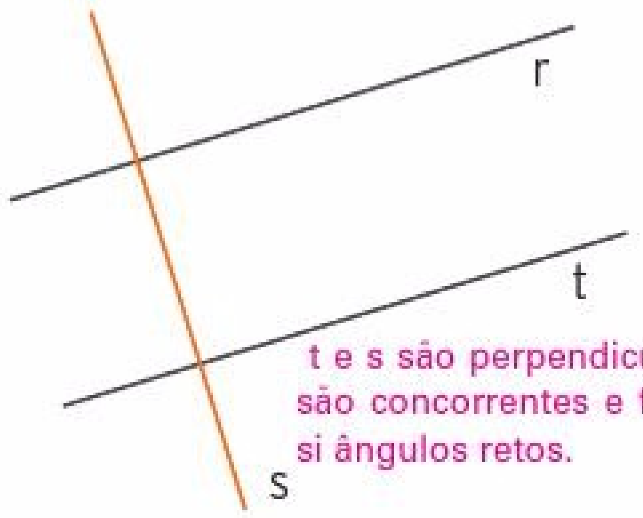
b)



c)

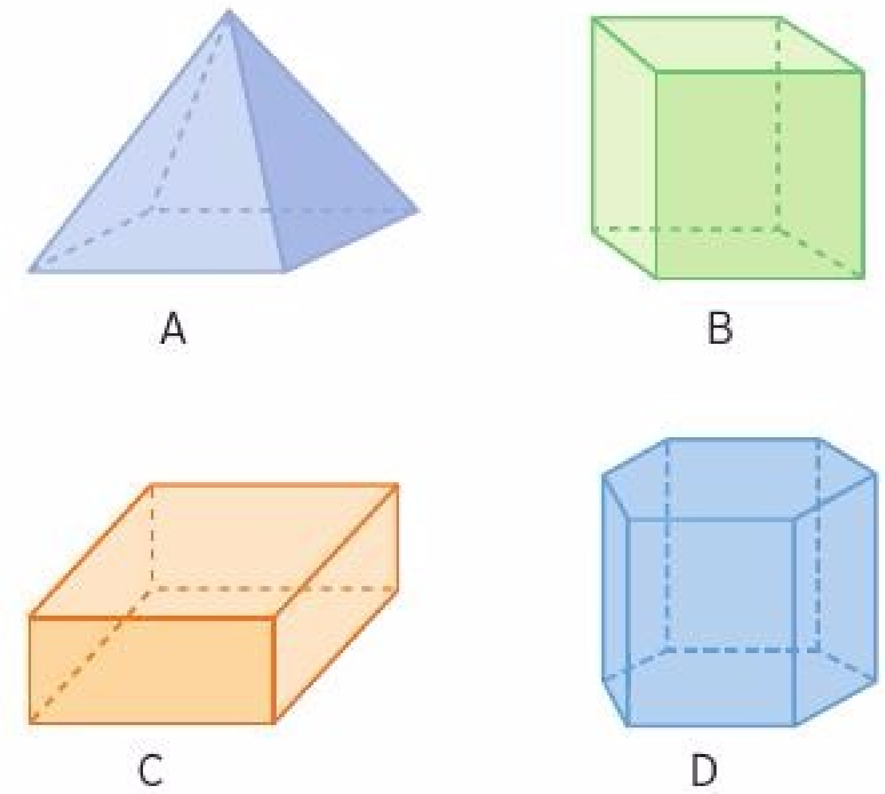


19. Na figura abaixo, as retas **r** e **t** são paralelas e as retas **r** e **s** são perpendiculares. O que se pode afirmar sobre as retas **t** e **s**? Por quê?



t e s são perpendiculares porque são concorrentes e formam entre si ângulos retos.

20. Separe, da sua coleção de sólidos, os poliedros seguintes:



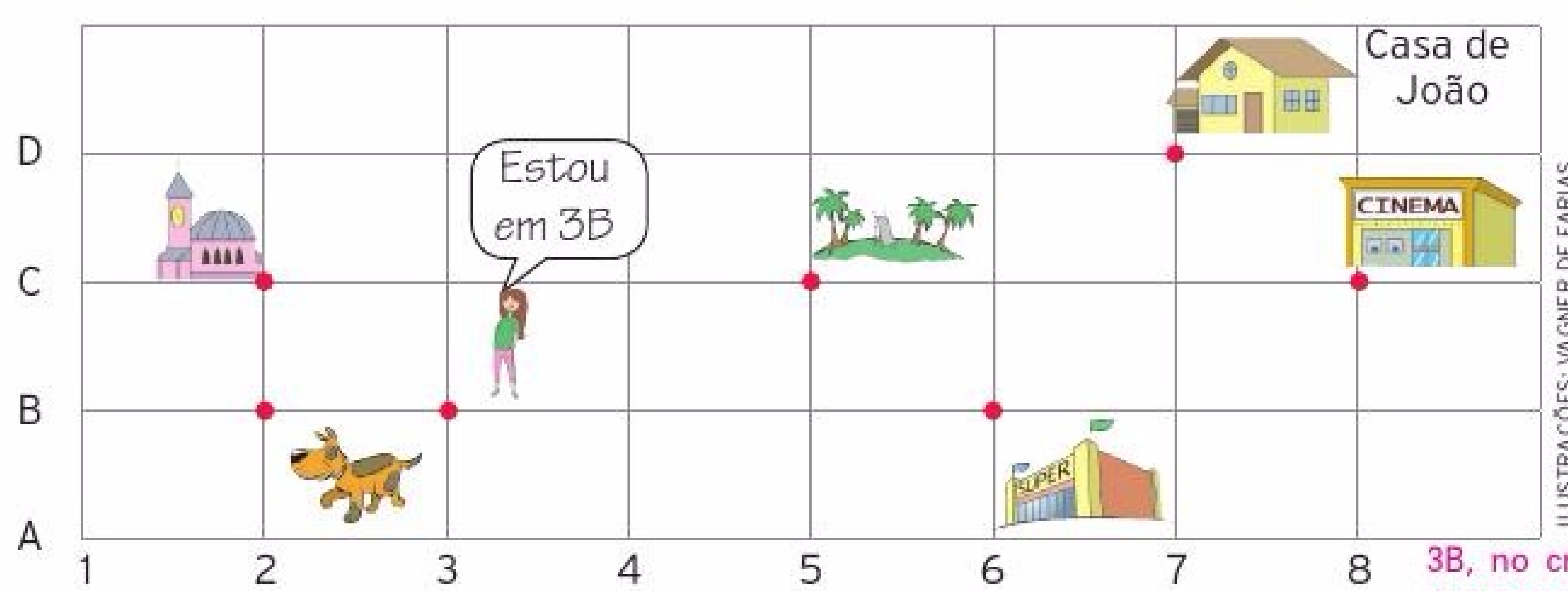
Quais deles têm, em todas as faces, arestas perpendiculares duas a duas? B e C

Esta coleção já foi solicitada na Unidade 2, página 39.

Mapas e localização

Para refletir e responder

Mariana vai visitar João e está consultando um esboço com indicações de onde fica a casa dele.



- Em que posição se encontra Mariana? Qual o significado dessa indicação? 3B, no cruzamento das linhas que passam por 3 e por B.
- Em que posição se encontra a casa de João? 7D

A localização de objetos, pessoas e ruas, por exemplo, depende da determinação de pontos de referência considerados em certa situação. No caso acima, foram consideradas duas retas perpendiculares e uma malha quadriculada sobre o esboço. Os números e as letras são usados para indicar uma localização. Observe alguns exemplos:

 2B  5C 

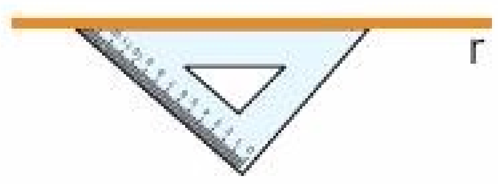
6B  2C

Desenhando com régua e esquadro

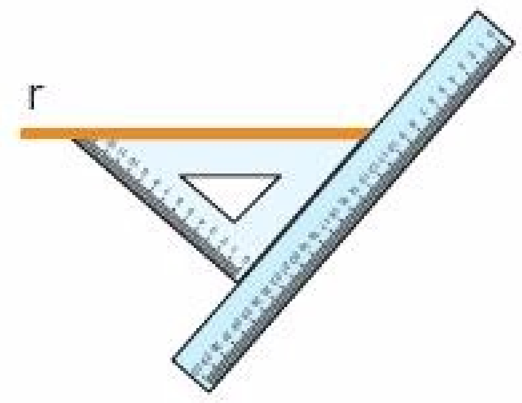
Explore o manuseio de régua e esquadro para traçar retas paralelas e perpendiculares.

Com um esquadro e uma régua (ou dois esquadros), podemos desenhar retas paralelas de forma prática.

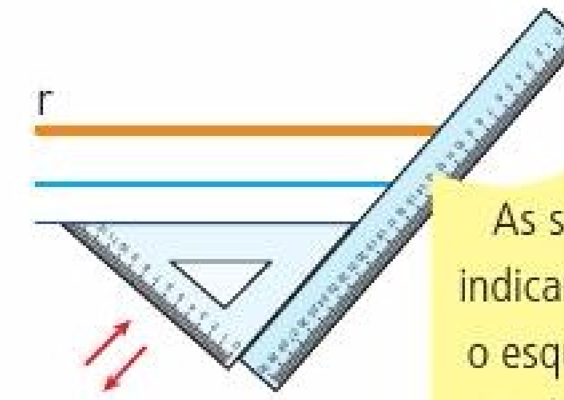
Acompanhe a sequência abaixo:



Usamos um esquadro para desenhar uma reta identificada por **r**.



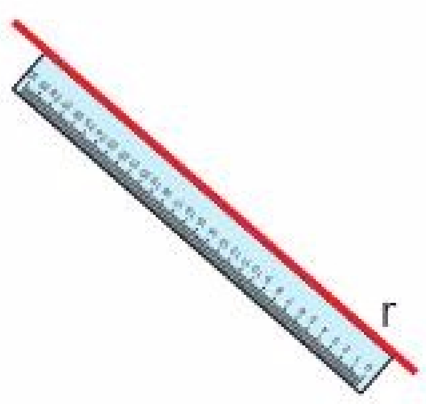
Ajustamos uma régua a um dos lados do esquadro, mantendo-a fixa.



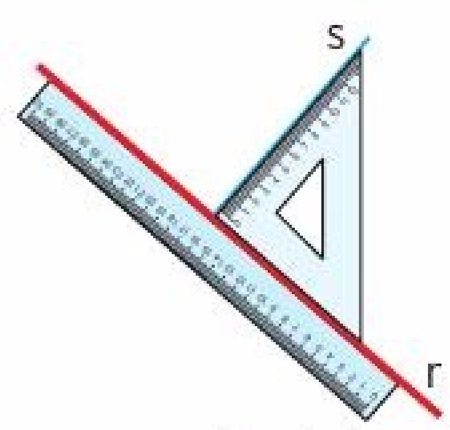
Deslizamos o esquadro sobre a régua e traçamos retas.

As setas indicam que o esquadro pode ser deslizado nos dois sentidos.

Podemos desenhar, também, retas perpendiculares com o auxílio de régua e esquadro.

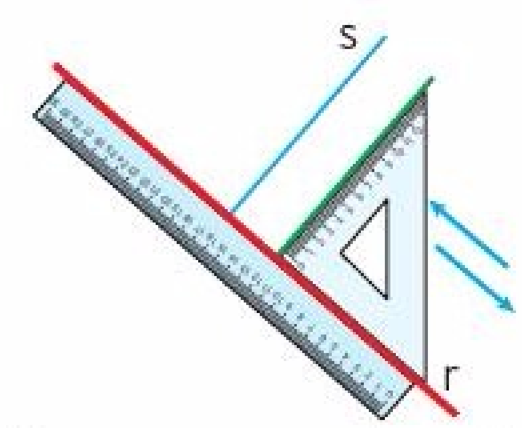


Desenhamos uma reta **r** qualquer. Ajustamos uma régua à reta e a mantemos fixa.



Ajustamos um dos lados do ângulo reto do esquadro junto à régua e traçamos a reta **s**.

s ⊥ r



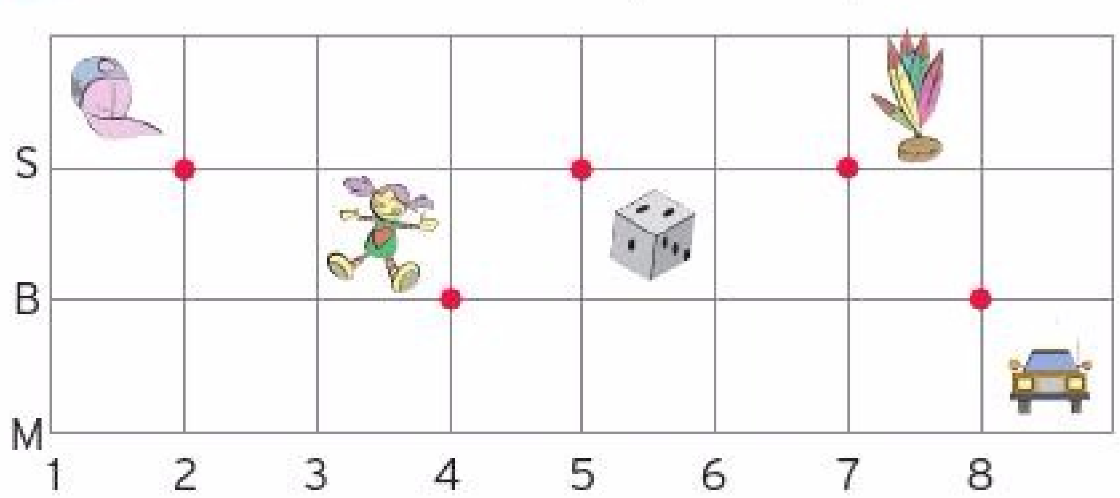
Deslizamos o esquadro sobre a régua e desenhamos outras retas perpendiculares a **r**.

ILUSTRAÇÕES: BIS

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

21. Observe o desenho e responda às questões.



a) Que objeto está na posição 5S? Dado.

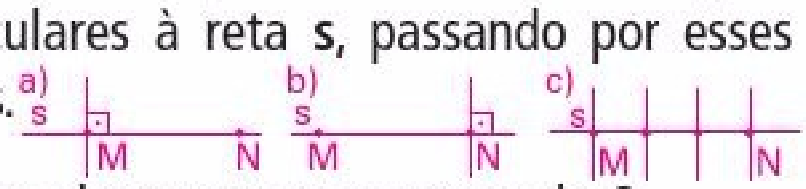
b) Qual a posição do boné, da peteca e do carrinho? 2S; 7S; 8B

22. Desenhe uma reta **s** e marque sobre ela dois pontos: **M** e **N**. Em seguida:

a) trace uma reta perpendicular a **s** e que passe pelo ponto **M**;

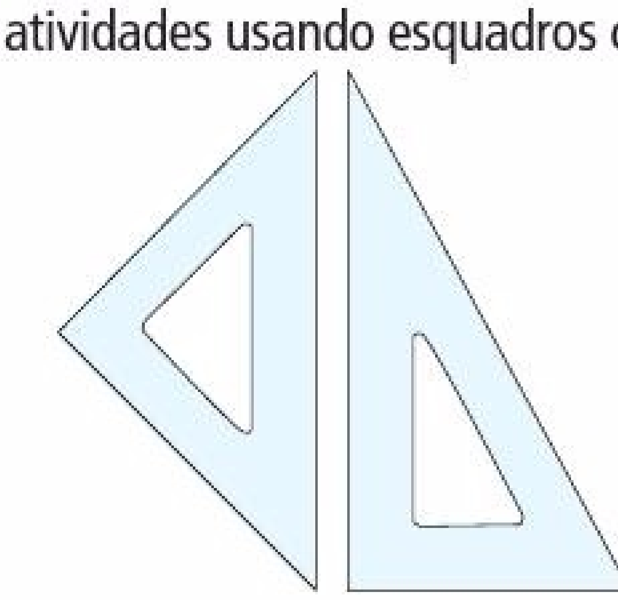
b) trace uma reta perpendicular a **s** e que passe pelo ponto **N**;

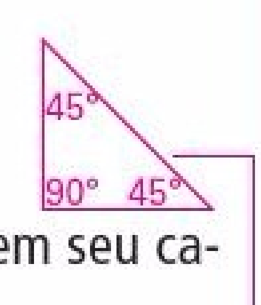
c) marque outros pontos na reta e trace perpendiculares à reta **s**, passando por esses pontos.



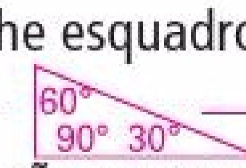
O que se observa nas retas traçadas?
São retas paralelas entre si.

23. A seguir, há esquadros que costumamos usar. Com eles podemos desenhar ângulos, retas paralelas, retas perpendiculares e outras figuras. Realize as atividades usando esquadros como estes.





a) Desenhe esquadros como esses em seu caderno.



b) Quais são as medidas dos ângulos desses esquadros? Marque as medidas em seu desenho.

c) Use esses esquadros e descubra as medidas dos ângulos deste paralelogramo. 135°; 135°; 45°; 45°

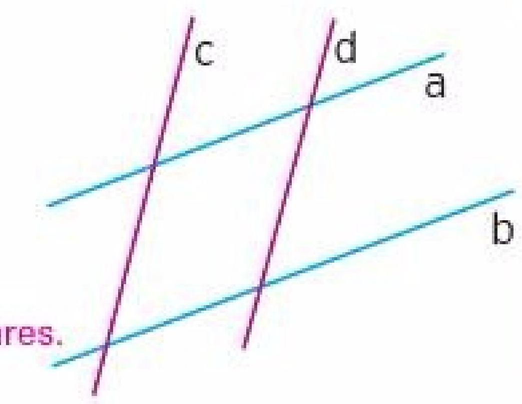
4 Estatística e probabilidade

Contagem e possibilidades

Para refletir e responder

Na figura ao lado temos quatro retas em um mesmo plano.

Observe que há retas paralelas e retas concorrentes.



- Quantos pares de retas podemos formar com essas quatro retas? 6 pares.
- Identifique pares de retas paralelas e pares de retas concorrentes.
  Retas paralelas: **a** e **b**; **c** e **d**, retas concorrentes: **a** e **c**, **a** e **d**, **b** e **c**, **b** e **d**.

A organização das combinações existentes na situação apresentada acima por meio de tabelas, por exemplo, pode facilitar a identificação dos pares de retas a serem formados e evitar o esquecimento de algumas das possibilidades existentes.

Nesta tabela são representadas com o símbolo // as retas paralelas e com o símbolo ⤫ as retas concorrentes.

Escolha de uma reta	a	a	a	b	b	c
Escolha de outra reta	b	c	d	c	d	d
Par de retas	a, b	a, c	a, d	b, c	b, d	c, d
Posição relativa das retas	//	⤫	⤫	⤫	⤫	//

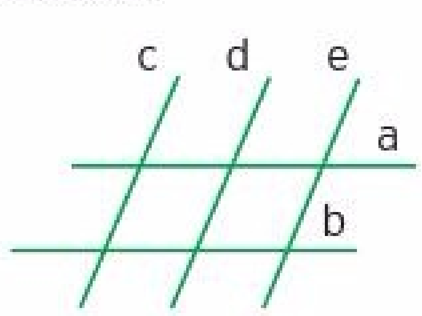
Assim, temos **dois** pares de retas paralelas: **a** e **b**, **c** e **d**; e **quatro** pares de retas concorrentes: **a** e **c**; **a** e **d**; **b** e **c**; **b** e **d**.

Utilize materiais concretos (varetas, sólidos, dentre outros) para explorar outras atividades e organizar uma contagem. Veja as atividades 24 e 25.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

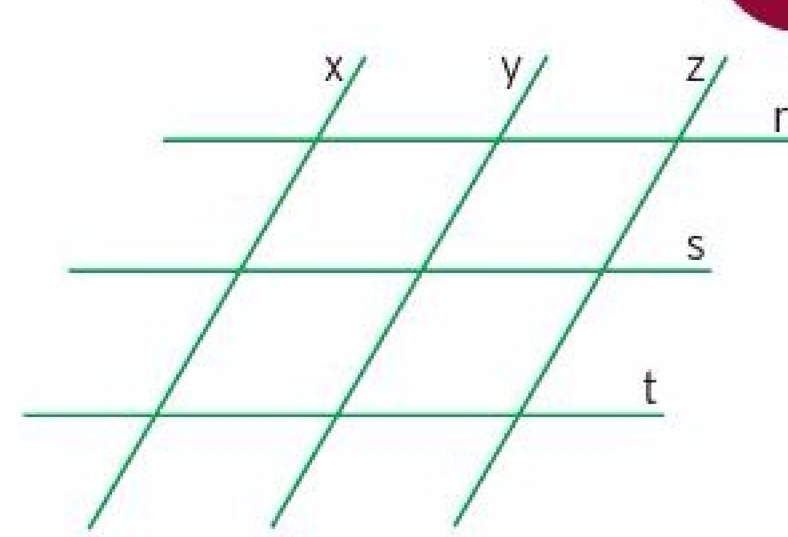
24. As retas da figura abaixo estão em um mesmo plano; a//b e c//d//e.



a) Quais são os pares de retas que podemos formar? a, b; a, c; a, d; a, e; b, c; b, d; b, e; c, d; c, e; d, e.

b) Identifique três pares de retas paralelas.
Resposta possível: c, d; a, b; d, e.

25. Na figura a seguir, temos 6 retas em um mesmo plano. As retas **x**, **y** e **z** são paralelas entre si; as retas **r**, **s** e **t** também são paralelas entre si.



Responda:

a) Quais são os possíveis pares de retas paralelas? Paralelas: **x** e **y**, **x** e **z**, **y** e **z**, **r** e **s**, **r** e **t**, **s** e **t**.

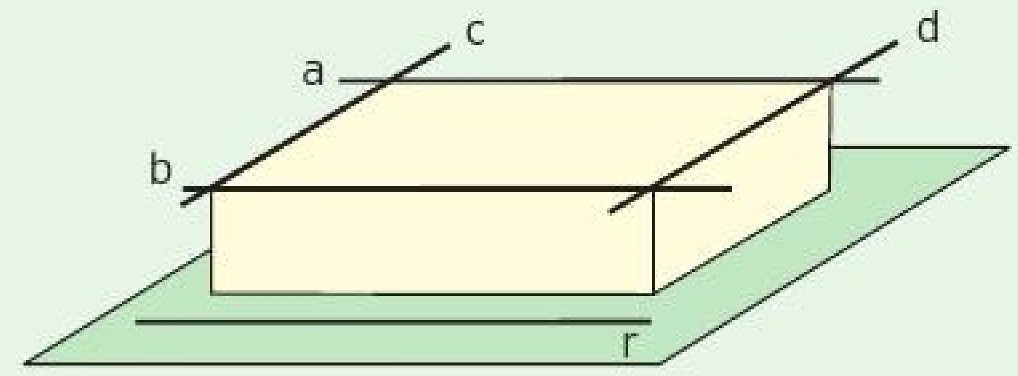
b) Quais são os possíveis pares de retas concorrentes? Concorrentes: **x** e **r**, **x** e **s**, **x** e **t**, **y** e **r**, **y** e **s**, **y** e **t**, **z** e **r**, **z** e **s**, **z** e **t**.

Investigue e explique

Junte-se a um colega, reflitam sobre o assunto e respondam às questões.

Para esta atividade, vocês vão precisar de quatro varetas para pipa, fita adesiva e um bloco retangular que poderá ser construído com o molde que o professor lhes oferecerá.

- Fixem as varetas sobre as arestas do bloco retangular, usando fita adesiva, conforme indica a figura ao lado.



BIS

- Depois de pronto, observem seu bloco retangular e, de acordo com a figura, determinem a posição entre as retas:

a) **a** e **c**; Concorrentes ou perpendiculares.

b) **c** e **d**; Paralelas.

c) **a** e **b**; Paralelas.

d) **b** e **d**; Concorrentes ou perpendiculares.

e) **a** e **d**; Concorrentes ou perpendiculares.

f) **c** e **b**. Concorrentes ou perpendiculares.

- As retas **r** e **c** têm algum ponto em comum? Elas são paralelas? Explique sua resposta.
  Não. Não. As retas **r** e **c** não estão no mesmo plano.

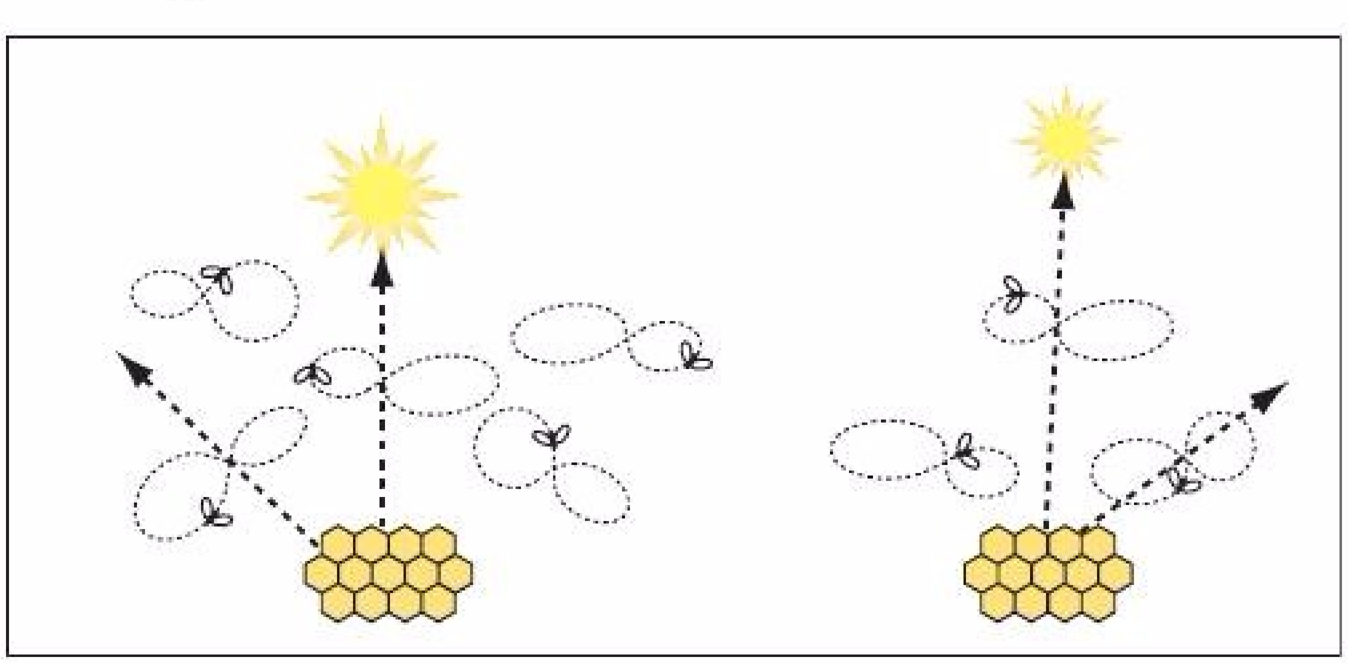
Leitura

Será que as abelhas conhecem Matemática?

Você já deve ter ouvido falar que as abelhas formam uma sociedade muito organizada. Mas será que elas sabem Geometria?


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

A rainha e algumas operárias "estudam" uma região, depois voltam à colmeia e, dançando, revelam em que direções ficam os lugares visitados.


ALBERTO DE STEFANO

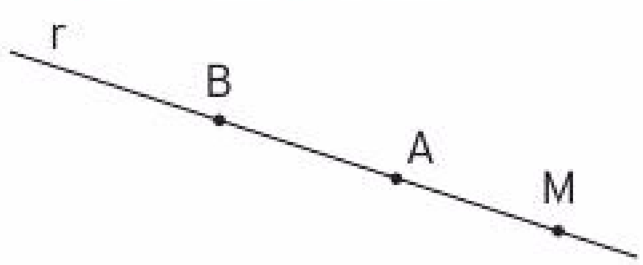
Usando a dança como meio de expressão, essas abelhas fazem coreografias em forma de **8**. Os balés aéreos determinam eixos cujos ângulos, em relação ao Sol, indicam as direções dos novos locais.

Outro exemplo de que as abelhas "conhecem" Geometria é o formato dos alvéolos das colmeias: são prismas hexagonais quase perfeitos!

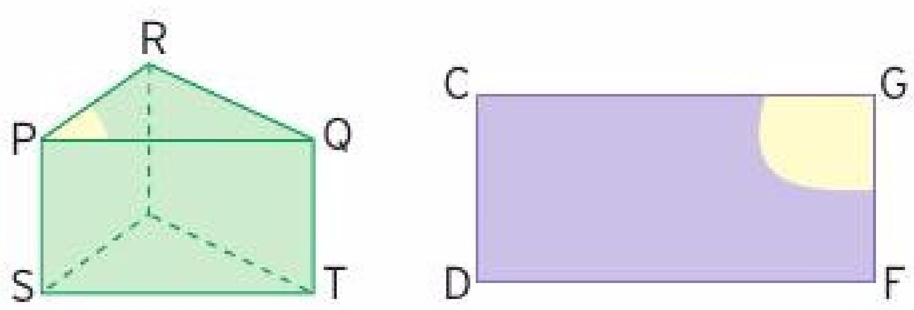
Revisão cumulativa e testes

FAÇA NO CADERNO

1. Copie este desenho. Em seguida, pinte de azul a semirreta $\overrightarrow{AM}$ e de amarelo a semirreta $\overrightarrow{MB}$. Que figura geométrica ficou pintada de azul e amarelo? O segmento de reta $\overline{AM}$.



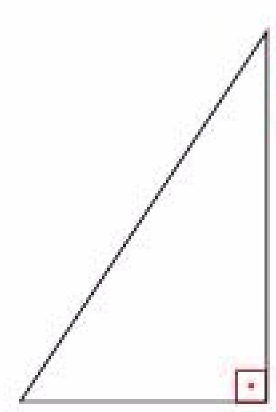
2. Observe os ângulos destacados nas figuras e responda às questões.



a) Quais são os ângulos destacados? Nomeie-os. $R\hat{P}Q$ e $F\hat{G}C$

b) Que tipos de ângulos são esses? $R\hat{P}Q$: agudo e $F\hat{G}C$: reto

3. Desenhe quatro triângulos que tenham um ângulo reto como este e observe os outros dois ângulos. O que você pode afirmar sobre eles?



São sempre ângulos agudos. (Existem outras respostas.)

4. Lúcia distribuiu R$ 390,00 entre João e Ana. Ana ganhou R$ 20,00 a mais que João. Que quantia recebeu cada um? João recebeu R$ 185,00 e Ana, R$ 205,00.

5. Um zoológico fez uma grande promoção em um feriado. Logo na abertura foram vendidos 53 ingressos a um total de R$ 391,00. Quantas crianças e quantos adultos pagaram por esses ingressos? 18 adultos e 35 crianças.

ILUSTRAÇÕES: BIS

6. (Saresp) Usando os algarismos 1, 2 e 3, sem repetir nenhum, é possível formar: d

a) dois números de três algarismos.

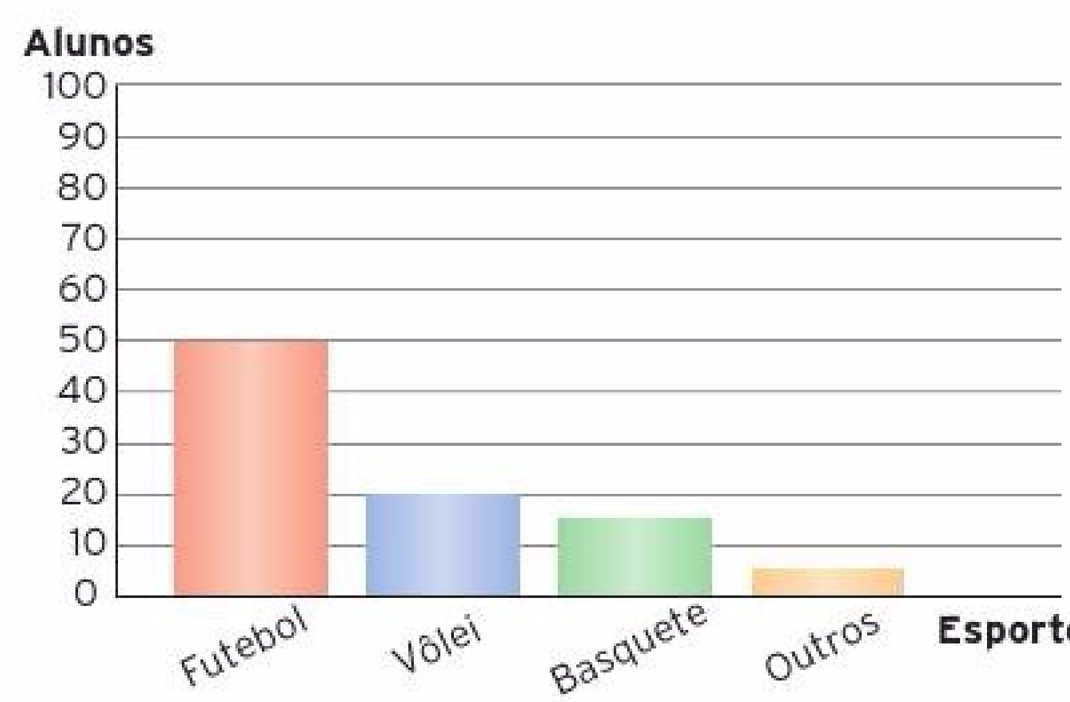
b) três números de três algarismos.

c) quatro números de três algarismos.

d) seis números de três algarismos.

7. (Saresp) Numa escola foi feita uma pesquisa para verificar o esporte preferido das turmas de 6º ano, e o número de alunos que escolheram cada esporte está indicado no gráfico.

Esportes preferidos dos alunos de 6º ano



De acordo com o gráfico, é correto afirmar que exatamente 50 alunos preferem: a

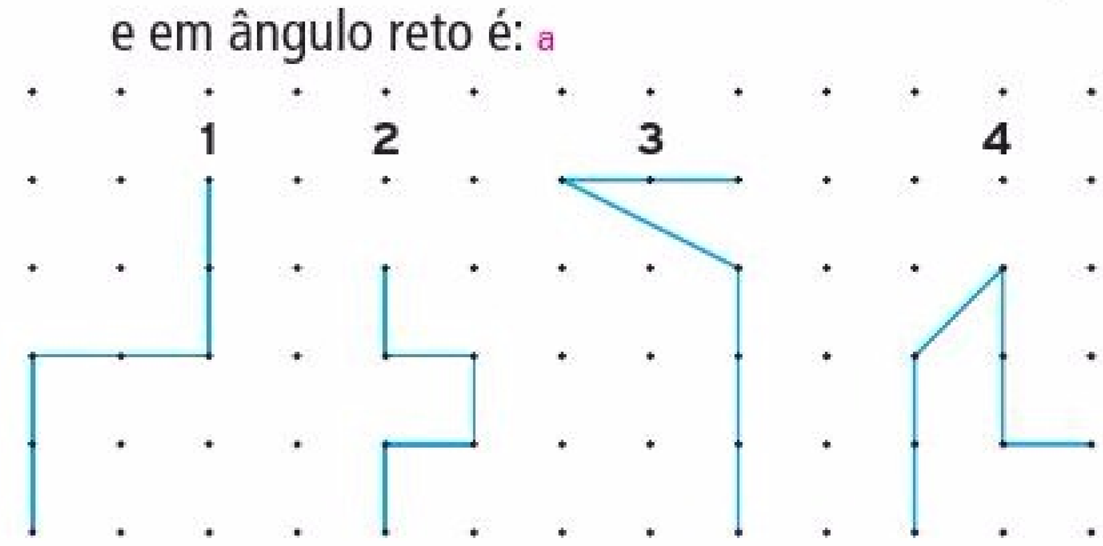
a) futebol.

b) vôlei.

c) basquete.

d) outros esportes.

8. (Saresp) Observe os desenhos, feitos no computador, para indicar caminhos percorridos por um robozinho. O desenho que indica que o robozinho mudou somente duas vezes de direção e em ângulo reto é: a



a) figura 1

b) figura 2

c) figura 3

d) figura 4

UNIDADE 6

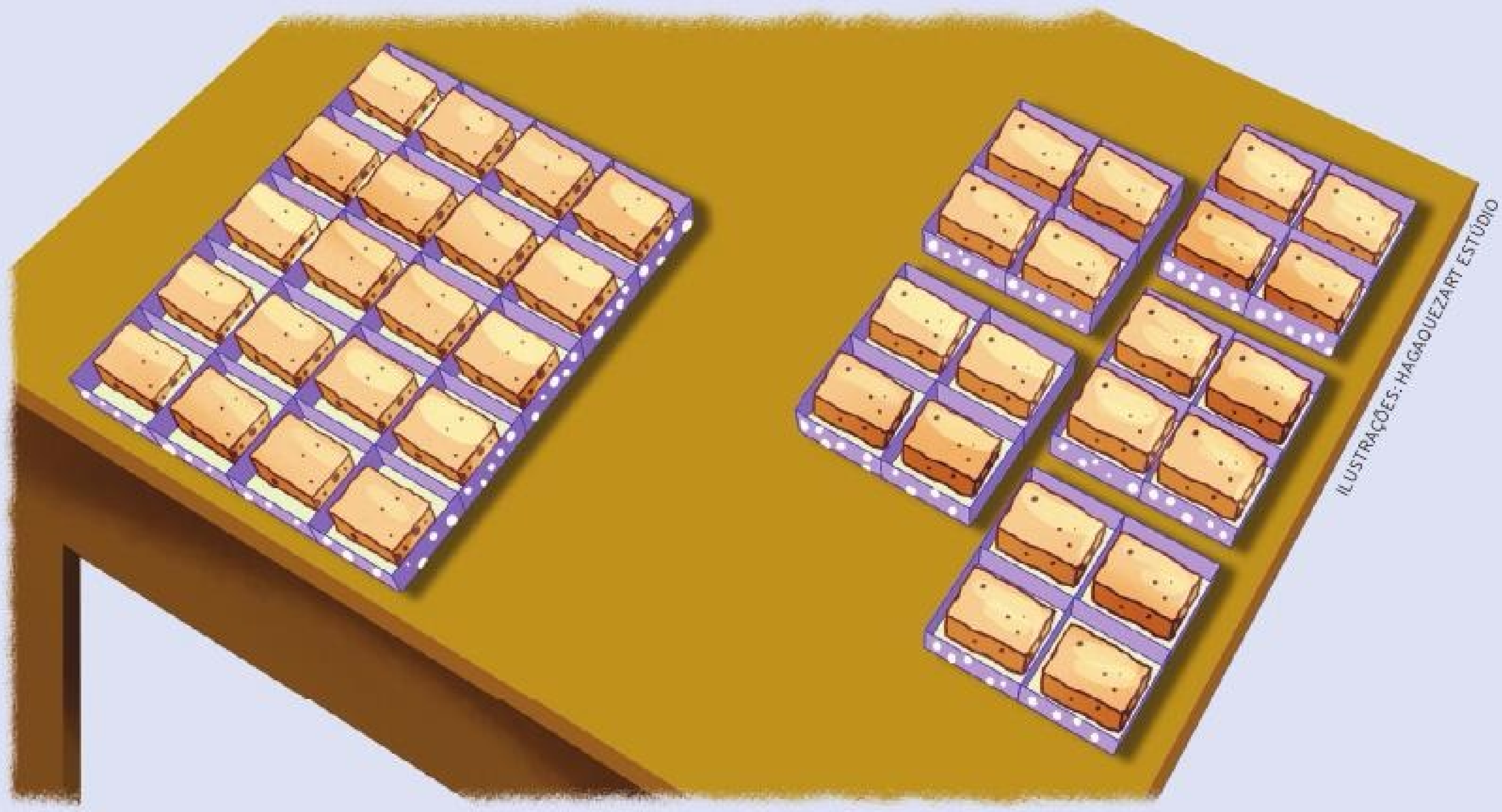
Múltiplos e divisores

ROSENFELD IMAGES/SCIENCE PHOTO LIBRARY/LATINSTOCK

Muitas fábricas produzem itens em grandes quantidades, e, para a venda, organizam a produção em embalagens com o mesmo número de unidades em cada uma.

Nesta unidade ...

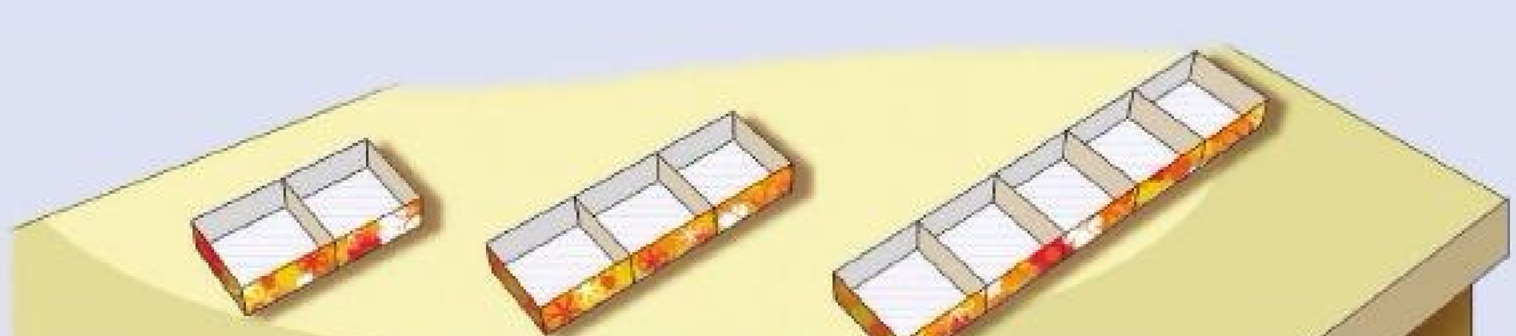
Observe, na imagem abaixo, que uma mesma quantia, como 20 tortinhas, pode ser organizada em diferentes tipos de embalagens.



Neste caso, 20 tortinhas, por exemplo, é um número múltiplo de 5. Podemos dizer também que esse número é divisível por 5, pois não haverá sobra na divisão de 20 por 5. Esse assunto será um dos que estudaremos nesta unidade.

O que você já sabe?

- Na imagem acima, são mostradas duas maneiras de distribuir igualmente 20 tortinhas em embalagens com a mesma quantia de tortinhas em cada uma, sem que sobrem tortinhas. É possível fazer outras distribuições desse tipo com essa quantia? Quais? Sim, 20 embalagens com 1 tortinha em cada, 4 embalagens com 5 tortinhas em cada, 10 embalagens com 2 tortinhas em cada ou 2 embalagens com 10 tortinhas em cada uma.
- Marta faz quindins para vender. Em cada fornada ela assa sempre a mesma quantidade de quindins, que pode ser organizada em embalagens em que cabem 2, 3 ou 5 quindins, sem que sobrem quindins. Observe as opções de embalagens que ela tem e descubra quantos quindins Marta assa em cada fornada.



Resposta possível: Marta assa 30 quindins em cada fornada.
Espera-se que os alunos percebam que Marta tem de assar sempre quantias da sequência dos múltiplos de 30 para que não sobrem quindins na distribuição em embalagens para 2, 3 ou 5 quindins.

1 Divisibilidade e padrões

Padrões

Para refletir e responder

As imagens a seguir apresentam dois tipos de calçamento, muito comuns em várias cidades brasileiras.

A

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

B

ANDRE DIB/PULSAR IMAGENS

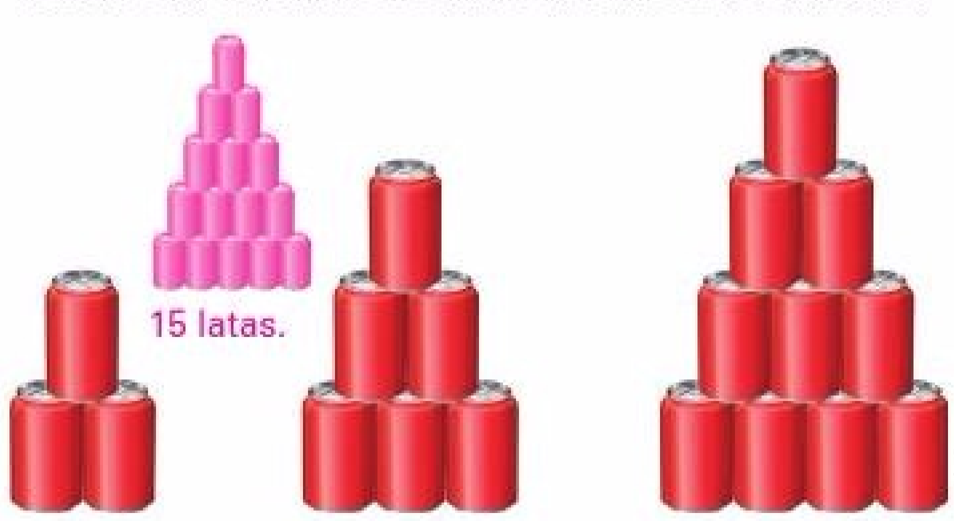
- Um desses calçamentos apresenta um padrão. Qual deles? Explique sua resposta a um colega.
A, o desenho repete-se completando o calçamento.

Padrões, ou **regularidades**, como os que são observados em uma das fotos acima, também estão presentes em muitas sequências numéricas e o estudo sobre eles é de interesse em muitas áreas.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

1. Como será a próxima pilha de latas? Quantas latas ela terá? Desenhe-a em seu caderno.


15 latas.
BIS

2. Observe como certo tipo de comprimido é vendido em farmácias.

Comprando uma cartela, são ao todo 4 comprimidos; comprando 2 cartelas, são 8, comprando 3 cartelas, são 12. A distribuição dos comprimidos nessas cartelas segue a sequência de números **4**, **8**, **12**, ...


VALERY VOENNYY/ALAMY/GLOW IMAGES

4 8 12 ...

a) Copie e complete essa sequência até que ela tenha 10 números.
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40.

b) É possível embalar 50 comprimidos de remédio dessa maneira? Explique sua resposta.

c) Que padrão numérico está presente no modo como eles são embalados?

b) Não, porque na sequência do item anterior, depois de 40 vem 44, 48, 52, e 50 não faz parte dela.
c) Resposta possível: Na sequência numérica do item a, cada número a partir do segundo é o anterior mais 4.

3. Números como os que apareceram no exercício 1 são chamados de **números triangulares**. Observe as somas obtidas quando adicionamos os primeiros números naturais e compare-os com os números triangulares 1, 3, 6, 10 e 15.

BIS

$1 \qquad \underbrace{1+2}_{\mathbf{3}} \qquad \underbrace{1+2+3}_{\mathbf{6}} \qquad \underbrace{1+2+3+4}_{\mathbf{10}} \qquad \underbrace{1+2+3+4+5}_{\mathbf{15}}$

a) O que ocorre com as somas dos primeiros números naturais? São números triangulares.

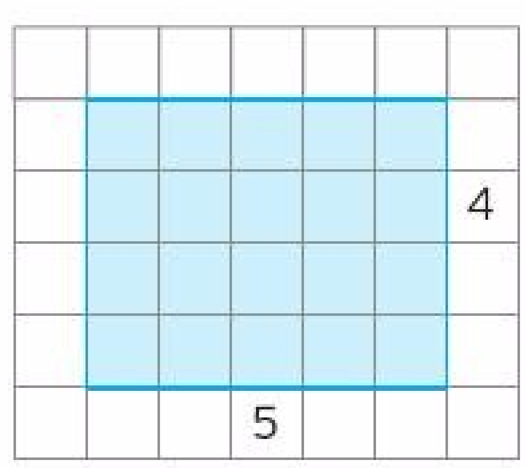
b) Qual é o décimo número triangular? 55

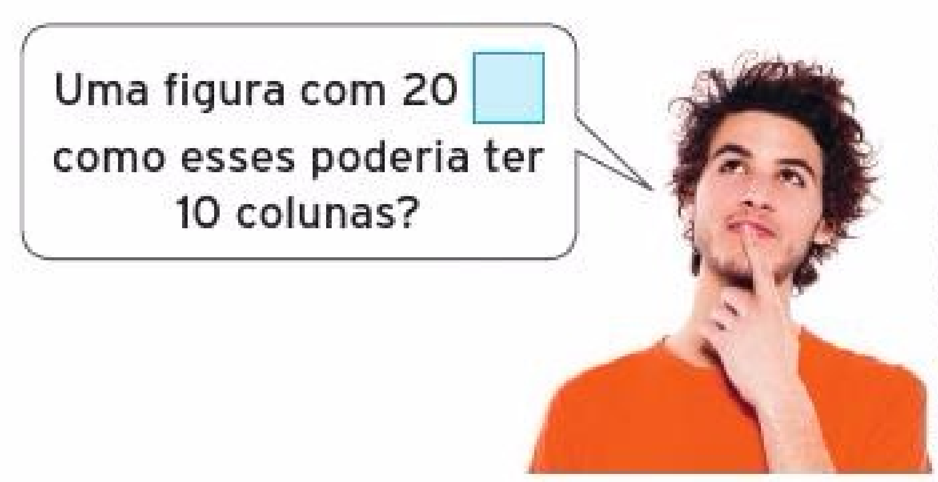
Divisibilidade e divisão estão relacionadas?

Vamos explorar uma situação para esclarecer essa questão.

Para refletir e responder

Na figura abaixo, 20 quadrados do tipo ☐ foram arrumados em 4 linhas e 5 colunas, de modo que o contorno da figura formada fosse um retângulo.





THINKSTOCK/GETTY IMAGES

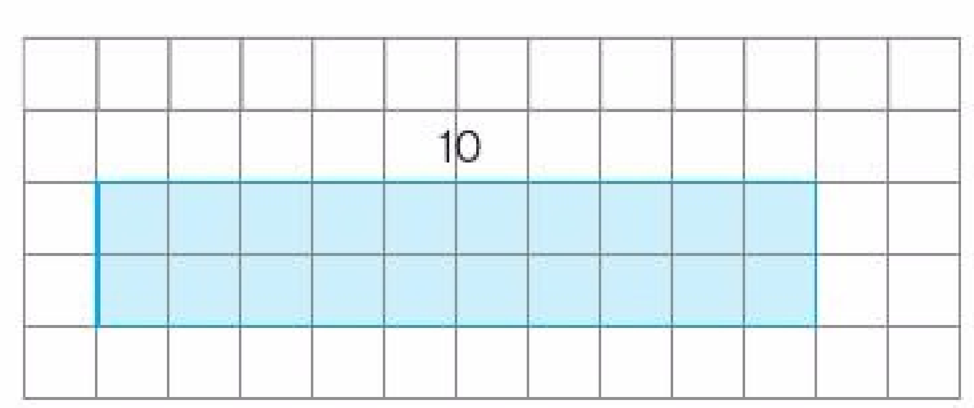
- É possível obter um retângulo usando **10** colunas? Por quê? Sim, porque 20 : 10 é uma divisão exata.

Sim, é possível arrumar 20 quadrados do tipo ☐ em uma forma retangular com 10 colunas, mas não é possível obter essa forma com 6 linhas. Veja por quê:

A divisão de 20 por 10 é exata.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 10 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

20 **é divisível** por 10.

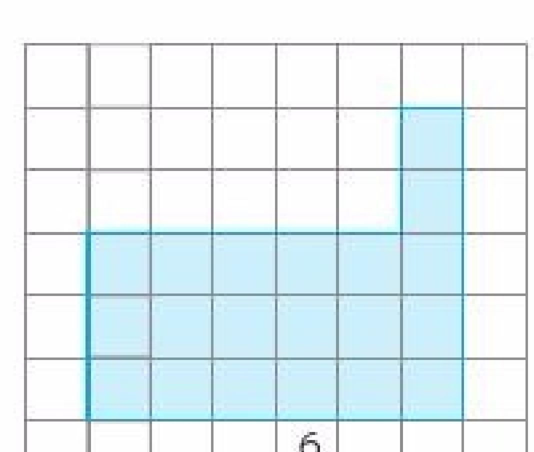


Observando as figuras apresentadas, nota-se que 20 é também **divisível** por 5, por 4 e por 2.

Já a divisão de 20 por 6 não é exata e por isso não é possível organizar 20 ☐ no formato retangular com 6 linhas:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 6 \\ \hline 2 & 3 \end{array}$$

20 **não é divisível** por 6.



Outros exemplos:

- $\begin{array}{r|l} 140 & 5 \\ \hline 40 & 28 \\ 0 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 140 & 9 \\ \hline 50 & 15 \\ 5 & \end{array}$

  140 é divisível por 5, mas não por 9.

- $\begin{array}{r|l} 1236 & 4 \\ \hline 036 & 309 \\ 0 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 1236 & 13 \\ \hline 66 & 95 \\ 1 & \end{array}$

  1236 é divisível por 4, mas não por 13.

Um número natural é **divisível** por outro quando a divisão dele por esse outro for exata.

Procure propor situações semelhantes às que foram apresentadas e nas quais os alunos possam explorar o conceito de divisibilidade de forma integrada à área de quadrados e retângulos, utilizando malhas quadriculadas. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

4. Você conhece outros números pelos quais 20 seja divisível? Reflita sobre o texto apresentado e encontre respostas. Resposta possível: 1 e 20.

5. Noventa candidatos disputam uma vaga para cantar em um coral. Para a seleção, eles deverão formar grupos com o mesmo número de pessoas, e que tenham no mínimo 5 candidatos e no máximo 8. Sem identificar os candidatos nos grupos, de que maneiras eles poderão se agrupar? Em 18 grupos de 5 candidatos ou em 15 grupos de 6 candidatos.

6. Escreva cada um destes números como um produto de dois fatores: (Existem outras respostas.)

a) 64 2×32; 4×16

b) 40 2×20; 5×8

c) 100 5×20; 1×100

7. Agora, copie e complete, substituindo o ■ pelos fatores que você escreveu na atividade 6.

a) 64 é divisível por ■. 2, 4, 16, 32

b) 40 é divisível por ■. 2, 5, 8, 20

c) 100 é divisível por ■. 1, 5, 20, 100

8. Laura é cozinheira de mão cheia e precisa resolver um problema. Ela vai fazer quibes que serão embalados em caixas de dois tipos: uma em que cabem 5 quibes e outra em que cabem 8 quibes. Ajude-a a resolver o problema e explique sua resposta.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Laura poderá fazer 20, 40 ou 80 quibes que não haverá sobras porque são divisíveis por 5 ou por 8. Quanto aos 100 quibes, ela poderá embalá-los todos em caixas para 5 quibes, mas não em caixas para 8 quibes, pois 100 não é divisível por 8.

Troquem ideias e resolvam

FAÇA NO CADERNO

Junte-se a um colega e resolvam.

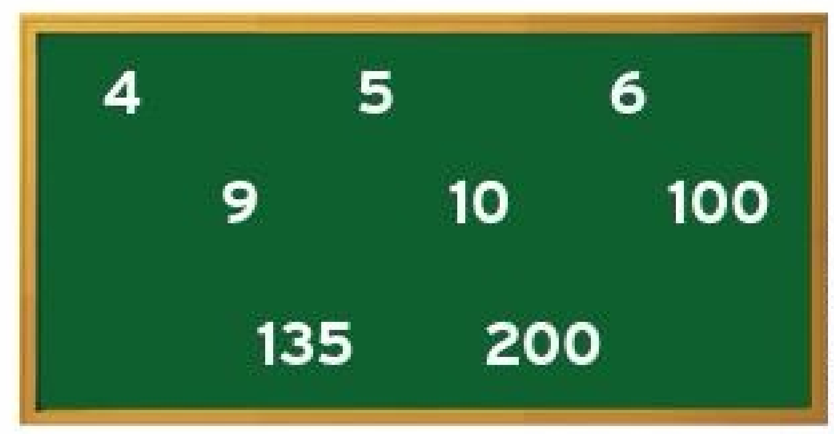
- Qual é o maior número menor que 300 divisível por 7? 294
- Escolham dois números que sejam divisíveis por 3 e os adicionem. A soma obtida é um número divisível por 3? Sim.
- Comparem a sua resposta com a dos colegas. Todos obtiveram a mesma resposta? Espera-se que sim.
- É possível chegar a uma conclusão sobre a soma de dois números que são divisíveis por 3? Qual? Sim. A soma de dois ou mais números divisíveis por 3 é sempre divisível por 3.

2 Critérios de divisibilidade

Divisibilidade por 2

Para refletir e responder

Você já sabe que há infinitos números naturais, mas sabia que nem todos eles são divisíveis por 2?



HÉLIO SENATORE

- Cite exemplos de números que são divisíveis por 2 e, depois, responda: existe algum padrão entre os números divisíveis por 2? Qual?

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12 e outros. Os números terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Você sabia que a observação de padrões permite responder às perguntas que foram feitas acima?

Todos os números naturais da sequência a seguir, por exemplo, são divisíveis por 2:

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22

Você pode verificar esse fato efetuando a divisão desses números por 2 usando uma calculadora. Nesse caso, aparecerá no visor sempre um número natural.

Um padrão possível de se perceber nessa sequência é que todos os números são pares. Ou, ainda, que qualquer um deles é o produto de um número natural por 2. Observe:

$0 = 0 \times 2$ $\quad$ $10 = 5 \times 2$ $\quad$ $18 = 9 \times 2$ $\quad$ $22 = 11 \times 2$

Por outro lado, nenhum número ímpar é divisível por 2. Observe:

$$\begin{array}{l|l} 9 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 15 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 87 & 2 \\ \cline{2-2} 07 & 43 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 213 & 2 \\ \cline{2-2} 013 & 106 \\ 1 & \end{array}$$

Um número natural é **divisível por 2** quando ele é um número **par**.

Essa é uma das regras de divisibilidade. Regras como essa permitem verificar a divisibilidade de alguns números por outro, sem efetuar a divisão. Elas são chamadas de **critérios de divisibilidade**.

Outros critérios de divisibilidade

Alguns critérios de divisibilidade podem ser verificados facilmente descobrindo-se padrões.

Divisibilidade por 5

Observe a sequência numérica no quadro ao lado.

0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

Um padrão possível de se perceber nessa sequência é que qualquer um desses números é o produto de um número natural por 5 e, por essa razão, eles são **divisíveis por 5**. Outro padrão é que eles terminam em **zero** ou **5**.

$20 = 4 \times 5$ $35 = 7 \times 5$ $40 = 8 \times 5$ $50 = 10 \times 5$

Um número natural é **divisível por 5** quando ele **termina em zero ou em 5**.

Divisibilidade por 10

Observe a sequência numérica no quadro ao lado.

0, 30, 50, 90, 100, 400, 1 000, 1 240

Um padrão possível de se perceber nessa sequência é que qualquer um deles é o produto de um número natural por 10 e, por essa razão, eles são **divisíveis por 10**. Outro padrão é que eles terminam em **zero**.

$30 = 3 \times 10$ $90 = 9 \times 10$ $400 = 40 \times 10$ $1\,240 = 124 \times 10$

Um número natural é **divisível por 10** quando ele **termina em zero**.

Divisibilidade por 3

O critério de divisibilidade por 3 não é imediato como os anteriores, mas vamos identificar um padrão entre os números apresentados no quadro a seguir e que são divisíveis por 3.

15 18 153 300 8 004

15 $\rightarrow$ $1 + 5 = 6$

18 $\rightarrow$ $1 + 8 = 9$

153 $\rightarrow$ $1 + 5 + 3 = 9$

300 $\rightarrow$ $3 + 0 + 0 = 3$

8 004 $\rightarrow$ $8 + 4 = 12$

Calculamos a soma dos algarismos desses números.

Observe as somas e note que todas são divisíveis por 3.

Um número natural é **divisível por 3** quando a **soma dos algarismos** de sua escrita numérica for **divisível por 3**.

Divisibilidade por 9

Para a divisibilidade por 9 temos uma regra parecida com o critério que se utiliza para 3. Observe a soma dos algarismos da escrita numérica de alguns exemplos:

1) **90**
9 + 0 = 9
9 é divisível por 9.
90 é divisível por 9.

90	9
0	10

2) **2 871**
2 + 8 + 7 + 1 = 18
18 é divisível por 9.
2 871 é divisível por 9.

2 871	9
0	319

3) **4 603**
4 + 6 + 0 + 3 = 13
13 não é divisível por 9.
4 603 não é divisível por 9.

4 603	9
4	511

Um número natural é **divisível por 9** quando a **soma dos algarismos** de sua escrita numérica for **divisível por 9**.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

9. Um número que termina em 5 é divisível por 2? Por quê? Resposta possível: Não; porque ele não é um número par.

10. 16 302 é um número divisível por 9? Se a resposta for negativa, substitua um dos algarismos e obtenha um número divisível por 9. Não; Resposta possível: 16 362.

11. Sem efetuar a divisão, identifique os números que são divisíveis por 2. b, d, f

a) 37 c) 999 e) 5 403
b) 508 d) 2 000 f) 10 006

12. Sem efetuar a divisão, identifique os números que são divisíveis por 9. b, c, e, f

a) 66 c) 981 e) 4 977
b) 207 d) 1 000 f) 23 571

Os números que você identificou são divisíveis por 3? Sim.

13. Das quantias a seguir, quais podem ser obtidas somente com cédulas de R$ 2,00? b, d, e

a) R$ 61,00 c) R$ 83,00 e) R$ 504,00
b) R$ 98,00 d) R$ 100,00 f) R$ 1 203,00

14. Cada um destes números é divisível por 9. O ■ esconde um dos algarismos. Quais algarismos podem estar escondidos?

a) 23■ 4 b) 1■54 8 c) 369■ 0 ou 9 d) 3■52 8

15. Quais números mais próximos de 4 132 são divisíveis por 3? Cite um menor e outro maior que 4 132. 4 131, 4 134

16. Responda sem fazer o cálculo: o número 12 675 é divisível por 5? Por quê? Resposta possível: Sim, porque termina em 5.

17. Pesquise um pouco mais sobre a divisibilidade por 10.

a) 270 é divisível por 10. Ele também é divisível por 5? Por quê? Resposta possível: Sim; porque termina em zero.
b) Pense em um número divisível por 10. Ele também é divisível por 5? Por quê? Resposta possível: Sim, porque termina em zero.
c) A afirmação "Todo número divisível por 10 é divisível por 5" é verdadeira? Sim.

18. Pesquise um pouco mais sobre a divisibilidade por 5, respondendo às questões:

a) 435 é divisível por 5. Ele também é divisível por 10? Por quê? Não; porque não termina em zero.
b) Pense em um número divisível por 5 que não termine em zero. Ele também é divisível por 10? Por quê? Não; porque não termina em zero.
c) Quais foram as respostas dadas por seus colegas à pergunta anterior? Resposta pessoal.
d) A afirmação "Nem todo número divisível por 5 é divisível por 10" é verdadeira? Sim.

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

19. Divisibilidade, medidas e geometria.

a) Pinte 36 quadrados colocados em linhas e colunas, em um papel quadriculado, de modo que o contorno da figura obtida seja um retângulo. Em seguida, escreva um produto que represente a quantidade de quadrados do seu desenho. Resposta possível: $9 \cdot 4 = 36$

b) Compare a solução que você encontrou com a de alguns colegas. Elas são iguais à sua? Resposta pessoal.

c) Identifique quatro divisores de 36. 2, 4, 6 e 9. (Existem outras respostas.)

d) Existe alguma figura com 36 quadradinhos que tenha a forma de um quadrado? Se existir, desenhe-a em papel quadriculado. Sim; quadrado de 6 por 6.

20. O número 237 é divisível por 2? E por 3? Por quê? Não, porque ele não é um número par. Sim, porque $2 + 3 + 7$ é 12, que é divisível por 3.

21. Separe estes números em três grupos: (A) divisíveis por 2, mas não divisíveis por 3; (B) divisíveis por 2 e por 3; e (C) não divisíveis nem por 2 nem por 3:

a) 249
b) 3 957
c) 1 025
d) 2 436
e) 10 000
f) 10 008
g) 11 846
h) 60 002

(A): e, g, h; (B): d, f; (C): c

22. O número 735 é divisível por 5.

a) Qual o menor número natural que pode ser somado a 735 para que o resultado seja divisível por 10? 5

b) Qual o menor número natural, diferente de zero, pelo qual 735 pode ser multiplicado para que o resultado seja divisível por 10? 2

23. Identifique as quantias que podem ser formadas somente com cédulas de R$ 5,00: b, c

a) R$ 18,00
b) R$ 50,00
c) R$ 120,00

MUSEU DE VALORES/BANCO CENTRAL DO BRASIL

24. Copie apenas as frases verdadeiras. b, c

a) Todo número que termina em 3 é divisível por 3.

b) Todo número divisível por 2 é um número par.

c) Todo número divisível por 10 é também divisível por 2 e por 5.

d) Existem números que são divisíveis por 9 e não são divisíveis por 3.

e) O zero não é divisível por nenhum número natural.

25. Que número é divisível por qualquer número natural diferente de zero? Zero.

26. Nesta atividade só vale usar os algarismos 0, 2, 5 e 8.

a) Escreva quatro números de quatro algarismos sem repeti-los. Lembre-se: 0258, por exemplo, é igual a 258, ou seja, tem três algarismos. Resposta possível: 2 058, 2 508, 5 028 e 8 205.

b) Os números que foram encontrados são divisíveis por 3? Sim.

c) Dê sua opinião e explique: a afirmação a seguir é verdadeira?

"Qualquer número de quatro algarismos escrito com 0, 2, 5 e 8, sem repeti-los, é divisível por 3."

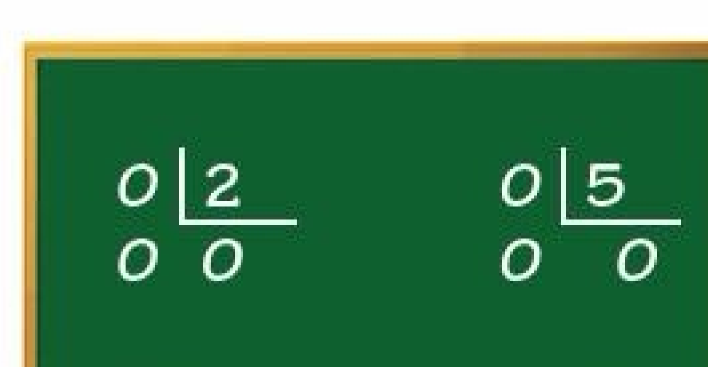
Sim, porque $0 + 2 + 5 + 8$ é igual a 15 e 15 é divisível por 3.

Usando a calculadora

Usando uma calculadora, João calculou 0 : 2. Depois, calculou 0 : 5.

- Descubra se zero é divisível por 10, por 3 e por 9. Sim.
- Dê sua opinião: zero é divisível por qualquer número natural diferente de zero? Sim.

FERNANDO FAVORETTO/CRIAR IMAGEM



HÉLIO SENATORE

Um pouco mais sobre critérios de divisibilidade

Um número é divisível por 2 e por 3. Ele é divisível por 6?

Os números do quadro abaixo são divisíveis por 2 e por 3. Um padrão que poderá ser observado é que todos são divisíveis por 6.

18	486
360	12 462

Você poderá verificar esse fato efetuando a divisão desses números por 6, mas use uma calculadora.

Um número natural é **divisível por 6** quando é **divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo**.

Divisibilidade por 4

Você sabia que matemáticos descobriram que números naturais nos quais os dois últimos algarismos formam um número divisível por 4 são divisíveis por 4?

Essa regra vale para números que têm dois ou mais algarismos. E com apenas um algarismo temos 0, 4 e 8 que são divisíveis por 4.

Exemplos:

Com dois algarismos: 24, 36, 40, 88 e outros.

Com três algarismos: 1**24**, 3**24**, 5**12**, 9**28** e outros.

Com 4 ou mais algarismos: 10**32**, 27**32**, 30**00** e outros.

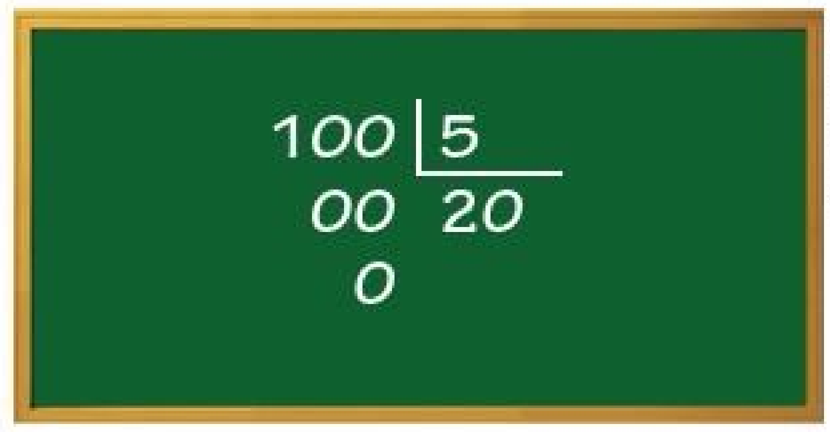
$$\begin{array}{r|l} 928 & 4 \\ \hline 0 & 232 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2\,732 & 4 \\ \hline 0 & 683 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3\,000 & 4 \\ \hline 0 & 750 \end{array}$$

ILUSTRAÇÕES: HÉLIO SENATORE

Um número natural é **divisível por 4** quando o número formado pelos algarismos das dezenas e das unidades simples desse número é divisível por 4.

Divisor de um número natural

FOTOS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES



HÉLIO SENATORE

Eles têm razão. Observe:

100 | 1 0 100	100 | 2 0 50	100 | 4 0 25	100 | 10 0 10

Note que, sendo 100 divisível por 5, dizemos também que 5 é divisor de 100.

Veja outros exemplos:

3 é divisor de 90. 7 é divisor de 56. 10 é divisor de 100.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

27. Observe os números nestes quadros:

45 316	9 624	2 518

a) Quais deles são divisíveis por 4? 45 316 e 9 624.

b) 4 é divisor de algum deles? De qual? Sim; de 45 316 e 9 624.

c) 6 é divisor de algum deles? De qual? Sim; 9 624.

28. Neste quadro, **n** representa um algarismo. Substituindo **n** por 7, por exemplo, obtemos o número 2 578.

2	5	n	8

a) Substituindo **n** por 2, obtém-se um número divisível por 4? E por 6? Sim; não.

b) Substituindo **n** por 4, obtém-se um número divisível por 4? E por 6? Sim; não.

c) Qual é o algarismo de menor valor que se deve colocar no lugar de **n** para que 6 seja divisor do número obtido? 0

29. Qual é o maior número natural formado por três algarismos diferentes e divisível ao mesmo tempo por 2, 3 e 4? 984

30. Qual é o menor número natural, diferente de zero, divisível por 2, 3, 5 e 10 ao mesmo tempo? 30

Investigue e explique

Sobre a divisibilidade, existem algumas questões importantes para serem investigadas e respondidas. Então, junte-se a um colega, investiguem e respondam.

- Zero é divisor de algum número natural?
Zero não é divisor de nenhum número.
- 1 é divisor de algum número natural?
1 é divisor de qualquer número natural.
- Zero é divisível por algum número natural?
Zero é divisível por qualquer número natural diferente de zero.
- Todo número diferente de zero é divisível por 1 e por ele mesmo? Dê exemplos.
Sim, por exemplo, 3 é divisível por 1 e por 3; 8 é divisível por 1 e por 8; 11 é divisível por 1 e por 11; 200 é divisível por 1 e por 200.

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

31. Sem efetuar o cálculo, identifique as divisões exatas e copie-as: a, b, d, f

a) 579 : 3
b) 774 : 6
c) 999 : 6
d) 9780 : 10
e) 10402 : 4
f) 80000 : 5

32. Qual é o maior número de três algarismos divisível por:

a) 2? 998
b) 5? 995
c) 9? 999

33. Observe o número em destaque. **20 886**

a) Ele é divisível por 6? Sim.

b) Escreva outro número usando esses algarismos. Ele é divisível por 6? Resposta possível: 88620; sim.

c) Usando esses algarismos, escreva um número que não seja divisível por 6. Não é possível; só conseguimos escrever números pares, e 2 + 0 + 8 + + 8 + 6 = 24, que é divisível por 3.

34. Copie a tabela e complete-a com os números: 138, 309, 456, 514, 606, 666 e 780. Observe o exemplo. Veja resposta no final do livro.

Número	É divisível por		
	2	3	6
72	X	X	X

35. Observe a escrita **4 · n**. Nela, **n** representa qualquer número natural, e **4 · n** representa o produto de **4 por n**. Assim, se **n** é **45**, substituindo **n** por **45** na expressão **4 · n**, teremos **4 · 45**, que é igual a **180**.

a) Copie e complete em seu caderno uma tabela como esta:

Valor de **n**	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Valor de **4 · n**	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48

b) Imagine que essa tabela continue e tenha quatro colunas a mais. Quais números estarão na última coluna?
Como foi obtida essa resposta?
16, 64. Calculando o valor de 4 · n, para **n** igual a 16; 4 · 16 = 64.

36. Observando a tabela construída na atividade anterior, verifique se estas afirmações são verdadeiras ou falsas: Procure enfatizar a compreensão e a construção da linguagem algébrica como generalização da aritmética. Explore outras atividades nas quais a observação da regularidade resulte em fórmula. Veja atividades 35 e 36.

"Se **n** representa um número natural, **4 · n** representa o dobro desse número." Falsa.

"Se **n** representa um número natural, **4 · n** representa um número divisível por 4." Verdadeira.

Desafio

Procure explorar diferentes estratégias de resolução de problemas: uso de tabelas, tentativa e erro, entre outras. Explore possibilidades, estimativa e cálculo mental.

FAÇA NO CADERNO

CDs e promoções

Na **Som Bom**, cada CD custa R$ 24,00. Mas na sua concorrente, **Bom Som**, há uma promoção e os mesmos CDs são vendidos a R$ 18,00 cada um.

- Qual é o menor número de CDs que podemos comprar em cada loja, gastando a mesma quantia? Qual é essa quantia?

Construa um quadro como este em seu caderno e complete-o.

Quantidade de CDs	1	2	3
Preço na Som Bom (R$)	24	48	
Preço na Bom Som (R$)	18	36	

3 na Som Bom; 4 na Bom Som; R$ 72,00.

3 Números primos

Procure não enfatizar este tema. Será suficiente que os alunos saibam identificar os números primos menores que 100. Certifique-se de que percebem a importância da fatoração completa (decomposição em fatores primos), relacionando-a com os múltiplos e o m.m.c.

Números naturais e seus divisores

Para refletir e responder

Quais são os divisores de cada número abaixo?

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47

Número	Divisores
2	1, 2
3	1, 3
...	...

Dê a resposta completando um quadro como este em seu caderno.

- Quantos divisores tem cada um desses números?
  Apenas dois divisores diferentes: o 1 e ele mesmo.

Números como os que foram apresentados, diferentes de zero e de 1, são chamados de **números primos**, pois eles são divisíveis somente por 1 e por eles mesmos.

Todo número natural maior que 1 e que só é divisível por 1 e por ele mesmo é um **número primo**.

Números naturais, diferentes de zero, que têm mais de dois divisores são chamados **números compostos**. Por exemplo, os divisores de 12 são 1, 2, 3, 4, 6 e 12, então 12 é um número composto.

Como reconhecer um número primo?

Reconhecer que números como 8, 15, 17, 30, por exemplo, são números primos ou compostos é simples, mas isso nem sempre acontece. Então, acompanhe um exemplo em que mostramos como reconhecer se um número natural é primo ou não.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

113 é um número primo?

Se **113** não for um número primo, ele será divisível por algum número primo. Assim, começamos **dividindo 113** pelos **números primos** menores que 113: 2, 3, 5, 7, 11, ...

Paramos de dividir quando:

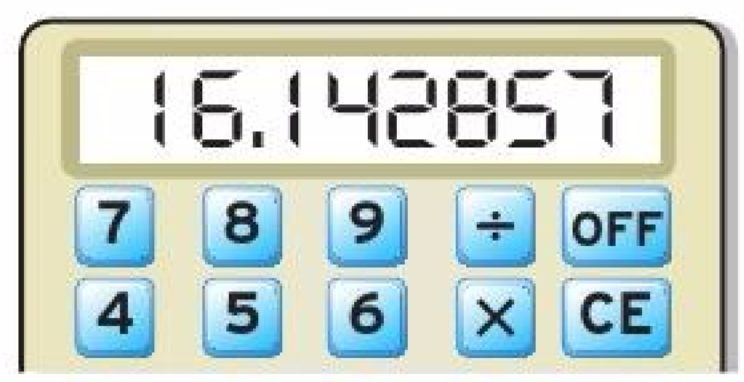
1) A divisão for exata: nesse caso, 113 não será um número primo;

2) Encontrarmos um quociente menor que o divisor e a divisão não for exata: nesse caso, 113 será um número primo.

Veja:

- 113 não é par. —— 113 não é divisível por 2.
- $1 + 1 + 3 = 5$ e 5 não é divisível por 3. —— 113 não é divisível por 3.
- 113 não termina nem em 5 nem em 0. —— 113 não é divisível por 5.
- Para dividir por **7**, podemos usar uma calculadora e registrar a sequência:

1 1 3 ÷ 7 =



Procure não enfatizar o critério de reconhecimento dos números primos. Caso deseje aprofundar um pouco mais, utilize uma calculadora para números maiores que 100.

O ponto em 16.142857 significa que esse número não é natural: ele está entre 16 e 17. A divisão de 113 por 7 não é exata. —— 113 não é divisível por 7.

Dividindo **113** por **11**:

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{113} & \mathbf{11} \\ \hline \mathbf{3} & \mathbf{10} \end{array}$$

—— 113 não é divisível por 11.

10 é **menor** que **11** e a divisão não é exata.

Logo, 113 é um **número primo**.

Na divisão de 113 pelos números primos, como encontramos uma **divisão que não é exata**, com **quociente menor que o divisor**, podemos afirmar que **113 é um número primo**.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

37. Responda às questões sobre o número 53.

a) Ele é divisível por 2? Não.

b) Ele é divisível por 3? Não.

c) Ele é divisível por 9? Não.

d) Ele é divisível por 11? Não.

e) Quais são seus divisores? 1 e 53.

f) 53 é um número primo? Sim.

38. O número 1 é primo? Por quê?
Não; porque tem apenas um divisor, o próprio 1.

39. Decomponha os números 9 e 50 como soma de dois números primos. $7 + 2$; $37 + 13$ (Existem outras respostas.)

40. Decomponha o número 30 como produto de números primos. $2 \times 3 \times 5$

41. Qual é o menor número primo com dois algarismos diferentes entre zero e 99? E o maior?
13; 97

42. Determine três números compostos maiores que 100 e menores que 200.
104, 150, 186 (Existem outras respostas.)

43. Determine três números compostos maiores que 100 e divisíveis por 4.
104, 200, 216 (Existem outras respostas.)

Usando a calculadora

- Quais destes números são primos? a, c, d, e

a) 157   b) 735   c) 211   d) 101   e) 241   f) 1 053

Troquem ideias e resolvam

FAÇA NO CADERNO

Junte-se a um colega e experimentem.

Vamos construir um **Crivo de Eratóstenes**?

Uma das maneiras de encontrar números primos parece uma brincadeira. Então, vamos brincar?

- Construam no caderno um quadro de 10 quadradinhos por 10 quadradinhos e escrevam nele a sequência dos números naturais de 2 até 100.

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Agora, risquem os números que são múltiplos de outros, procedendo da seguinte forma:

  contem de dois em dois, a partir do **2**, e risquem os números divisíveis por **2**, maiores que **2**;

  contem de três em três, a partir do **3**, e risquem os números divisíveis por **3**, maiores que **3**;

  procedam da mesma forma com **5**, **7**, **11**, **13**, **17**, ..., que são números primos.

Quando terminarem, os números não riscados serão os **números primos** menores que 100.

Quais números primos menores que 100 vocês encontram? 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

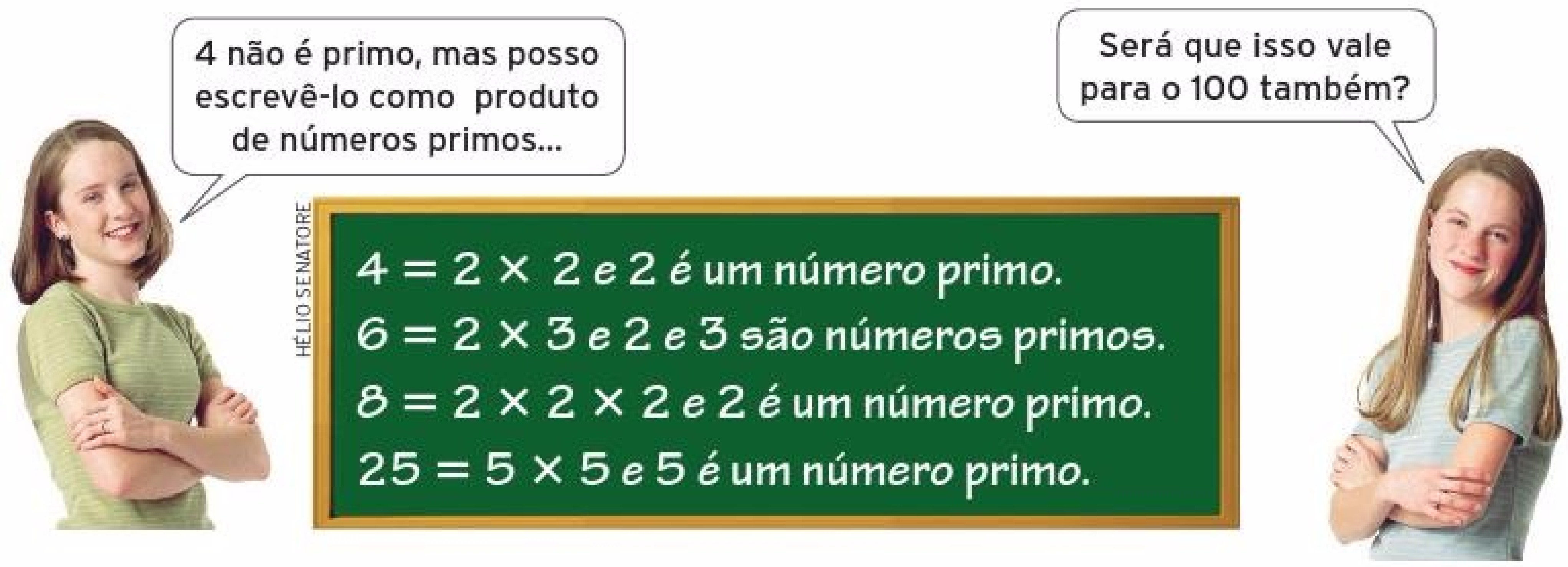
4 Fatoração

Comente com os alunos que, a partir dos números primos, é possível "gerar" todos os demais números naturais não nulos.

Decomposição em fatores primos

Para refletir e responder

Leia e reflita sobre o que dizem estas crianças. Depois responda à questão abaixo.



HÉLIO SENATORE

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

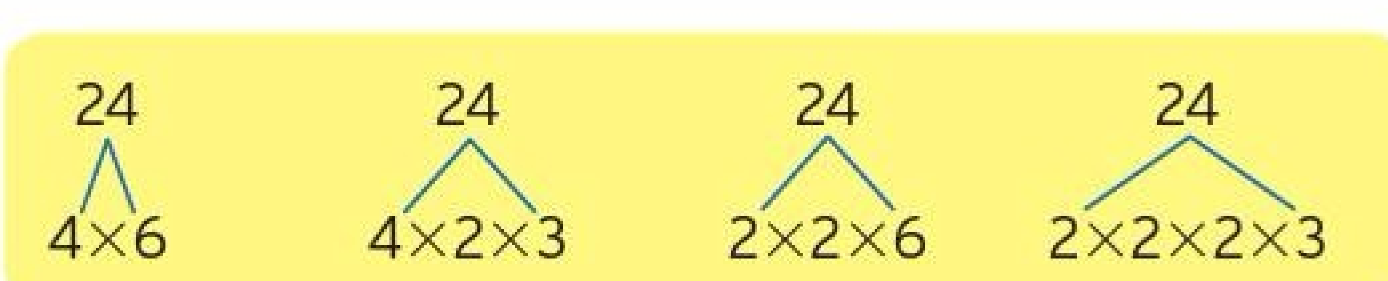
- 100 é um número composto. Dê sua opinião: é possível encontrar um produto de números primos que seja igual a 100? Explique sua resposta.

Sim, $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$.

Números compostos podem ser decompostos e escritos por meio de um produto, alguns deles de várias maneiras diferentes. Observe diferentes decomposições do número 24, por exemplo:

Explore outras situações de decomposição e de fatoração completa de um número em fatores primos. Incentive os alunos na construção desses conceitos e, somente depois disso, ensine a regra prática para o cálculo do m.m.c.

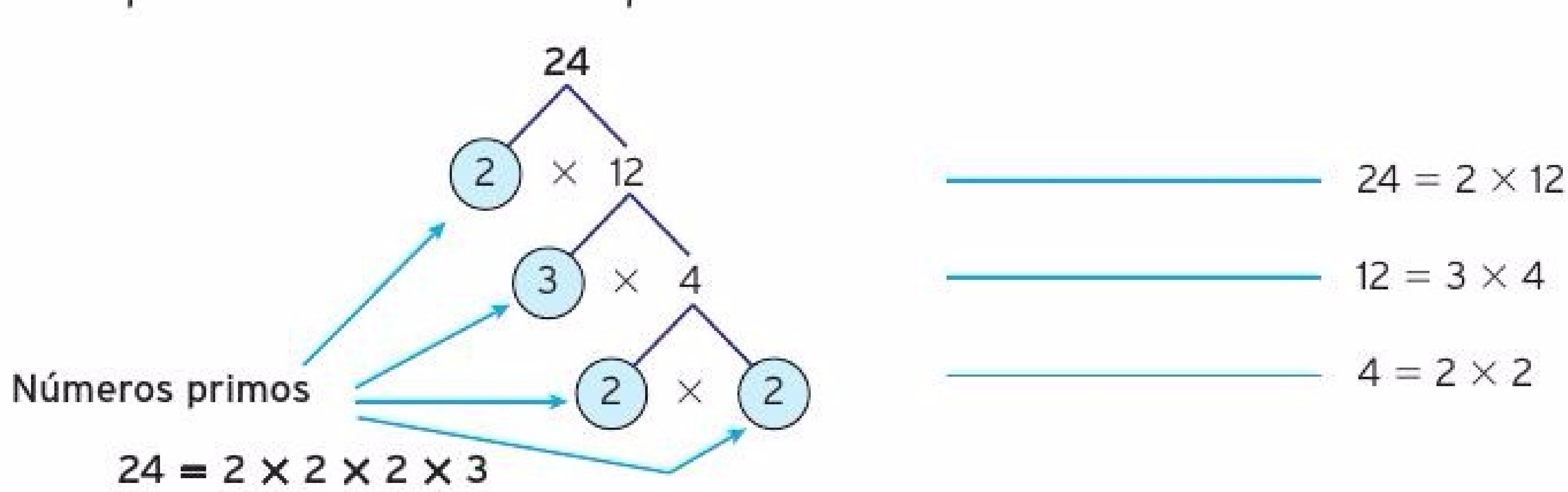
No produto $\mathbf{2 \times 2 \times 2 \times 3}$, todos os **fatores** são **números primos**.



$2 \times 2 \times 2 \times 3$ é a **forma fatorada completa** de 24 ou a **fatoração completa** de 24.

Podemos obter a fatoração completa de um número natural por meio de um esquema chamado **árvore de fatores**.

Exemplo: árvore de fatores para 24



Podemos indicar a fatoração completa de um número usando potências.

$$24 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{2^3} \times 3 \quad \text{———} \quad \boxed{24 = 2^3 \times 3}$$

Forma fatorada completa

> Todo **número natural composto** tem **uma única** decomposição em fatores primos, denominada **forma fatorada completa** ou **fatoração completa**.

Existe, também, um dispositivo prático, no qual são listados os divisores primos do número que está sendo fatorado. Veja ao lado a fatoração de 630.

O produto dos divisores primos de **630** é a sua forma fatorada completa:

630 = 5 × 3 × 7 × 3 × 2 ou

630 = 2 × 3 × 3 × 5 × 7 ou

630 = 2 × 3² × 5 × 7

Na prática

Quocientes	Divisores primos de 630
630	**5**
126	3
42	7
6	3
2	2
1	

Para que serve a fatoração completa de um número?

Serve, por exemplo, para tirar conclusões sobre a divisibilidade desse número, descobrir divisores desse número e, mais adiante, para encontrar múltiplos também.

Como exemplo, a partir da fatoração completa de 630, podemos concluir que:

$$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$

$3 \times 3 = 9$	$2 \times 3 \times 3 = 18$	$3 \times 5 \times 7 = 105$
630 é divisível por 9.	630 é divisível por 18.	630 é divisível por 105.
9 é divisor de 630.	18 é divisor de 630.	105 é divisor de 630.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

44. Entre as decomposições 3×4 e $2 \times 2 \times 3$, qual delas é a forma fatorada completa do número 12? $2 \times 2 \times 3$

45. Decomponha o número 80 em um produto de:

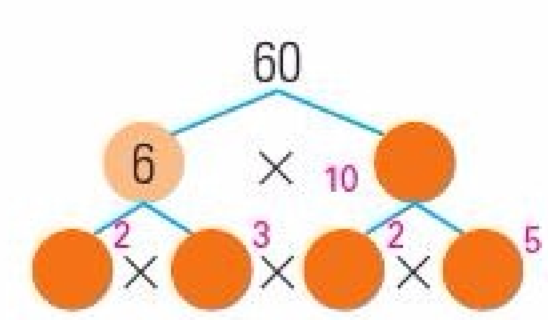
(Existem outras respostas.)

a) dois fatores; 8×10

b) três fatores; $2 \times 4 \times 10$

c) quatro fatores. $2 \times 2 \times 5 \times 4$

46. Construa uma "árvore" de fatores para 60 e encontre a fatoração completa desse número.
$2^2 \times 3 \times 5$



47. Qual é a fatoração completa de cada número?

a) 72 $2^3 \times 3^2$

b) 120 $2^3 \times 3 \times 5$

c) 200 $2^3 \times 5^2$

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega, reflitam e encontrem uma solução.

Um supermercado resolveu fazer uma promoção de macarrão. Para isso, havia em estoque caixas contendo 24 pacotes de macarrão cada uma. Os pacotes foram todos vendidos conforme a promoção.

- Nessa promoção poderiam ter sido vendidos 100 pacotes de macarrão? E 480 pacotes? Por quê? Não; 100 não é divisível por 24. Sim, porque 480 é divisível por 24 e por 5.
- Quantos pacotes de macarrão havia em estoque? Não é possível saber, faltam dados.
- Qual a menor quantidade de macarrão que poderia haver em estoque? 120 pacotes.

Exercícios complementares

48. Decomponha em fatores primos estes números usando o dispositivo prático e dê a fatoração completa de cada um deles.

a) 48 $2^4 \times 3$
b) 80 $2^4 \times 5$
c) 100 $2^2 \times 5^2$
d) 169 13^2

49. Apresente a fatoração completa de 144 usando o processo que quiser. $2^4 \times 3^2$

50. Vamos construir "árvores" de fatores? Copie os esquemas já iniciados e complete-os corretamente: Veja a resposta no final do livro.

a) 150: 3 × 50
b) 450: 9 × 50
c) 625: 125 × 5

- Indique a fatoração completa dos números: 150, 450 e 625. $2 \times 3 \times 5^2$; $2 \times 3^2 \times 5^2$; 5^4

51. Mário, Lúcia e Helena moram na mesma rua. Multiplicando os números de suas casas obtém-se 420.

a) Que números poderiam ser os da casa de cada um? Resposta possível: 6, 7 e 10.

b) Se o produto fosse 429, quais seriam esses números? 3, 11 e 13.

52. Quais números apresentam estas formas fatoradas?

a) $2 \times 3 \times 7$ 42
b) $2^3 \times 5$ 40
c) $2 \times 3 \times 5$ 30
d) $3^2 \times 7$ 63
e) $3^3 \times 5$ 135
f) $2^5 \times 5$ 160

53. Neste quadro, temos a fatoração completa do número 945.

$$945 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$
$$\text{ou } 945 = 3^3 \times 5 \times 7$$

Identifique cinco divisores de 945, diferentes de 1 e dele mesmo. Resposta possível: 3, 9, 35, 45, 63.

54. A fatoração completa de um número é $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$. Sem calculá-lo, responda:

a) 14 é divisor desse número? Por quê?

b) Identifique quatro números pelos quais $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ seja divisível.

a) Sim; porque $14 = 2 \times 7$, e 2 e 7 são fatores desse número.
b) Resposta possível: 1, 30, 35, 70.

A decomposição de um número em fatores primos e a raiz quadrada

Procure não enfatizar este tema, pois ele será retomado em outros conjuntos numéricos: inteiros, racionais e reais.

Quando um número tem raiz quadrada exata, é possível calculá-la utilizando a fatoração completa desse número. Veja o exemplo a seguir:

$$\sqrt{225} = ?$$

Fatoramos completamente o número 225 e observamos seus fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

ou $225 = (3 \times 5) \times (3 \times 5)$

$225 = 15 \times 15$

$225 = 15^2$

$\sqrt{225} = 15$

Na prática

Raiz

$$\begin{array}{r|l} 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 3 \\ \\ 5 \end{array} \qquad 3 \times 5$$

$\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = 3 \times 5$

$\sqrt{225} = 15$

Portanto, $\sqrt{225} = 15$, pois $15^2 = 225$.

Veja outros casos:

1) $\sqrt{144} = \sqrt{2^4 \times 3^2} = 2^2 \times 3 = 12$

2) $\sqrt{6\,400} = \sqrt{2^8 \times 5^2} = 2^4 \cdot 5 = 80$

Observando os expoentes nos exemplos dados, podemos perceber que, ao extrair a raiz quadrada, eles foram divididos por 2.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

55. Calcule a raiz quadrada destes números:

a) $100 = 2^2 \times 5^2$ 10

b) $324 = 2^2 \times 3^4$ 18

c) $2025 = 3^4 \times 5^2$ 45

56. Calcule o valor de:

a) $\sqrt{900}$ 30

b) $\sqrt{729}$ 27

c) $\sqrt{2\,500}$ 50

d) $\sqrt{2\,704}$ 52

Desafio

Empilhando CDs

Sugira aos alunos que construam uma tabela com números que sejam divisíveis por 3, por 4 e por 7, maiores que **120**.

Vítor tem mais de **120** CDs.

Quando ele forma pilhas com **3** ou **4** CDs, sempre sobra um.

Mas quando ele forma pilhas com **7** CDs, **não sobra** nenhum.

- Qual é o número de CDs que ele pode ter?

133 CDs (Existem outras respostas.)

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Máximo divisor comum

Não há necessidade de dar ênfase a este assunto, pois são poucas suas aplicações no cotidiano dos alunos.

Os números **36** e **54** possuem divisores comuns. Observe:

36 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

54 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

Divisores comuns **1, 2, 3, 6, 9, 18**

18 é o maior divisor comum de **36** e **54**.

18 é chamado de **máximo divisor comum** de 36 e 54, e é indicado por:

$$\textbf{m.d.c.}\ (36, 54) = 18$$

Podemos também calcular o máximo divisor comum de dois ou mais números utilizando a decomposição desses números em fatores primos. Acompanhe o cálculo do m.d.c. entre **36** e **54**.

$$\mathbf{36} = \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3} \times \boxed{3}$$
$$\mathbf{54} = \boxed{2} \times 3 \times \boxed{3} \times \boxed{3}$$
$$2 \times 3 \times 3 = 18 \text{ — } \textbf{m.d.c.}\ (36, 54) = 18$$

2, 3 e **3** são os fatores primos **comuns.**

Ou, de modo abreviado: $36 = 2^2 \times 3^2$

$$54 = 2 \times 3^3$$
$$2 \times 3^2 = 18$$
$$\textbf{m.d.c.}\ (36, 54) = 18$$

O m.d.c. (36, 54) é o **produto dos fatores primos comuns** a 36 e 54.

Quando se tem a forma fatorada completa indicada com potências, como no caso de 36 e 54, o m.d.c. (36, 54) é o **produto dos fatores comuns** a 36 e 54, considerados com o menor expoente.

O máximo divisor comum de dois ou mais números, na forma fatorada completa, é o produto dos fatores primos comuns desses números.

Os **fatores primos comuns** são considerados com o **menor expoente**.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

57. Escreva:

a) o grupo de divisores de 30 indicando-o por D(30); D(30): 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

b) o grupo de divisores de 100 indicando-o por D(100); D(100): 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

c) o grupo de divisores comuns a 30 e 100. 1, 2, 5, 10

- Qual é o máximo divisor comum de 30 e 100? 10

58. Nestas fatorações, **a** e **b** representam dois números naturais. Calcule o m.d.c. (**a**, **b**) em cada caso:

a) $a = 2^3 \times 3 \times 5$
$b = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 24

b) $a = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 11$
$b = 2 \times 5^2 \times 11$ 550

59. Calcule:

a) m.d.c. (12, 18) 6

b) m.d.c. (24, 40) 8

c) m.d.c. (15, 30) 15

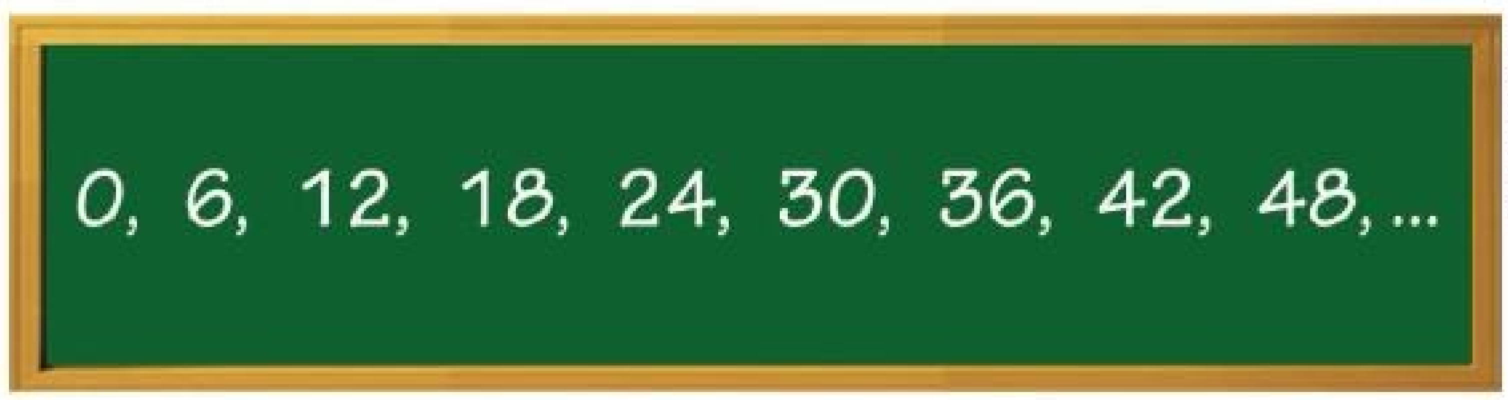
d) m.d.c. (24, 36, 60) 12

5 Múltiplos de um número natural e o m.m.c.

Proponha outras situações nas quais os alunos possam explorar o conceito de mínimo múltiplo comum, construindo sequências de múltiplos dos números envolvidos. Veja o texto e a atividade 63.

Múltiplos de um número natural

Observe o quadro abaixo:



HÉLIO SENATORE

Veja um padrão que poderá ser observado nessa sequência numérica: cada número é o produto de um número natural por 6. Por isso são chamados de **múltiplos de 6**.

Números naturais	→	0	1	2	3	4	5	6	7	8, ...
		6×0	6×1	6×2	6×3	6×4	6×5	6×6	6×7	6×8
Sequência dos múltiplos de 6	→	0	6	12	18	24	30	36	42	48, ...

O próximo número será $6 \cdot 9$, que é 54.

A palavra **múltiplo** está relacionada à **multiplicação**.

> **Múltiplo de um número natural** é o produto dele por um número natural qualquer, inclusive ele mesmo.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

60. Explique com suas palavras por que 48 é múltiplo de 6. Porque 48 é o produto de 6 por 8.

61. Qual é o 31º número da sequência de múltiplos de 6? Como descobrir esse número?
180; calculando 6×30.

62. Identifique três múltiplos de cada um dos números abaixo: Respostas possíveis.

a) 4 — 4, 32, 40
b) 5 — 100, 125, 305
c) 10 — 1 000, 1 010, 3 850

63. Copie a sequência a seguir, substituindo os ■ por múltiplos de 3 e escrevendo outros cinco além destes:
9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ...

	0	1	2	3	4, ...
	3×0	3×1	3×2	3×3	3×4
Múltiplos de 3	0	3	6	■	■, ...

64. O número 2 000 é múltiplo de 25, ou seja, ele faz parte da sequência de múltiplos de 25. Descubra que número vem imediatamente depois dele nessa sequência. 2 025

Troquem ideias e resolvam

FAÇA NO CADERNO

Junte-se a um colega e resolvam.

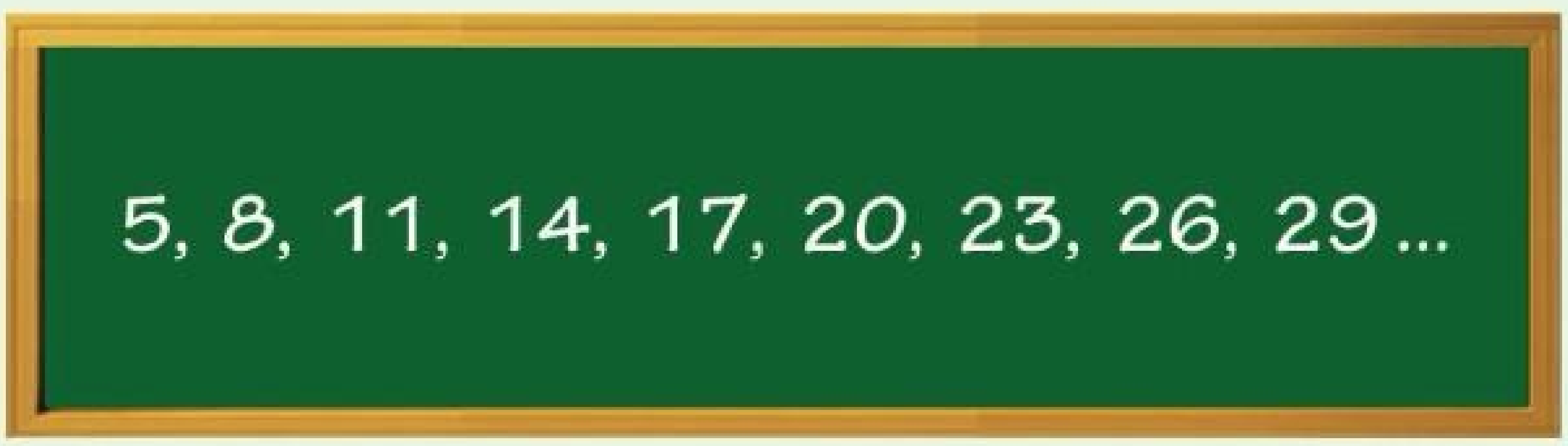
- O que ocorre com o produto de um número qualquer por zero? Dê exemplos. É sempre igual a zero. (Respostas pessoais).
- A afirmação seguinte é verdadeira ou falsa? Verdadeira.

  "O zero é múltiplo de qualquer número natural."

Investigue e explique

FAÇA NO CADERNO

Observe a sequência abaixo.



HÉLIO SENATORE

Note que os números dessa sequência aumentam de 3 em 3.

- Essa é uma sequência de múltiplos de 3? Explique por quê. Não; porque não existe um número natural que multiplicado por 3 dê 5, por exemplo.
- Escreva uma sequência que aumente de 10 em 10 e que seja formada por números que não sejam múltiplos de 10. 4, 14, 24, 34, 44, 54, ...

Mínimo múltiplo comum ou m.m.c.

Para refletir e responder

Mauro e Daniel treinam futebol no mesmo clube. Mauro joga regularmente, de **8** em **8** dias. E Daniel, de **12** em **12**. Certo dia, eles se encontraram e até treinaram juntos.

VAGNER DE FARIAS

Proponha outras situações nas quais os alunos possam explorar o conceito de mínimo múltiplo comum, construindo sequências de múltiplos dos números envolvidos.

- Quantos dias depois eles vão se encontrar e treinar juntos novamente? 24 dias.

Vamos considerar "zero" o dia em que Mauro e Daniel se encontraram. Então, os próximos treinos de Mauro serão múltiplos de 8 e os de Daniel, múltiplos de 12:

Mauro → 0; 8 dias; 16 dias; **24** dias; 32 dias; 40 dias; **48** dias; ... **72** dias...

Daniel → 0; 12 dias; **24** dias; 36 dias; **48** dias; 60 dias; **72** dias...

0, 24, 48, 72, 96, ... —— são os **múltiplos comuns de 8 e 12**.

Portanto, eles se encontrarão novamente depois de **24** dias.

Os **múltiplos comuns de dois ou mais números** podem ser calculados de várias maneiras. Utilizar a fatoração completa desses números é uma delas. Observe:

$8 = 2 \times 2 \times 2$ —— $8 = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \times 3$ —— $12 = 2^2 \times 3$

- **24** é múltiplo comum de 8 e de 12. —— $24 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{8} \times 3$; $2 \times \underbrace{2 \times 2 \times 3}_{12}$ —— **24** tem todos os fatores de 8 e de 12.
- **72** é múltiplo comum de 8 e 12. —— $72 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{8} \times 3 \times 3$; $2 \times \underbrace{2 \times 2 \times 3}_{12} \times 3$ —— **72** tem todos os fatores de 8 e de 12.
- **0** é múltiplo comum de 8 e 12. —— $0 = 0 \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{8} \times 3$; $0 \times 2 \times \underbrace{2 \times 2 \times 3}_{12}$ —— **0** tem todos os fatores de 8 e de 12.
- **36** não é múltiplo comum de 8 e 12. —— $36 = \underbrace{2 \times 2 \times 3}_{12} \times 3$ —— **36** não tem todos os fatores de 8.

Note que **24** é o menor múltiplo comum de 8 e 12, **diferente de zero**. Portanto, **24** é o **mínimo múltiplo comum de 8 e 12**. Indicamos:

m.m.c. (8, 12) = 24

Chamamos de **mínimo múltiplo comum (m.m.c.)** de dois ou mais números o menor dos múltiplos comuns a eles, diferente de zero.

O **mínimo múltiplo comum** de dois ou mais números, escritos na forma fatorada completa, é o produto dos fatores comuns e não comuns desses números.

Os fatores comuns são considerados com o **maior expoente**.

Existe, também, um dispositivo prático para o cálculo do m.m.c. entre dois ou mais números. É um processo em que os números envolvidos são decompostos simultaneamente em números primos.

Exemplo: cálculo de **m.m.c. (15, 24, 60)**

- Começamos dividindo 15 e 60 por **5**, por exemplo, que é divisor primo de 15 e 60. Como 24 não é divisível por 5, ele é mantido nessa etapa (observe a segunda linha na coluna dos quocientes).
- Prosseguimos de maneira semelhante até que os quocientes sejam todos iguais a 1.

m.m.c. (5, 24, 60) = 5 × 2 × 2 × 3 × 2 = 120

Divisores primos

$$\begin{array}{rrr|l} \mathbf{15,} & \mathbf{24,} & \mathbf{60} & \mathbf{5} \\ 3, & 24, & 12 & \mathbf{2} \\ 3, & 12, & 6 & \mathbf{2} \\ 3, & 6, & 3 & \mathbf{3} \\ 1, & 2, & 1 & \mathbf{2} \\ 1, & 1, & 1 & \end{array}$$

Quocientes

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

65. Em um quadro, Clara escreveu uma sequência de múltiplos de 12, de 0 a 150. Abaixo deles, Marcos fez o mesmo para múltiplos de 20.

a) Que números compõem esses quadros? 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144; 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140

b) Em seguida, Clara pintou os múltiplos comuns de 12 e 20, nas duas sequências. Quais múltiplos ela pintou? 0, 60, 120.

c) Determine um múltiplo comum de 12 e 20 que não foi citado até agora. 300 (Existem outras respostas.)

d) Qual é o m.m.c. (12, 20)? 60

66. Calcule, pelo processo da decomposição simultânea em fatores primos, o mínimo múltiplo comum destes números:

a) 12 e 15

$$\begin{array}{rr|l} 12, & 15 & 2 \\ 6, & 15 & 2 \end{array}$$

Este já começamos...

b) 30 e 48

c) 4, 5 e 12 Veja resposta no final do livro.

67. Desta vez é você quem escolhe a forma de calcular o mínimo múltiplo comum:

a) m.m.c. (10, 35) 70

b) m.m.c. (24, 16) 48

c) m.m.c. (9, 15) 45

d) m.m.c. (32, 80) 160

e) m.m.c. (4, 6, 10) 60

f) m.m.c. (8, 18, 36) 72

g) m.m.c. (21, 28, 42) 84

h) m.m.c. (20, 108, 135) 540

Desafio

Proponha aos alunos que inventem problemas de aplicação do m.d.c. semelhantes a este do **Desafio**.

Grande prêmio

Isto é que é unir o útil ao agradável!

HAGAQUEZART ESTÚDIO

- Qual deverá ser o valor do selo econômico? R$ 0,12
- Quantos selos econômicos seriam necessários para enviar uma carta registrada? E para enviar uma carta expressa? 5 selos; 6 selos.

Investigue e explique

Leia o texto a seguir sobre os movimentos da Terra.

> Como todos os corpos do Universo, a Terra também não está parada. Ela realiza inúmeros movimentos. Os dois movimentos principais do nosso planeta são o de rotação e o de translação, cujos efeitos sentimos no cotidiano. [...] o movimento de translação é aquele que a Terra realiza ao redor do Sol [...] percorre um caminho – ou órbita – que tem a forma de uma elipse.
>
> A velocidade média da Terra ao descrever essa órbita é de 107 000 km por hora, e o tempo necessário para completar uma volta é de 365 dias, 5 horas e cerca de 48 minutos.
>
> *Disponível em:* <http://educacao.uol.com.br/disciplinas/geografia/movimentos-da-terra-rotacao-translacao-e-estacoes-do-ano.htm>. *Acesso em: 27 fev. 2015.*

- Diferentemente do ano de 2011, o ano de 2012 teve 366 dias, e não 365 dias. Como é chamado um ano como o de 2012? Ano bissexto.
- Por que 2012 teve um dia a mais que outros?
  Resposta possível: a cada ano com 365 dias há uma sobra de cerca de 5 horas e 48 minutos, ou quase 6 horas, que em 4 anos completam um dia de 24 horas. Esse dia é compensado acrescentando-se 1 dia em um mês do ano seguinte.
- Nos anos bissextos, em qual dos meses é acrescentado um dia a mais?
  Fevereiro.
- Este é um ano bissexto? Se não for, qual será o próximo ano bissexto?
  O aluno precisa responder considerando o ano em curso.

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

68. O número 60 é múltiplo de 10, 12 e 15. Calcule o mínimo múltiplo comum entre:

a) 10 e 60. 60

b) 12 e 60. 60

c) 15 e 60. 60

- O que ocorre com o m.m.c. (a, b) quando **b** é múltiplo de **a**? m.m.c. (a, b) = b

69. O número 126 é o mínimo múltiplo comum de 18 e 42. Identifique outros quatro múltiplos comuns desses números. 252, 378, 504 e 630. (Existem outras respostas.)

70. Neste quadro, as letras **a** e **b** representam dois números naturais que estão em sua forma fatorada completa.

$$a = 2^3 \times 3^2$$
$$b = 2 \times 3 \times 5$$

a) Sem calcular esses números, identifique o m.m.c. (a, b) na forma fatorada completa. $2^3 \times 3^2 \times 5$

b) Qual é o valor do m.m.c. (a, b)? 360

71. As letras **p**, **q** e **x** representam três números naturais diferentes. A fatoração completa desses números está no quadro. Qual é o valor do m.m.c. (p, q, x)? 1 575

$$p = 3^2 \times 5^2$$
$$q = 5 \times 7$$
$$x = 3 \times 5$$

72. Dona Antônia possui um enfeite pisca-pisca para árvores de Natal que tem lâmpadas amarelas, vermelhas e azuis. As lâmpadas amarelas se acendem de 4 em 4 minutos; as vermelhas, de 3 em 3 minutos; e as azuis, de 6 em 6 minutos. Se às 20 horas e 24 minutos todas as lâmpadas se acenderem, a que horas elas voltarão a se acender ao mesmo tempo?
20 horas e 36 minutos.

Revisão cumulativa e testes

FAÇA NO CADERNO

1. Copie estas sentenças, substituindo o ■ por um algarismo que as torne verdadeiras. Dê todas as possibilidades de resposta em cada item:

a) 124■ é divisível por 2. 1 240, 1 242, 1 244, 1 246, 1 248.

b) 124■ é divisível por 5. 1 240, 1 245.

c) 124■ é múltiplo de 10. 1 240.

2. O número 14 383 é divisível por 5? Caso não seja, qual o menor número natural que deve ser adicionado a ele para obter um número divisível por 5? Não; 2.

3. Nesta atividade, só vale usar os algarismos **3**, **5**, **6** e **7**. Com esses algarismos, sem repeti-los, podemos escrever este número:

7 563

a) Esse número é divisível por 5? Por quê? Não; porque não termina nem em zero nem em 5.

b) Esse número é divisível por 3? Por quê? Sim; porque $7 + 5 + 6 + 3 = 21$, e 21 é divisível por 3.

c) Usando esses mesmos algarismos, dê a escrita numérica de cinco outros números. 7 536; 6 753, 7 653; 6 573; 5 637.

d) Os números que você escreveu são divisíveis por 3? Por quê? Sim; porque a soma dos algarismos continua sendo 21, que é divisível por 3.

e) Algum dos números que você escreveu é divisível por 9? Por quê? Não; porque a soma dos algarismos é 21, que não é divisível por 9.

4. Observe os números escritos nas cartelas.

30	123	280
8 005	505	10 000
1 010	795	99

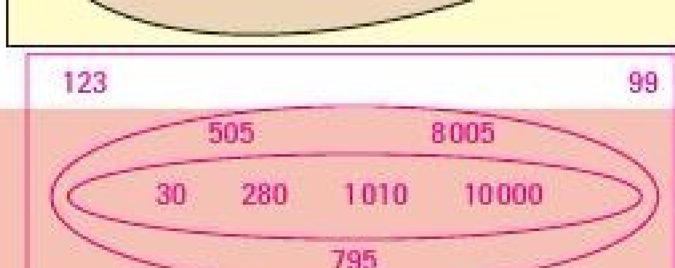
Faça:

a) uma lista daqueles que são divisíveis por 5; 30, 280, 505, 795, 1 010, 8 005, 10 000.

b) uma lista daqueles que são divisíveis por 10; 30, 280, 1 010, 10 000.

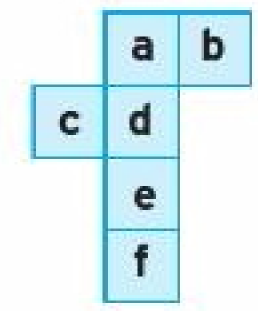
c) uma lista daqueles que são divisíveis por 5 e por 10 ao mesmo tempo; 30, 280, 1 010, 10 000.

d) um desenho como este, distribuindo corretamente esses números:



Procure explorar outras situações nas quais os alunos possam utilizar diagramas para representar conjuntos numéricos.

5. Um cubo será montado a partir do molde ao lado. Quais serão os pares de faces opostas? f, d; a, e; b, c.



6. As 760 tortas produzidas em uma fábrica no período da manhã foram colocadas em caixas que continham 30 tortas cada, obtendo a maior quantidade de caixas possível. Quantas tortas sobraram fora das caixas? 10 tortas.

7. Calcule o valor de:

a) $7 + 7^2$ 56

b) $9^2 \cdot 3 - 84 : 6$ 229

c) $(168 + 32) : (7 - 2)^2$ 8

8. (Saresp) Indique, dentre estas opções, aquela que apresenta todas as informações corretas: c

a) 12 é múltiplo de 2, 3 e de 9.

b) 2, 3 e 7 são divisores de 7.

c) 2, 3 e 6 são divisores de 12.

d) 12 é múltiplo de 24 e 39.

9. Vovô Pedro deseja repartir uma quantia igualmente entre seus netos. A menor quantia que ele deverá separar, se quiser dar R$ 12,00 ou R$ 20,00 a cada um, é: b

a) R$ 20,00

b) R$ 60,00

c) R$ 120,00

d) R$ 42,00

10. Um elevador transporta no máximo 600 quilogramas (kg) em cada viagem. Se cada caixa tem 48 kg, então a maior quantidade de caixas que ele poderá transportar de uma só vez é: d

a) 10 caixas.

b) 13 caixas.

c) 100 caixas.

d) 12 caixas.

11. O relógio de Marcos adianta 2 minutos por hora. Certo dia, ele acertou o relógio às 7 horas da manhã. Nesse dia, o relógio estará adiantado meia hora: b

a) às 20 horas.

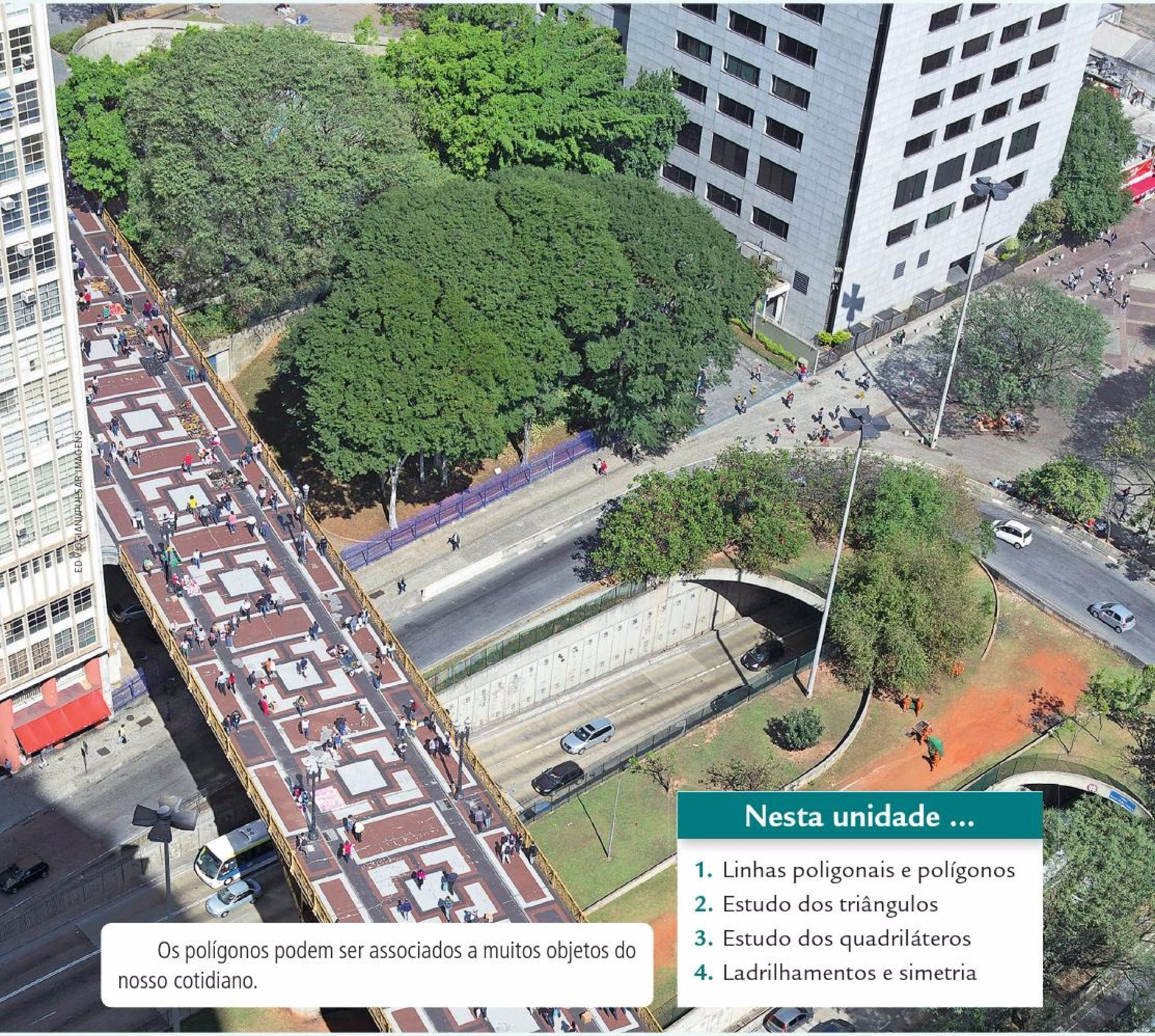
b) às 22 horas.

c) às 23 horas.

d) somente no dia seguinte.

UNIDADE 7

Polígonos


ED VIGGIANI/PULSAR IMAGENS

Os polígonos podem ser associados a muitos objetos do nosso cotidiano.

Nesta unidade ...

Viaduto Santa Efigênia, São Paulo (SP). 2014.

É possível identificar polígonos em trabalhos de pessoas de diferentes épocas, estilos e culturas, como estes representados nas imagens a seguir.


ARKPAD

Revestimento de parede.


SHUTTERSTOCK

Vaso artesanal em cerâmica.


OPÇÃO BRASIL

Cesto de palha decorado.

O que você já sabe?

FAÇA NO CADERNO

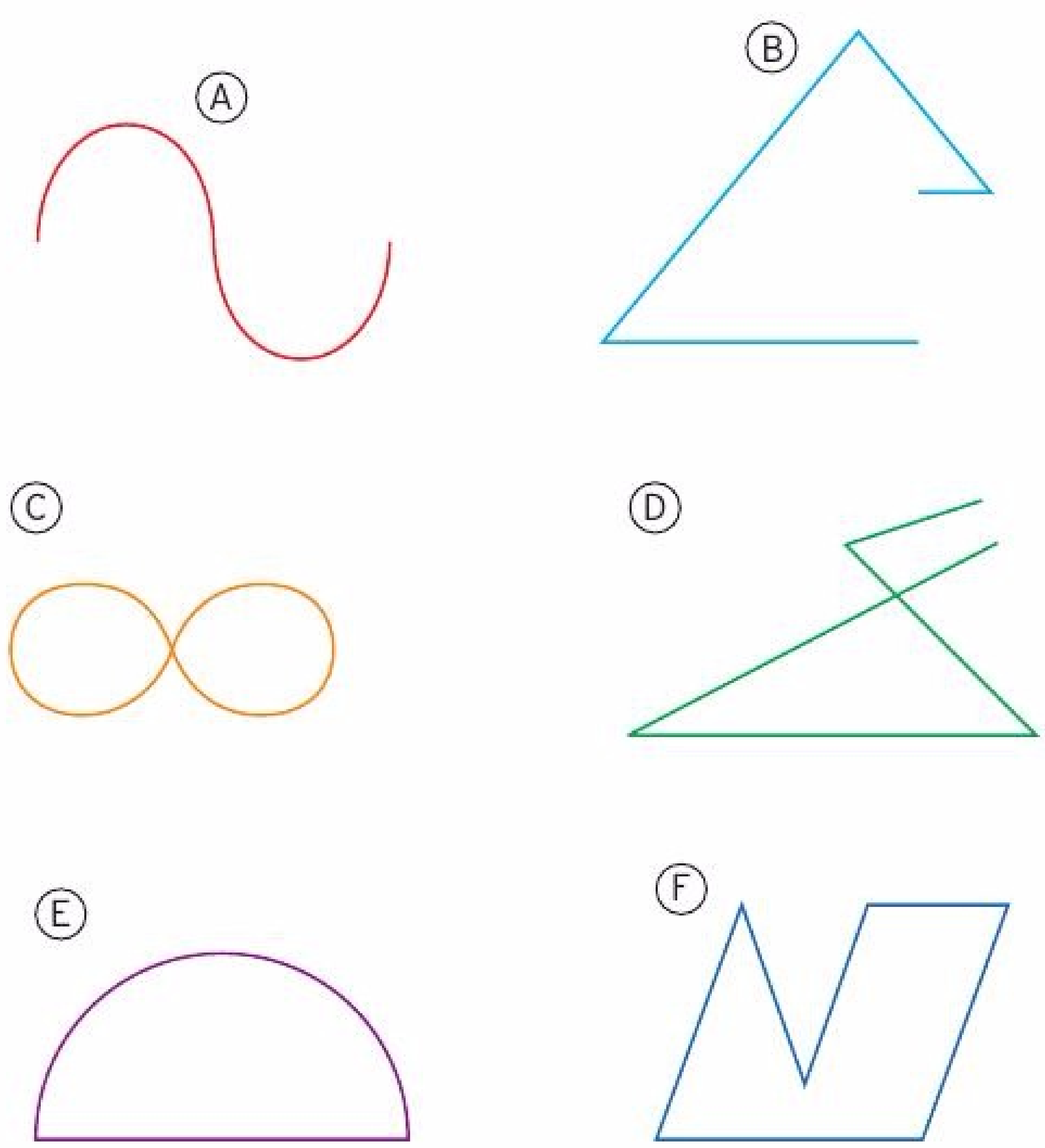
- Você já reparou a presença de polígonos em pisos de calçadas, de prédios, decorações de paredes? Desenhe um piso que você tenha observado e mostre aos colegas.
  Respostas pessoais.
- Procure, em sua sala de aula, algo que lembre um polígono.
  Respostas possíveis: Capa de um caderno, lousa, esquadro.
- Escreva algumas características de um polígono.
  Resposta possível: Seus lados são segmentos de reta, é uma linha fechada.

1 Linhas poligonais e polígonos

Linhas poligonais

Já sabemos um pouco sobre as **linhas** que estão em um plano: algumas são abertas, outras são fechadas. Quando não há cruzamentos, temos uma linha simples.

Exemplos:



THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Na figura ao lado, temos uma **linha poligonal aberta**.

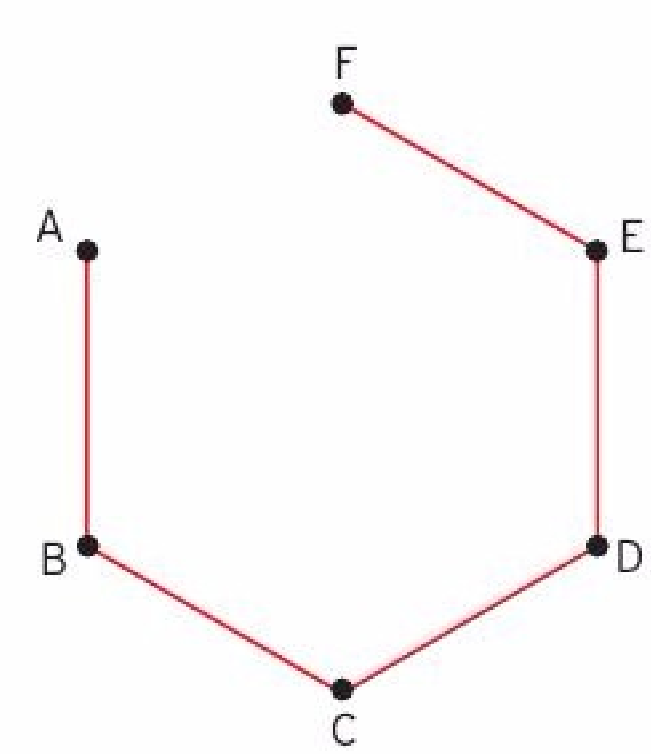
Nela, os pontos **A** e **F** são as **extremidades**.

Os segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ são os **lados** da linha poligonal ABCDEF.

Observando os segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, vemos que eles têm uma extremidade em comum: o ponto **B**. Dizemos que $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são **segmentos de reta consecutivos**.

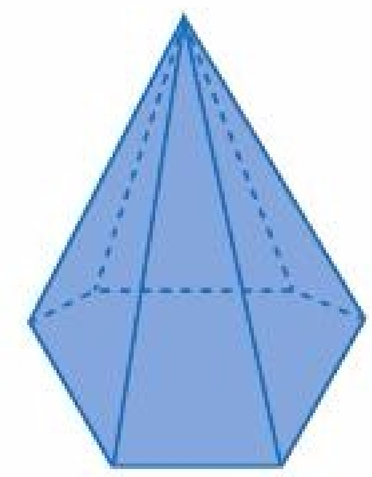
$\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ também são segmentos de reta consecutivos.

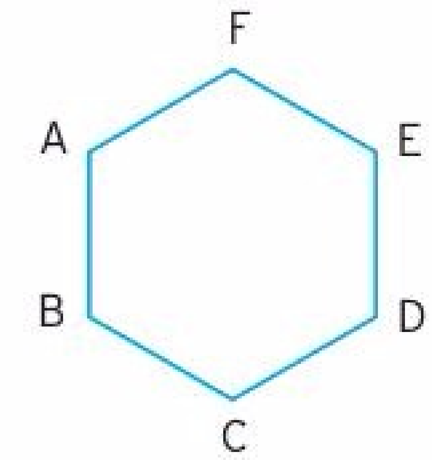
$\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ não são segmentos de reta consecutivos.



Linha poligonal é uma figura plana formada por segmentos de reta, em que dois segmentos de reta consecutivos não estão sobre uma mesma reta.

Polígonos





Contornando a base da pirâmide representada ao lado sobre uma folha de papel, obteve-se a linha poligonal.

Nesta linha poligonal, as extremidades coincidem. Ela é uma **linha poligonal fechada**.

Além disso, nela não há segmentos de reta que se cruzam. Trata-se de uma **linha poligonal simples ABCDEF**, também chamada de **polígono**.

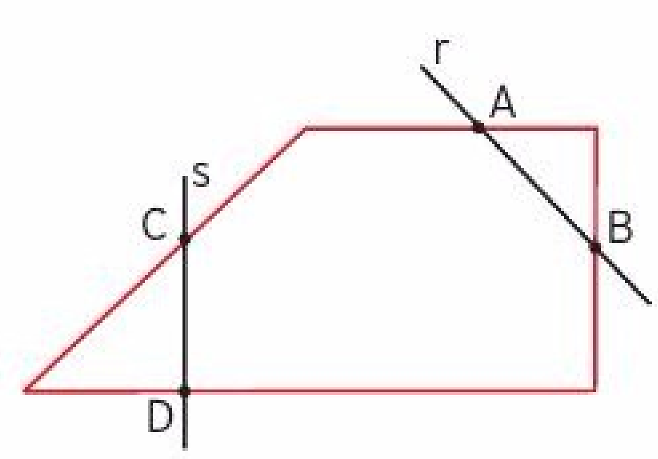
Esse polígono é um **hexágono**: ele tem seis lados ($\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{FA}$) e seis vértices (A, B, C, D, E e F).

Polígono é uma figura geométrica plana formada por uma **linha poligonal fechada e simples**.

Polígonos convexos e polígonos não convexos

Os polígonos podem ser **convexos** ou **não convexos**. Para saber de que tipo é um polígono, desenhamos algumas retas que cruzam seus lados, mas que não são retas suportes dos lados do polígono.

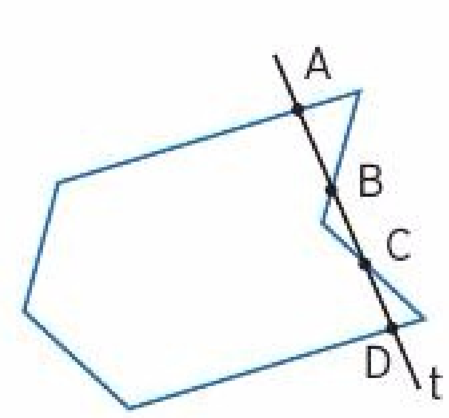
Um polígono é **convexo** se qualquer reta que encontra seus lados tem apenas dois pontos em comum com eles.



Note que as retas **r** e **s** encontram os lados do polígono em dois pontos cada uma, assim como qualquer reta que for traçada nessas condições.

O polígono acima é convexo.

Um polígono é **não convexo** se existe uma reta que encontra seus lados em mais de dois pontos.



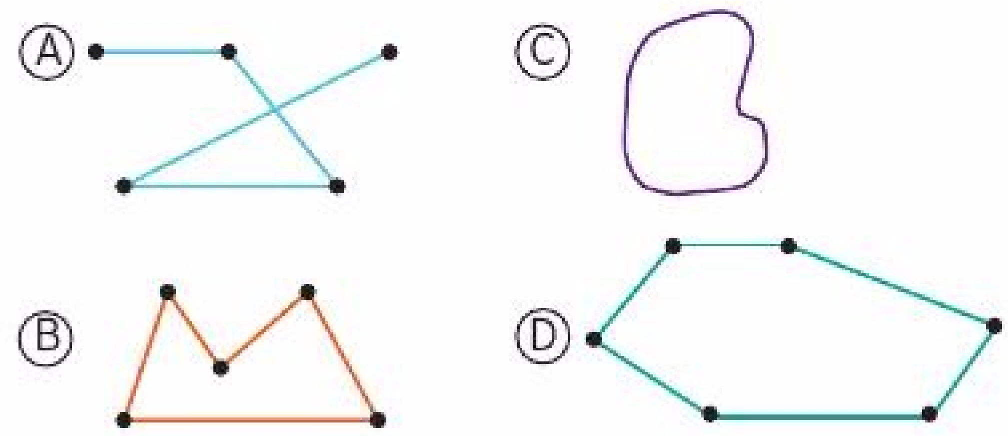
A reta **t** encontra os lados do polígono acima em mais de dois pontos. Este polígono é não convexo.

Crie situações de exploração da superfície de caixinhas e embalagens nas quais apareçam vários polígonos. Isso possibilitará aos alunos fazerem a inter-relação espaço-plano, considerando esse tipo de material como representação de poliedros. Veja a atividade 3.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

1. Observe as figuras:



Identifique:

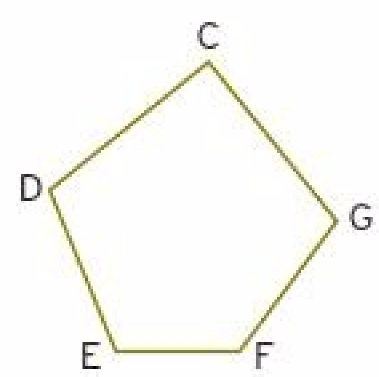
a) as linhas poligonais; A, B, D

b) as linhas poligonais simples; B, D.

c) as linhas poligonais fechadas; B, D

d) os polígonos. B, D

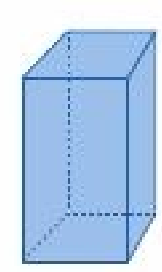
2. Observe o polígono CDEFG.



a) Quantos vértices tem esse polígono? 5

b) Identifique os lados desse polígono.
$\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$ e $\overline{GC}$

3. Sobre uma folha de papel, contorne uma face de um bloco retangular, como este representado ao lado.



a) Qual é o nome do polígono obtido?
Retângulo, quadrado ou quadrilátero.

b) Indique, com letras maiúsculas do nosso alfabeto, os vértices do polígono obtido.
Resposta pessoal.

c) Quantos vértices e quantos lados tem esse polígono? 4; 4

4. Os nomes dos polígonos estão relacionados ao número de lados ou de ângulos que cada um possui. Veja alguns deles na tabela.

Número de lados ou de ângulos	Nome do polígono
4	quadrilátero
7	heptágono

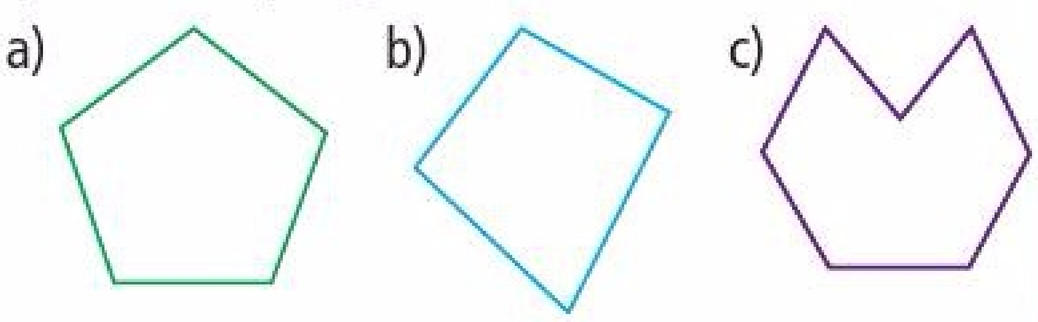
Procure saber o nome de um polígono com:

a) 5 lados; Pentágono.

b) 8 lados; Octógono.

c) 10 lados. Decágono.

5. Observe estes polígonos e anote os itens que apresentam polígonos convexos. a, b

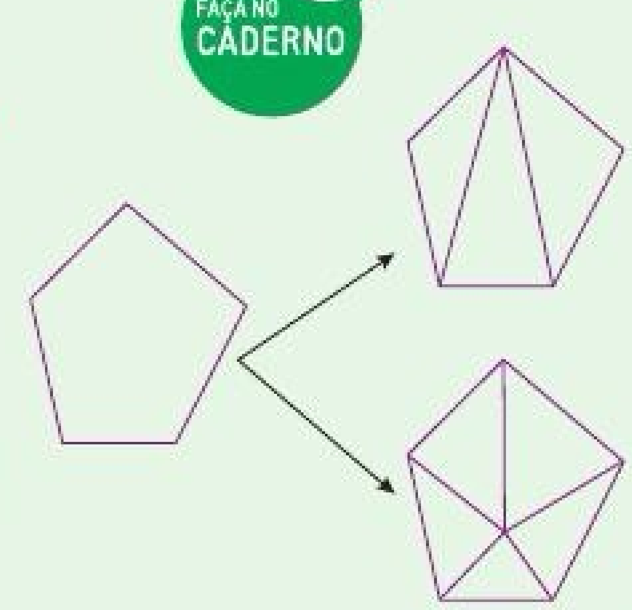


Investigue e explique

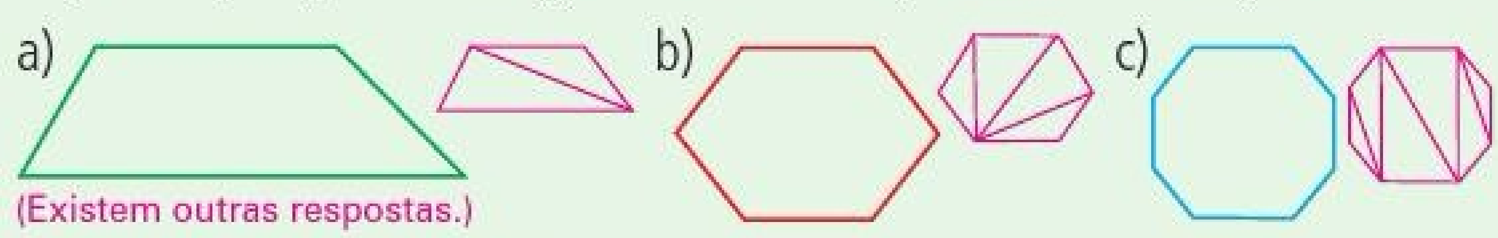
FAÇA NO CADERNO

Um polígono convexo com mais de três lados pode ser decomposto em triângulos. Proponha outras situações semelhantes que explorem de forma lúdica o conceito de polígono envolvendo a composição e a decomposição de figuras.

O pentágono ao lado foi decomposto em três e em cinco triângulos.



- Copie os polígonos a seguir e os decomponha em triângulos:



(Existem outras respostas.)

- Observe as decomposições com o menor número de triângulos. Em seguida, copie a tabela ao lado, completando-a.

Polígono	Número de lados	Menor número de triângulos
Quadrilátero	4	2
Hexágono	6	4
Octógono	8	6

O que se pode concluir sobre o número de lados de um polígono convexo e o menor número de triângulos em que esse polígono pode ser decomposto?
O menor número de triângulos em que um polígono pode ser decomposto é igual ao número de lados menos 2.

2 Estudo dos triângulos

Uso de triângulos

Em construções, as estruturas precisam ser rígidas e firmes para evitar acidentes.

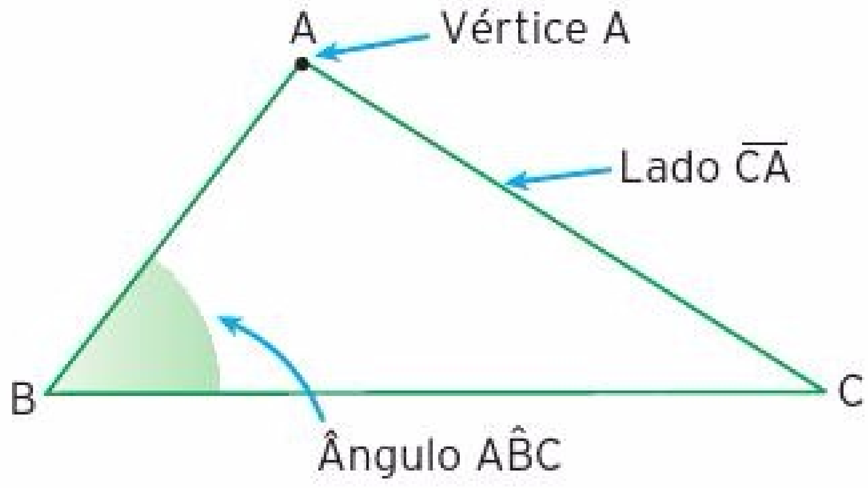
Os triângulos são figuras que proporcionam essa rigidez. Por isso, observamos triângulos em muitas construções.

Além disso, os triângulos são polígonos muito especiais. Eles são os mais simples, pois têm o menor número de lados, e qualquer polígono com mais de três lados pode ser decomposto em triângulos.

Ponte ferroviária.

Na figura abaixo, temos o triângulo ABC. Ele tem:

- três lados ———— $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$;
- três vértices ———— A, B e C;
- três ângulos ———— $A\hat{B}C$, $B\hat{C}A$ e $C\hat{A}B$.

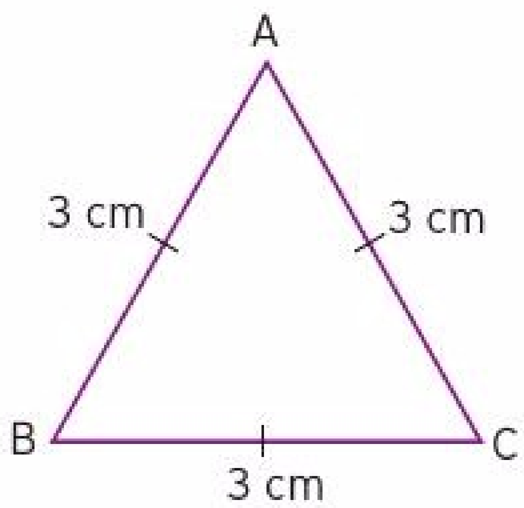


Vamos representar a expressão "triângulo ABC" por **△ABC**.

Classificação dos triângulos

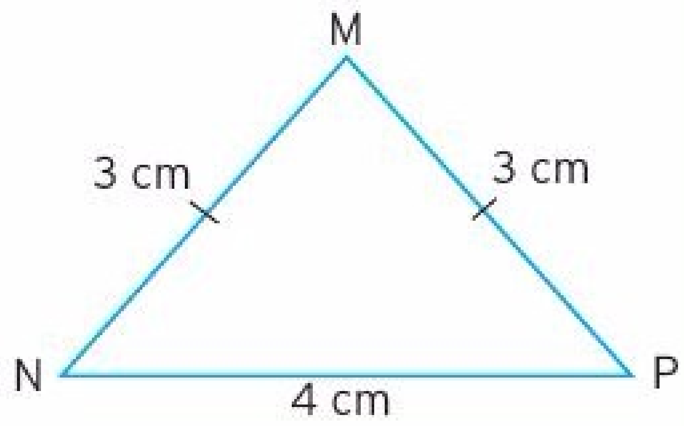
Os triângulos podem ser classificados de acordo com as medidas de seus lados.

Triângulo equilátero



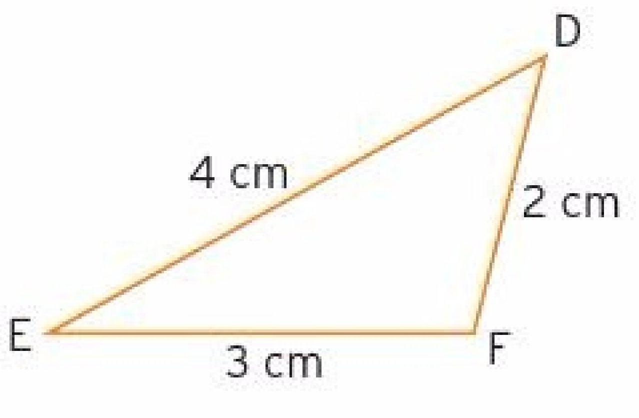
Os três lados têm medidas iguais.

Triângulo isósceles



Pelo menos dois lados têm medidas iguais.

Triângulo escaleno

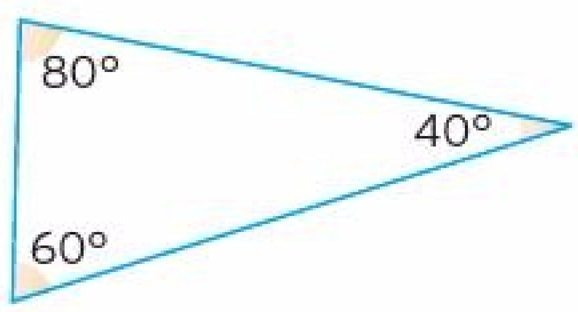


Os três lados têm medidas diferentes.

Note que, se um triângulo é equilátero, ele tem pelo menos dois lados com medidas iguais. Assim, todo triângulo equilátero é isósceles.

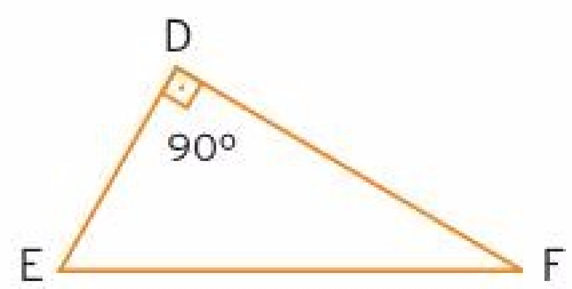
Os triângulos podem, também, ser classificados de acordo com as medidas de seus ângulos.

Triângulo acutângulo



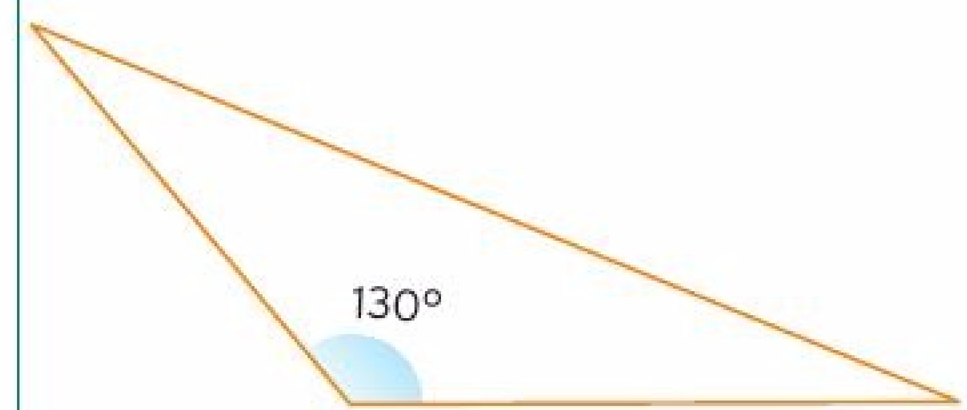
Os três ângulos são agudos.

Triângulo retângulo



Um dos ângulos é reto.

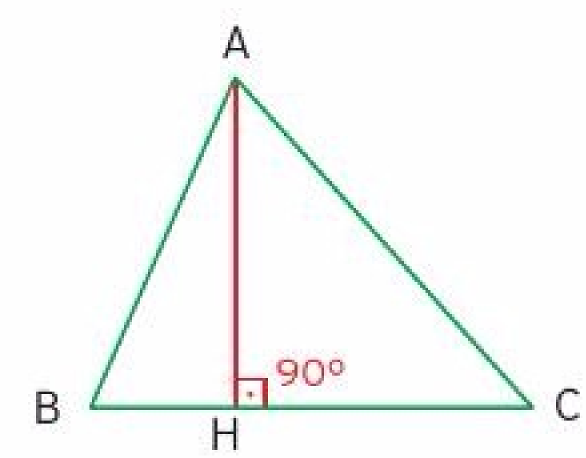
Triângulo obtusângulo



Um dos ângulos é obtuso.

Alturas de um triângulo

A altura de um triângulo em relação a um dos lados é o segmento de reta perpendicular a esse lado e com extremidades na reta suporte desse lado e no vértice oposto a ele.



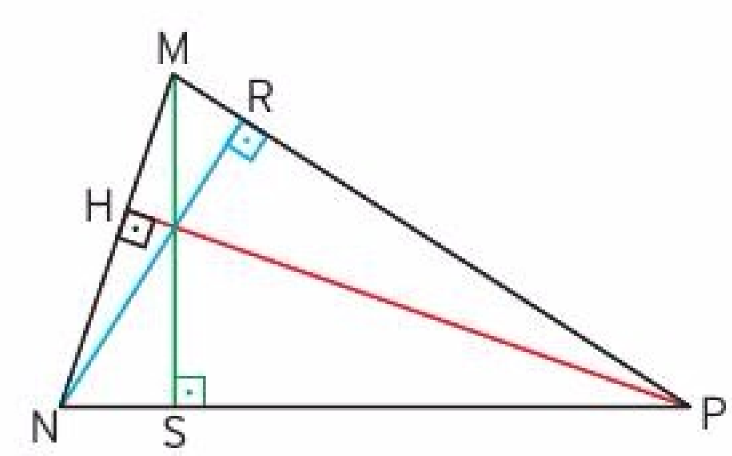
$\overline{AH}$ é a altura do $\triangle ABC$, relativa ao lado $\overline{BC}$.

Todo triângulo tem três alturas. No $\triangle MNP$, por exemplo:

$\overline{MS}$ é a altura relativa ao lado $\overline{NP}$;

$\overline{NR}$ é a altura relativa ao lado $\overline{PM}$;

$\overline{PH}$ é a altura relativa ao lado $\overline{MN}$.

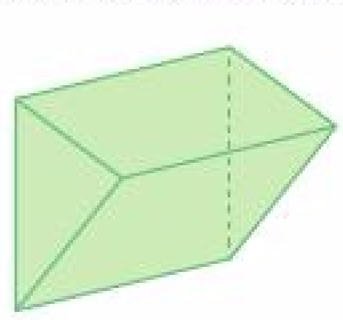


Fazer e aprender

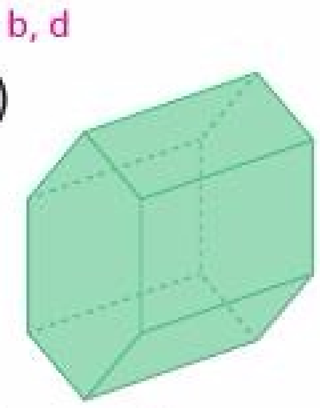
FAÇA NO CADERNO

6. Anote as letras que indicam os poliedros que possuem faces triangulares. a, b, d

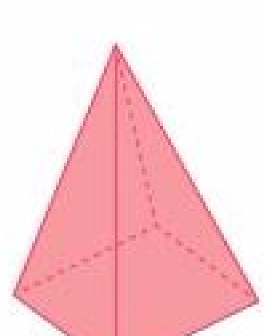
a)



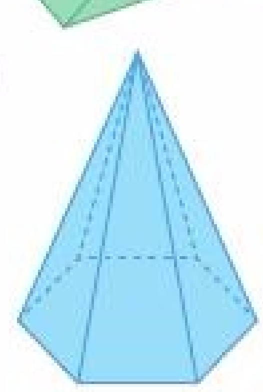
c)



b)



d)

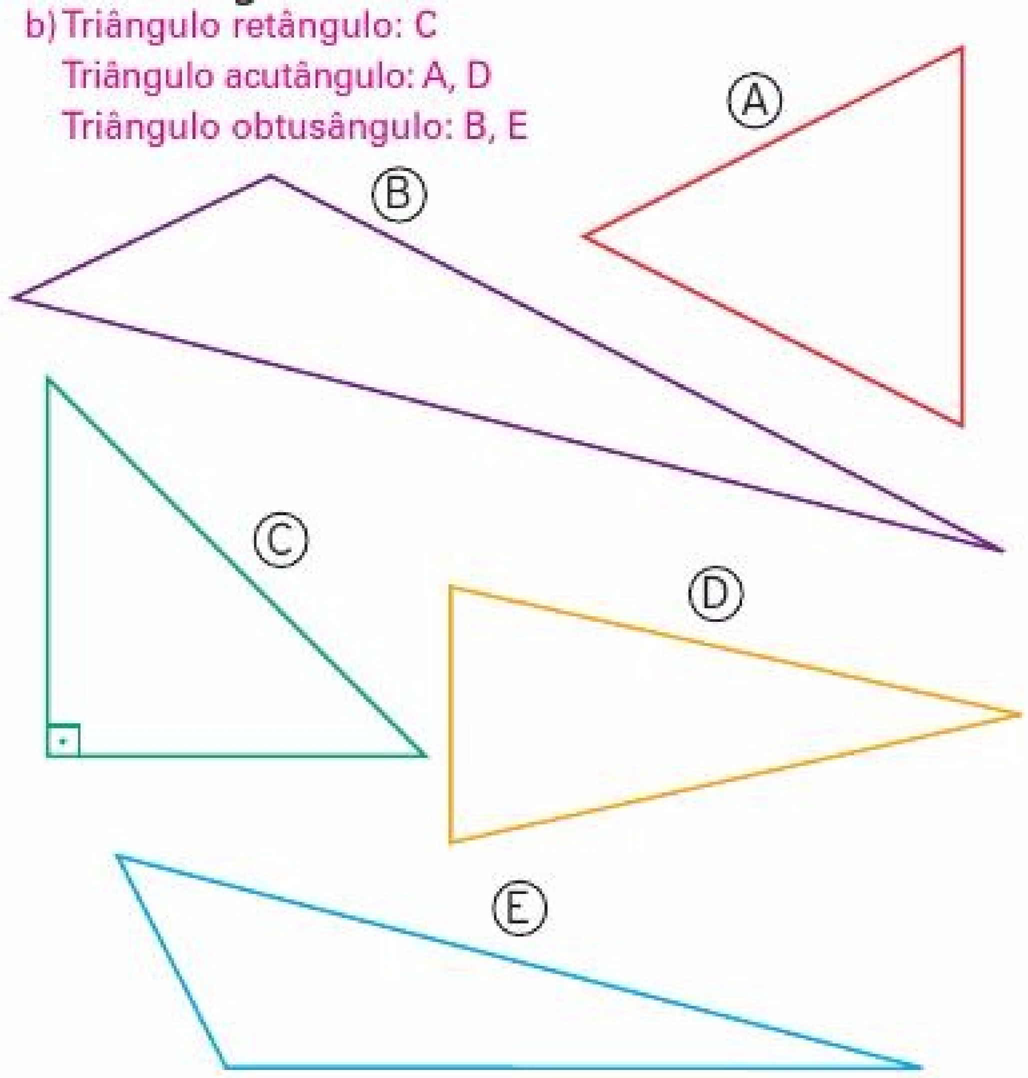


7. O $\triangle MNP$ abaixo é equilátero. O $\triangle MNP$ também é isósceles? Por quê?
Sim, porque tem pelo menos dois lados com medidas iguais.

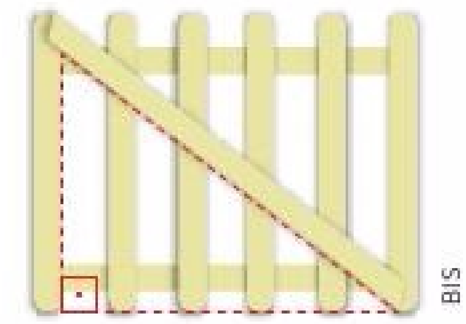
8. Use uma régua para medir os lados dos triângulos e o canto reto de uma folha de caderno para comparar os ângulos com um ângulo reto. Em seguida, classifique os triângulos em relação:

a) aos lados; a) Equilátero: A
Isósceles: A, C, D
Escaleno: B, E

b) aos ângulos. b) Triângulo retângulo: C
Triângulo acutângulo: A, D
Triângulo obtusângulo: B, E



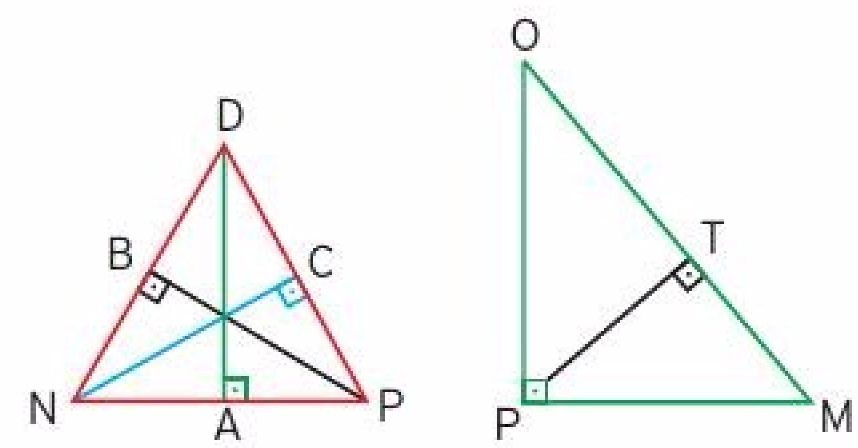
9. Portões retangulares construídos com ripas de madeira costumam ter uma ripa transversal.



a) Para que serve a ripa transversal? Para dar rigidez aos portões.

b) De que tipo são os triângulos formados com a ripa transversal? Triângulos retângulos.

10. Observe as alturas desenhadas em cada triângulo.



a) No $\triangle DNP$, identifique a altura relativa ao lado $\overline{NP}$. $\overline{DA}$

b) No $\triangle OPM$, identifique a altura relativa ao lado $\overline{PM}$. $\overline{OP}$

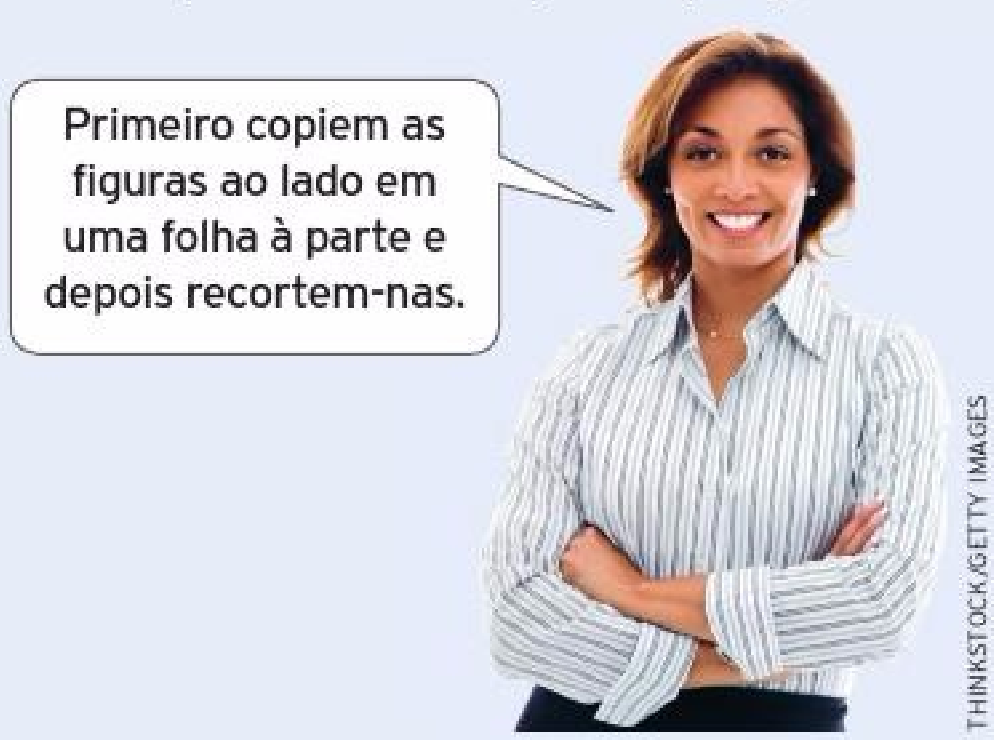
Procure explorar outras atividades utilizando material de sucata. Incentive os alunos a pesquisarem a presença de triângulos em estruturas de construção, brinquedos e também em parques de diversão, jornais e revistas. Peça-lhes que produzam cartazes e exponha-os em um mural.

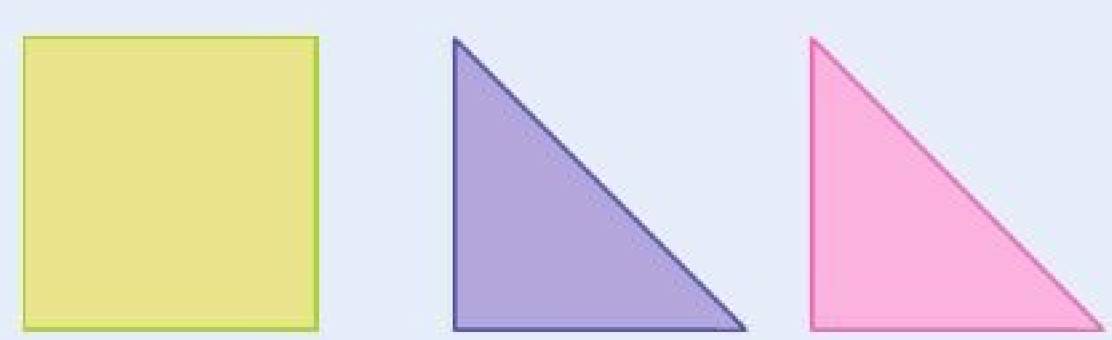
Troquem ideias e resolvam

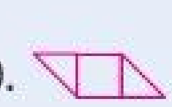
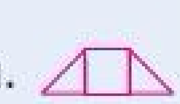
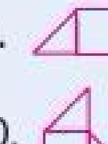
FAÇA NO CADERNO

Junte-se a um colega e respondam às questões propostas.

Compondo e decompondo polígonos, começamos a brincadeira!





- Juntem as três peças como se fossem de um quebra-cabeça. Só vale encostar lado com lado, e não vale sobrepor as peças. Respostas possíveis:
  - a) Formem um triângulo. 
  - b) Formem um quadrilátero convexo. 
  - c) Formem uma figura à sua escolha. 
  - d) Formem um polígono não convexo. 
- Agora, desenhem cada uma das figuras formadas em uma folha quadriculada.

3 Estudo dos quadriláteros

Uso de quadriláteros

Em nosso dia a dia, é comum observarmos, em diversos objetos, figuras que nos lembram quadriláteros. Observe alguns exemplos:

SHUTTERSTOCK

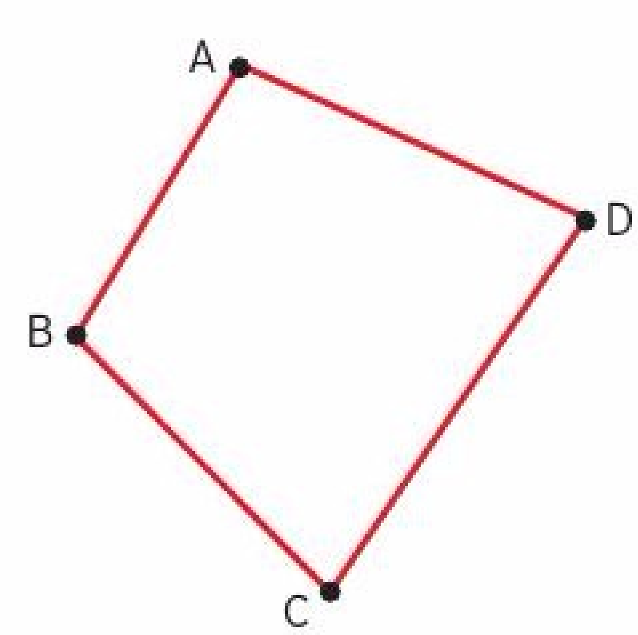
A faixa de pedestres é um dos instrumentos de sinalização horizontal de trânsito.

ISMAR INGBER/PULSAR IMAGENS

A estampa xadrez é bastante utilizada em tecidos.

Um **quadrilátero** é um polígono com **4 lados** e **4 ângulos**.

Na figura abaixo temos o quadrilátero ABCD.



Ele tem:

- quatro lados ——— $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$;
- quatro vértices ——— A, B, C e D;
- quatro ângulos ——— $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$, $C\hat{D}A$ e $D\hat{A}B$.

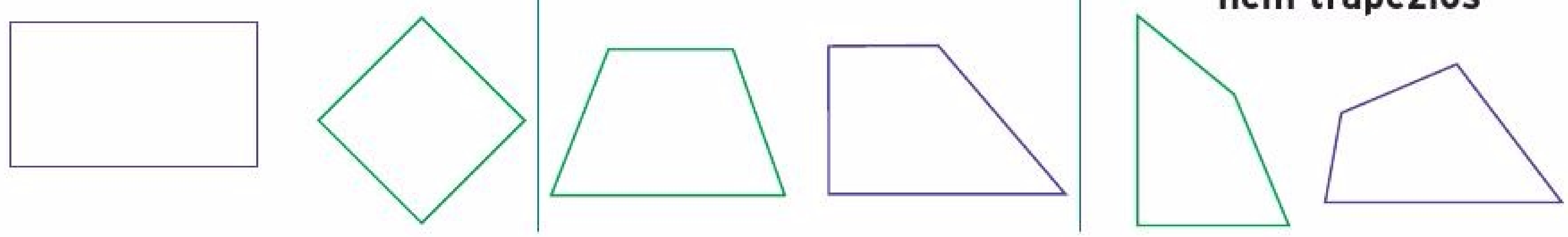
Classificação dos quadriláteros

Os quadriláteros recebem nomes particulares conforme a quantidade de pares de lados paralelos.

Vamos estudar apenas os quadriláteros convexos.

Na situação a seguir os quadriláteros foram separados em três grupos.

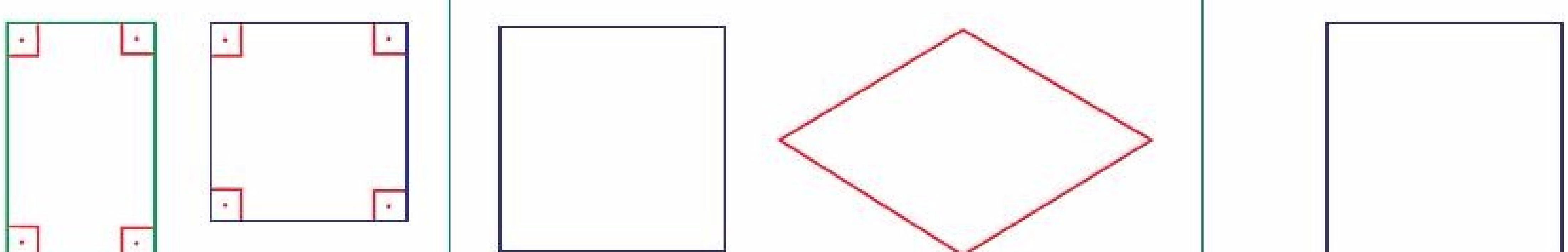
Paralelogramos	Trapézios	Nem paralelogramos nem trapézios



Os quadriláteros que têm dois pares de lados paralelos são os **paralelogramos**. Aqueles que têm apenas um par de lados paralelos são os **trapézios**. Note que existem quadriláteros que não são nem paralelogramos nem trapézios.

Os paralelogramos têm nomes especiais que dependem de características que possuem.

Retângulos	Losangos	Quadrado



Todos os ângulos são retos.	Todos os lados têm medidas iguais.	Todos os ângulos são retos e todos os lados têm medidas iguais.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

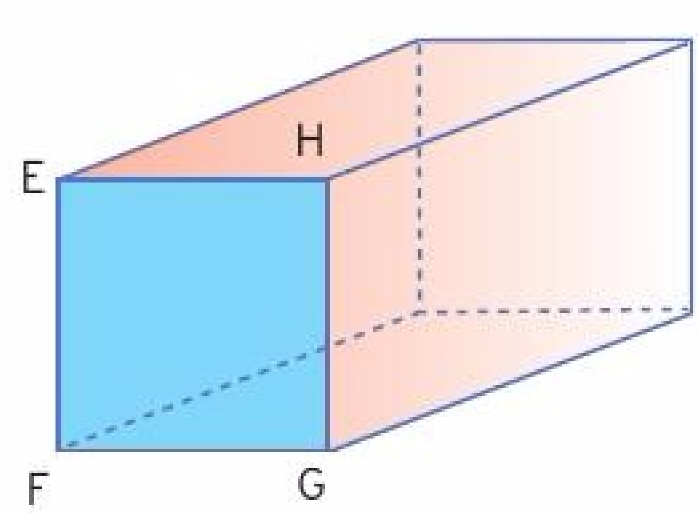
11. Observe os paralelogramos apresentados no texto e responda:

a) Como são chamados os quadriláteros que têm os quatro ângulos retos? Retângulos.

b) Quais paralelogramos têm todos os lados com medidas iguais? Losangos.

c) Quais paralelogramos têm todos os ângulos retos e todos os lados com medidas iguais? Quadrados.

12. Identifique os lados, os vértices e os ângulos da face quadrada do paralelepípedo destacada em azul.



Lados: $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HE}$
Vértices: E, F, G, H
Ângulos: $E\hat{F}G$, $F\hat{G}H$, $G\hat{H}E$, $H\hat{E}F$

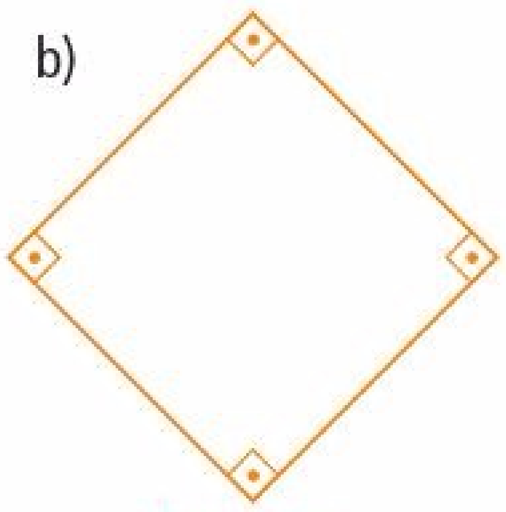
13. A base de uma caixa é um paralelogramo com todos os lados com medidas iguais, dois ângulos agudos e dois obtusos. De que tipo é esse paralelogramo? Losango.

14. Que nome particular recebe cada um destes quadriláteros?

a)

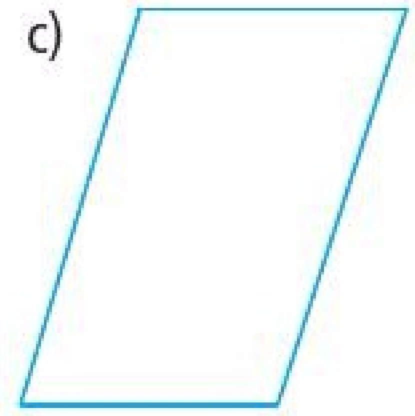
Retângulo.

b)



Quadrado.

c)

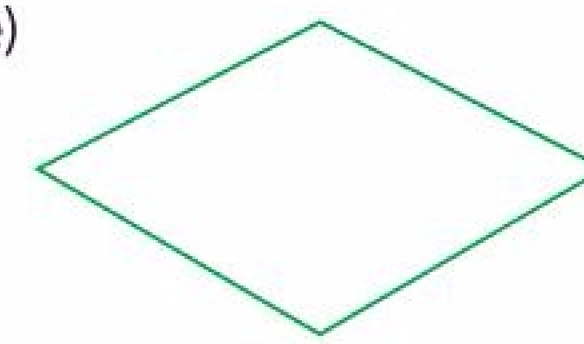


Paralelogramo.

d)

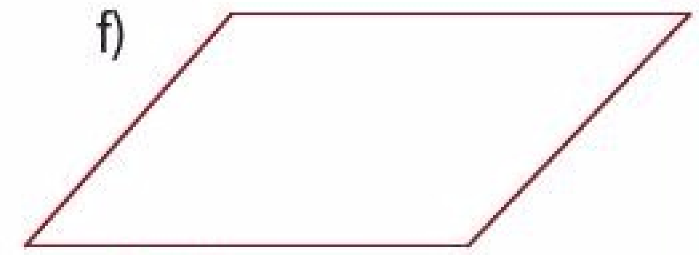
Trapézio.

e)



Losango.

f)



Paralelogramo.

15. Faça uma tabela como esta em seu caderno e assinale as propriedades de cada quadrilátero na coluna correspondente. Depois, responda às questões.

Propriedades	Trapézio	Paralelogramo	Retângulo	Losango	Quadrado
1 par de lados paralelos	X	X	X	X	X
2 pares de lados paralelos		X	X	X	X
Todos os ângulos retos			X		X
Todos os lados de medidas iguais				X	X

a) Qual é o quadrilátero que tem todas as propriedades?
Observando a tabela preenchida, o único que aparece com todas as linhas assinaladas é o quadrado.

b) Um quadrado possui todas as propriedades de um retângulo?
Resposta possível: Sim, pois apresenta 2 pares de lados paralelos, e todos os ângulos internos são retos.

c) Todo quadrado é losango? Por quê?
Resposta possível: Sim, pois apresenta todas as propriedades: dois pares de lados paralelos e todos os lados de mesma medida.

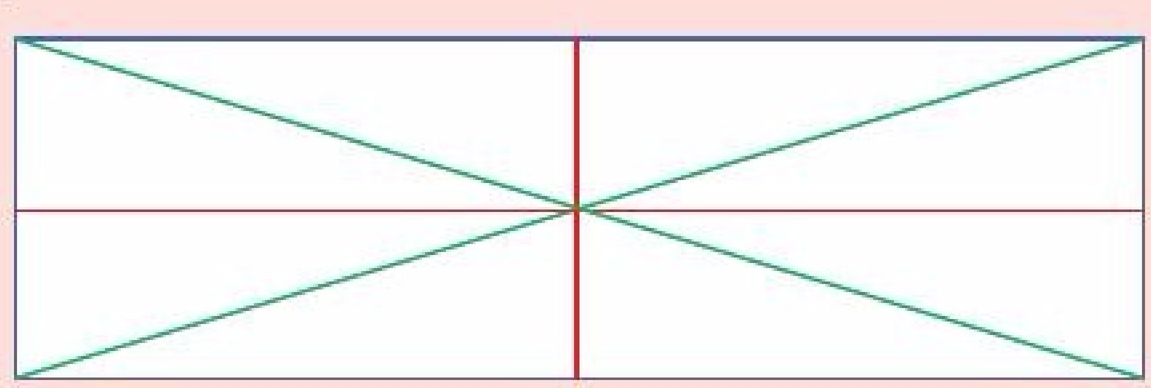
d) Todo retângulo é quadrado? Justifique sua resposta.
Não. Justificativa possível: Alguns retângulos apresentam pares de lados com medidas distintas entre si.

Desafio

FAÇA NO CADERNO

Identificando polígonos

Observe a figura abaixo.



- Quantos retângulos você identifica nessa figura? 9 retângulos.
- E quantos triângulos? 16 triângulos.
- Quantos triângulos retângulos você identifica? 12 triângulos retângulos.

4 Ladrilhamentos e simetria

Ladrilhamento, a geometria dos padrões

Caminhando sobre as calçadas de uma cidade, admirando os tapetes de serragem nas comemorações religiosas ou escolhendo azulejos para uma casa, vemos composições de figuras que nos surpreendem por sua beleza.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Calçadão de Copacabana, Rio de Janeiro, 2010.


RACHEL GUEDES /PULSAR IMAGENS

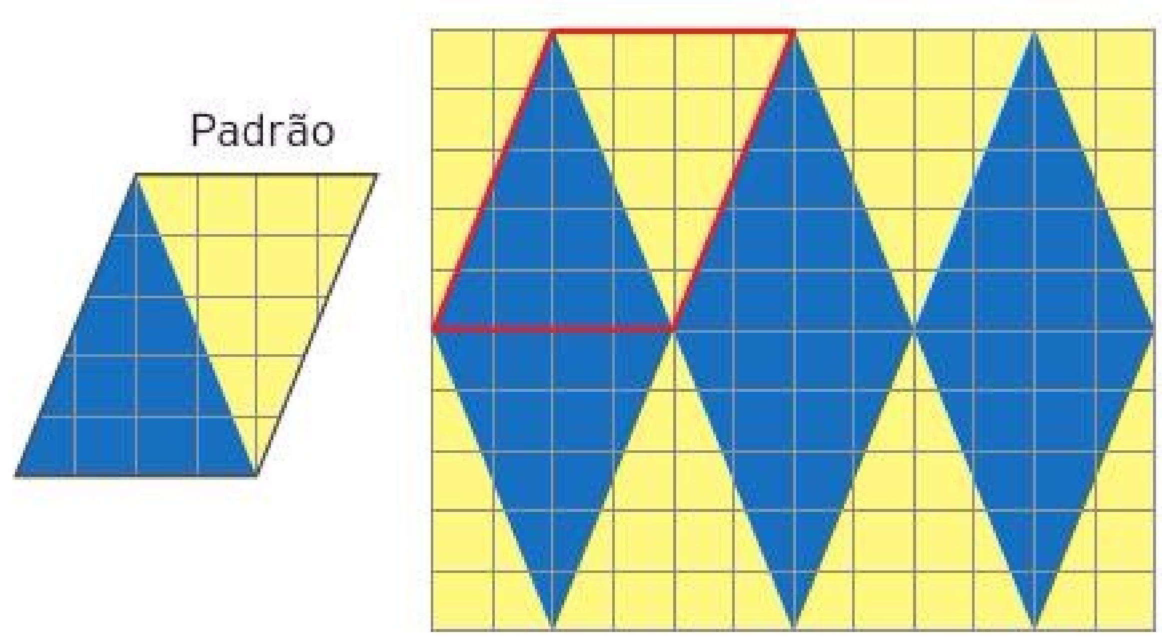
Celebração de *Corpus Christi* em Caçapava, São Paulo, 2006.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Este piso é um mosaico de pastilhas.

Algumas dessas composições, feitas com figuras planas, sem sobrepô-las e sem deixar lacunas, são chamadas de **ladrilhamento**.

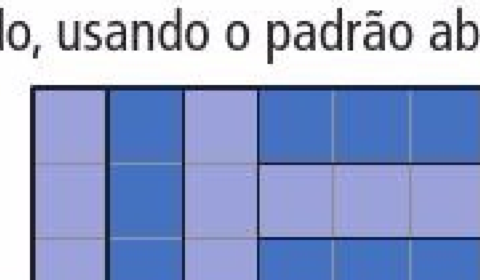
Podemos fazer um ladrilhamento repetindo um padrão.



Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

16. Faça um ladrilhamento em uma folha de papel quadriculado, usando o padrão abaixo.



Resposta pessoal. Veja a resposta no final do livro.

17. Comece identificando um padrão e verificando como foi feito o ladrilhamento representado a seguir. Depois, copie essa parte em uma folha de papel quadriculado, escolha as cores e pinte-a.

Veja a resposta no final do livro.

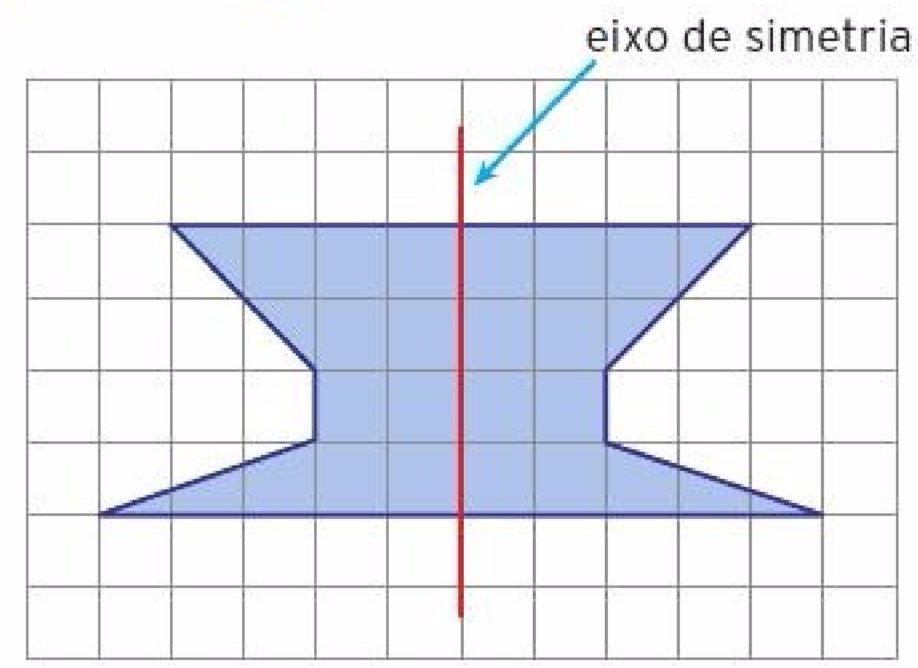
Simetria

Muitas vezes nos deparamos com imagens harmoniosas que parecem ter sido combinadas propositalmente.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES


SHUTTERSTOCK

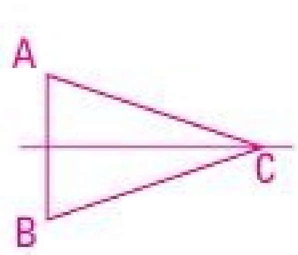
Observe a figura ao lado. Note que ela está dividida em duas partes pela linha em vermelho. Se fosse possível dobrar a figura por essa linha, uma parte da figura cairia exatamente sobre a outra. Essa é uma figura com simetria. A linha em vermelho é o **eixo de simetria** dessa figura.

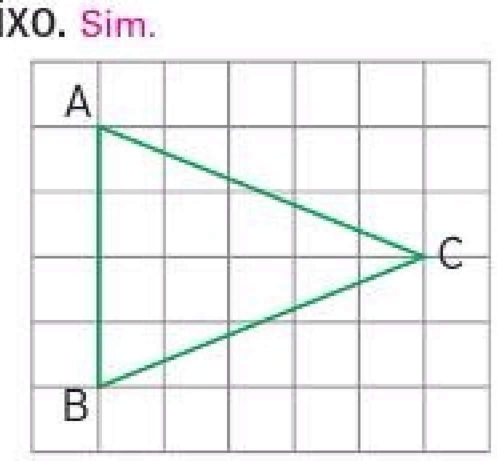


Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

18. O △ABC da figura é isósceles. Ele tem um eixo de simetria? Em caso afirmativo, copie-o e desenhe esse eixo. Sim.





19. Copie no seu caderno os quadriláteros a seguir e desenhe, em cada um, todos os possíveis eixos de simetria.


quadrado

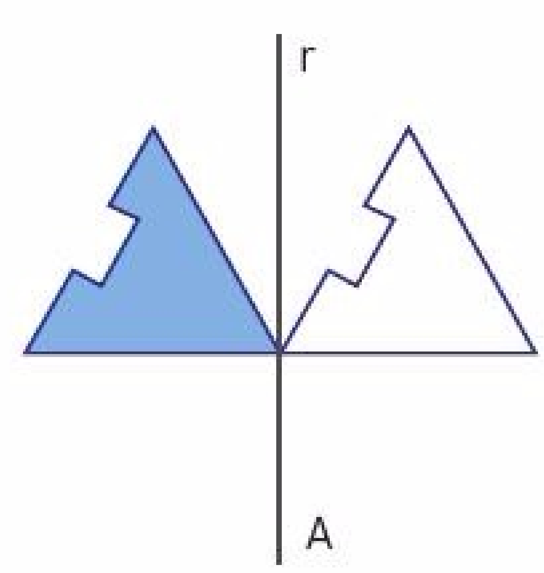

retângulo

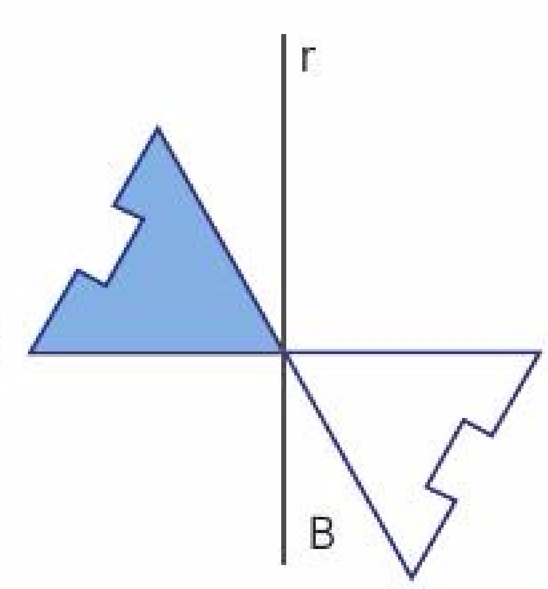
Respostas:

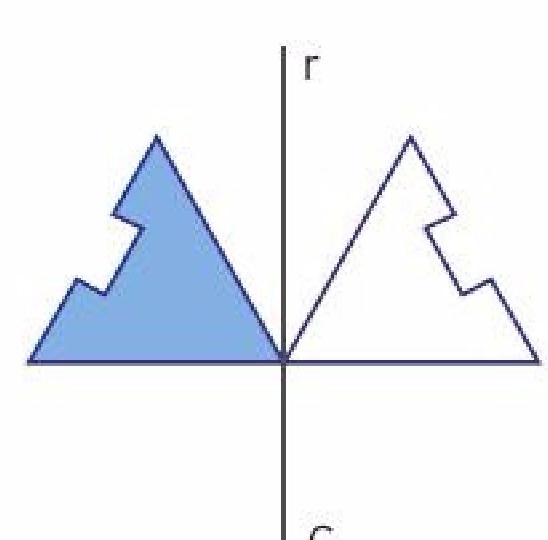

Não tem eixo de simetria.


paralelogramo

20. Em cada uma das quatro figuras a seguir está desenhada uma reta r. Em qual delas a reta r é um eixo de simetria? Em C.







FAÇA NO CADERNO

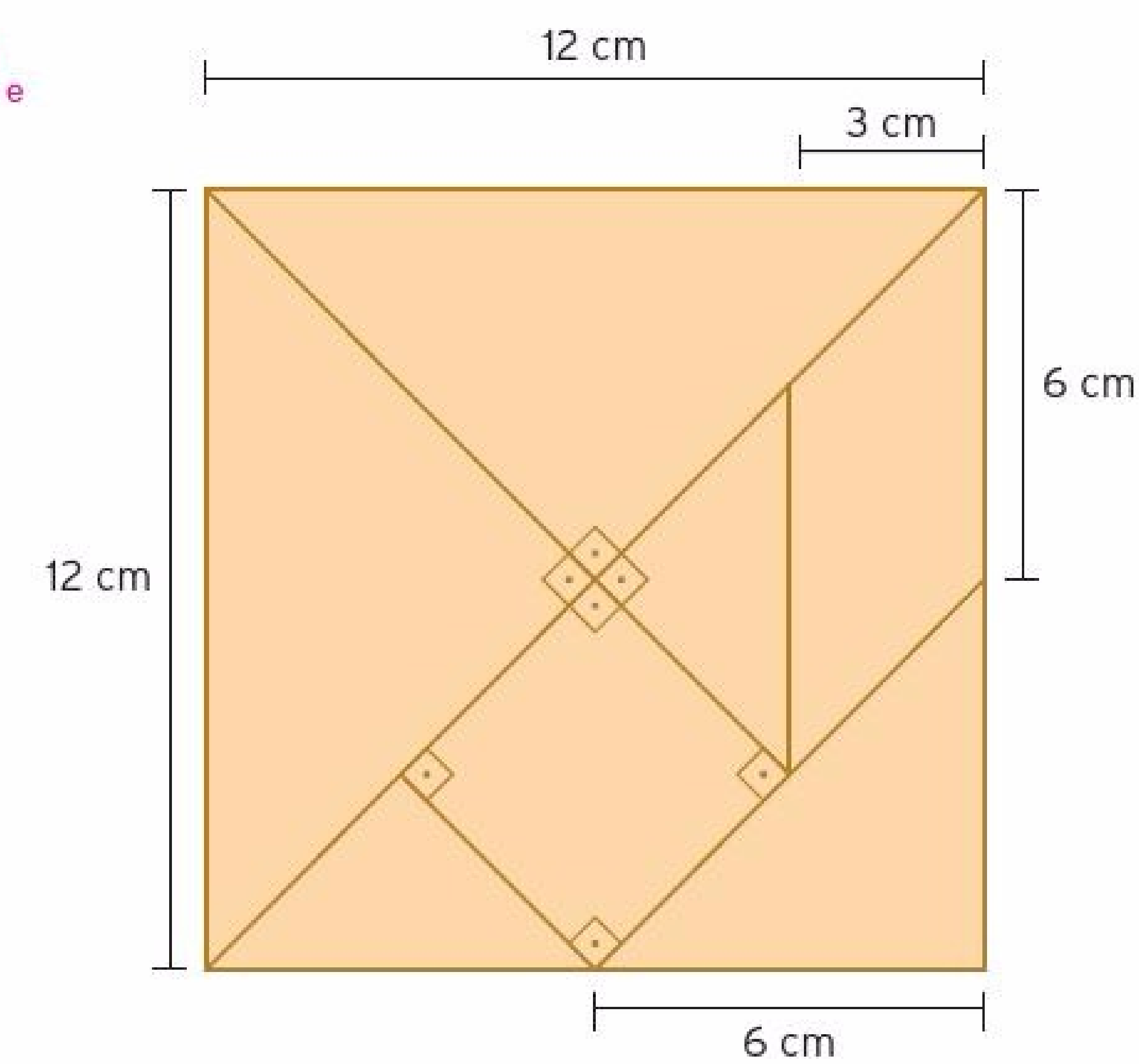
O tangram

O tangram é um antigo quebra-cabeça chinês. Conta uma lenda que um mensageiro levava uma mensagem ao imperador, que estava gravada em uma pedra de jade de formato quadrado. Em um descuido, ele deixou a pedra cair e ela se quebrou em sete pedaços.

Ao tentar juntar as peças formando novamente um quadrado, o mensageiro percebeu que poderia criar várias imagens interessantes.

Junte-se a um colega e realizem esta atividade.

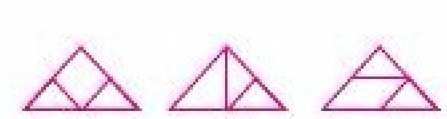
- Observem o quadrado e construam em uma cartolina um tangram com as medidas indicadas.
- Recortem e usem o tangram para resolver a próxima atividade.



a) Identifiquem o formato de cada peça. Triângulo retângulo isósceles, quadrado e paralelogramo.

b) Componham figuras usando três peças. Desenhem no caderno o contorno das composições que vocês fizeram. Resposta pessoal.

c) Usem os dois triângulos pequenos para compor o quadrado, o triângulo médio e o paralelogramo. Registrem suas respostas, usando as peças do jogo para obter o contorno. 

d) Componham o triângulo grande, usando:
- dois triângulos pequenos e o quadrado;
- dois triângulos pequenos e o triângulo médio; 
- dois triângulos pequenos e o paralelogramo.

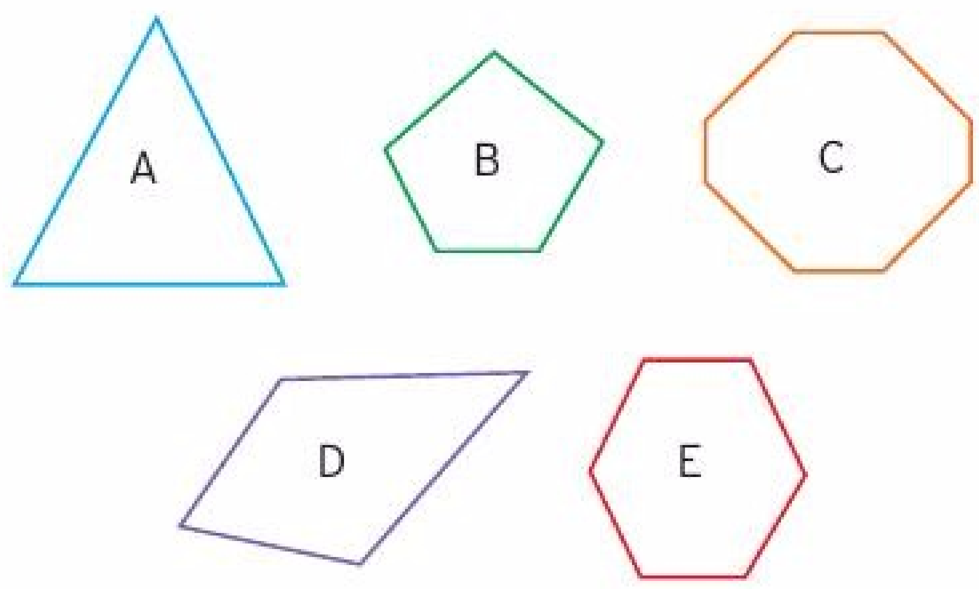
e) Componham uma figura usando peças do tangram. Peça a seu colega que construa uma figura simétrica a ela em relação a um eixo destacado por você. Resposta pessoal.

Revisão cumulativa e testes

FAÇA NO CADERNO

1. Existem triângulos não convexos? E quadriláteros não convexos? Em caso afirmativo, desenhe pelo menos um de cada tipo. Não; existem: .

2. Observe estes polígonos.



a) Eles são convexos ou não convexos? Convexos.

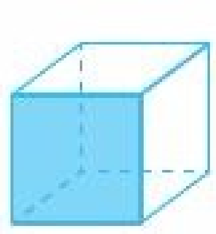
b) Conte o número de lados e de ângulos de cada um. Em seguida, copie e complete a tabela.

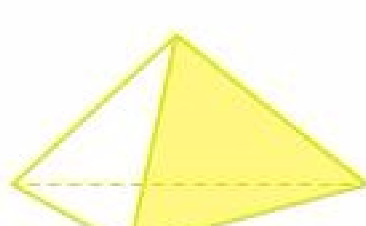
A: 3, 3; B: 5, 5; C: 8, 8; D: 4, 4; E: 6, 6

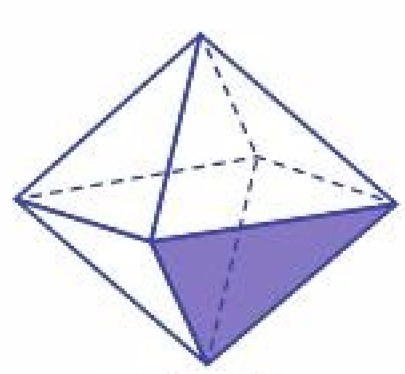
Polígono	Número de lados	Número de ângulos
A	3	
B		

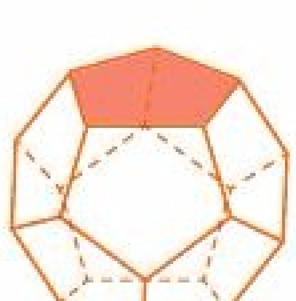
c) Observe os números da tabela e responda: o que se pode concluir sobre o número de lados e de ângulos de um polígono convexo?
Em qualquer polígono convexo, o número de lados é igual ao número de ângulos.

3. Escreva o nome dos polígonos que compõem as faces destacadas de cada um dos poliedros:


cubo
quadrado


tetraedro
triângulo

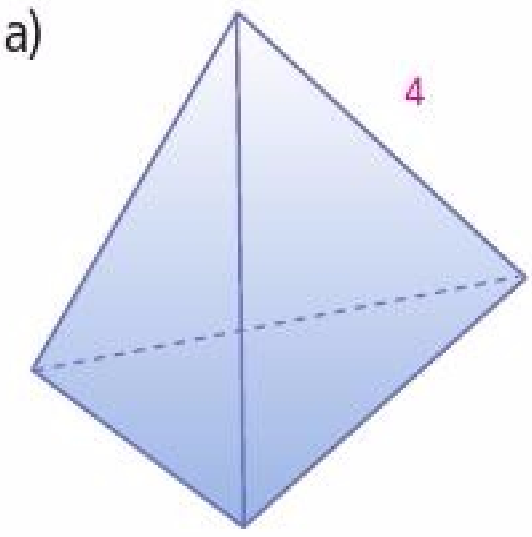

octaedro
triângulo


dodecaedro
pentágono

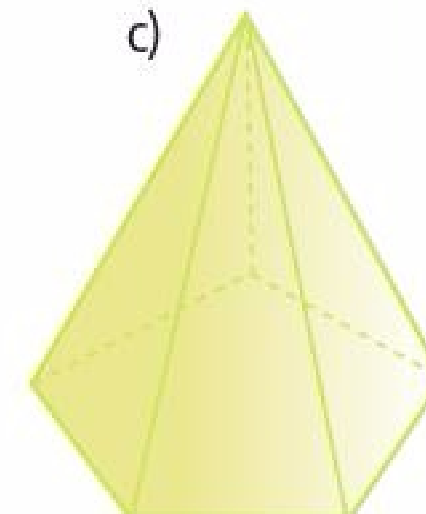

icosaedro
triângulo

4. Anote o número de faces triangulares destas pirâmides:

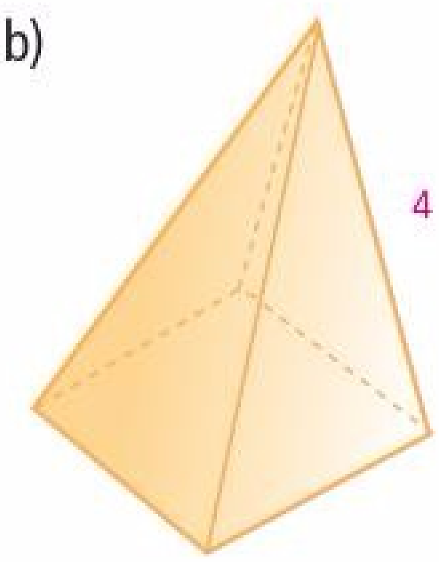
a)


4

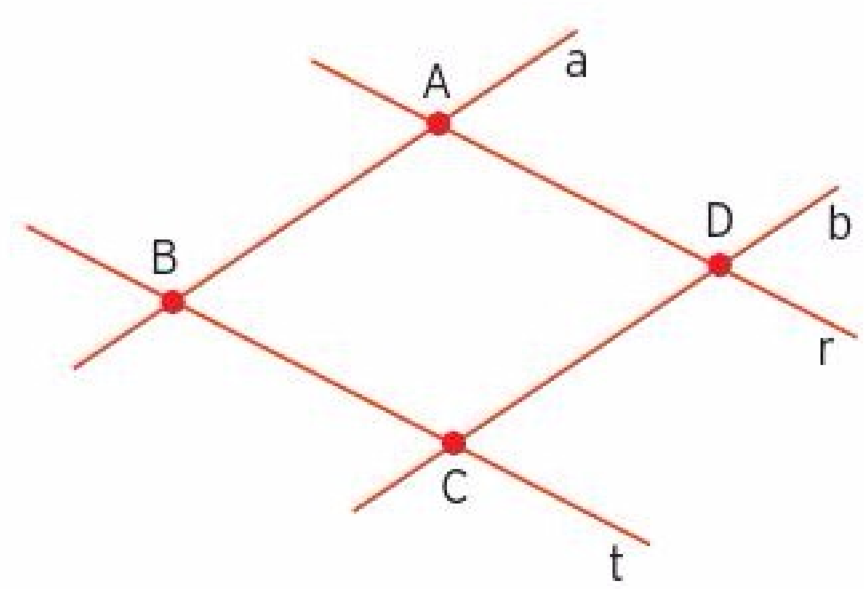
c)


5

b)

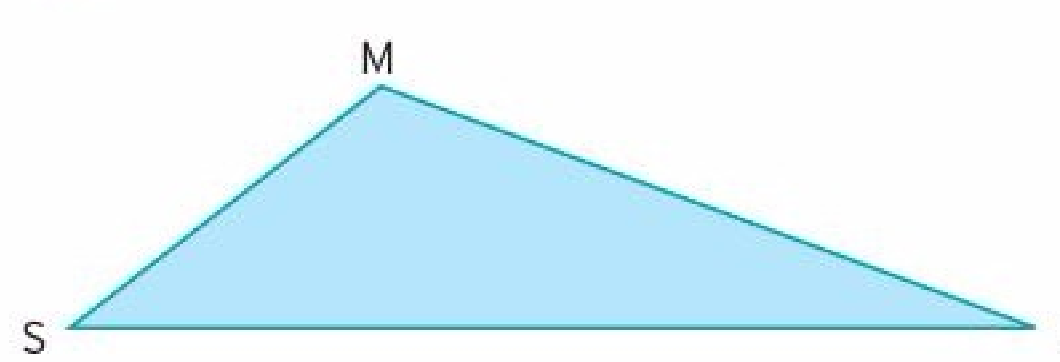

4

5. Na figura a seguir temos retas paralelas duas a duas: a // b e r // t.



Que tipo de quadrilátero é o polígono ABCD?
Paralelogramo.

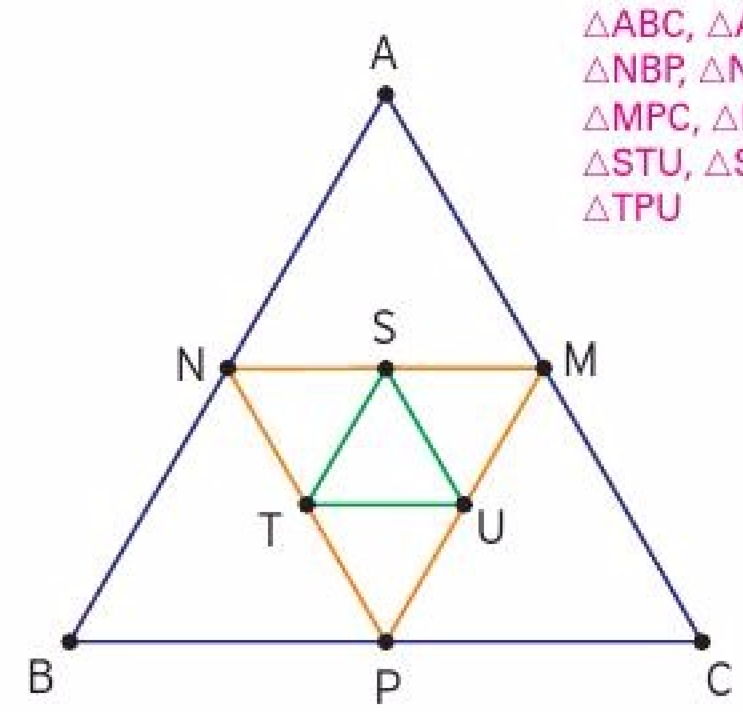
6. Observe o △MST e responda às questões.



a) Em relação aos lados, que tipo de triângulo ele é? Escaleno.

b) O △MST tem eixos de simetria? Não.

7. Nesta figura existem vários triângulos equiláteros.



△ABC, △ANM, △NBP, △NPM, △MPC, △NTS, △STU, △SUM, △TPU

a) Identifique todos eles e anote-os.

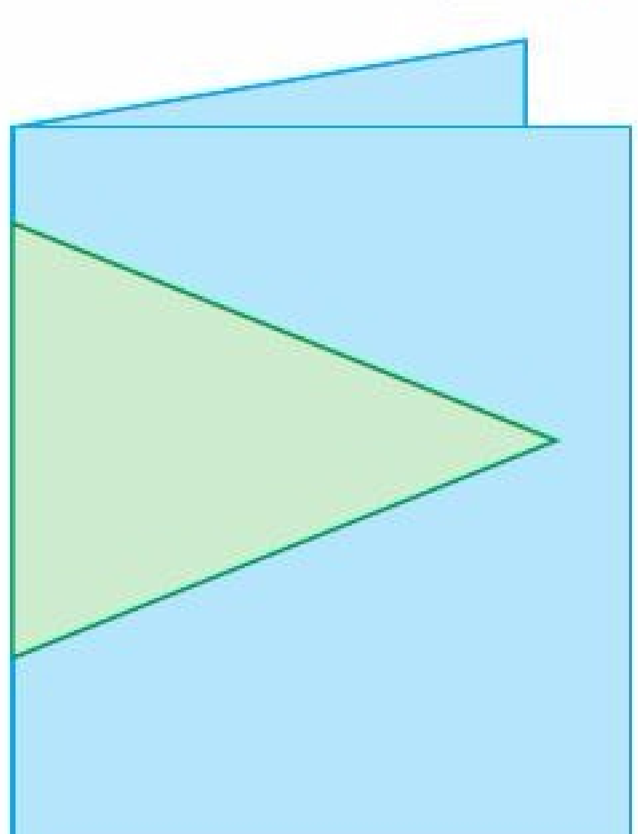
b) Cada um dos triângulos identificados tem eixo de simetria? Quantos?
Sim; três eixos de simetria.

8. Com duas das cartelas a seguir podemos formar números com dois algarismos diferentes. Quantos desses números podemos escrever? Quais são eles?
9 números; 30, 40, 90, 34, 39, 43, 49, 93 e 94.

0 **3** **4** **9**

9. Carlos comprou um carro usado e já rodou 29 876 quilômetros com ele. A figura mostra como ficou o hodômetro do carro após esse percurso. Quantos quilômetros já haviam sido percorridos com esse carro quando Carlos o comprou? 60 124 km.

10. (Saresp) A outra metade desta folha contém o mesmo desenho. Desdobrando-a, que figura aparecerá no centro do retângulo? b



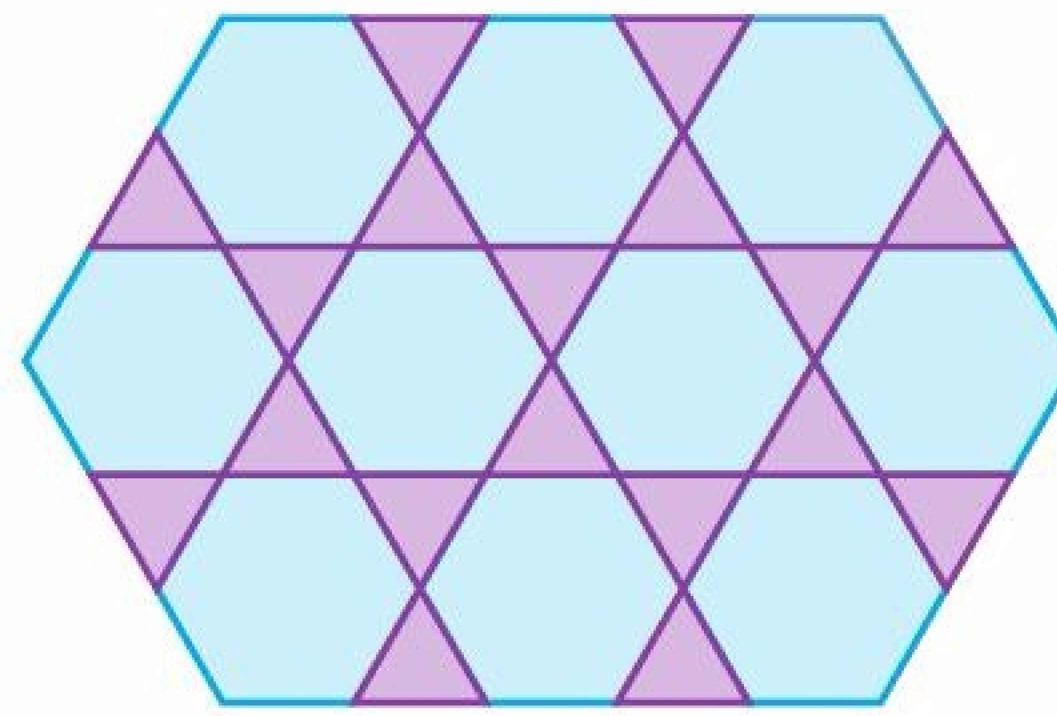
a) Quadrado.

b) Losango.

c) Retângulo.

d) Trapézio.

11. (Saresp) Um artista plástico está construindo um painel. Ele fez um esquema desse painel, mostrado na figura, e utilizou as formas de: d



a) quadrados e hexágonos.

b) triângulos e quadrados.

c) triângulos e pentágonos.

d) triângulos e hexágonos.

12. Laura toma três remédios. Ela toma o remédio:

- do tipo A — a cada 6 horas;
- do tipo B — a cada 3 horas;
- do tipo C — a cada 4 horas.

Num certo momento ela tomou os três remédios ao mesmo tempo. O primeiro momento em que ela tomará os três remédios ao mesmo tempo novamente será após: c

a) 6 horas.

b) 4 horas.

c) 12 horas.

d) 18 horas.

13. O número 12 é o máximo divisor comum de: b

a) 1, 12 e 24.

b) 24, 36 e 60.

c) 1 e 24.

d) 2, 4 e 6.

UNIDADE 8

Números racionais: representação fracionária

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

VAGNER DE FARIAS

Situações como as ilustradas nesta página motivaram a criação de números diferentes dos naturais: são os números racionais, que podem ser representados por frações. Nesta unidade, você estudará o seu significado e resolverá problemas envolvendo esses números.

Nesta unidade ...

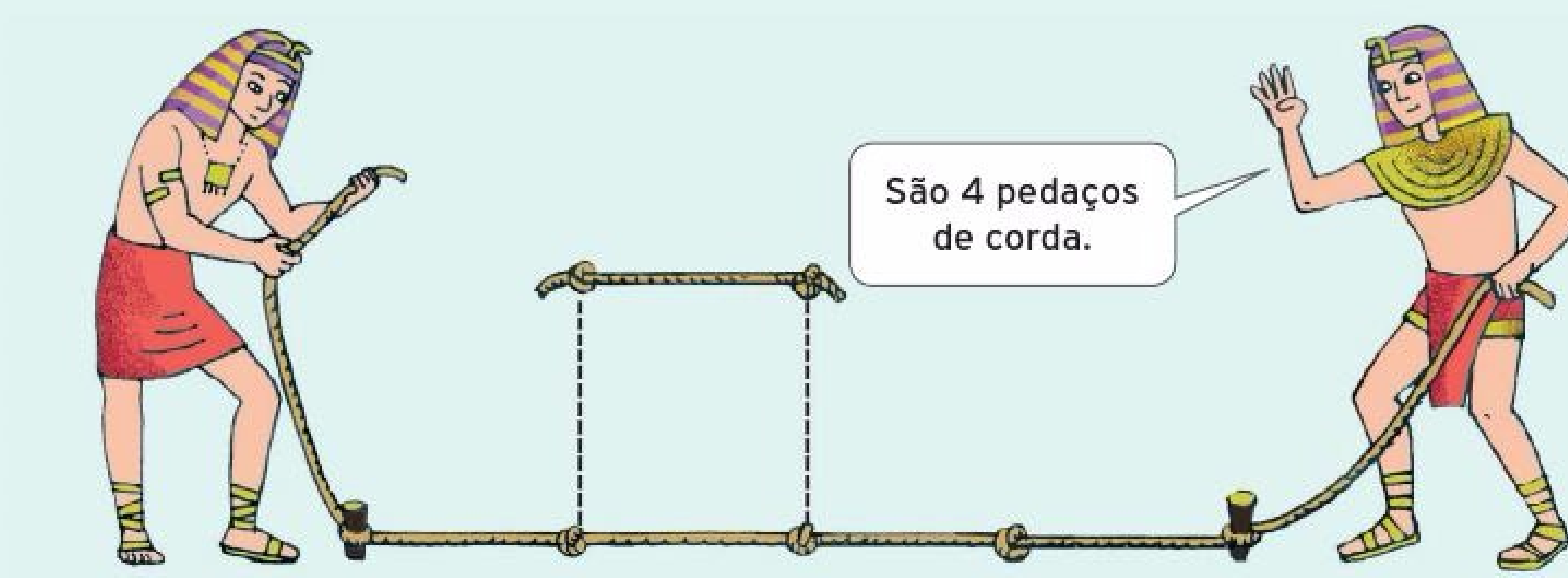
Procure explorar o tema usando a história da Matemática. O objetivo principal é a ampliação do conceito de número: de resultado de medidas a representação de partes de um todo-referência; estabelecer relação entre partes e esse todo-referência e números racionais. Mais esclarecimentos você encontra no **Manual do Professor**.

Conhecer um pouco da história da Matemática pode ser importante quando começamos a explorar um novo assunto. Então, vamos começar o estudo das frações conhecendo um pouco da sua história.

Os documentos mais antigos que registram o uso de frações têm origem no Egito antigo. Naquele período, os egípcios viviam à beira do rio Nilo, nas terras que pertenciam ao faraó.

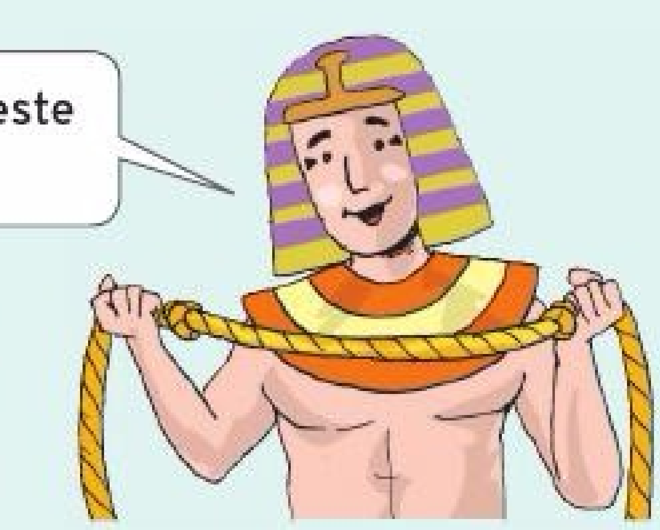
O povo pagava ao faraó impostos proporcionais à área que ocupava.

De tempos em tempos, o rio Nilo transbordava, as demarcações das terras feitas pelos agricultores desapareciam, e novas marcações precisavam ser feitas. Elas eram realizadas com pedaços de corda, marcados com nós igualmente espaçados, ou seja, cada pedaço representava uma unidade.



ILUSTRAÇÕES: CÉLIA KOFUJI

Mas o que fazer se o pedaço de corda entre dois nós não coubesse um número exato de vezes no comprimento a ser medido?



Esse fato ocorria muitas vezes, e a solução encontrada foi dividir a unidade em partes iguais e usar uma ou mais partes dessa unidade. Assim foram criadas as **frações**.

O que você já sabe?

- Na fotografia da página anterior, você é capaz de identificar meio limão? E um quarto de limão? Como são representadas essas partes? Resposta possível: Uma parte de um limão cortado em dois pedaços iguais e em quatro pedaços iguais. Representações possíveis: $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$.
- Que instruções podemos dar às quatro crianças para que dividam igualmente as três barras de chocolate entre si? Resposta possível: Dividindo cada barra em quatro pedaços iguais, haverá doze pedaços. Cada criança fica com três pedaços de um quarto, que são três quartos de uma barra.
- Qual foi a solução encontrada pelos egípcios para medir o comprimento de um terreno quando a unidade de medida escolhida não cabia um número exato de vezes no comprimento a ser medido? Dividiram o pedaço de corda usado como unidade em partes iguais.
- Para que usamos as frações? Resposta possível: Para representar partes de um inteiro dividido em partes iguais.

1 Frações

Significados de fração

Crie outras situações para que os alunos compreendam o significado de fração de um todo-referência ou inteiro. Em cada atividade, conserve o todo-referência que está sendo dividido em partes iguais. Procure trabalhar simultaneamente com grandezas contínuas (por exemplo, um pedaço de corda, o comprimento da carteira, um bolo, uma barra de chocolate) e grandezas discretas (por exemplo, um conjunto de objetos, de brinquedos ou de lápis).

Usamos frações para representar números que indicam **uma ou várias partes** de um todo que foi dividido em partes iguais.

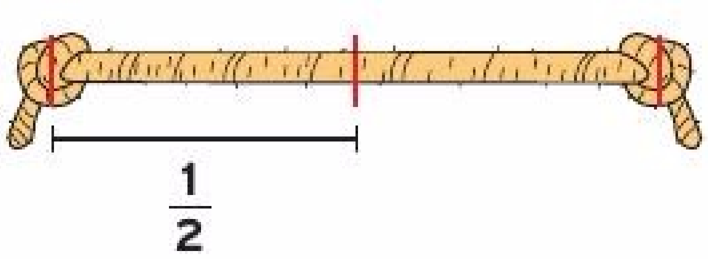
Esse todo a que se refere uma fração será chamado de **todo-referência** ou **inteiro**.

Um todo-referência ou um inteiro pode ser, entre outras coisas, um pedaço de corda, um pedaço de terra, um grupo de pessoas, uma coleção de objetos.

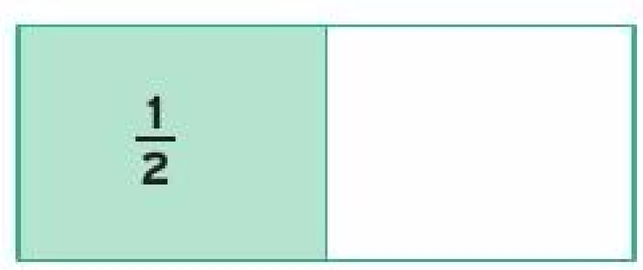
Veja algumas frações e seus significados em situações nas quais o inteiro é um pedaço de corda, uma figura retangular e uma coleção de 12 bolas.

Quando **um inteiro** é dividido em **duas partes iguais**, **cada parte** é **metade** ou $\frac{1}{2}$ do inteiro, e pode ser representada pela fração $\frac{1}{2}$.

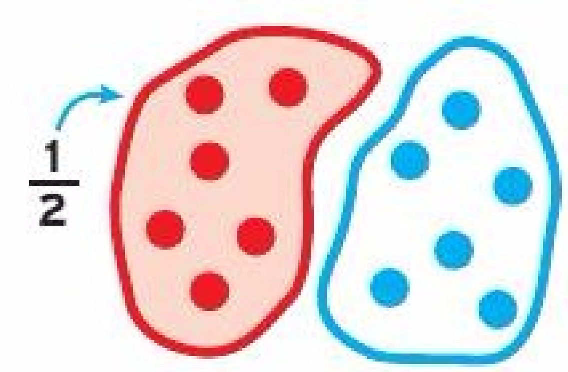
ILUSTRAÇÕES: CÉLIA KOFUJI



$\frac{1}{2}$ do pedaço de corda
É a metade desse pedaço de corda.

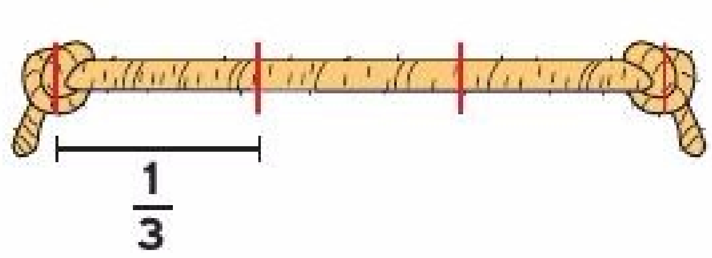


$\frac{1}{2}$ da figura
É a metade dessa figura.

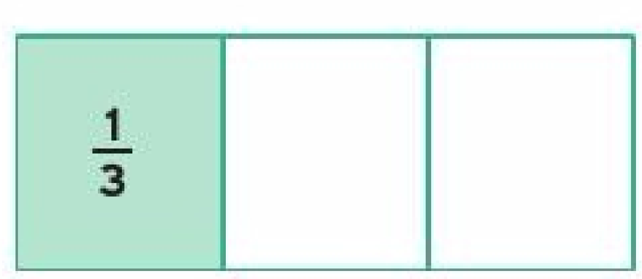


$\frac{1}{2}$ de 12 bolas
É a metade desse total de bolas, ou seja, são **6** bolas.

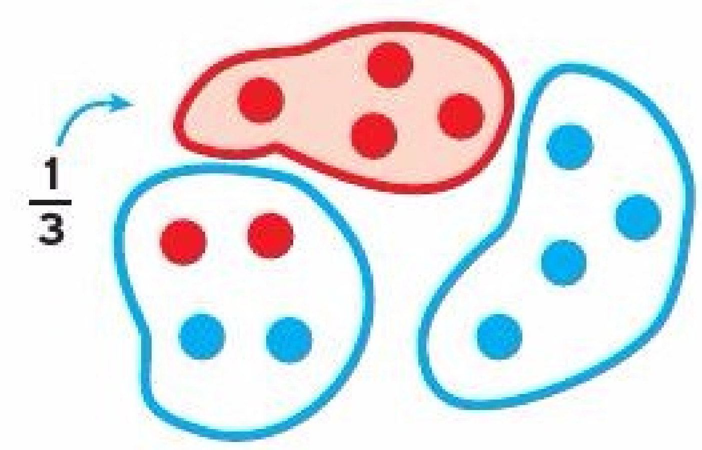
Quando **um inteiro** é dividido em **três partes iguais**, **cada parte** é **um terço** do inteiro, e pode ser representada pela fração $\frac{1}{3}$.



$\frac{1}{3}$ do pedaço de corda
É a terça parte desse pedaço de corda.

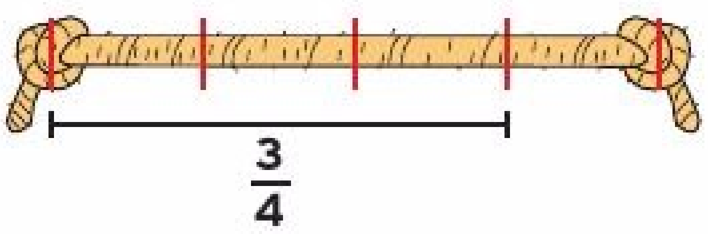


$\frac{1}{3}$ da figura
É a terça parte dessa figura.



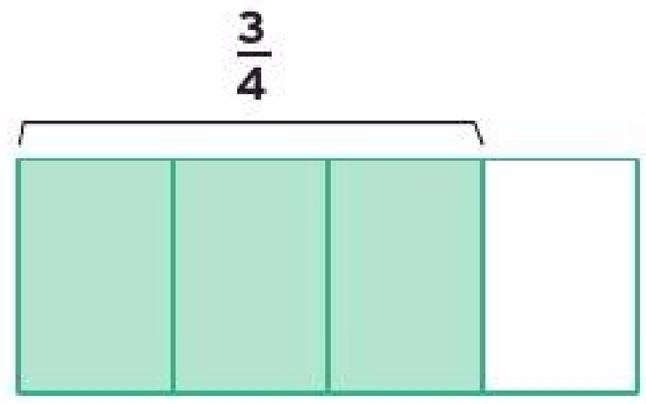
$\frac{1}{3}$ de 12 bolas
É a terça parte desse total de bolas, ou seja, são **4** bolas.

Quando **um inteiro** é dividido em **quatro partes iguais**, **três partes** são **três quartos** do inteiro, e podem ser representadas pela fração $\frac{3}{4}$.



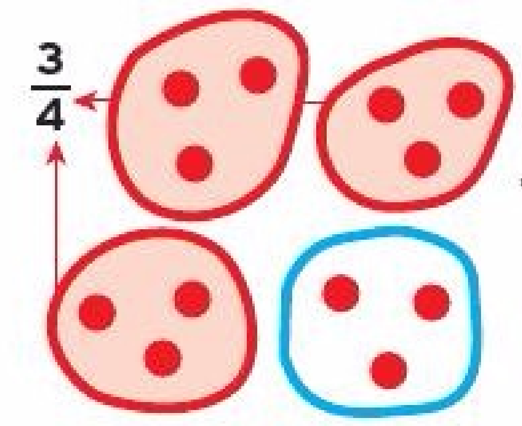
$\frac{3}{4}$ do pedaço de corda

Correspondem a **3** pedaços iguais a $\frac{1}{4}$.



$\frac{3}{4}$ da figura

Correspondem a **3** pedaços iguais a $\frac{1}{4}$.



ILUSTRAÇÕES: CÉLIA KOFUJI

$\frac{3}{4}$ de 12 bolas

Correspondem a **3** grupos com **3** bolas cada um. São **9** bolas.

Leitura de frações

A leitura de uma fração depende do seu **denominador**.

Quando o denominador de uma fração é 10, 100 ou 1000, lê-se o numerador e acrescenta-se a palavra **décimo**, **centésimo** ou **milésimo**, respectivamente.

$\frac{3}{10}$ —— três **décimos**

$\frac{15}{100}$ —— quinze **centésimos**

$\frac{7}{1000}$ —— sete **milésimos**

$\frac{238}{1000}$ —— duzentos e trinta e oito **milésimos**

Quando o denominador é menor que 10, existe uma palavra para a leitura de cada fração, de acordo com o denominador:

$\frac{1}{2}$ —— um **meio** ou **meio**

$\frac{2}{5}$ —— dois **quintos**

$\frac{6}{8}$ —— seis **oitavos**

$\frac{2}{3}$ —— dois **terços**

$\frac{1}{6}$ —— um **sexto**

$\frac{5}{9}$ —— cinco **nonos**

$\frac{3}{4}$ —— três **quartos**

$\frac{4}{7}$ —— quatro **sétimos**

Quando o denominador é maior que 10, leem-se o numerador, o denominador e acrescenta-se a palavra **avos**:

$\frac{6}{21}$ —— seis vinte e um **avos**

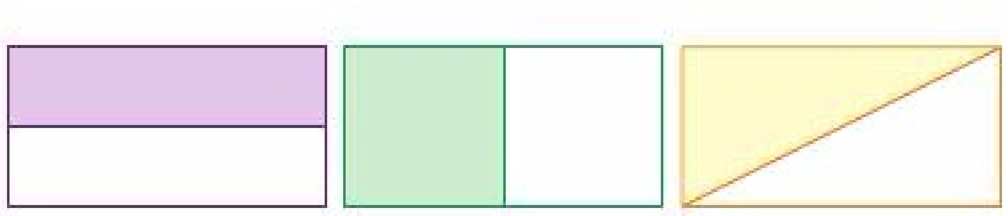
$\frac{5}{2000}$ —— cinco dois mil **avos**

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

Explore o significado de razão na escrita fracionária. Procure utilizar exemplos do dia a dia dos alunos, como os jogos e as brincadeiras. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

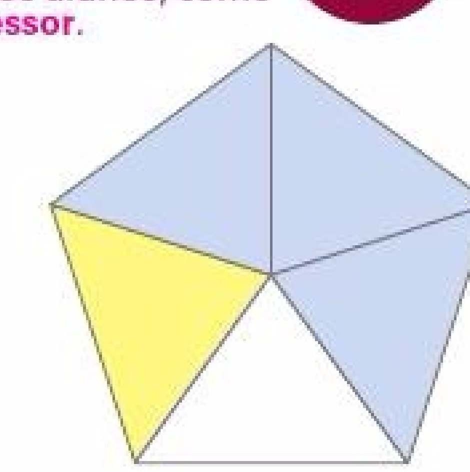
1. As figuras desenhadas a seguir são retangulares e iguais. Cada uma delas está dividida em duas partes iguais e essas partes têm formas diferentes umas das outras.



a) Que fração representa a parte pintada de cada figura? A parte pintada de cada figura pode ser representada pela fração $\frac{1}{2}$.

b) As frações obtidas no item anterior são iguais? Sim.

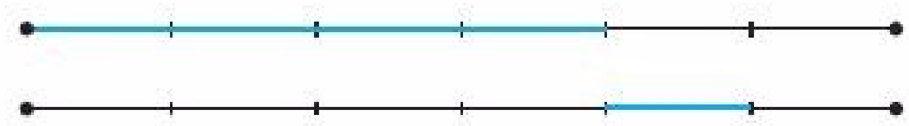
2. Uma região pentagonal foi dividida em 5 partes iguais.



a) Use uma fração para representar a parte pintada de azul e outra para a parte pintada de amarelo. $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{5}$

b) Nessa situação, com $\frac{2}{5}$ que fração completa um inteiro? $\frac{3}{5}$

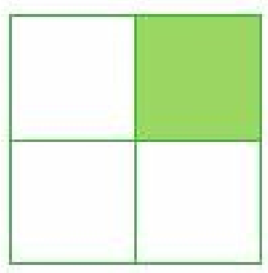
3. Os segmentos de reta a seguir estão divididos em 6 partes iguais. Que fração representa a parte destacada em cada figura?

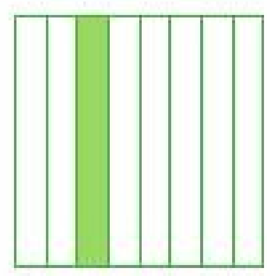


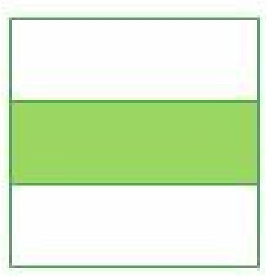
$\frac{4}{6}$

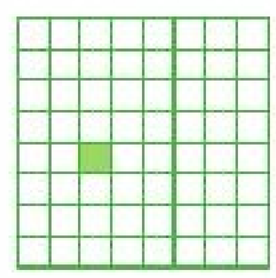
$\frac{1}{6}$

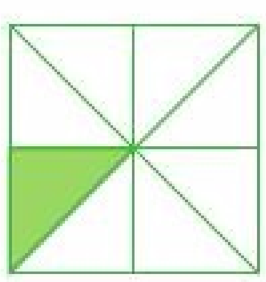
4. Considere cada figura como um inteiro e indique, respectivamente, uma fração que represente a parte colorida e outra que represente a parte não colorida:

a) 

d) 

b) 

e) 

c) 

a) $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$
b) $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$
c) $\frac{1}{8}$ e $\frac{7}{8}$
d) $\frac{1}{8}$ e $\frac{7}{8}$
e) $\frac{1}{64}$ e $\frac{63}{64}$

5. Na foto a seguir, vemos um grupo com 7 jovens. Se o dividirmos em 7 grupos com quantidades iguais, cada novo grupo terá 1 jovem.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Indique uma fração que represente:

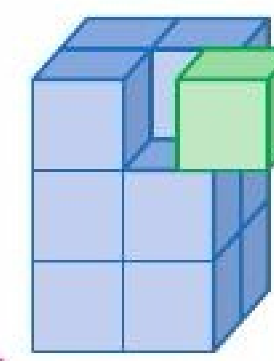
a) uma moça em relação ao grupo de jovens; $\frac{1}{7}$

b) um rapaz em relação ao grupo de jovens; $\frac{1}{7}$

c) o número de moças em relação ao grupo de jovens; $\frac{4}{7}$

d) o número de rapazes em relação ao grupo de jovens. $\frac{3}{7}$

6. Observe este paralelepípedo composto por vários cubos iguais.



a) Quantos cubos formam o paralelepípedo? 12 cubos.

b) Que fração pode representar o cubo destacado em verde? $\frac{1}{12}$

7. Copie no caderno a tabela seguinte e complete-a:

Escrita	$\frac{7}{9}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{17}{23}$				
Leitura					um terço	cinco sextos	dois milésimos	treze quinze avos

7) $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{1000}$; $\frac{13}{15}$; sete nonos; três oitavos; nove décimos; dezessete vinte e três avos.

Número racional: significados

Proponha situações-problema em que os alunos identifiquem números racionais em diferentes contextos (cotidianos e históricos) e percebam que os números naturais são insuficientes para resolver algumas delas, por exemplo, as que envolvem medidas e o quociente de uma divisão não exata. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

Para refletir e responder

Quatro irmãos, Maria, Pedro, João e Antônio, receberam de herança três grandes lotes de terra retangulares, todos iguais e que deveriam ser igualmente distribuídos.

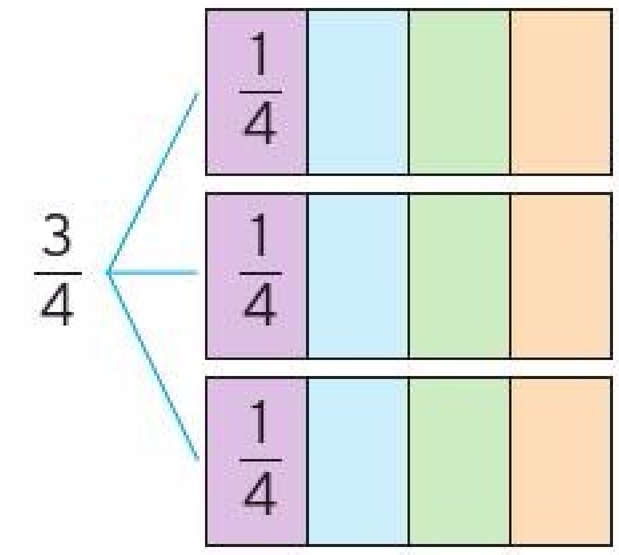
CÉLIA KOFUJI

- Como repartir igualmente essa herança entre os quatro?

A divisão entre dois números naturais nem sempre é exata.

Nessa situação, como são quatro herdeiros, uma solução é dividir cada lote em um número que seja múltiplo de 4: em 4 partes, ou em 8, ou em 12...

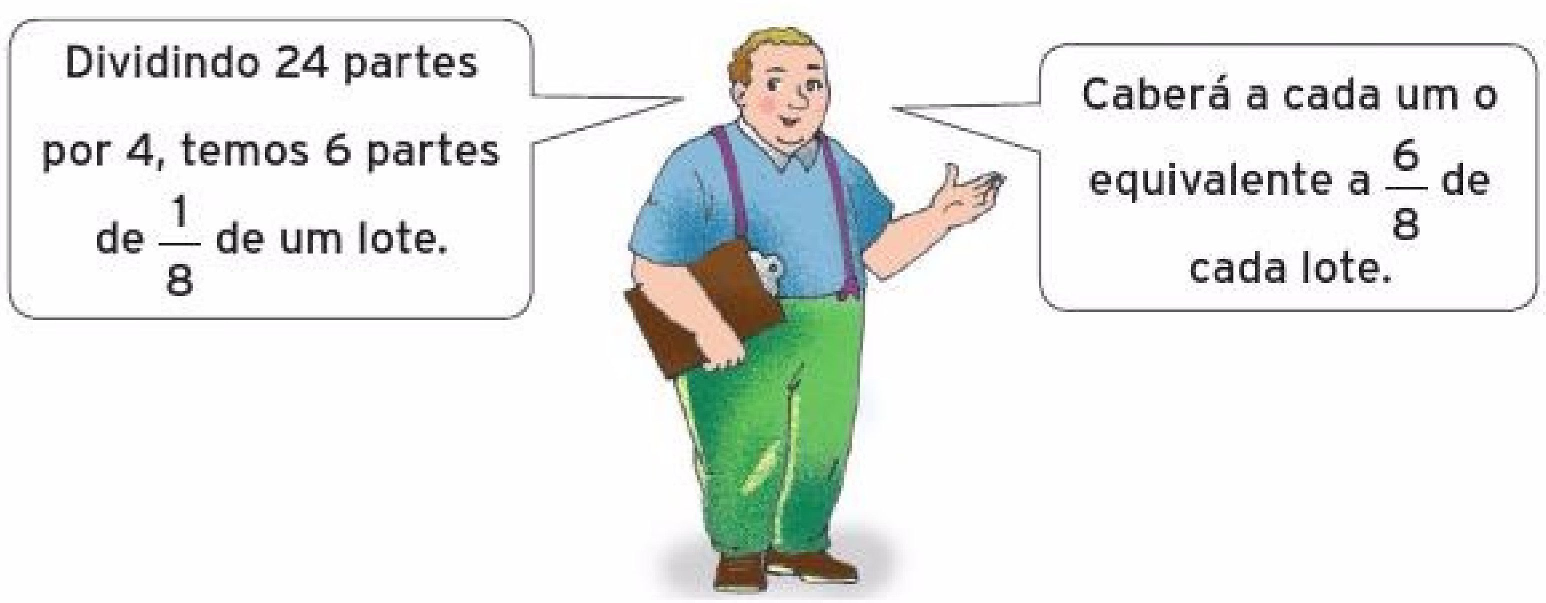
- Dividindo cada lote em 4 partes iguais, teremos ao todo 12 partes iguais.

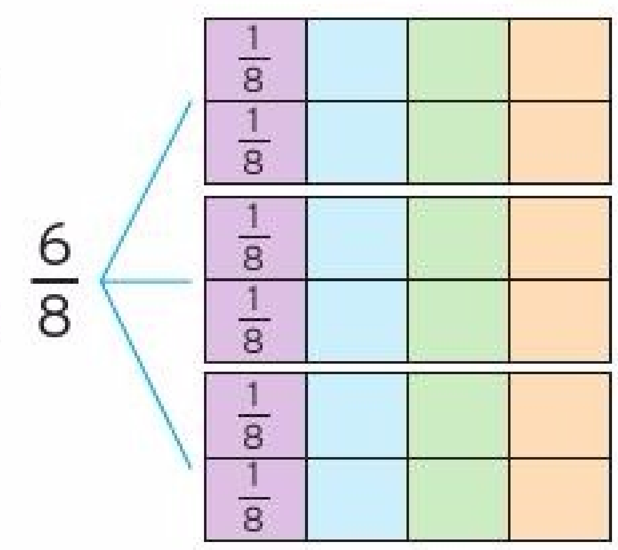


ILUSTRAÇÕES: CÉLIA KOFUJI

$\frac{3}{4}$ é o **quociente da divisão** de 3 por 4 ——— $3 : 4 = \frac{3}{4}$

- Dividindo cada lote em 8 partes iguais, teremos ao todo 24 partes iguais.





$\frac{6}{8}$ é o **quociente da divisão** de 6 por 8 ——— $6 : 8 = \frac{6}{8}$

- Dividindo cada lote em 12 partes iguais, teremos 36 partes iguais, e cada pessoa receberá o equivalente a $\frac{9}{12}$ de cada lote.

$\frac{9}{12}$ é o **quociente da divisão** de 9 por 12 ——— $9 : 12 = \frac{9}{12}$

As frações $\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, ...$ representam um único número, que chamamos de **número racional**, que é $\frac{3}{4}$.

Outros exemplos:

$\frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{15}, \frac{4}{20}, ...$ representam um único **número racional**, que é $\frac{1}{5}$.

$\frac{4}{9}, \frac{8}{18}, \frac{12}{27}, \frac{16}{36}, ...$ representam um único **número racional**, que é $\frac{4}{9}$.

Número racional é todo número que pode ser escrito na forma $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$.

$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ é o quociente da divisão de **a** por **b**, em que **a** e **b** são números naturais, e **b** deve ser diferente de zero.

$$\mathbf{a : b = \frac{a}{b}, \text{ com } b \neq 0}$$

O sinal $\neq$ representa **diferente de.**

Tipos de fração

Para refletir e responder

Observe a figura 1 e a figura 2:

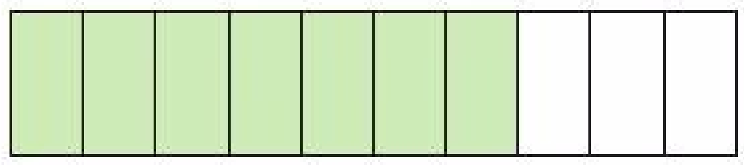


Figura 1

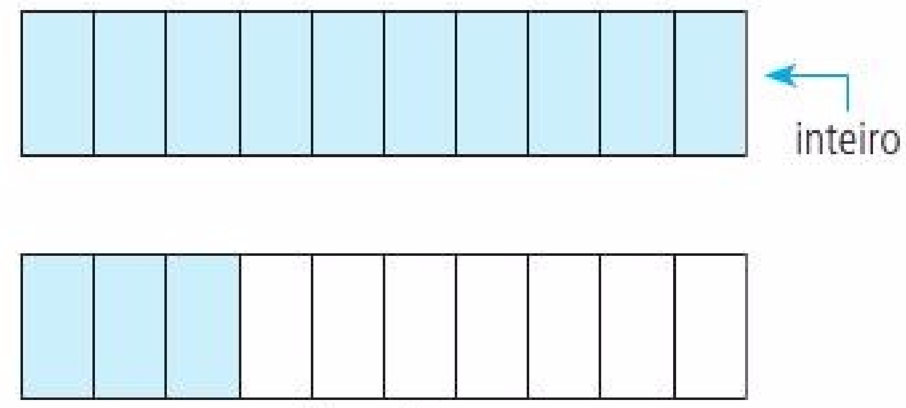


Figura 2

- Na figura 1, qual é a fração que representa a parte pintada de verde? E na figura 2, qual é a fração que representa a parte pintada de azul? $\frac{7}{10}$; $\frac{13}{10}$
- Faça uma comparação entre o numerador e o denominador de cada fração que você obteve, escrevendo qual é maior ou menor.

Resposta possível: Na fração correspondente à figura 1, o numerador é menor que o denominador e na que corresponde à figura 2, o numerador é maior que o denominador.

Na fração $\frac{7}{10}$, o numerador 7 é menor que o denominador 10. $\mathbf{\frac{7}{10}}$ é uma **fração própria**.

As **frações próprias** têm numerador **menor** que o denominador.

Na fração $\frac{13}{10}$, como 13 é maior que 10, $\mathbf{\frac{13}{10}}$ é uma **fração imprópria**.

Nas **frações impróprias**, o numerador é **maior ou igual** ao denominador.

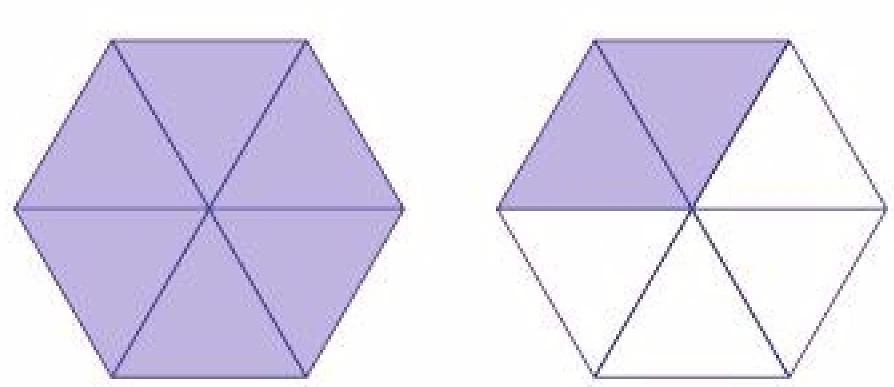
Existem frações em que o **numerador é múltiplo do denominador**. Frações desse tipo são chamadas **frações aparentes**. Exemplos:

$\frac{18}{3}$ —— É uma fração aparente igual a **6**, pois 18 é múltiplo de 3 e 18 : 3 = 6.

$\frac{43}{43}$ —— É uma fração aparente igual a **1**, pois 43 é múltiplo dele mesmo.

Note que frações aparentes representam números naturais.

Agora, observe estas figuras: cada região hexagonal representa um inteiro. As partes pintadas de lilás representam $\frac{8}{6}$ de uma figura.



Elas também podem ser representadas por $\mathbf{1\frac{2}{6}}$ (**um inteiro e dois sextos**). Essa forma é denominada **forma mista da fração** $\frac{8}{6}$.

Explore outras situações-problema em que os alunos trabalhem simultaneamente os números racionais com os vários significados, relação parte-todo, quociente entre dois números naturais com divisor diferente de zero e razão.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

8. Identifique as frações que representam o número racional $\frac{2}{3}$. a, b, e, f

a) $\frac{4}{6}$ c) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{54}{81}$

b) $\frac{10}{15}$ d) $\frac{1}{3}$ f) $\frac{200}{300}$

9. Que número racional é o quociente da divisão de 35 por 12? $\frac{35}{12}$ ou $2\frac{11}{12}$

10. A fração $\frac{90}{126}$ representa um número racional. Indique três frações que representem esse mesmo número racional, com numeradores: Respostas possíveis.

a) maiores que 90; $\frac{270}{378}, \frac{100}{140}, \frac{180}{252}$

b) menores que 90. $\frac{10}{14}, \frac{5}{7}, \frac{50}{70}$

11. Uma torta foi toda dividida igualmente entre 16 pessoas. Represente por um número racional a parte da torta que coube a cada uma. $\frac{1}{16}$

12. Identifique neste quadro as frações próprias, impróprias e aparentes.

$\frac{13}{12}, \frac{13}{100}, \frac{16}{12}, \frac{36}{12}, \frac{18}{1}, \frac{1}{18}, \frac{42}{43}, \frac{27}{27}$

13. Escreva três frações próprias de denominador 12.

14. Escreva três frações impróprias usando, em cada caso, duas figuras.

15. Identifique neste quadro apenas as frações que representam números naturais. $\frac{8}{2}, \frac{16}{4}, \frac{28}{4}, \frac{27}{9}, \frac{30}{5}$

$\frac{8}{2}, \frac{15}{4}, \frac{6}{5}, \frac{16}{4}, \frac{28}{4}, \frac{27}{9}, \frac{30}{5}$

16. Escreva o número natural 5 na forma de fração aparente de denominador 5. $\frac{25}{5}$

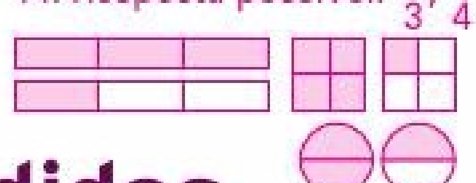
17. Dê três representações diferentes do número natural **1**. Resposta possível: $\frac{4}{4}, \frac{10}{10}, \frac{100}{100}$

18. Represente a parte pintada desta figura, usando fração imprópria e a sua forma mista:

$\frac{21}{9} = 2\frac{3}{9}$

13. Resposta possível: $\frac{9}{12}, \frac{5}{12}, \frac{11}{12}$

14. Resposta possível: $\frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}$



12. Próprias: $\frac{13}{100}, \frac{1}{18}, \frac{42}{43}$. Impróprias: $\frac{13}{12}, \frac{16}{12}, \frac{36}{12}, \frac{27}{27}$. Aparentes: $\frac{36}{12}, \frac{18}{1}, \frac{27}{27}$.

Frações e medidas

Em algumas situações relacionamos frações e medidas. Exemplos:

- O tempo de duração de 1 dia corresponde a 24 horas. Portanto, 1 hora pode ser representada pela fração $\frac{1}{24}$ e 1 hora é $\frac{1}{24}$ de dia.
- Um ano possui 12 meses. A duração de um ano pode ser representada pela fração $\frac{12}{12}$ e 1 mês é $\frac{1}{12}$ de ano.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

19. Qual é a fração de ano que representa:

a) 8 meses? $\frac{8}{12}$ c) um semestre? $\frac{6}{12}$

b) um bimestre? $\frac{2}{12}$

20. Copie as frases a seguir em seu caderno, substituindo o ■ por uma fração:

a) Cinco minutos correspondem a ■ da hora. $\frac{5}{60}$

b) Dez minutos correspondem a ■ da hora. $\frac{10}{60}$

c) Vinte minutos correspondem a ■ da hora. $\frac{20}{60}$

d) Trinta minutos correspondem a ■ da hora. $\frac{30}{60}$

21. Se uma hora tem 60 minutos, quantos minutos têm:

a) $\frac{1}{2}$ hora? 30 minutos.

b) $\frac{1}{4}$ de hora? 15 minutos.

c) $\frac{3}{4}$ de hora? 45 minutos.

d) $\frac{2}{3}$ de hora? 40 minutos.

22. Indique uma fração que represente cada situação a seguir.

a) 4 dias de uma semana. $\frac{4}{7}$ da semana.

b) 9 meses de um ano. $\frac{9}{12}$ do ano.

c) 10 dias do mês de abril. $\frac{10}{30}$ do mês.

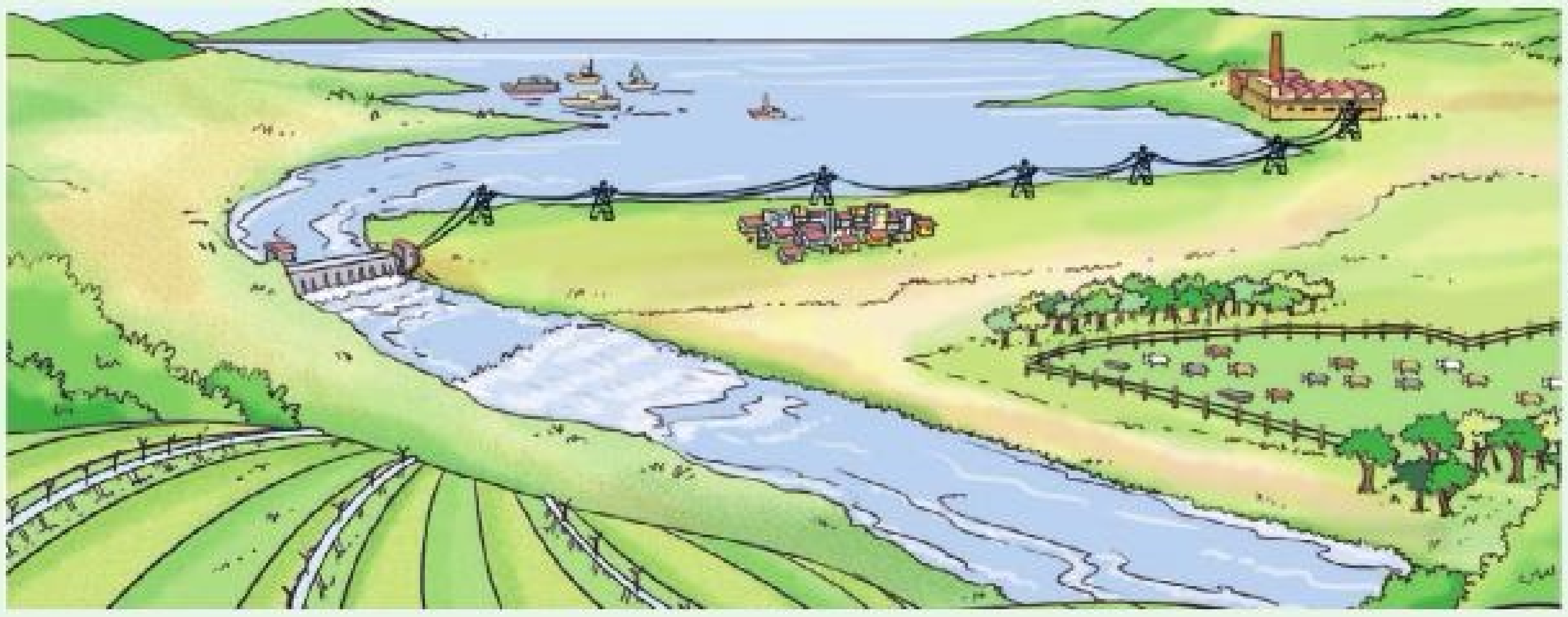
Investigue e explique

Este tema propicia a formulação de relevantes questões relativas ao consumo de água. Incentive a reflexão e discussão em torno delas.

Conserte vazamentos e economize água

A água pode ser utilizada de diversas maneiras. Como é uma substância indispensável para a vida, seus usos principais são para o consumo humano e a dessedentação (ação de matar a sede) de animais, considerados prioritários pela lei brasileira.

Observe alguns usos da água ilustrados abaixo e, em seguida, leia o texto destacado.


HAGAQUEZART ESTÚDIO

Os usos que consomem a água são chamados usos consuntivos, ou seja, são os que reduzem o volume da água de rios, lagos e de água subterrânea. [...]

Há também os usos que não consomem diretamente a água. Estes são chamados usos não consuntivos. [...]

Um grave problema no Brasil é a grande perda de água na rede, da ordem de 40%, causada pela falta de manutenção das tubulações e pela prática criminosa de roubo de água da rede [...]. Isto gera desperdício e compromete a qualidade da água que chega ao consumidor. [...]

Fonte: Manual de gerenciamento para controladores de consumo de água. p. 33-34. Diponível em: <http://site.sabesp.com.br/uploads/file/asabesp_doctos/Manual%20do%20controlador.pdf>. Acesso em: 11 dez. 2014.

Em nossas residências, podemos estar desperdiçando água sem notar. Para se ter uma ideia desse desperdício, uma torneira mal fechada, que perde água por um filete de 2 mm, perde cerca de 950 litros de água por semana.

- Analise as cenas que aparecem acima. Nas atividades destacadas, quais você considera que sejam usos consuntivos? E quais os usos não consuntivos? Respostas possíveis: São usos consuntivos o abastecimento humano, a dessedentação de animais, a irrigação e o uso industrial. São usos não consuntivos: os usos para lazer, navegação e geração de energia.
- No exemplo da torneira mal fechada, citado no último paragráfo do texto acima, quantos litros de água serão desperdiçados em $\frac{1}{5}$ de semana? Cerca de 190 litros.

- Quantos litros de água serão desperdiçados em $\frac{3}{5}$ de semana? Cerca de 570 litros.
- Caso se perceba o vazamento e o conserto seja feito após $\frac{1}{2}$ da semana do seu início, quantos litros de água deixarão de ser desperdiçados na outra metade da semana? Cerca de 475 litros.
- Qual seria a sua atitude diante de um vazamento de água?
  Resposta possível: Comunicar a um responsável ou fazer o conserto.
- Investigue junto a seus colegas em que situações do seu dia a dia se pode economizar água.
  Respostas possíveis: Tomar banhos rápidos, usar a água em um copo para enxaguar a boca quando escovar os dentes.

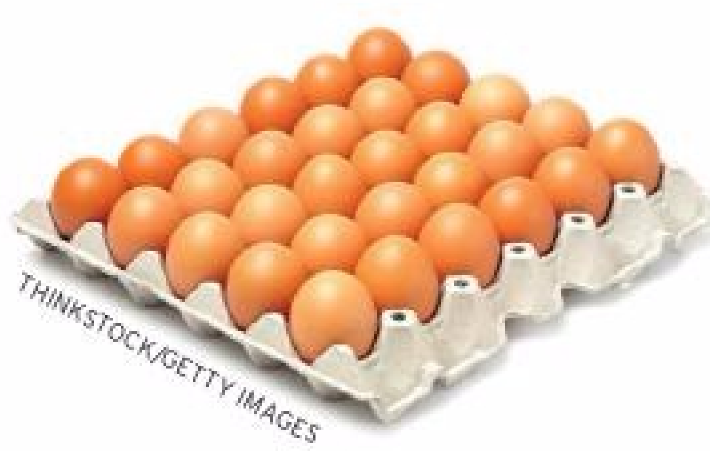
Incentive os alunos a usarem figuras geométricas para traduzir as informações dadas no problema e perceber que a visualização poderá facilitar sua leitura, compreensão e resolução. Nos problemas que envolvem frações, a figura escolhida representará o todo-referência. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

Frações e problemas

No dia a dia, usamos frações em várias situações que envolvem cálculos, representações de partes de um inteiro e também em resolução de problemas.

Para refletir e responder

Observe a caixa de ovos e leia o que Joana diz.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Para fazer um bolo de casamento, preciso de $\frac{3}{5}$ dos ovos que estão nesta bandeja.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

- Quantos ovos Joana usará para fazer o bolo?
  18 ovos.

Nesse problema, o todo-referência ou inteiro são os 30 ovos da bandeja.

Com essa informação:

Primeiro calculamos $\frac{1}{5}$ de 30 ovos e, em seguida, $\frac{3}{5}$ de 30 ovos.

$\frac{1}{5}$ de 30 é o mesmo que $30 : 5 = 6$ —— $\frac{1}{5}$ de 30 é igual a 6.

$\frac{3}{5}$ de 30 correspondem a 3 grupos de $\frac{1}{5}$ —— $\frac{3}{5}$ de 30 é igual a $3 \times 6 = 18$.

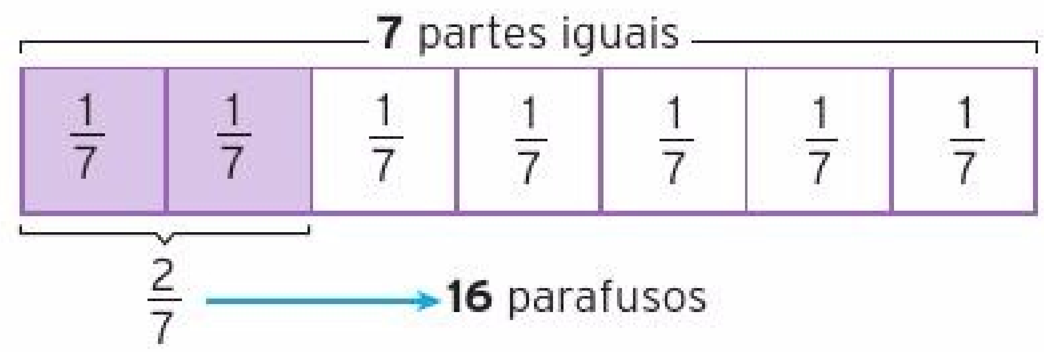
Joana usará 18 ovos.

Outro exemplo:

Dois sétimos dos parafusos que estão em uma caixa correspondem a 16 parafusos. Quantos parafusos há nessa caixa?

HAGAQUEZART ESTÚDIO

Podemos representar o total de parafusos pela figura a seguir:



16 parafusos —— $\mathbf{\frac{2}{7}}$ do total de parafusos.

16 parafusos : 2 = 8 parafusos —— $\frac{1}{7}$ corresponde a 8 parafusos.

A caixa toda —— **7** partes iguais a $\mathbf{\frac{1}{7}}$ ou $\mathbf{\frac{7}{7}}$.

7×8 parafusos = 56 parafusos.

Portanto, a caixa contém 56 parafusos.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

23. Em um ônibus de 45 assentos, $\frac{1}{9}$ deles é reservado, preferencialmente, a idosos, gestantes ou pessoas com deficiência. Quantos são os assentos preferenciais? 5 assentos.

24. Em uma academia onde estão matriculadas 385 pessoas, $\frac{3}{5}$ delas são homens. Quantas são as mulheres? 154 mulheres.

25. Uma indústria automobilística produziu 1 820 carros no mês de agosto. Em setembro, produziu apenas $\frac{3}{4}$ dessa quantidade. Quantos carros foram produzidos em setembro? 1 365 carros.

26. Uma pesquisa revelou que 2 450 pessoas, correspondentes a $\frac{5}{8}$ do total de indivíduos entrevistados, usam redes sociais. Quantas pessoas foram entrevistadas? 3 920 pessoas.

27. Um tabuleiro de xadrez é dividido em 64 quadrados de mesmo tamanho.

a) Quantos quadrados correspondem a $\frac{3}{16}$ desse tabuleiro? 12 quadrados.

b) Qual é a fração que representa 16 quadrados desse tabuleiro? $\frac{16}{64}$ ou $\frac{1}{4}$.

28. De seu salário de R$ 2 500,00, Pedro reserva $\frac{1}{10}$ para o aluguel de seu apartamento e $\frac{6}{10}$ para a alimentação. O resto divide igualmente para as despesas com transporte, vestuário e lazer. Quanto Pedro reserva para o vestuário? R$ 250,00.

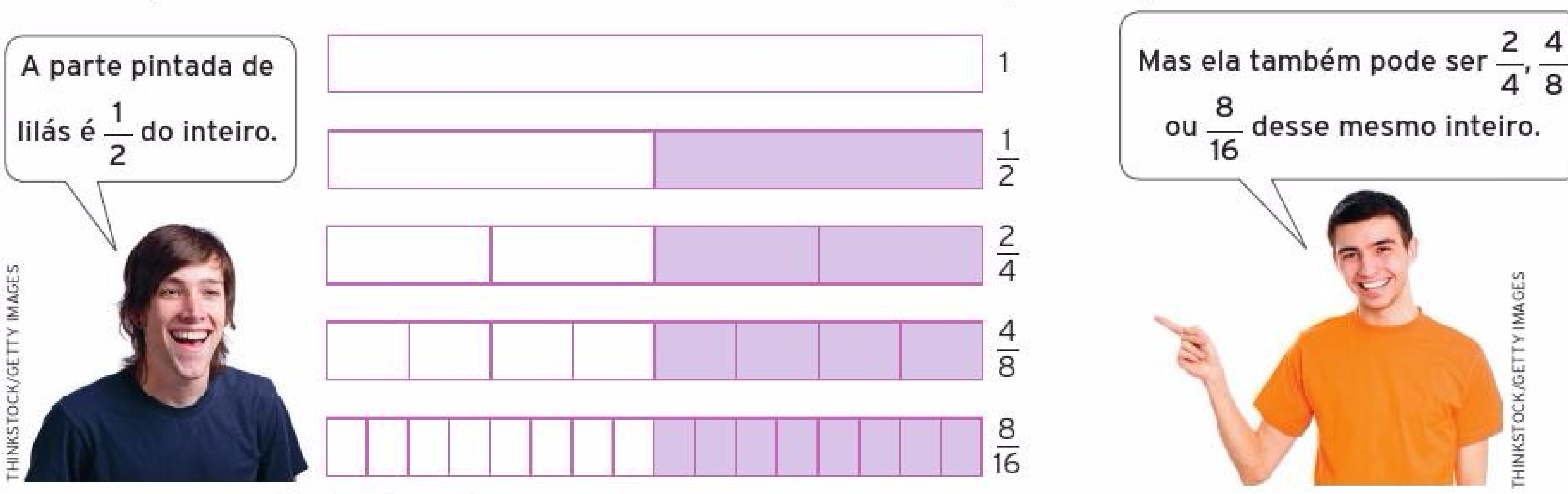
29. Num tanque, 35 litros equivalem a $\frac{7}{8}$ de sua capacidade. Qual é a capacidade desse tanque? 40 litros.

2 Equivalência e simplificação de frações

Frações equivalentes

Existem frações que têm numeradores e denominadores diferentes, mas que podem representar a mesma parte de um mesmo inteiro. Vamos ver como isso acontece?

Observe o desenho a seguir, no qual as tiras retangulares são todas iguais: a primeira delas representa o inteiro, e as demais estão divididas em partes iguais.



As frações $\mathbf{\frac{1}{2}}$, $\mathbf{\frac{2}{4}}$, $\mathbf{\frac{4}{8}}$ e $\mathbf{\frac{8}{16}}$ representam a **mesma parte** da tira retangular, que é **o inteiro**. Dizemos que elas são **frações equivalentes**, mas é comum dizer que são **frações "iguais"**, e escrevemos:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$$

Além dessas, existem outras frações equivalentes a $\frac{1}{2}$:

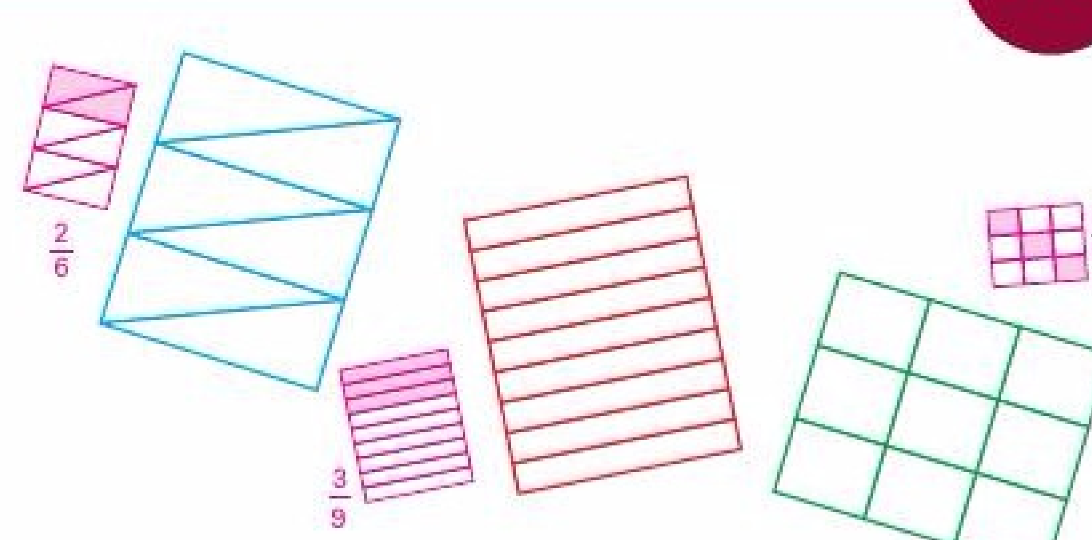
$$\frac{1}{2} = \frac{16}{32} = \frac{50}{100} = \frac{100}{200} = \frac{460}{920} \ldots$$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

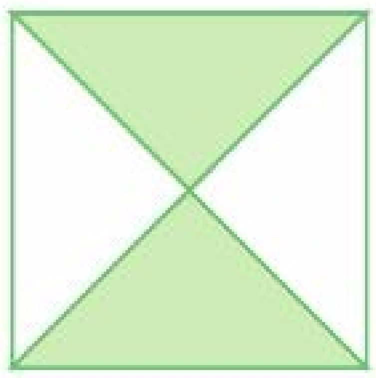
30. Copie estas figuras no caderno. Pinte em cada uma a parte equivalente a $\frac{1}{3}$ da figura e escreva a fração equivalente que corresponde à parte que foi pintada.

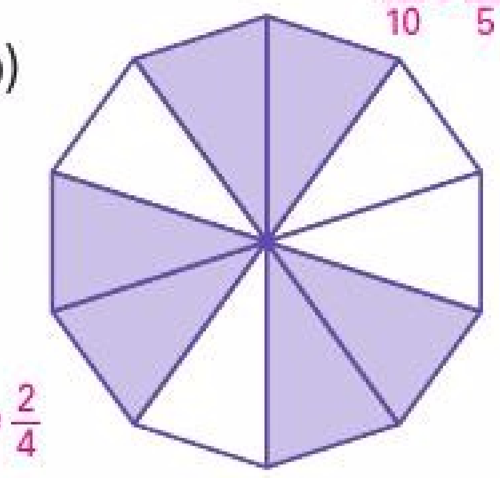
Respostas possíveis.



31. Escreva duas frações para representar a parte pintada de cada uma destas figuras:

Respostas possíveis:

a)  $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$

b)  $\frac{6}{10}$ e $\frac{3}{5}$

32. Resolva estas questões, considerando que o inteiro é um grupo formado por 360 pessoas. Calcule o número de pessoas correspondente a:

a) $\frac{1}{6}$ 60 pessoas.

b) $\frac{2}{12}$ 60 pessoas.

c) $\frac{1}{4}$ 90 pessoas.

d) $\frac{3}{18}$ 60 pessoas.

e) $\frac{5}{30}$ 60 pessoas.

f) $\frac{5}{6}$ 300 pessoas.

- Existe uma resposta comum a quatro dessas questões. Que resposta é essa? 60 pessoas.
- Quais foram as frações usadas nessas questões? $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{18}$ e $\frac{5}{30}$
- O que se pode dizer sobre as frações encontradas no item anterior? São equivalentes.

33. Da quantia que tinha, Fábio deu $\frac{1}{5}$ ao irmão e $\frac{4}{20}$ à sobrinha. Compare as quantias do irmão e da sobrinha de Fábio e anote quem ganhou a quantia maior. Os dois ganharam a mesma quantia.

34. Em $\frac{2}{3}$ do tanque de um carro cabem 32 litros de álcool. Quantos litros de álcool cabem em $\frac{16}{24}$ desse tanque? 32 litros.

35. Qual é a fração de denominador 100 equivalente a $\frac{19}{25}$? $\frac{76}{100}$

36. As letras A, B, C, D e E representam números naturais. Quais são esses números?

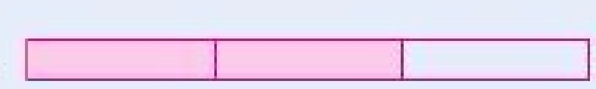
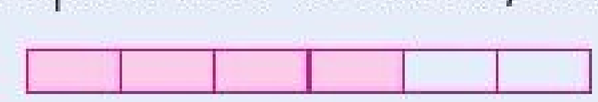
$$\frac{3}{5} = \frac{A}{10} = \frac{B}{25} = \frac{18}{C} = \frac{30}{D} = \frac{E}{500}$$

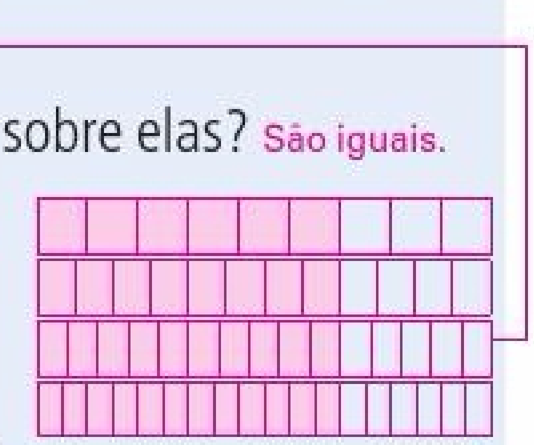
A = 6, B = 15, C = 30, D = 50, E = 300

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a dois colegas para realizar a atividade seguinte:

Providenciem uma folha de papel branco e recortem sete tiras com as medidas indicadas abaixo. Uma delas não será dobrada e irá representar o inteiro.

- Dobrem cuidadosamente uma das tiras em três partes iguais. Vinquem bem as dobras, abram a tira, escolham uma cor e pintem uma parte correspondente a $\frac{2}{3}$. 
- Dobrem cuidadosamente outra tira em seis partes iguais. Vinquem bem as dobras, abram a tira, escolham uma cor e pintem uma parte correspondente a $\frac{4}{6}$. 
- Dobrem as outras tiras, uma a uma, dividindo-as em 9, 12, 15 e 18 partes iguais. Pintem parte dessas tiras de modo que essa parte represente frações equivalentes a $\frac{2}{3}$.
- Coloquem tira sobre tira e comparem as partes pintadas. O que se pode dizer sobre elas? São iguais.
- Quais frações representam a parte pintada em cada tira? $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{18}$.
- Deem suas respostas usando o sinal de igual. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18}$.
- Escrevam uma fração equivalente a $\frac{2}{3}$ que não apareceu nessas dobraduras. Resposta possível: $\frac{200}{300}$.
- As frações $\frac{12}{18}$ e $\frac{1}{3}$ são equivalentes? Não.



Certifique-se de que os alunos já compreenderam e construíram o conceito de equivalência. Dê destaque a essa propriedade, pois ela fundamenta todo o trabalho com simplificação e comparação de frações, operações e resolução de problemas que envolvem frações e, mais adiante, números racionais.

Propriedade fundamental das frações

Observe alguns cálculos feitos com as frações equivalentes $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{8}$:

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8} \qquad \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} \qquad \frac{4 : 4}{8 : 4} = \frac{1}{2}$$

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Multiplicando ou dividindo os termos de uma fração por um mesmo número, diferente de zero, obtemos outra fração equivalente a ela. Essa é a **propriedade fundamental das frações**.

Veja outros exemplos:

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{25} \quad (\times 5) \qquad \frac{12}{16} = \frac{24}{32} \quad (\times 2) \qquad \frac{20}{40} = \frac{2}{4} \quad (: 10) \qquad \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad (: 25)$$

Simplificação de frações

Os termos da fração $\frac{18}{90}$ têm divisores comuns, e um deles é 3.

Dividindo esses termos por 3, a fração equivalente a $\frac{18}{90}$ que se obtém é $\frac{6}{30}$.

$\frac{6}{30}$ é uma fração simplificada de $\frac{18}{90}$, porém existe outra cujos termos não têm divisores comuns, diferentes de 1.

Obtemos essa fração eliminando os divisores comuns de 18 e 90 por meio da propriedade fundamental das frações. Isso pode ser feito de dois modos:

1º modo

Dividindo sucessivamente os termos da fração pelos divisores comuns a eles.

3 é um divisor comum de **18** e **90**.

$$\frac{18}{90} \overset{:3}{=} \frac{6}{30} \overset{:6}{=} \frac{1}{5}$$

6 é um divisor comum de **6** e **30**.

As frações $\frac{6}{30}$ e $\frac{1}{5}$ são equivalentes a $\frac{18}{90}$ e têm numerador e denominador menores que os da fração $\frac{18}{90}$.

2º modo

Escrevemos a fatoração completa dos dois termos da fração e cancelamos os fatores comuns.

$$\frac{18}{90} = \frac{2 \times 3 \times 3}{2 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{\cancelto{1}{2} \times \cancelto{1}{3} \times \cancelto{1}{3}}{\cancelto{1}{2} \times \cancelto{1}{3} \times \cancelto{1}{3} \times 5} = \frac{1 \times 1 \times 1}{1 \times 1 \times 1 \times 5} = \frac{1}{5}$$

$\frac{18}{90} = \frac{1}{5}$ —— $\frac{1}{5}$ é uma **fração irredutível**.

O processo que envolve a divisão dos termos de uma fração por um mesmo número, diferente de zero, é chamado de **simplificação da fração**.

A fração $\frac{1}{5}$ é uma **fração simplificada**, **irredutível** e equivalente a $\frac{18}{90}$. Em $\frac{1}{5}$ o numerador e o denominador têm apenas o número **1** como divisor comum.

Explore outras situações para que os alunos possam comparar os processos de simplificação de uma fração e optar por um ou outro, ou até mesmo usar os dois. Veja a atividade 42.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

37. Para cada item escreva uma fração que seja:

Respostas possíveis:

a) equivalente a $\frac{6}{7}$. $\frac{18}{21}$

b) equivalente a $\frac{5}{8}$ com denominador 24. $\frac{15}{24}$

c) equivalente a $\frac{32}{100}$ com numerador 8. $\frac{8}{25}$

38. Em $\frac{4}{5}$ de uma caixa cabem 800 litros de água. Quantos litros de água cabem em $\frac{24}{30}$ dessa caixa? 800 litros.

39. Copie cada igualdade, substituindo o ■ por um número que a torne verdadeira:

a) $\frac{■}{10} = \frac{36}{40}$ Resposta possível: 9

b) $\frac{5}{15} = \frac{■}{75}$ Resposta possível: 25

c) $\frac{3}{8} = \frac{■}{■}$ Resposta possível: $\frac{12}{32}$

d) $\frac{4}{12} = \frac{■}{■}$ Resposta possível: $\frac{20}{60}$

e) $\frac{5}{7} = \frac{■}{■}$ Resposta possível: $\frac{10}{14}$

f) $\frac{15}{16} = \frac{■}{■}$ Resposta possível: $\frac{30}{32}$

40. Uma fração é equivalente a $\frac{2}{7}$, e seu numerador é 8. Que fração é essa? $\frac{8}{28}$

41. Qual é a fração equivalente a $\frac{3}{4}$ cujos termos somam 56? $\frac{24}{32}$

42. Para cada uma destas frações, existe uma fração equivalente e irredutível. Qual é essa fração? Registre no caderno.

a) $\frac{7}{14}$ $\frac{1}{2}$

b) $\frac{60}{120}$ $\frac{1}{2}$

c) $\frac{330}{450}$ $\frac{11}{15}$

d) $\frac{48}{108}$ $\frac{4}{9}$

e) $\frac{18}{90}$ $\frac{1}{5}$

f) $\frac{3}{252}$ $\frac{1}{84}$

g) $\frac{21}{36}$ $\frac{7}{12}$

h) $\frac{75}{125}$ $\frac{3}{5}$

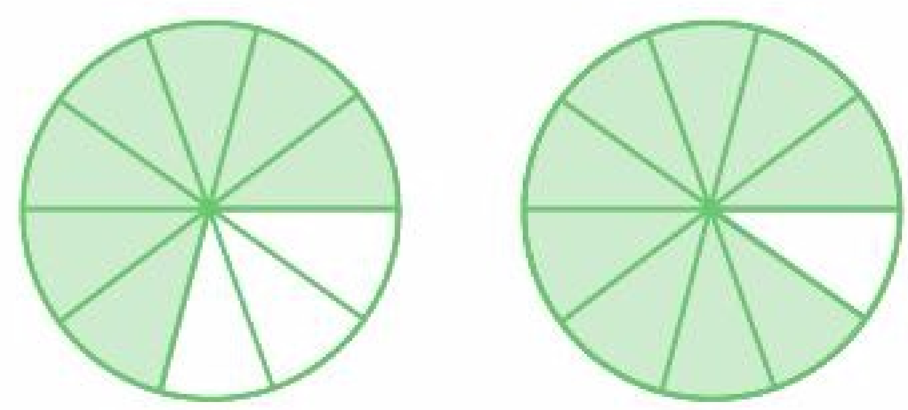
43. Escreva uma fração equivalente a $\frac{9}{25}$ cujo denominador seja uma potência de 10. Resposta possível: $\frac{36}{100}$

3 Mais sobre frações

Comparação de frações

Para refletir e responder

As figuras abaixo são iguais. Cada uma delas foi dividida em 10 partes também iguais.



A B

- Que fração representa a parte colorida de cada figura? Qual dessas frações é a menor? $\frac{7}{10}$

A: $\frac{7}{10}$; B: $\frac{9}{10}$

Como as frações $\frac{7}{10}$ e $\frac{9}{10}$ têm denominadores iguais, comparamos os numeradores 7 e 9.

$$7 < 9, \text{ logo } \frac{7}{10} < \frac{9}{10}$$

Veja agora como comparar as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$, que têm denominadores diferentes.

Primeiro, calculamos **frações equivalentes** a $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$ com **denominadores iguais** e fazemos a comparação. Um denominador comum às frações poderá ser qualquer **múltiplo comum a 4 e 3**, diferente de zero: 12, 24, 36, 48, 60, ...

Vamos escolher, por exemplo, **36** para o denominador comum:

INGRAM PUBLISHING/OTHER IMAGES

Calculamos os novos numeradores.

$$\frac{3}{4} = \frac{?}{36} \quad (:9) \quad \text{———} \quad \frac{3}{4} \underset{\times 9}{\overset{\times 9}{=}} \frac{27}{36}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{?}{36} \quad (:12) \quad \text{———} \quad \frac{2}{3} \underset{\times 12}{\overset{\times 12}{=}} \frac{24}{36}$$

Agora, comparamos as frações $\frac{27}{36}$ e $\frac{24}{36}$. Como $27 > 24$:

$$\frac{27}{36} > \frac{24}{36} \quad \text{———} \quad \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

Vamos repetir o procedimento, escolhendo como denominador comum o mínimo múltiplo comum dos denominadores. No caso das frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$, m.m.c. (3, 4) = 12.

Na prática, podemos obter a fração equivalente a $\frac{3}{4}$, de denominador 12, dividindo 12 por 4, que é o denominador de $\frac{3}{4}$, e multiplicando o resultado por 3, que é o numerador de $\frac{3}{4}$.

$$\frac{3}{4} = \frac{\overset{12 \div 4}{3} \times 3}{12} = \frac{9}{12}$$

Do mesmo modo, calculamos a fração equivalente a $\frac{2}{3}$ de denominador 12.

$$\frac{2}{3} = \frac{\overset{12 \div 3}{4} \times 2}{12} = \frac{8}{12}$$

Depois, comparamos as frações $\frac{9}{12}$ e $\frac{8}{12}$. Como $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$, então $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$.

> Nesse procedimento, se o denominador for o **mínimo múltiplo comum** dos denominadores das frações, dizemos que elas **foram reduzidas ao menor denominador comum**.

Outro exemplo.

Veja como comparar as seguintes frações:

$$\frac{3}{4} \qquad \frac{1}{2} \qquad \frac{2}{5}$$

m.m.c. (2, 4, 5) = 20

$$\frac{3}{4} = \frac{\overset{20 \div 4}{5} \times 3}{20} = \frac{15}{20} \quad \Bigg| \quad \frac{1}{2} = \frac{\overset{20 \div 2}{10} \times 1}{20} = \frac{10}{20} \quad \Bigg| \quad \frac{2}{5} = \frac{\overset{20 \div 5}{4} \times 2}{20} = \frac{8}{20}$$

As frações $\frac{15}{20}$, $\frac{10}{20}$ e $\frac{8}{20}$ têm denominadores iguais e são equivalentes, respectivamente, às frações $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{5}$. Assim, comparando os numeradores, temos:

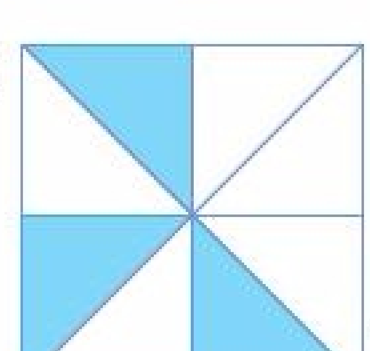
$$\frac{8}{20} < \frac{10}{20} < \frac{15}{20}, \text{ ou seja, } \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{3}{4}.$$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

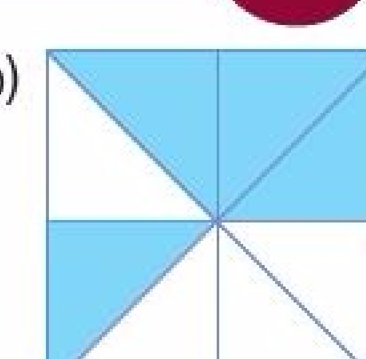
44. Escreva no caderno uma fração para representar a região colorida de azul de cada uma das figuras. Em seguida, coloque em ordem crescente as frações que você escreveu. $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$

a)



$\frac{3}{8}$

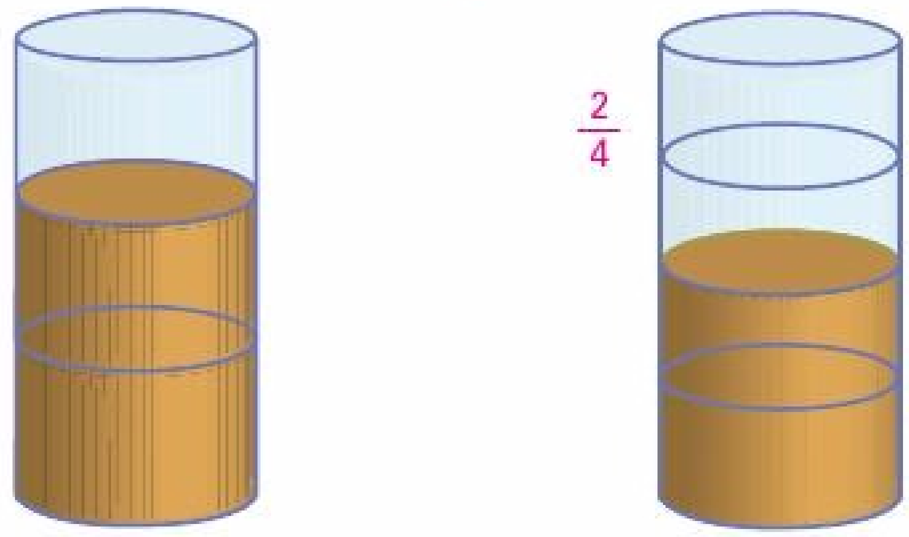
b)



$\frac{4}{8}$

45. Escreva uma fração para representar a quantidade de líquido em cada um dos recipientes. Qual é a fração maior? $\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{4}$



BIS

46. Observe as frações que estão nestes quadros:

$\boxed{\frac{7}{12}}$ $\boxed{\frac{5}{8}}$

a) Quais são os denominadores dessas frações? 8 e 12.

b) Identifique três múltiplos comuns aos denominadores dessas frações, mas que sejam diferentes de zero. Resposta possível: 48, 96 e 240.

c) Escolha um dos múltiplos comuns encontrados no item anterior como denominador comum e reduza as frações a esse denominador. Resposta pessoal.

47. Copie as sentenças, substituindo o ■ pelo símbolo $<$ ou $>$, de modo que elas sejam verdadeiras.

a) $\frac{8}{10}$ ■ $\frac{5}{10}$ $>$

b) $\frac{179}{1\,000}$ ■ $\frac{353}{1\,000}$ $<$

48. Compare estas frações e coloque-as em ordem crescente, usando o símbolo $<$.

a) $\frac{1}{3}, \frac{3}{8}$ e $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{5}{6}$

b) $\frac{7}{2}, \frac{2}{5}$ e $\frac{4}{3}$ $\frac{2}{5} < \frac{4}{3} < \frac{7}{2}$

c) $\frac{3}{5}, \frac{7}{15}$ e $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9} < \frac{7}{15} < \frac{3}{5}$

49. Maria e Lúcia estudam na mesma classe. De uma lista de problemas que o professor de Matemática propôs à turma, Maria já resolveu $\frac{3}{4}$ e Lúcia, $\frac{5}{6}$. Quem já resolveu mais problemas? Lúcia resolveu mais problemas que Maria.

50. Em um ônibus, $\frac{23}{40}$ do total de assentos estão ocupados. Nesse ônibus há mais assentos ocupados ou desocupados? Assentos ocupados.

51. Pedro e Ana ganharam de seus pais a mesma quantia. Pedro gastou três quartos do que recebeu e Ana, dois terços. Qual dos dois gastou mais? Pedro.

52. Em uma eleição, o candidato A recebeu $\frac{33}{100}$ de todos os votos. O candidato B recebeu $\frac{11}{20}$ de todos os votos. Que fração corresponde ao maior número de votos? $\frac{11}{20}$

53. Da arrecadação mensal da Associação de Pais e Mestres de uma escola, $\frac{5}{12}$ são gastos com o pagamento de funcionários e $\frac{7}{15}$ com a compra de material de limpeza. Qual das duas despesas é maior? Compra de material de limpeza.

54. De um conjunto de músicos, $\frac{5}{16}$ tocam instrumentos de corda, $\frac{3}{8}$ instrumentos de sopro e $\frac{1}{4}$ instrumentos de percussão. Qual é o grupo que tem mais músicos? Grupo de instrumentos de sopro.

Troquem ideias e resolvam

No morro das Andorinhas existem três prédios, de nomes Pau-Brasil, Jacarandá e Ipê. Eles têm alturas diferentes: Pau-Brasil é o mais alto, Jacarandá tem $\frac{11}{15}$ da altura do Pau-Brasil e Ipê, $\frac{13}{20}$ da altura do Pau-Brasil.

- Entre Jacarandá e Ipê, qual é mais alto? Jacarandá.

HAGAQUEZART ESTÚDIO

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

55. Que fração do ano representa:

a) os meses com 30 dias? $\frac{4}{12}$

b) os meses com menos que 30 dias? $\frac{1}{12}$

c) os meses com mais que 30 dias? $\frac{7}{12}$

56. Nas sentenças seguintes # representa o numerador da fração. Determine esses numeradores de modo que as sentenças sejam verdadeiras.

a) $\frac{\#}{8} < \frac{7}{8}$ e $\frac{6}{8} > \frac{\#}{8}$ 1, 2, 3, 4 ou 5

b) $\frac{\#}{12} > \frac{7}{12}$ e $\frac{\#}{12} < \frac{11}{12}$ 8, 9 ou 10

57. Joana e Antonia compraram duas geladeiras iguais na mesma loja. Joana deu de entrada $\frac{2}{5}$ do preço total da geladeira, e Antonia, $\frac{3}{8}$. Qual das duas deu a entrada maior? Joana.

58. Os $\frac{7}{9}$ da quantidade de peças produzidas pela máquina A são iguais a $\frac{4}{5}$ da quantidade de peças produzidas pela máquina B, no mesmo intervalo de tempo. Se a máquina B produz 280 peças, quantas peças produz a máquina A? 288 peças.

59. O carro A percorreu um trecho de uma estrada em $\frac{2}{5}$ de hora. O carro B percorreu o mesmo trecho em $\frac{5}{8}$ de hora. Qual deles foi mais rápido nesse trecho? O carro A.

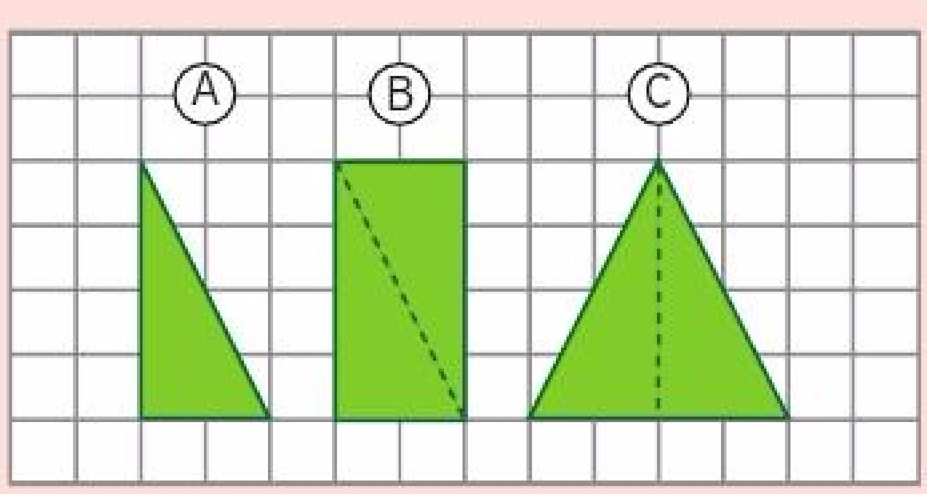
Desafio

Explore outras situações de integração do conceito de frações com figuras geométricas, utilizando malha quadriculada, como nesta seção **Desafio**. E lembre-se: por meio dessas atividades estamos também construindo o conceito de área.

FAÇA NO CADERNO

Compondo inteiros com figuras geométricas

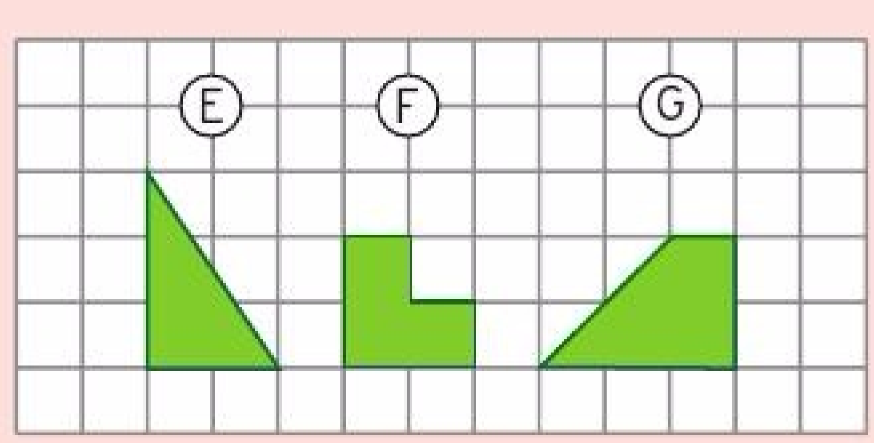
Nas figuras abaixo, o triângulo Ⓐ foi usado para compor as figuras Ⓑ e Ⓒ, de modo que ele possa ser representado pela fração $\frac{1}{2}$ em relação a elas.

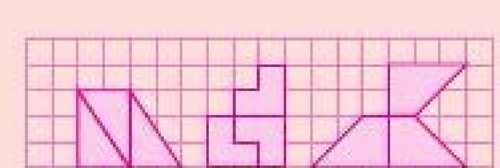


Ⓐ é $\frac{1}{2}$ de Ⓑ

Ⓐ é $\frac{1}{2}$ de Ⓒ

- Observe agora as figuras Ⓔ, Ⓕ e Ⓖ.





Respostas possíveis.

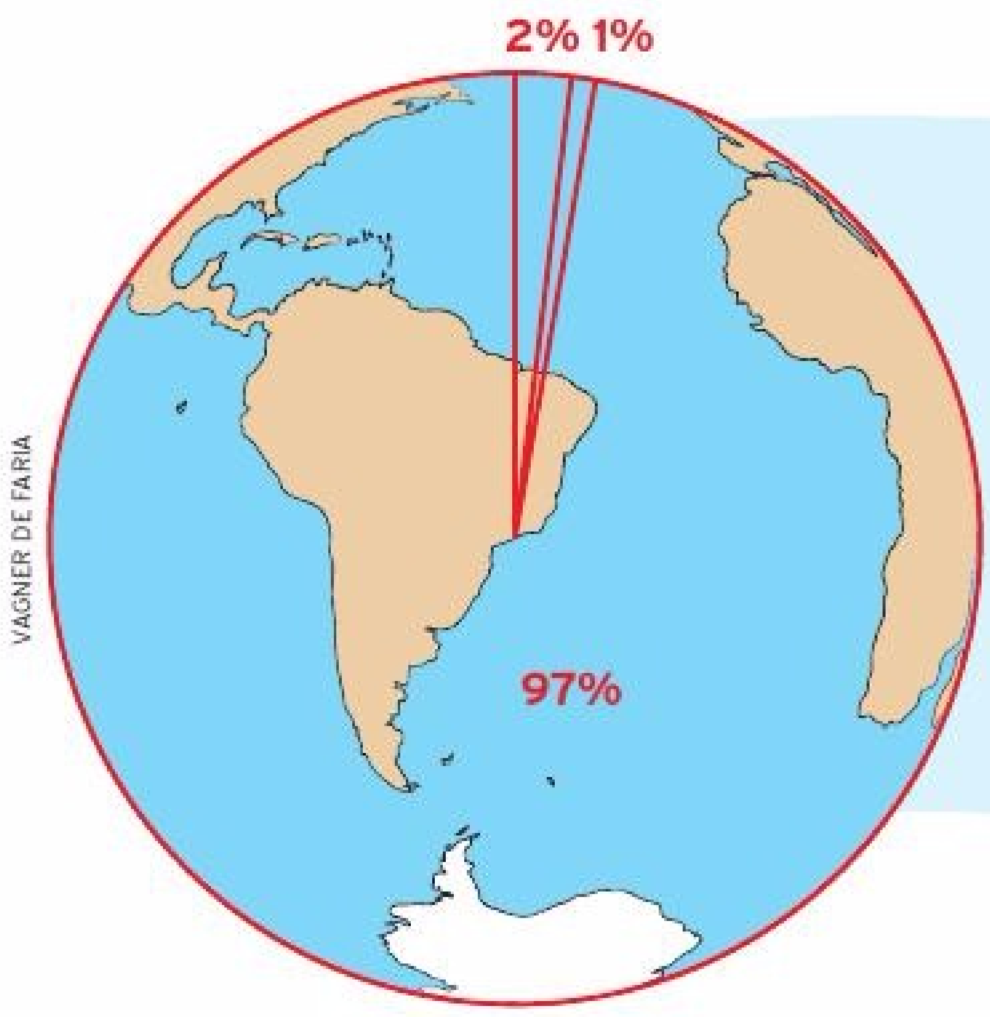
Imagine que cada uma delas possa representar $\frac{1}{3}$ de outra figura. Que figura poderá ser o inteiro de cada uma? Desenhe-a em seu caderno.

4 Estatística e probabilidade

Explore o conceito de porcentagem, fazendo com que os alunos usem a intuição e o conceito de frações nas quais o todo-referência ou inteiro é dividido em 100 partes iguais. Aproveite o assunto para trazer revistas, jornais, notícias de TV e temas locais de interesse dos alunos para a sala de aula e promova uma discussão na classe. Debates e trabalhos motivarão os alunos a compreender e a aprender mais sobre o Tratamento da Informação. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

Porcentagem

Para refletir e responder



Água

Embora $\frac{3}{4}$ da superfície da Terra sejam cobertos de água, só cerca de 3% da água do planeta é doce, apropriada para consumo humano. Ela se encontra nos lençóis subterrâneos, lagos, rios, entre outros. O restante é salgada (cerca de 97%), disposta em mares e oceanos.

Fonte de pesquisa: Água no planeta. Disponível em: <http://site.sabesp.com.br/site/interna/Default.aspx?secaoId=97>. Acesso em: 28 mar. 2015.

- Como se lê o dado numérico 97%? O que significa? Noventa e sete por cento. 97 em cada grupo de 100.
- $\frac{3}{4}$ correspondem a quantos por cento da superfície da Terra? 75%

A expressão **por cento**, simbolizada por **%**, é muito comum no dia a dia. Basta abrir jornais, revistas, ligar o rádio ou a televisão e assistir a debates que notaremos a presença dela.

97% (lemos: noventa e sete por cento) é um número escrito na forma **percentual** ou **porcentual**.

$97\% = \frac{97}{100} = 0{,}97$ e significa 97 em cada grupo de 100.

Dividindo um inteiro em 100 partes iguais, 97% representam 97 dessas partes.

Vamos calcular quantos por cento correspondem a $\frac{3}{4}$ m?

Para representar $\frac{3}{4}$ na forma porcentual, calculamos a fração equivalente a ela e de denominador 100, dividindo 100 por 4 e multiplicando o resultado por 3.

$$\frac{3}{4} = \frac{25 \times 3}{100} = \frac{75}{100} = 75\%$$

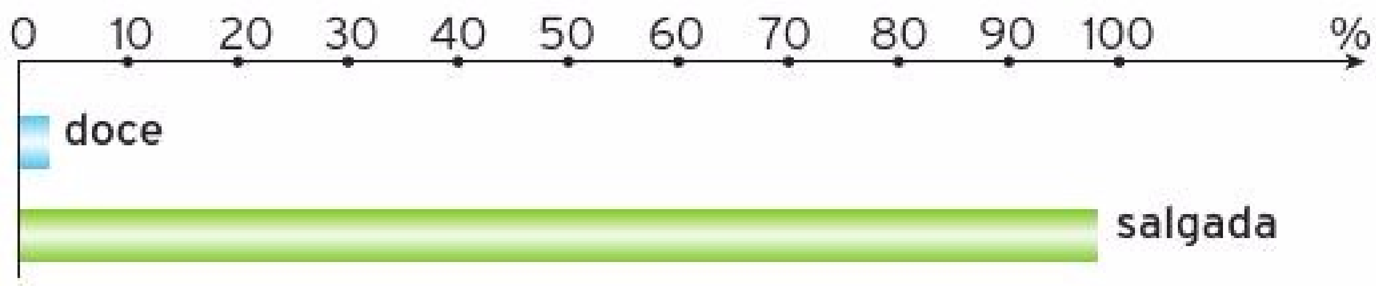
Assim, $\frac{3}{4}$ correspondem a 75% da superfície da Terra.

Gráfico de barras

As informações contidas no texto sobre a água resultam de dados coletados em pesquisas.

Grande parte dos resultados de pesquisas é registrada usando-se **porcentagens** e **gráficos**. O gráfico a seguir, por exemplo, é conhecido como **gráfico de barras**.

Distribuição aproximada da água na Terra



Esse gráfico informa a distribuição aproximada da água na Terra:

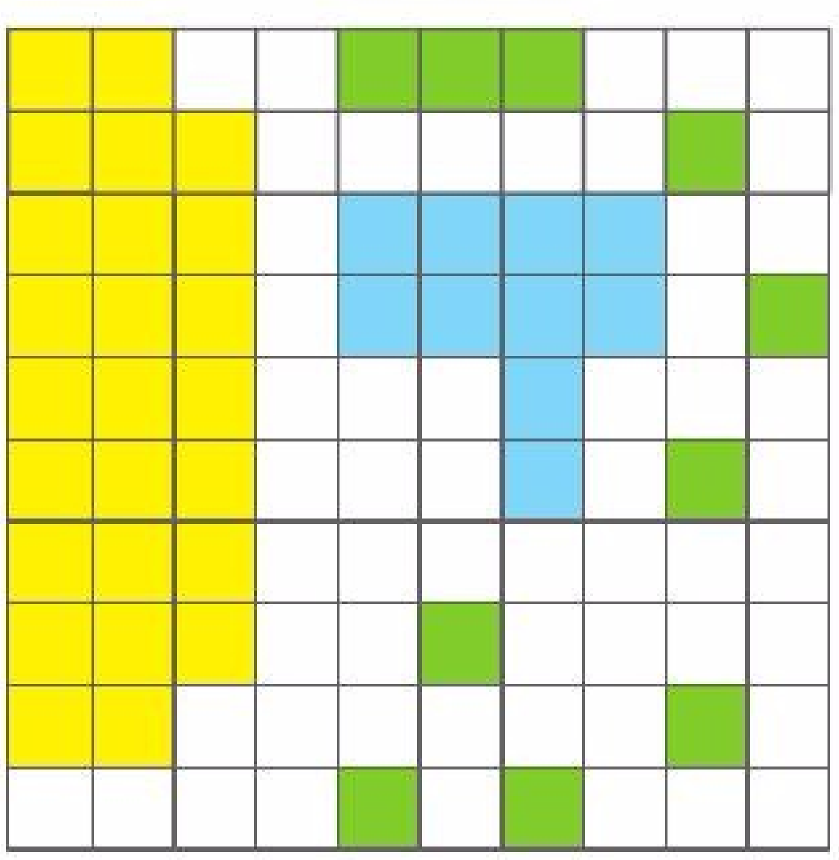
- 3% são de água doce
- 97% são de água salgada

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

60. Observe a figura.

a) Porque é uma parte de um inteiro dividido em 100 partes iguais.



a) Explique por que nesta figura cada quadradinho é 1% da região quadrangular.

b) O número de quadradinhos amarelos corresponde a quantos por cento do total de quadradinhos? E os verdes? E os azuis? 25%; 10%; 10%

c) Quantos por cento do total de quadradinhos estão em branco? 55%

d) Escreva a fração irredutível equivalente ao percentual correspondente ao número de quadradinhos pintados de amarelo. $\frac{1}{4}$

61. Sabonete Azul, o preferido pela maioria!!! Esse foi o resultado de uma pesquisa realizada por uma fábrica de sabonetes. Nessa pesquisa, 75% do total de pessoas consultadas, ou seja, 750 pessoas, preferiram o sabonete Azul. Quantas pessoas foram consultadas nessa pesquisa? 1 000 pessoas.

62. O Brasil tem cerca de 14% do potencial de água doce do mundo, sendo que $\frac{4}{5}$ estão concentrados na Amazônia e 20% no restante do país.

Fonte de pesquisa: Água no planeta. Disponível em: <http//site.sabesp.com.br/site/interna/Default.aspx?secaoId=97>. Acesso em: 28 mar. 2015.

Copie e complete a tabela a seguir, escrevendo esses dados nas formas indicadas:

Porcentual	Fração de denominador 100	Fração irredutível
14%	$\frac{14}{100}$	$\frac{7}{50}$
80%	$\frac{80}{100}$	$\frac{4}{5}$
20%	$\frac{20}{100}$	$\frac{1}{5}$

63. Em uma fábrica, $\frac{2}{5}$ dos trabalhadores usam sapatos e 41% usam tênis. Dos dois tipos de calçados, qual é o mais escolhido? Tênis.

64. O gráfico a seguir apresenta um levantamento do mês de aniversário dos alunos do 6º ano C.

A partir desse gráfico, responda às questões:

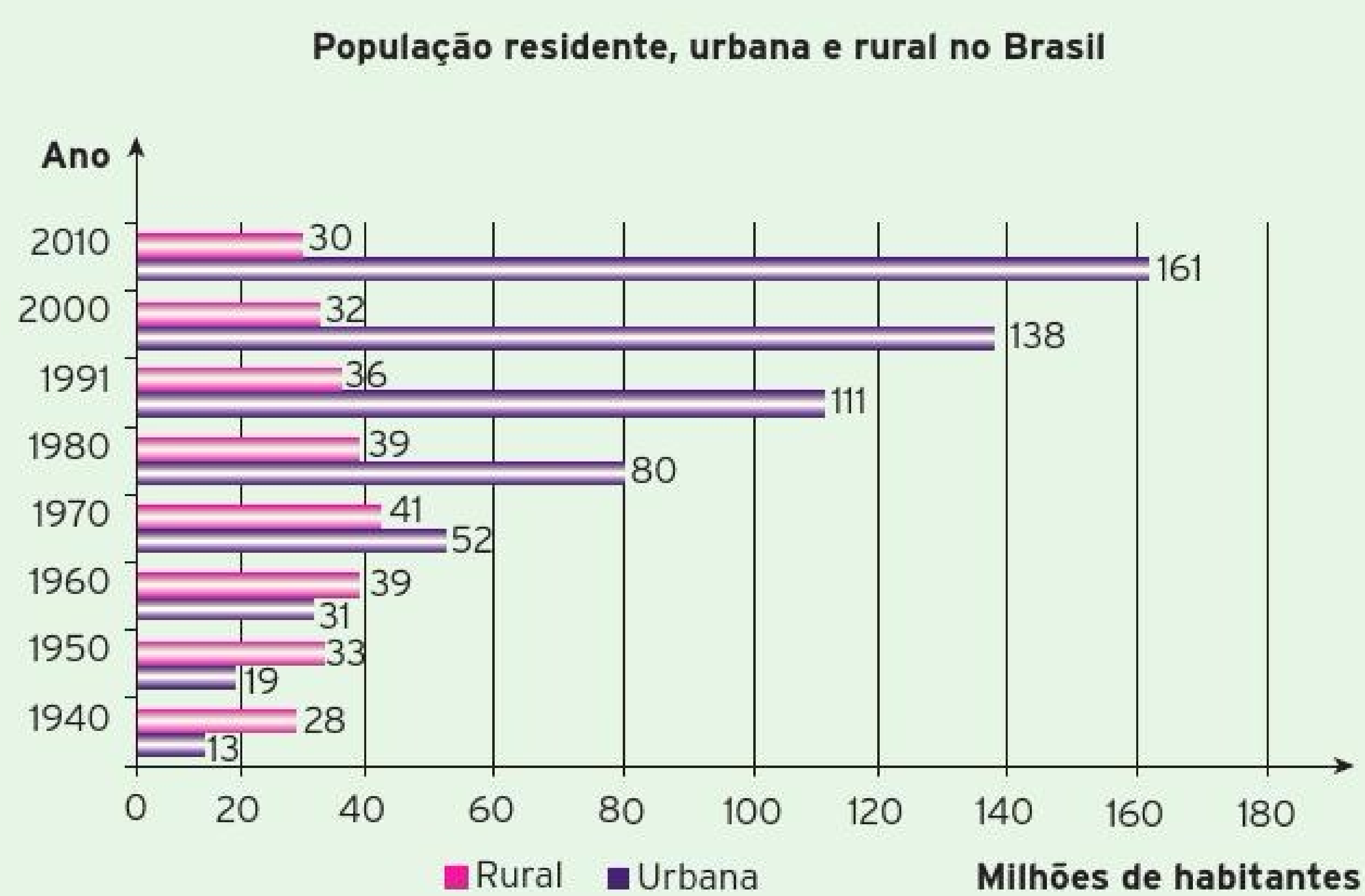
a) Qual é o mês que tem o menor número de aniversariantes? Dezembro.

b) Quantos alunos aniversariam no mês de janeiro? 5 alunos.

c) Quantos são os aniversariantes do 2º semestre? 17 alunos.

Investigue e explique

Observe no gráfico abaixo como tem sido a variação da população urbana e rural brasileira desde o Censo de 1940 até o Censo 2010. Esta atividade favorece a interdisciplinaridade entre a Matemática e outras disciplinas escolares, em especial a Geografia.



Fonte: IBGE. *Tendências Demográficas, 2000;* IBGE. *Censo Demográfico, 2010.*

- O que se entende por população urbana? E por população rural? Resposta possível: População urbana é a população que vive nas cidades e rural é a que vive no campo.
- Consulte as informações dadas nesse gráfico e responda às questões:

a) Em 1940, qual população era maior: rural ou urbana? Qual era a diferença entre elas? Rural; 15 milhões de habitantes.

b) Em que período apresentado no gráfico a população rural foi maior que a urbana? 1940 a 1960.

c) A partir de qual década a população urbana passou a ser maior que a população rural? 1970.

d) Coloque em ordem crescente a população rural de 1940 a 2010 e a população urbana no mesmo período. O que se pode concluir sobre a evolução dessas populações nesse período?

- Em sua opinião, quais são os principais motivos que causaram o deslocamento de grande quantidade de pessoas da zona rural para a zona urbana a partir de 1970? Resposta possível: Empregos com melhores salários, mecanização do campo provocando redução de empregos, ocorrência de secas, enchentes, possibilidade de melhorar a escolaridade, necessidade de hospitais, transporte e outros.

d) Rural: $28 < 30 < 32 < 33 < 36 < 39 < 41$; urbana: $13 < 19 < 31 < 52 < 80 < 111 < 138 < 161$; a população rural cresceu de 1940 a 1970 e decresceu a partir dessa década; a população urbana só cresceu. (Existem outras respostas.)

Troquem ideias e resolvam

Preferências musicais

Forme um grupo com três ou quatro colegas e organizem uma pesquisa sobre o tema.
Oriente os alunos a anotarem os dados da pesquisa em seus cadernos.

CÉLIA KOFUJI

- Elaborem uma lista com alguns tipos de música.
- Escolham um grupo de 100 pessoas que serão consultadas.
- Organizem uma forma de anotar os dados que serão coletados.
- Construam uma tabela com esses dados e represente-os usando %.
- Construam um gráfico com o resultado da pesquisa realizada pelo grupo. Respostas pessoais.

Desafio

Os torcedores

Observe estes quadros:

$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$ $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$ $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$

- Transcreva estas frases, substituindo o ■ por um número, de modo que elas sejam verdadeiras.

a) Como $50\% = \frac{1}{2}$ (meio), determinamos 50% de uma quantidade dividindo-a por ■. 2

b) Como $25\% = \frac{1}{4}$ (um quarto), determinamos 25% de uma quantidade dividindo-a por ■. 4

c) Como $10\% = \frac{1}{10}$ (um décimo), determinamos 10% de uma quantidade dividindo-a por ■. 10

- Em um estádio, 54 240 torcedores assistem a um jogo. Responda:

a) A metade torce para o Flamengo. Quantos por cento dos torcedores são flamenguistas? 50%

b) 25% são vascaínos. Quantas pessoas torcem para o Vasco? 13 560 pessoas.

c) 10% são botafoguenses. Quantas pessoas torcem para o Botafogo? 5 424 pessoas.

Leitura

Racional vem de razão?

ILUSTRAÇÕES: CÉLIA KOFUJI

Então, o que significa **razão**?

> **Razão** – faculdade que o ser humano tem de **avaliar**, **julgar**, **ponderar** ideias universais; **raciocínio**; **juízo**.

E na Matemática, o que isso significa?

Racional e **razão** vêm do latim e da mesma palavra. Em Matemática, porém, a palavra **racional** pode ter outros significados:

- **Quociente entre dois números naturais.**

  Reparti duas barras de chocolate igualmente entre três amigos.

  Isso significa que cada amigo recebeu o equivalente a $\frac{2}{3}$ de uma barra.

- **Relação entre grandezas de mesma natureza, razão, comparação.**

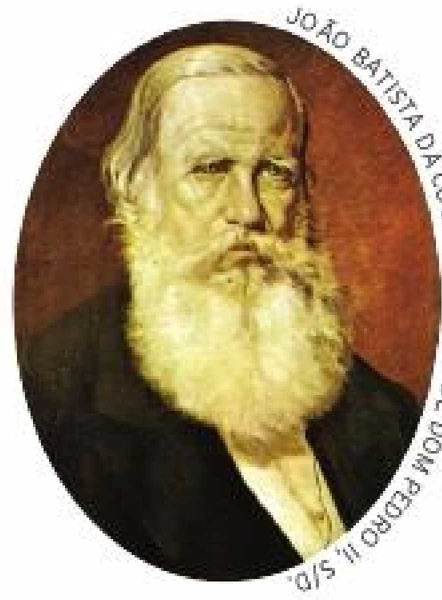
  Na minha classe, 24 dos 36 alunos gostam de Matemática.

  Isso significa que $\frac{24}{36}$ ou $\frac{2}{3}$ do total de alunos gostam de Matemática.

Revisão cumulativa e testes

FAÇA NO CADERNO

1. D. Pedro II tinha 5 anos quando D. Pedro I abdicou o trono. Um ano depois foi aclamado segundo imperador do Brasil. No entanto, só pôde ser coroado quase dez anos depois. Após 48 anos no cargo, foi deposto com a proclamação da República, em 1889. Morreu na França em 1891.



JOÃO BATISTA DA COSTA. RETRATO DE DOM PEDRO II, S/D.

D. Pedro II.

a) Em que ano D. Pedro II nasceu? 1825

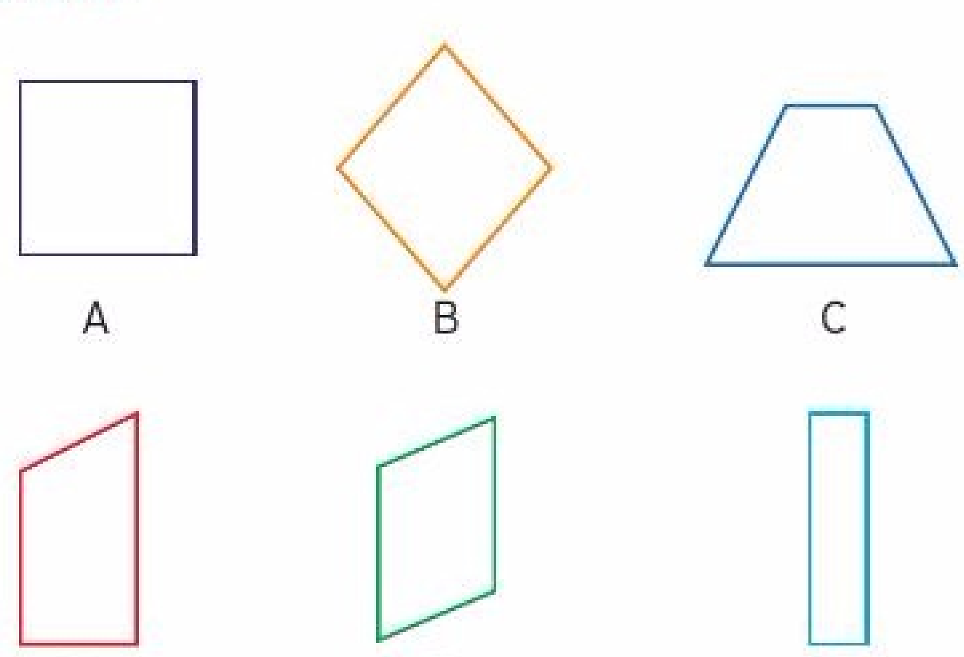
b) Quantos anos viveu? 66 anos.

2. Pedro e Ana trabalham em um mesmo hospital. Pedro dá um plantão noturno a cada 3 dias e Ana, a cada 4 dias. No dia 9 de janeiro Pedro deu um plantão noturno e Ana, no dia seguinte. Quando houve a próxima coincidência de plantões noturnos deles? 18 de janeiro.

3. Qual é o menor número de empadas que pode ser distribuído igualmente tanto em 12 como em 30 caixas? 60 empadas.

4. O preço de um *skate* é R$ 248,00 e pode ser pago nas seguintes condições: $\frac{1}{4}$ de entrada e o restante em 2 parcelas iguais, sem acréscimo. Qual é o valor de cada parcela? R$ 93,00.

5. Quais destes quadriláteros são paralelogramos? A, B, E, F



6. Uma pista de corrida vai ser construída de modo que ocupe $\frac{3}{5}$ da sexta parte da área de um clube. Em relação à área total do clube, qual é a fração que representa a área onde será construída essa pista? $\frac{1}{10}$

7. Na gincana de uma escola os estudantes do período da manhã conquistaram $\frac{1}{9}$ do total de medalhas e os do período da tarde conquistaram $\frac{5}{12}$ do total de medalhas. As 34 medalhas restantes foram conquistadas pelos alunos do período noturno.

a) Quantas medalhas foram distribuídas? 72 medalhas.

b) Os estudantes de que período conquistaram mais medalhas? Os estudantes do período noturno.

8. Em um teste de Matemática, do total de questões Camila acertou $\frac{3}{4}$ e seu irmão 75%. Quem teve mais erros? Os dois tiveram o mesmo número de erros.

9. Em uma fábrica trabalham 84 mulheres e 216 homens. Quantos por cento desses trabalhadores correspondem ao grupo de mulheres? E ao grupo dos homens? 28% e 72%.

10. Apresente dois números naturais de modo que:

a) o produto deles seja 120; 1 e 120; 2 e 60; 3 e 40; 4 e 30; 5 e 24; 6 e 20; 8 e 15; 10 e 12.

b) o produto deles seja 120 e a soma, 34; 4 e 30.

c) o produto deles seja 120 e a soma seja a menor possível. 10 e 12.

11. Uma torneira enche um tanque em 2 horas e outra, em 3 horas.

Abrindo as duas torneiras ao mesmo tempo:

a) que fração do tanque ficará com água depois de uma hora? $\frac{5}{6}$ do tanque.

b) em quantas horas o tanque ficará cheio? $1\frac{1}{5}$ de hora.

12. Sabe-se que 25% da população de um município corresponde a 28 252 habitantes. Quantos habitantes possui esse município? 113 008 habitantes.

13. Uma professora selecionou $\frac{1}{3}$ de seus alunos para participar de uma Olimpíada de Matemática. Considerando que essa professora leciona para 147 alunos, quantos alunos não foram selecionados? 98 alunos.

14. Em um campeonato de esportes radicais participaram 800 pessoas, sendo 200 mulheres. O número de homens em relação ao total de participantes corresponde a: b

a) 80%
b) 75%
c) 50%
d) 25%

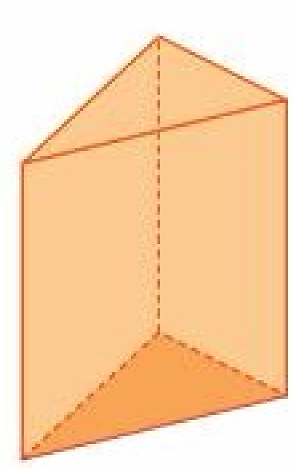
15. (Saresp) Dois terços da população de um município correspondem a 36 000 habitantes. Pode-se afirmar que esse município tem: d

a) 18 000 habitantes.
b) 36 000 habitantes.
c) 48 000 habitantes.
d) 54 000 habitantes.

16. Qual é o menor número que você pode escrever usando os algarismos 2, 9, 1, 7 e 3 sem repeti-los? a

a) 12 379
b) 12 739
c) 12 793
d) 13 729

17. (Prova Brasil-Inep/MEC) Para construir uma caixa fechada com a forma deste poliedro, Marina precisa recortar algumas figuras geométricas em papelão e colar umas às outras usando fita adesiva.



Então, as figuras que Marina precisa recortar são, no mínimo: d

a) 1 triângulo e 2 retângulos.
b) 1 triângulo e 3 retângulos.
c) 2 triângulos e 2 retângulos.
d) 2 triângulos e 3 retângulos.

18. (Encceja) O sistema de numeração que utilizamos hoje foi criado pelos hindus e divulgado a outros povos pelos árabes, em suas viagens. Por isso, ele é conhecido como indo-arábico. Uma das características desse sistema é o chamado princípio do valor posicional. Assim, na escrita 555, o algarismo 5 pode valer 5, 50 ou 500, dependendo de sua posição nessa escrita. Quando escrevemos 60 789, o "valor" do algarismo 6 é: d

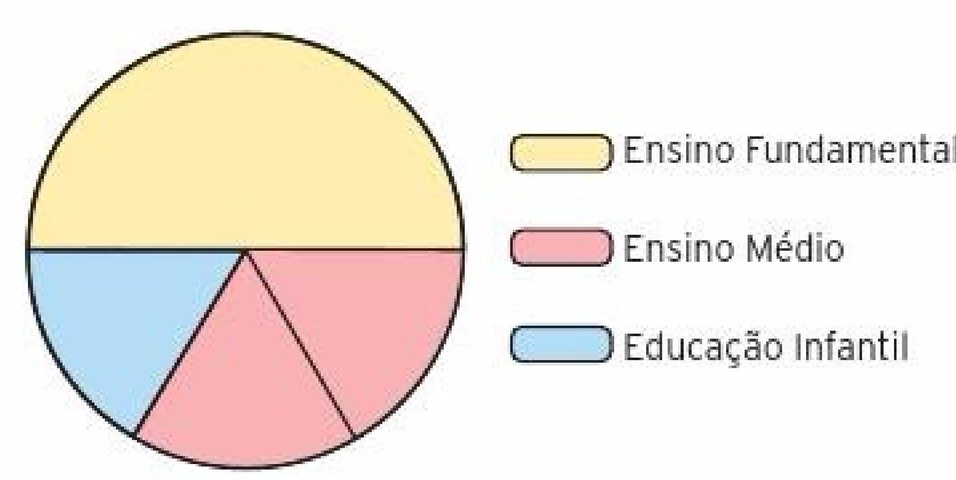
a) 60
b) 600
c) 6 000
d) 60 000

19. Em uma indústria com 200 empregados, o número de mulheres é 46.

a) O número de mulheres corresponde a que fração do total de empregados? Como pode ser representada a relação entre a quantidade de mulheres e o total de empregados usando-se o símbolo %? $\frac{46}{200}$ ou $\frac{23}{100}$; 23%

b) Escreva uma fração para a relação entre o número de homens e o total de empregados. Como pode ser representada essa fração usando-se o símbolo %? $\frac{154}{200}$ ou $\frac{77}{100}$; 77%

20. Este desenho representa a distribuição dos 1 200 alunos de uma escola. Uma das metades está dividida em três partes iguais.



a) Qual é a fração dessa distribuição que representa os alunos da Educação Infantil? Quantos alunos estão matriculados na Educação Infantil? $\frac{1}{6}$; 200 alunos.

b) Qual é o porcentual que representa os alunos do Ensino Fundamental? Quantos alunos frequentam o Ensino Fundamental? 50%; 600 alunos.

c) Qual é a fração dessa distribuição que representa os alunos do Ensino Médio? Quantos alunos frequentam o Ensino Médio? $\frac{2}{6}$; 400 alunos.

UNIDADE 9

Operações com frações

DORIVAL MOREIRA/SAMBAPHOTO

Placas com anotações em forma de fração são comuns em barracas de frutas como essa. Um freguês comprou $\frac{1}{2}$ kg de ameixa e $\frac{1}{4}$ kg de jabuticaba. Para saber se ele comprou menos que ou mais que 1 quilograma de frutas, basta calcular $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Você sabe calcular essa soma?

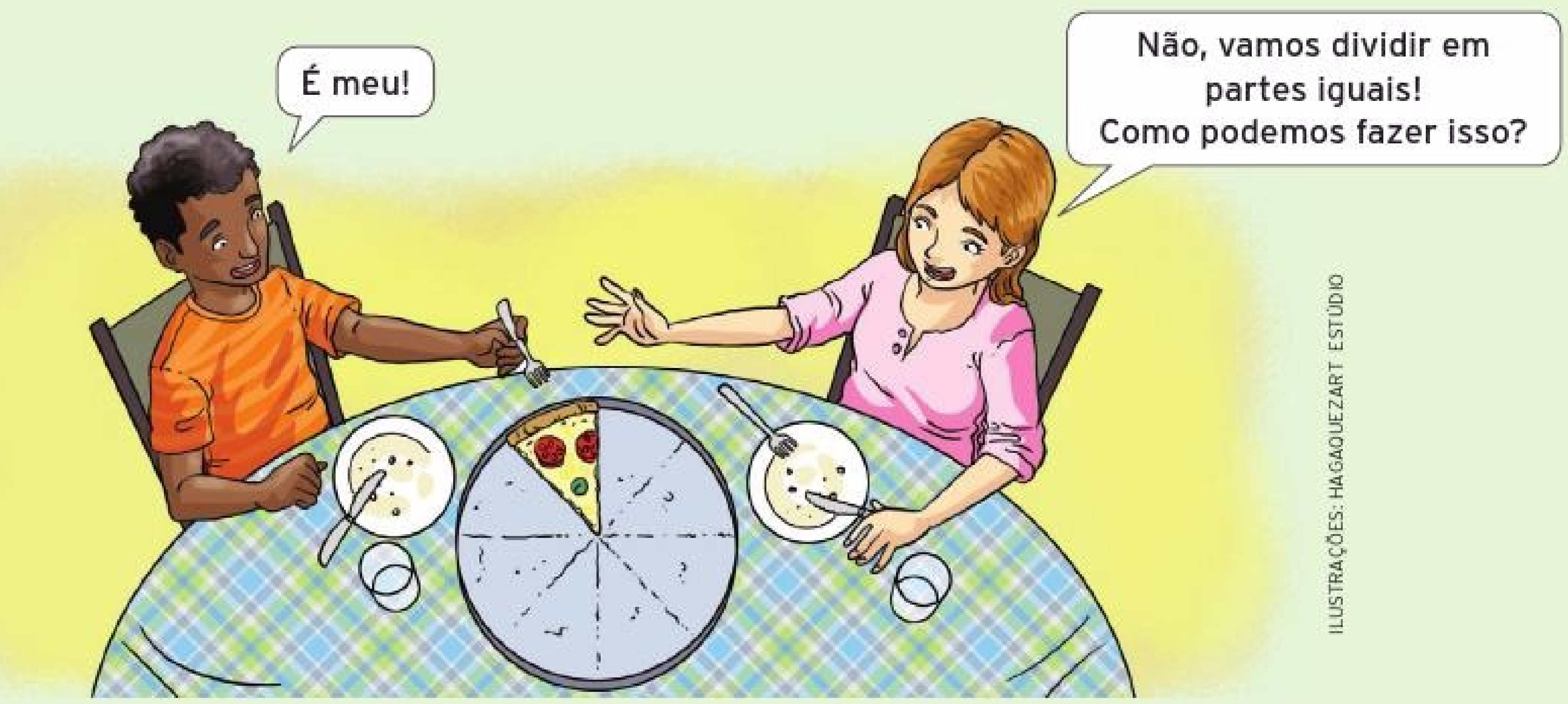
Se não souber, não se preocupe, pois esse é o assunto que será explorado nesta unidade.

Nesta unidade ...

1. Adição e subtração
2. Multiplicação e divisão
3. Operações inversas
4. Potência e raiz quadrada

No dia a dia as pessoas se deparam com problemas numéricos como os seguintes:

Situação 1.



Situação 2.

Problemas como esses são resolvidos por meio de cálculos efetuados com frações.

Embora as operações com frações sejam menos frequentes no contexto diário, o seu estudo é importante para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos que serão explorados mais adiante, por exemplo, proporções e equações.

O que você já sabe?

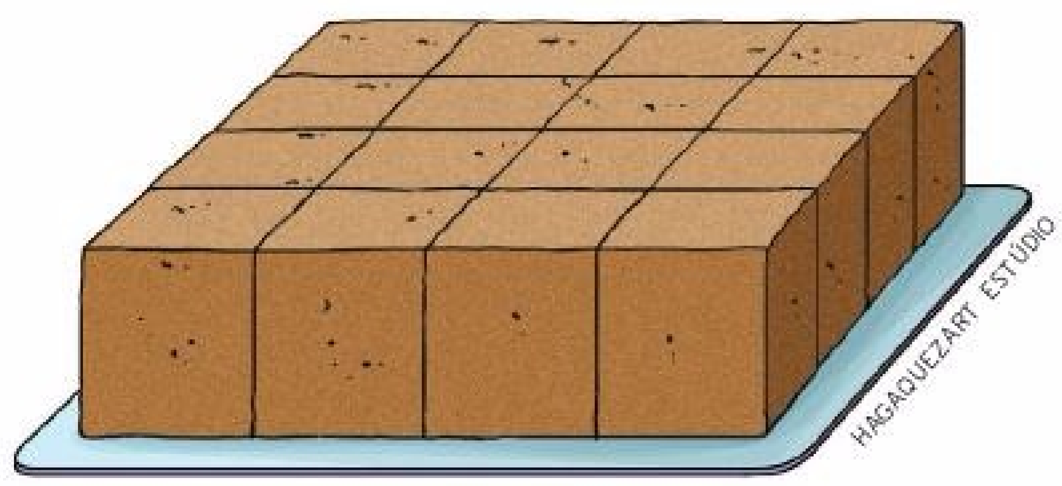
- Na primeira situação, que fração da *pizza* restou para ser dividida entre os dois jovens? $\frac{1}{8}$ da *pizza*.
- Se o pedaço de *pizza* que restou for dividido em duas partes iguais, que fração de *pizza* caberá a cada jovem? $\frac{1}{16}$ da *pizza*.
- Na segunda situação, que fração do terreno será usada para plantação de milho? $\frac{1}{2}$ do terreno.
- Que fração do terreno é a terça parte da outra metade? $\frac{1}{6}$ do terreno.
- A metade do terreno mais a terça parte da outra metade corresponde ao terreno todo? Não.

1 Adição e subtração

Frações com denominadores iguais

Para refletir e responder

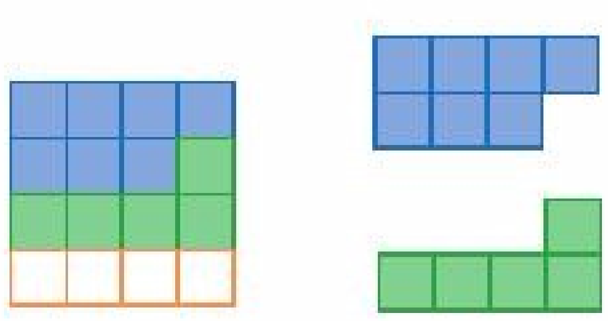
Em uma padaria um bolo inteiro foi dividido em 16 pedaços iguais. Ana vai comprar 7 pedaços e Rosa vai comprar 5 pedaços.



- Qual é a fração do bolo que as duas amigas comprarão juntas? $\frac{12}{16}$ do bolo.
- Qual é a fração do bolo que Ana comprará a mais que Rosa? $\frac{2}{16}$ do bolo.
- Que fração do bolo restará na padaria?

$\frac{4}{16}$ do bolo.

Vamos resolver esse problema usando uma representação do bolo dividido em 16 pedaços:



$\frac{7}{16}$ do bolo correspondem aos sete pedaços de Ana (em azul).

$\frac{5}{16}$ do bolo correspondem aos cinco pedaços de Rosa (em verde).

Podemos dizer que a fração do bolo que as duas comprarão juntas é a soma $\frac{7}{16} + \frac{5}{16}$.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Juntando 7 pedaços com 5 pedaços teremos 12 pedaços, que correspondem a $\frac{12}{16}$ do bolo.

$$\frac{7}{16} + \frac{5}{16} = \frac{12}{16}$$

$\frac{12}{16}$ é a fração do bolo que Ana e Rosa comprarão juntas.

A **soma** de frações com **denominadores iguais** é uma fração em que:
- o numerador é a soma dos numeradores;
- o denominador é o mesmo das frações adicionadas.

- A fração do bolo que Ana comprará a mais que Rosa é a diferença $\frac{7}{16} - \frac{5}{16}$:

$$\frac{7}{16} - \frac{5}{16} = \frac{2}{16}$$

Ana comprará $\frac{2}{16}$ do bolo a mais que Rosa.

- A fração do bolo que restará é a diferença $1 - \frac{12}{16}$.
- O bolo todo corresponde a $\frac{16}{16} = 1$ inteiro.
- $\frac{12}{16}$ é a fração do bolo que Ana e Rosa comprarão juntas.

$$1 - \frac{12}{16} = \frac{16}{16} - \frac{12}{16} = \frac{4}{16}$$

$\frac{4}{16}$ é a fração do bolo que restará.

> A **diferença** entre duas frações com **denominadores iguais** é uma fração em que:
> • o numerador é a diferença entre os numeradores;
> • o denominador é o mesmo das frações.

Outros exemplos:

$$\frac{7}{12} + \frac{4}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{4}{15} + \frac{2}{15} = \frac{6}{15} \overset{:3}{\underset{:3}{=}} \frac{2}{5}$$

$$\frac{9}{20} - \frac{2}{20} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{46}{100} - \frac{21}{100} = \frac{25}{100} \overset{:25}{\underset{:25}{=}} \frac{1}{4}$$

Frações com denominadores diferentes

Na eleição para presidente do grêmio de uma escola, concorreram três candidatos: Ana, Berenice e Cláudio.

Do total de alunos, $\frac{3}{10}$ votaram em Ana, $\frac{1}{5}$ em Berenice, $\frac{1}{4}$ em Cláudio e o restante votou em branco, anulou o voto ou não compareceu.

Nessa situação, o resultado da soma $\frac{3}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4}$ é a fração do total de alunos que votaram nos candidatos.

HAGAQUEZART ESTÚDIO

Como as frações têm denominadores diferentes, usamos a equivalência de frações para transformá-las em frações com o mesmo denominador. Depois, efetuamos os cálculos.

$$\frac{3}{10}+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}=\frac{2\times 3}{20}+\frac{4\times 1}{20}+\frac{5\times 1}{20}=\frac{6}{20}+\frac{4}{20}+\frac{5}{20}=\frac{15}{20}\underset{:5}{\overset{:5}{=}}\frac{3}{4}$$

$\mathbf{\frac{3}{4}}$ é a fração do total de alunos que votaram nos candidatos.

Para **adicionar** frações com **denominadores diferentes**, reduzimos as frações a um mesmo denominador e, em seguida, calculamos a soma.

A diferença entre o mais votado e o menos votado nas eleições para a presidência do grêmio é o resultado de $\frac{3}{10}-\frac{1}{5}$.

Como os denominadores são diferentes, reduzimos as frações a um mesmo denominador.

$$\frac{3}{10}-\frac{1}{5}=\frac{1\times 3}{10}-\frac{2\times 1}{10}=\frac{3}{10}-\frac{2}{10}=\frac{1}{10}$$

$\mathbf{\frac{1}{10}}$ é a fração que representa a diferença entre o mais votado e o menos votado.

Para **subtrair** duas frações com **denominadores diferentes**, podemos reduzi-las a um mesmo denominador e, em seguida, calcular a diferença.

Outros exemplos:

- $\frac{3}{8}+\frac{2}{3}=\frac{3\times 3}{24}+\frac{8\times 2}{24}=\frac{9}{24}+\frac{16}{24}=\frac{25}{24}$
- $\frac{4}{9}-\frac{13}{36}=\frac{4\times 4}{36}-\frac{1\times 13}{36}=\frac{16}{36}-\frac{13}{36}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

1. Em um grupo de jovens, $\frac{3}{20}$ usam tênis e $\frac{9}{20}$ usam sandálias. Qual é a fração desse grupo de jovens que usa tênis ou sandálias? $\frac{12}{20}$ ou $\frac{3}{5}$.

2. Da mesada que recebe, Alice gasta $\frac{1}{8}$ em diversão e $\frac{1}{4}$ em lanches. Que fração da mesada Alice gasta nesses dois itens? $\frac{3}{8}$

3. Em uma prova de um concurso havia questões de Português, Matemática e Atualidades. Nessa prova, $\frac{2}{5}$ do total das questões eram de Matemática e $\frac{1}{3}$, de Português.

a) Que fração do total de questões representa a parte de Português e Matemática? $\frac{11}{15}$

b) Que fração do total de questões representa as questões sobre Atualidades? $\frac{4}{15}$

4. Calcule as somas. Simplifique quando possível.

a) $\frac{5}{18} + \frac{7}{18}$ $\frac{2}{3}$

b) $\frac{27}{35} + \frac{8}{35}$ 1

c) $\frac{19}{30} + \frac{11}{12}$ $\frac{31}{20}$

d) $\frac{17}{24} + \frac{101}{144}$ $\frac{203}{144}$

5. Calcule as diferenças. Simplifique quando possível.

a) $\frac{12}{15} - \frac{9}{20}$ $\frac{7}{20}$

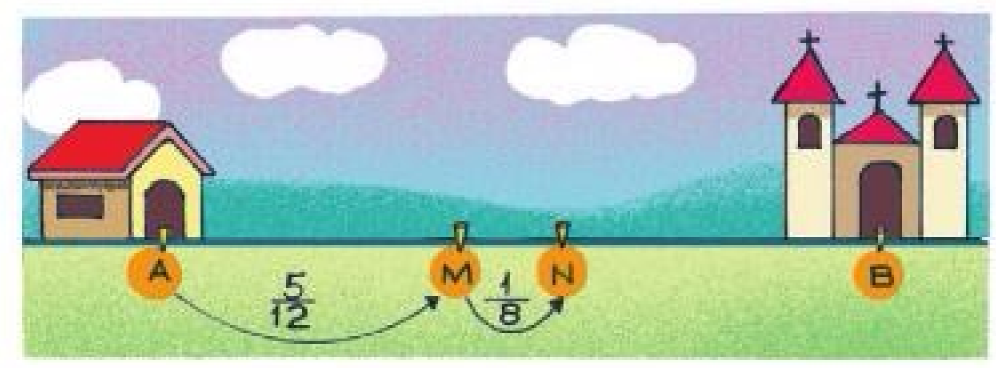
b) $\frac{9}{25} - \frac{11}{100}$ $\frac{1}{4}$

c) $\frac{35}{12} - \frac{28}{15}$ $\frac{21}{20}$

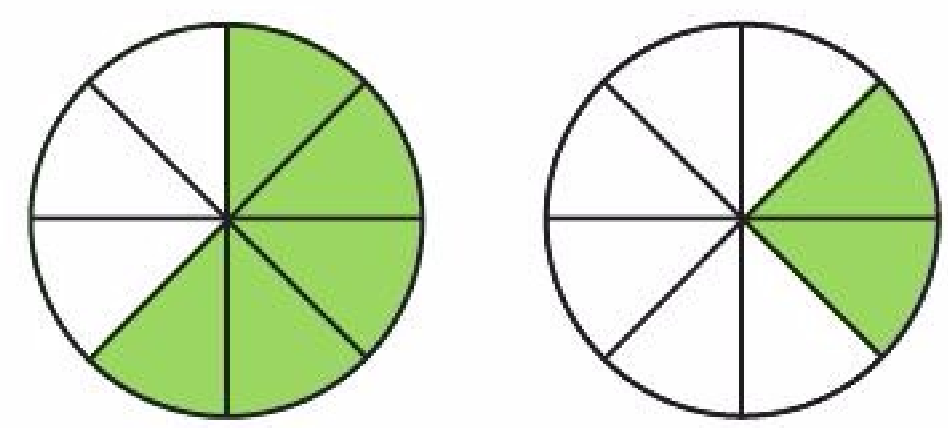
d) $\frac{31}{18} - \frac{17}{30}$ $\frac{52}{45}$

6. Quatro amigas dividiram totalmente uma peça de tecido. Dessa peça, Vitória ficou com a metade, Jandira com um quarto, Heloísa com a sexta parte. Que fração da peça coube a Rosana? $\frac{1}{12}$

7. Nesta figura, o trecho de A a M mede $\frac{5}{12}$ da distância de A a B, e o trecho de M a N mede $\frac{1}{8}$ da mesma distância. Que fração da distância de A a B corresponde ao trecho NB? $\frac{11}{24}$



8. Os círculos abaixo são iguais, estão divididos em partes iguais e cada um representa um inteiro.



Escreva um problema correspondente ao desenho e ofereça a um colega para que o resolva.
Resposta pessoal.

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega, discutam e resolvam. $\frac{7}{24}$, $\frac{7}{8}$

Um homem pinta uma sala em 6 horas. Seu ajudante faz o mesmo trabalho em 8 horas. Se os dois trabalharem juntos, que fração dessa sala pintarão em uma hora? E em três horas?

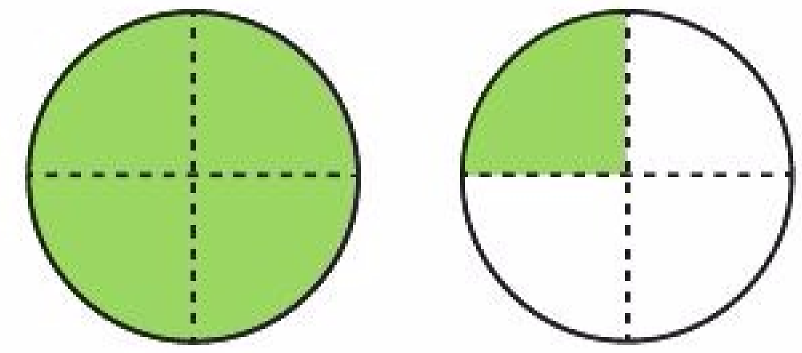
Desafio

Do tempo dos faraós

(Olimpíada de Matemática – adaptado) Encontrou-se um papiro egípcio de milhares de anos, do tempo dos faraós. Decifrado o papiro, verificou-se que ele continha uma expressão da fração $\frac{27}{24}$ como soma de 4 frações diferentes entre si, todas com numerador 1.

- Quais eram essas frações? Respostas possíveis: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{24}$.

Operações com frações na forma mista



Observe os dois círculos iguais ao lado. Um deles está todo pintado de verde e corresponde a **1** inteiro. O outro tem apenas $\mathbf{\frac{1}{4}}$ de sua superfície pintada.

A parte pintada de verde nos dois círculos pode ser representada por $\mathbf{\frac{5}{4}}$ ou também na forma mista, por $\mathbf{1\frac{1}{4}}$.

Veja:

$$1\frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

Assim, temos que $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$.

Na prática, usamos a seguinte regra para escrever uma **fração imprópria** a partir de um número expresso na **forma mista**:

$$1\frac{1}{4} = \frac{4 \times 1 + 1}{4} = \frac{4 + 1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

Numerador: é o produto da parte inteira (1) pelo denominador da fração na forma mista (4), adicionado ao numerador da fração (1).

Denominador: é o mesmo da fração.

Para escrever a fração imprópria $\frac{14}{5}$ na forma mista, dividimos 14 por 5, como mostrado ao lado.

$$\begin{array}{r|l} 14 & 5 \\ \hline 4 & 2 \end{array}$$

A partir dessa divisão, obtemos a parte inteira e o numerador da parte fracionária.

$$\frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$$

Numerador: é o resto da divisão.

Denominador: é o mesmo da fração imprópria.

Parte inteira: é o quociente da divisão.

Podemos calcular somas ou diferenças entre números escritos na forma mista, transformando-os em frações impróprias e, em seguida, efetuando os cálculos. Exemplo:

$$3\frac{1}{3} + 5\frac{2}{7} = \frac{10}{3} + \frac{37}{7} = \frac{70}{21} + \frac{111}{21} = \frac{181}{21} = 8\frac{13}{21}$$

Outra forma é a seguinte: adicionar ou subtrair as partes inteiras e adicionar ou subtrair as partes fracionárias.

$$3\frac{1}{3} + 5\frac{2}{7} = (3 + 5) + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{7}\right) = 8 + \frac{13}{21} = 8\frac{13}{21}$$

Expressões numéricas

As expressões numéricas em que aparecem frações são calculadas respeitando-se os mesmos princípios das expressões numéricas com números naturais. Acompanhe este exemplo:

$$\frac{3}{2}+\frac{1}{4}-\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\right)=$$
$$=\frac{3}{2}+\frac{1}{4}-\frac{2}{3}=$$
$$=\frac{18}{12}+\frac{3}{12}-\frac{8}{12}=$$
$$=\frac{21}{12}-\frac{8}{12}=\frac{13}{12}=1\frac{1}{12}$$

- Calcule primeiro o que está dentro dos parênteses.
- Calcule as somas e as diferenças na ordem em que aparecem.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

9. Represente as frações que estão na forma mista em frações impróprias e as frações impróprias em frações na forma mista.

a) $10\frac{3}{5}$ $\frac{53}{5}$

b) $13\frac{5}{6}$ $\frac{83}{6}$

c) $\frac{100}{7}$ $14\frac{2}{7}$

d) $\frac{89}{12}$ $7\frac{5}{12}$

10. Calcule as somas e as diferenças, escrevendo cada resultado na forma irredutível e na forma mista, quando possível:

a) $5\frac{1}{2}+2\frac{1}{6}$ $\frac{23}{3}$ ou $7\frac{2}{3}$

b) $3\frac{1}{30}+\frac{5}{6}$ $\frac{58}{15}$ ou $3\frac{13}{15}$

c) $3\frac{1}{4}-\frac{2}{3}$ $\frac{31}{12}$ ou $2\frac{7}{12}$

d) $\frac{13}{5}-1\frac{1}{2}$ $\frac{11}{10}$ ou $1\frac{1}{10}$

11. Calcule o valor destas expressões:

a) $\frac{5}{4}-\frac{2}{5}-\frac{3}{10}+\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$

b) $3-\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{8}+\frac{3}{4}\right)$ $1\frac{19}{24}$

c) $1\frac{3}{7}-\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{14}+\frac{2}{7}\right)$ $\frac{1}{28}$

d) $\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{16}\right)-\left(\frac{3}{8}-\frac{1}{4}\right)$ $\frac{3}{16}$

Procure explorar as diferentes estratégias que os alunos podem utilizar para resolver problemas: desenhos, tabelas, tentativa e erro e outras. Certifique-se de que eles conseguem identificar o todo-referência ou inteiro e o número de partes em que este foi dividido. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

Mais sobre resolução de problemas

Para resolver um problema é necessário compreendê-lo. Comece identificando as palavras cujo significado você desconhece, peça ajuda ao professor para esclarecer suas dúvidas ou consulte um dicionário. Em seguida, identifique as informações que podem auxiliá-lo a encontrar um caminho para determinar a solução.

Para refletir e responder

Numa estante, a metade dos livros é de contos e a oitava parte deles é de poesias.
São 120 livros de poesias e contos.

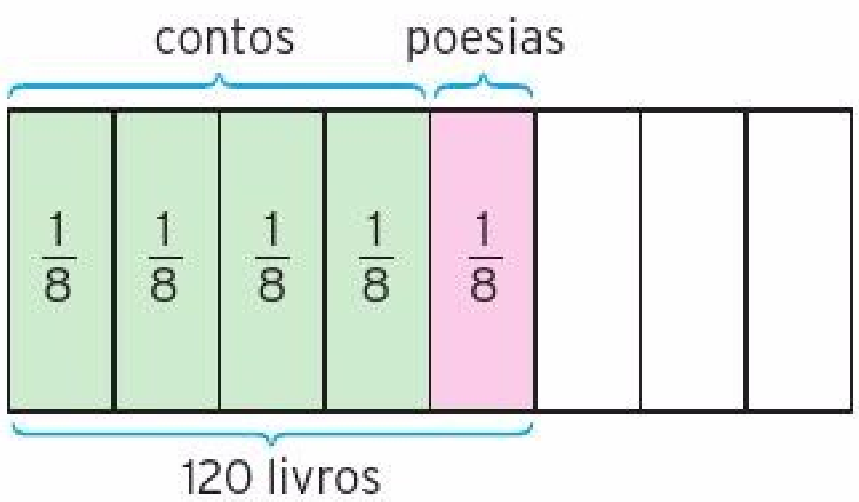
- Quantos livros há na estante?

192 livros.

Nessa situação, a soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ corresponde a 120 livros de poesias e de contos.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

Os livros de poesias e de contos correspondem a $\frac{5}{8}$ dos livros da estante, e o total de livros da estante corresponde a $\frac{8}{8}$ de livros.



$\frac{5}{8}$ correspondem a 120 livros de poesias e contos.

$\frac{1}{8}$ corresponde a (120 : 5) livros = 24 livros.

$\frac{8}{8}$ correspondem a (8×24) livros = 192 livros.

Há 192 livros na estante.

Outro exemplo:

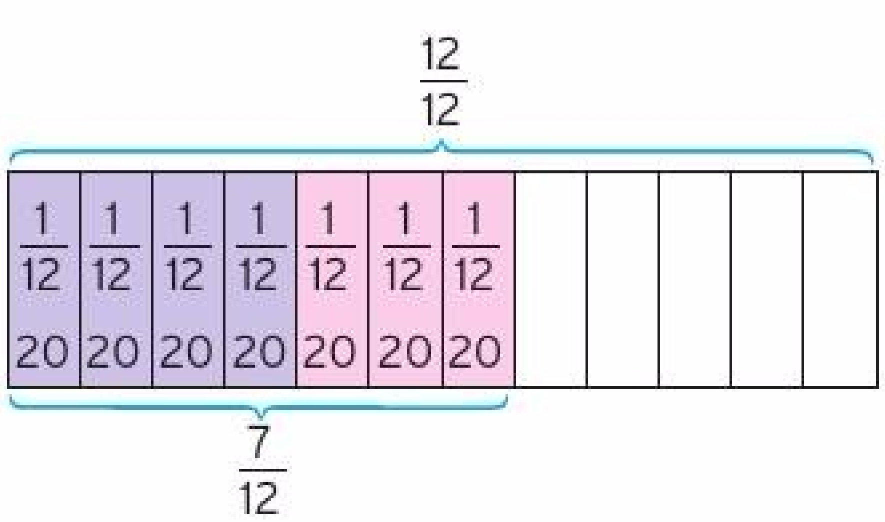
Nanci comprou 240 forminhas para colocar salgados.

Em $\frac{1}{3}$ dessas forminhas, ela colocou coxinhas e em $\frac{1}{4}$ delas colocou empadas.

Quantas forminhas Nanci usou para colocar esses salgados? Quantas sobraram?
140 forminhas. 100 forminhas.

Nessa situação, a soma $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ representa a fração das forminhas utilizadas para colocar as coxinhas e as empadas.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$



$\frac{12}{12}$ correspondem a 240 forminhas.

$\frac{1}{12}$ corresponde a (240 : 12) forminhas = 20 forminhas.

$\frac{7}{12}$ correspondem a (7×20) forminhas = 140 forminhas.

A diferença 240 − 140 representa o número de forminhas que sobraram:

$$240 - 140 = 100$$

Nanci usou, portanto, 140 forminhas para colocar as coxinhas e as empadas, e sobraram 100 forminhas.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

12. Pedro e seu irmão resolveram juntar suas economias para comprar um *skate*. Em relação ao valor necessário, Pedro tem $\frac{3}{8}$ do total e seu irmão $\frac{3}{5}$ do total. Juntos têm R$ 780,00. Qual é o preço do *skate*?
R$ 800,00.

13. Uma torneira encheu $\frac{5}{12}$ de um tanque na primeira hora e $\frac{4}{15}$ do mesmo tanque na segunda hora. Após essas duas horas, o tanque ficou com 82 litros. Quantos litros encherão o tanque? 120 litros.

14. Os cinco oitavos dos participantes de uma excursão nasceram na capital e $\frac{1}{4}$ deles, no interior do estado visitado. A soma do número de excursionistas desses dois grupos corresponde a 35 pessoas.

a) Quantas pessoas há na excursão? 40 pessoas.

b) Quantos excursionistas não nasceram nem na capital nem no interior do estado?
5 excursionistas.

15. Para comemorar o seu aniversário, Joana pretende oferecer *pizza* a seus 22 convidados. Ela avalia que cada convidado se servirá de $\frac{1}{8}$ de *pizza*. b) Sim; $\frac{1}{4}$ de uma *pizza*.

a) Quantas *pizzas*, no mínimo, Joana precisará comprar?
Três *pizzas*.

b) Se a previsão de Joana estiver correta, haverá sobra de *pizza*? De quanto?

c) A fração que representa a sobra de *pizza* é maior ou menor do que a fração de *pizza* pensada para cada convidado? Maior.

16. No momento de partida de uma viagem um motorista olhou para o "marcador de combustível" e observou o que está representado na figura 1. Ao término da viagem, olhou novamente para o marcador e observou o que está representado na figura 2 a seguir.

ILUSTRAÇÕES: MAURO TAKESHI

Figura 1

Figura 2

Se a capacidade do tanque de combustível do carro é de 100 litros, quantos litros foram consumidos nessa viagem? 25 litros.

17. Paulo fez uma viagem em que $\frac{2}{3}$ do percurso total foi feito de avião, $\frac{1}{6}$ de carro e os 200 km restantes de ônibus. Quantos quilômetros Paulo viajou?
1 200 km.

18. Ana usou $\frac{3}{10}$ de seu caderno para as anotações de História, $\frac{8}{15}$ para as anotações de Língua Portuguesa e as demais páginas para outras matérias. Sabendo que o caderno de Ana tem 120 páginas, responda:

a) Quantas páginas ela reservou para as anotações de História e Língua Portuguesa?
100 páginas.

b) Quantas páginas foram usadas para outras matérias? 20 páginas.

19. Um pintor usou $\frac{2}{5}$ de uma lata de tinta para pintar as portas de uma casa e $\frac{1}{3}$ da mesma lata para pintar as janelas. Que fração da quantidade de tinta que estava na lata foi usada? $\frac{11}{15}$

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

20. Carlos digitou $\frac{9}{10}$ de um texto e Marta $\frac{5}{6}$ do mesmo texto.

a) Quem digitou mais? Carlos.

b) Que fração do texto foi digitado a mais? $\frac{1}{15}$

21. Dadá fez $\frac{5}{18}$ de uma encomenda de empadas antes do almoço, $\frac{1}{6}$ à tarde e $\frac{4}{9}$ à noite. Qual é a fração da encomenda que falta ser feita? $\frac{1}{9}$

22. Em uma garrafa cabe 1 litro de suco. Seu Vítor já colocou suco em $\frac{3}{10}$ de litro. Que fração de litro falta para ele completar $\frac{1}{2}$ litro? $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$

23. A distância da estação ferroviária de uma cidade à prefeitura é 1 quilômetro. Jorge andou $\frac{11}{20}$ dessa distância e Pedro, $\frac{45}{100}$.

a) Quem andou mais? Jorge.

b) Que fração representa a distância que ele andou a mais que o outro? $\frac{1}{10}$

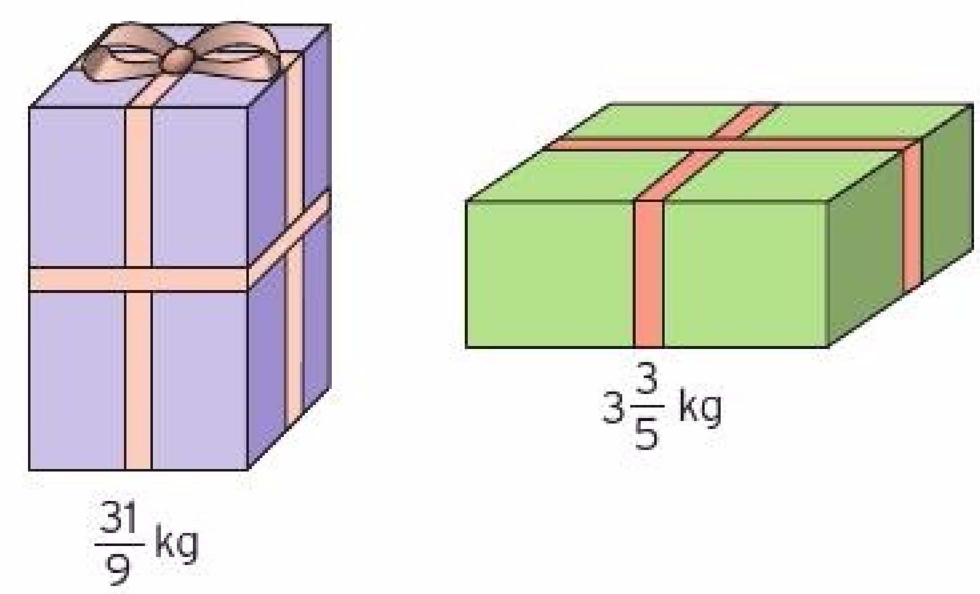
24. Seu Tonico distribuiu as terras de sua fazenda da seguinte forma: $\frac{3}{10}$ para plantar feijão; $\frac{1}{5}$ para plantar milho; $\frac{1}{4}$ para plantar batatas e o restante para fazer o pomar.

a) Qual é a fração que representa a parte da fazenda reservada para plantar feijão, milho e batata? $\frac{3}{4}$

b) Qual é a fração que representa a parte da fazenda reservada para o pomar? $\frac{1}{4}$

25. Da quantia que tinha, uma senhora gastou $\frac{1}{6}$ em verduras, $\frac{3}{8}$ em legumes e com os R$ 44,00 que sobraram ela comprou frutas. Que quantia ela tinha, inicialmente? R$ 96,00.

26. Observe as figuras e responda:



BIS

a) Qual dos pacotes é o mais leve?
O pacote com laço.

b) Quantos quilogramas é necessário adicionar a um dos pacotes para que os dois tenham a mesma massa? $\frac{7}{45}$ kg

27. $\frac{2}{9}$ dos funcionários de uma fábrica usam bicicletas para ir trabalhar e $\frac{2}{3}$ deles usam transporte coletivo. Os dois grupos juntos correspondem a 40 funcionários. Quantos funcionários trabalham nessa fábrica?
45 funcionários.

28. O gráfico a seguir apresenta informações sobre os gastos de um turista em uma viagem. Esse turista gastou R$ 2 000,00 nessa viagem.

a) Hotel: $\frac{3}{8}$; transporte: $\frac{1}{8}$; alimentação: $\frac{1}{4}$ e passeio: $\frac{1}{4}$

a) Escreva a fração que corresponde aos gastos em cada item da viagem.

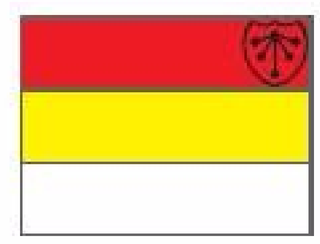
b) Calcule o gasto com hotel e alimentação.
Hotel: R$ 750,00; transporte: R$ 250,00; alimentação: R$ 500,00 e passeio: R$ 500,00.

2 Multiplicação e divisão

Partes de partes de um inteiro

Para refletir e responder

Uma bandeira tem três faixas iguais de cores diferentes, vermelha, amarela e branca.



Cada faixa corresponde a $\frac{1}{3}$ da bandeira.

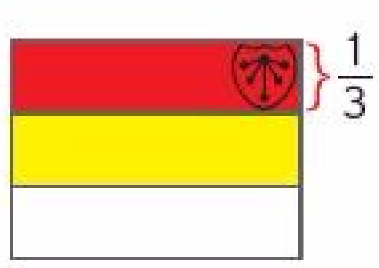
Na faixa vermelha, $\frac{1}{4}$ foi reservado para o emblema.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

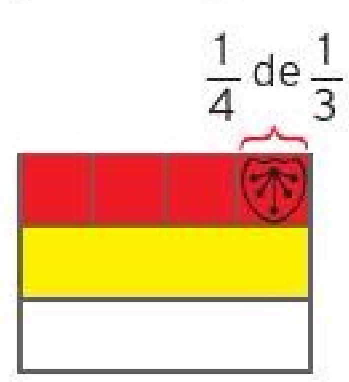
- Que fração da bandeira foi reservada para o emblema? $\frac{1}{12}$

Veja como obter essa fração, usando as figuras a seguir. Lembre-se de que a bandeira é um **inteiro**.

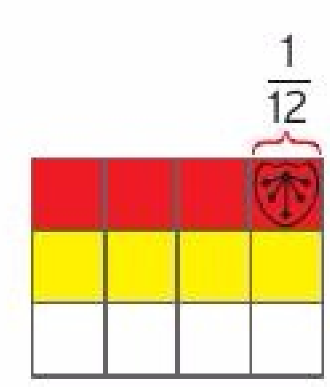
O **inteiro** está dividido em **3** partes iguais:



Dividindo $\frac{1}{3}$ em **4** partes iguais:



O inteiro fica dividido em **12** partes.



Podemos representar $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ pelo produto $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$, que significa **parte de partes de um inteiro**. Assim:

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

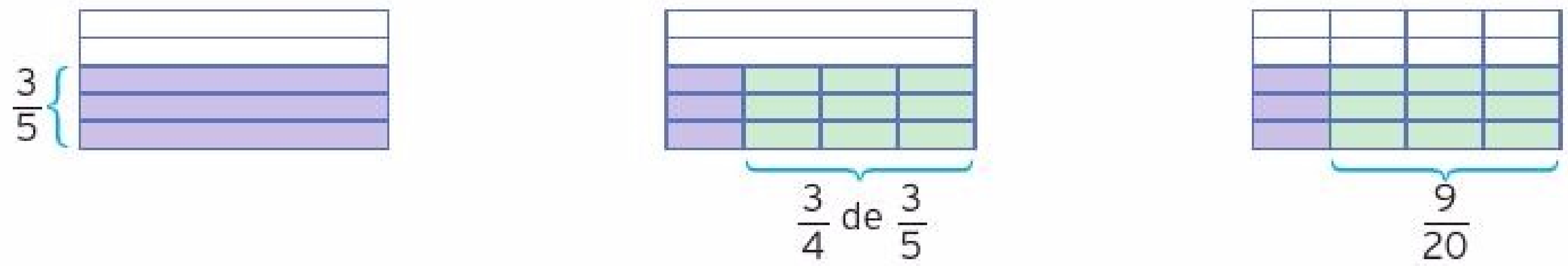
← produto dos numeradores
← produto dos denominadores

Portanto, $\frac{1}{12}$ de toda a bandeira foi reservado para o emblema.

> O **produto** de duas ou mais frações é uma **fração**, na qual:
> - o numerador é o produto dos numeradores;
> - o denominador é o produto dos denominadores.

Outro exemplo: $\mathbf{\frac{3}{4}}$ de $\mathbf{\frac{3}{5}}$ significa $\mathbf{\frac{3}{4} \times \frac{3}{5}}$.

Inteiro | Dividindo $\frac{3}{5}$ em 4 partes, temos: | O inteiro fica dividido em 20 partes.



Assim, $\frac{3}{4}$ de $\frac{3}{5}$ é igual a $\frac{9}{20}$ desse inteiro. Ou seja, $\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$.

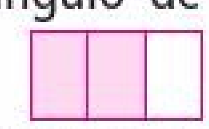
Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

29. Calcule $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3}$, fazendo uma figura:

a) primeiro, desenhe um retângulo;

b) em seguida, pinte $\frac{2}{3}$ desse retângulo de vermelho;



c) pinte de azul $\frac{2}{5}$ da parte que você pintou de vermelho no item b;

d) determine a fração do retângulo que representa $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{15}$

e) calcule o produto $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3}$. $\frac{4}{15}$

30. João comeu a metade da metade de uma *pizza*. Que fração da *pizza* ele comeu? Faça um desenho representando sua resposta. $\frac{1}{4}$

31. Calcule os produtos a seguir. Simplifique, quando possível.

a) $\frac{7}{10} \times \frac{13}{4}$ $\frac{91}{40}$

b) $\frac{15}{8} \times \frac{2}{5}$ $\frac{3}{4}$

c) $8 \times \frac{17}{56}$ $\frac{17}{7}$ ou $2\frac{3}{7}$

d) $\frac{36}{25} \times \frac{4}{9}$ $\frac{16}{25}$

e) $\frac{59}{27} \times \frac{27}{59}$ 1

f) $\frac{45}{13} \times \frac{91}{5}$ 63

Inverso multiplicativo

O produto: $\frac{3}{7} \times \frac{7}{3}$ é igual a 1.

Dizemos que $\frac{3}{7}$ é o **inverso multiplicativo**, ou apenas o **inverso**, de $\frac{7}{3}$.

Do mesmo modo, dizemos que $\frac{7}{3}$ é o **inverso multiplicativo**, ou o **inverso**, de $\frac{3}{7}$.

> Quando temos duas frações diferentes de zero, dizemos que uma é o **inverso** da outra se o **produto** entre elas for igual a **1**.

Outro exemplo: o número $\frac{1}{8}$ é o **inverso** de $\frac{8}{1}$ ou 8, pois $\frac{1}{8} \times \frac{8}{1} = \frac{8}{8} = 1$.

Do mesmo modo, dizemos que 8 é o **inverso** de $\frac{1}{8}$.

Regra do cancelamento

Quando multiplicamos frações, podemos usar uma regra chamada **regra do cancelamento**. Acompanhe os cálculos e observe como se faz.

- Quando existem numeradores e denominadores iguais, eles podem ser cancelados entre si. Cancelamos 4 com 4, dividindo ambos por 4.

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{{}_1\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}^1}{5} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \qquad\qquad \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

- Quando existem fatores comuns entre numeradores e denominadores, esses fatores podem ser cancelados entre si:

$$\frac{10}{15} \times \frac{7}{4} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{15} \times \frac{7}{{}_2\cancel{4}} = \underline{\qquad}$$ 2 é um fator comum a 10 e a 4. Então dividimos 10 e 4 por 2.

$$\frac{10}{15} \times \frac{7}{4} = \frac{{}^1\cancel{5}}{\cancel{15}_3} \times \frac{7}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{6}$$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

32. O produto $\frac{26}{7} \times A = 1$. Qual é o valor de A? $\frac{7}{26}$

33. Calcule o valor de B para que o produto $1\frac{3}{5} \times B$ seja igual a 1. $\frac{5}{8}$

34. Use as regras do cancelamento e calcule estes produtos:

a) $\frac{11}{8} \times \frac{9}{11}$ $\frac{9}{8}$

b) $\frac{23}{13} \times \frac{13}{10} \times \frac{3}{23}$ $\frac{3}{10}$

c) $\frac{9}{8} \times \frac{16}{3}$ 6

d) $\frac{13}{15} \times \frac{7}{39}$ $\frac{7}{45}$

e) $\frac{8}{5} \times \frac{9}{4} \times \frac{10}{3} \times \frac{7}{12}$ 7

f) $\frac{5}{18} \times 48 \times \frac{81}{40}$ 27

35. Há um trecho do litoral nordestino que tem 1 500 quilômetros de praias.

Dessa extensão, $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$ fica entre os estados de Alagoas e Paraíba. Esse trecho corresponde a quantos quilômetros? 500 km.

36. Um padeiro usou $\frac{1}{6}$ da farinha que estava em um saco na segunda-feira e $\frac{2}{5}$ do que restou na terça. Que fração da farinha que estava no saco foi utilizada na terça-feira? $\frac{1}{3}$

37. O carro de Joana estava com $\frac{5}{8}$ da capacidade do tanque de gasolina. Indo para o trabalho, ela gastou $\frac{4}{15}$ dessa gasolina. Que fração da capacidade do tanque ela gastou nesse dia? $\frac{1}{6}$

38. Marisa pagou R\$ 15,00 por $\frac{3}{4}$ da metade de uma torta. Quanto Marisa pagaria pela torta inteira? R\$ 40,00.

39. Em um grupo de jovens $\frac{3}{5}$ são rapazes. Do grupo de rapazes, $\frac{1}{4}$ gosta de filmes de terror.

a) Que fração desses jovens são rapazes e gostam de filmes de terror? $\frac{3}{20}$

b) Se o grupo tiver 200 jovens, quantos serão os rapazes que gostam de filmes de terror? 30 rapazes.

40. Uma peça de tecido tem 60 metros. Essa peça foi dividida em duas partes, sendo que uma delas tinha $\frac{5}{9}$ do comprimento total. Dessa parte foram usados $\frac{3}{4}$ para fazer uma cortina. Quantos metros foram usados na cortina? 25 metros.

41. Um vendedor de produtos de limpeza tinha 160 litros de detergente. Desse total, estocou $\frac{7}{10}$ e vendeu $\frac{5}{8}$ do restante. Quantos litros de detergente foram vendidos? 30 L.

Dividir igualmente

Propicie outras situações envolvendo as diferentes ideias da divisão. Veja a ideia de "repartir igualmente" (em "Para refletir e responder") e a ideia de "quantos cabem em" (no exemplo desta página).

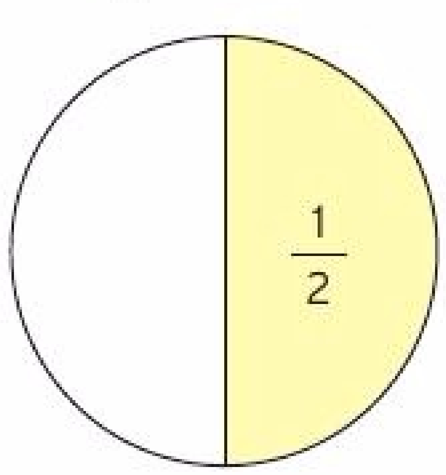
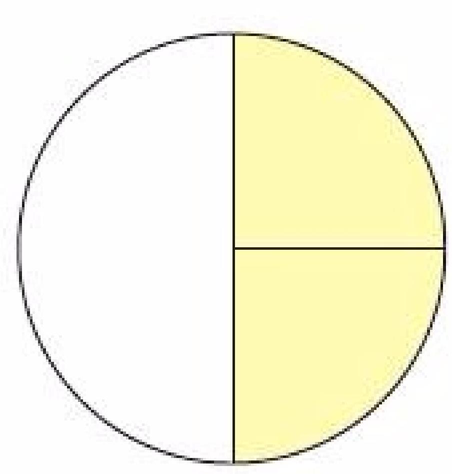
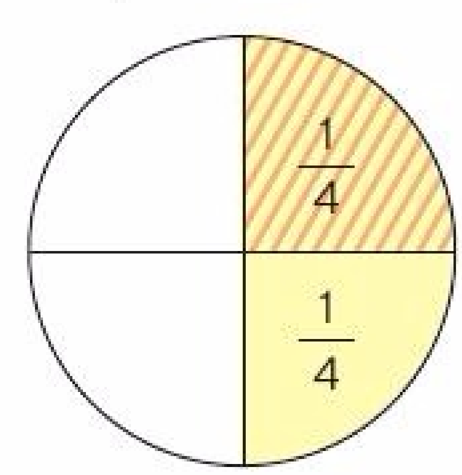
Para refletir e responder

Ao chegar em casa, Márcio e Adriana decidiram comer o que restou de um bolo.

- Que parte do bolo sobrou para Márcio e Adriana dividirem igualmente? $\frac{1}{2}$
- Que fração do bolo caberá a cada um? ______ $\frac{1}{4}$

Nesta situação, a ideia associada à divisão é a de repartir um todo em partes iguais, e a solução desse problema pode ser obtida pela divisão de $\frac{1}{2}$ por 2.

Veja como podemos indicar sobre um desenho as informações dadas:

Dividindo um bolo em 2 partes iguais.	Dividindo $\frac{1}{2}$ em 2 partes iguais.	O inteiro fica dividido em 4 partes iguais.
		

Assim, cada um receberá $\frac{1}{4}$ do bolo. Então: $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$.

Outro exemplo:

Denise quer embalar $\frac{3}{4}$ de quilograma de balas em saquinhos com $\frac{1}{8}$ de quilograma cada um.

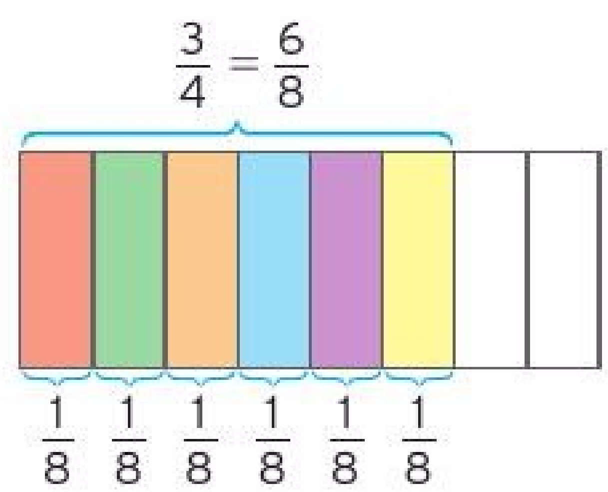
Quantos saquinhos com balas ela conseguirá fazer? 6 saquinhos.

Essa situação também envolve a divisão e a ideia associada é a de medir.

Nesse problema, uma solução é calcular quantas vezes $\frac{1}{8}$ de quilograma cabe em $\frac{3}{4}$ de quilograma, ou seja, dividir $\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{8}$.

A fração $\frac{3}{4}$ é equivalente a $\frac{6}{8}$. Então, dividindo o inteiro em 8 partes iguais, temos que $\frac{3}{4}$ correspondem a 6 partes em 8.

Observe o desenho:



$\frac{1}{8}$ cabe 6 vezes em $\frac{6}{8}$ —— $\frac{6}{8} : \frac{1}{8} = 6$

Logo: $\frac{1}{8}$ cabe 6 vezes em $\frac{3}{4}$ —— $\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = 6$

Denise conseguirá fazer **6** saquinhos, porque $\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = 6$.

Podemos também calcular o quociente $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$ usando a seguinte propriedade da divisão com números naturais:

> Quando multiplicamos o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o quociente não se altera.

Essa propriedade também vale para as frações.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = \left(\frac{3}{4} \times \underbrace{\frac{8}{1}}_{\text{inverso de } \frac{1}{8}}\right) : \left(\frac{1}{8} \times \frac{8}{1}\right) = \left(\frac{3}{4} \times \frac{8}{1}\right) : 1 = \frac{3}{4} \times \frac{8}{1} = \frac{24}{4} = 6$$

Note que esse resultado é igual ao produto de $\frac{3}{4}$ pelo inverso de $\frac{1}{8}$.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{1} = \frac{24}{4} = 6$$

> Dividimos uma fração por outra, diferente de zero, multiplicando a fração-dividendo pelo inverso da fração-divisor.

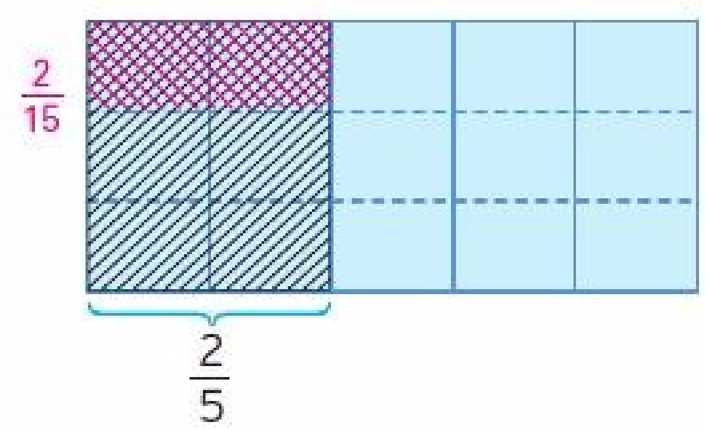
Outros exemplos:

- $\frac{4}{7} : \frac{3}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{20}{21}$
- $\frac{13}{15} : 2 = \frac{13}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{30}$

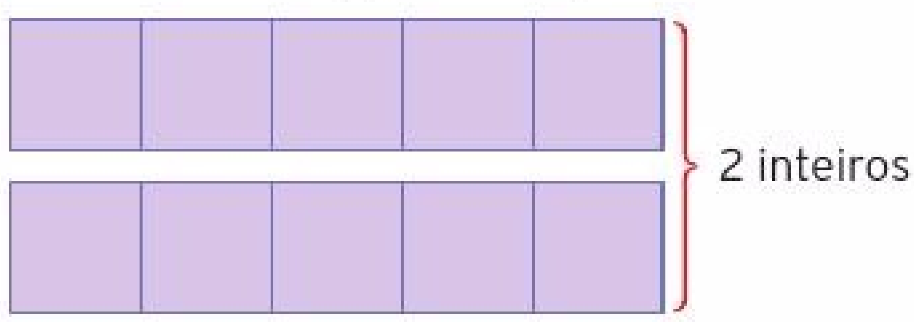
Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

42. Copie a figura e use-a para calcular $\frac{2}{5} : 3$.



43. Observe estas figuras e responda:



a) Qual é o resultado de $2 : \frac{1}{5}$? 10

b) Qual é o resultado de $2 : \frac{2}{5}$? 5

c) Qual é o resultado de $4 : \frac{1}{5}$? 20

44. Em uma vasilha com leite havia $\frac{3}{4}$ de litro que foram repartidos igualmente entre 5 pessoas. Qual é a fração de litro de leite que coube a cada pessoa? $\frac{3}{20}$ de litro de leite.

45. Em um motor de um carro cabem dois litros e meio de óleo. Quantas latas de $\frac{1}{4}$ de litro de óleo são necessárias para preencher esse motor? 10 latas.

46. Um açougueiro quer embalar 6 kg de carne para bife em bandejas de $\frac{3}{4}$ de kg. Quantas bandejas ele conseguirá montar? 8 bandejas.

47. Para fazer 3 bolos, uma doceira usou 4 xícaras e $\frac{1}{2}$ de farinha. Qual é a fração da xícara de farinha que foi usada para cada bolo? $\frac{3}{2}$ da xícara.

48. Cinco políticos dispunham de $\frac{3}{5}$ de hora para dividir igualmente em um programa de televisão. Quanto tempo coube a cada um, em horas? $\frac{3}{25}$ h

49. Calcule o resultado de cada divisão e simplifique-o, quando possível.

a) $\frac{15}{14} : 45$ $\frac{1}{42}$

b) $28 : \frac{7}{3}$ 12

c) $1 : \frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$ ou $1\frac{1}{3}$

d) $\frac{76}{125} : \frac{8}{5}$ $\frac{19}{50}$

e) $\frac{100}{101} : 100$ $\frac{1}{101}$

f) $3\frac{3}{8} : 2\frac{1}{4}$ $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$

50. Um grupo de pessoas realizou $\frac{5}{8}$ de uma tarefa em um dia. O restante foi dividido igualmente entre 5 pessoas. Que parte da tarefa coube a cada uma dessas 5 pessoas? $\frac{3}{40}$ da tarefa.

51. O quociente da divisão de $\frac{2}{3}$ por $\frac{3}{5}$ é um número maior ou menor que 1? Maior.

Investigue e explique

Junte-se a um colega e respondam às questões propostas.

Este copo pode conter $\frac{1}{4}$ de litro de leite.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

- Quantos copos de leite iguais a este são necessários para completar 1 litro de leite? E 2 litros de leite? E 5 litros de leite?
  4 copos; 8 copos; 20 copos.
- E se forem 72 litros de leite? Explique como você pensou para dar a resposta. 288 copos.
- O que é possível concluir sobre a relação entre o número de copos e a quantidade de litros de leite?
  Resposta possível: O número de copos é quatro vezes a quantidade de litros de leite.

3 Operações inversas

Adição e subtração

Para refletir e responder

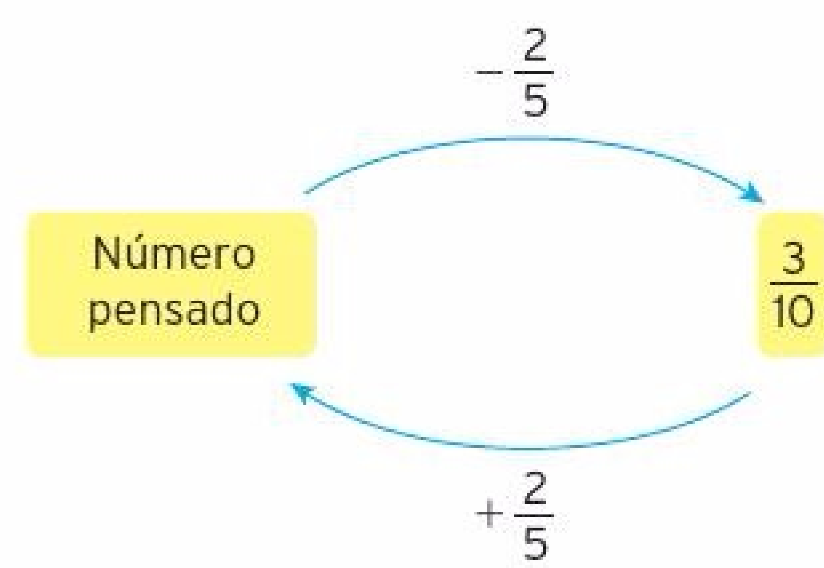
Pensei em um número racional. Dele subtraí $\frac{2}{5}$ e obtive $\frac{3}{10}$.

- Em que número pensei?

$\frac{7}{10}$

Da mesma forma que com os números naturais, em muitas situações com números racionais a adição e a subtração estão presentes ao mesmo tempo, havendo uma relação entre as duas operações.

Na situação acima, para descobrir o número racional pensado, podemos usar o esquema ao lado e percorrer o caminho inverso, somando $\frac{2}{5}$ ao resultado $\frac{3}{10}$:



$$\frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

O número pensado foi $\frac{7}{10}$.

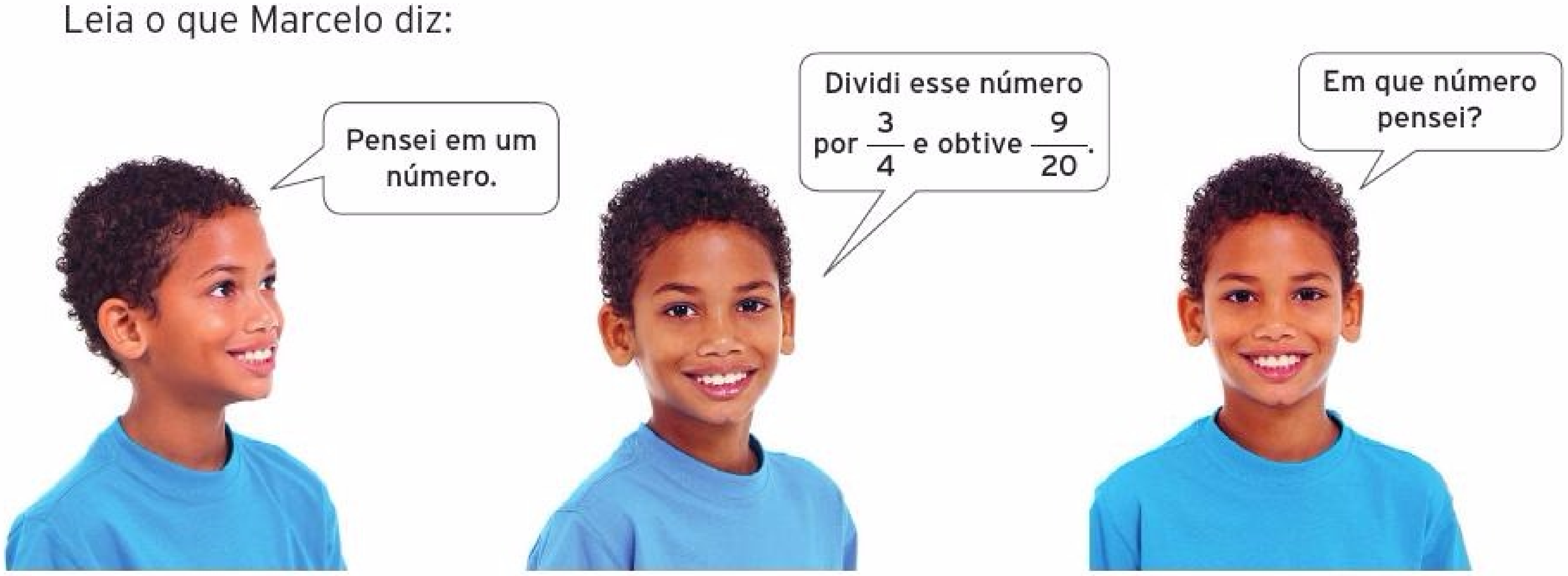
A adição e a subtração de frações são operações inversas.

Multiplicação e divisão

Proponha aos alunos o trabalho com pré-álgebra envolvendo multiplicação e sua inversa.

A multiplicação e a divisão de frações são operações inversas.

Leia o que Marcelo diz:



FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Para descobrir o número escolhido por Marcelo, multiplicamos o resultado que ele obteve por $\frac{3}{4}$.

$$\frac{9}{20} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{80}. \text{ Logo, o número pensado foi } \frac{27}{80}.$$

Verificando:

$$\underbrace{\frac{27}{80}}_{\text{dividendo}} : \underbrace{\frac{3}{4}}_{\text{divisor}} = \frac{27}{80} \times \frac{4}{3} = \underbrace{\frac{9}{20}}_{\text{quociente}}. \text{ Ou seja, } \underbrace{\frac{9}{20}}_{\text{quociente}} \times \underbrace{\frac{3}{4}}_{\text{divisor}} = \underbrace{\frac{27}{80}}_{\text{dividendo}}.$$

Assim, temos que:

quociente × divisor = dividendo

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

52. Em cada um destes esquemas, o retângulo azul substitui um número na forma fracionária. Que número é esse?

a) $\boxed{} \xrightarrow{+\frac{4}{5}} \boxed{\frac{33}{35}}$ $\frac{1}{7}$

b) $\boxed{} \xrightarrow{-\frac{5}{6}} \boxed{\frac{11}{30}}$ $\frac{6}{5}$

53. Reescreva estas igualdades, substituindo o ■ por uma fração que as torne verdadeiras.

a) $\frac{3}{18} + ■ = \frac{15}{18}$ $\frac{2}{3}$

b) $■ - \frac{7}{18} = \frac{1}{9}$ $\frac{1}{2}$

c) $\frac{5}{6} - ■ = \frac{5}{12}$ $\frac{5}{12}$

d) $■ - \frac{81}{100} = \frac{7}{10}$ $\frac{151}{100}$

54. Em cada um destes esquemas, o retângulo azul substitui um número na forma fracionária. Que número é esse?

a) $\boxed{} \xrightarrow{\div \frac{3}{14}} \boxed{\frac{2}{7}}$ $\frac{3}{49}$

b) $\boxed{} \xrightarrow{\times \frac{3}{4}} \boxed{\frac{1}{6}}$ $\frac{2}{9}$

55. Copie as igualdades substituindo o ■ pelo número que as torne verdadeiras.

a) $\frac{3}{5} \times ■ = \frac{7}{9}$ $\frac{35}{27}$

b) $■ \times \frac{4}{15} = \frac{3}{10}$ $\frac{9}{8}$

c) $\frac{3}{5} : ■ = \frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$

d) $■ : \frac{32}{45} = 2$ $\frac{64}{45}$

e) $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{9}} = \frac{2}{3} : \frac{1}{9} = \frac{2}{3} \times ■ = ■$ 9 ou $\frac{9}{1}$; 6

56. Pensei em um número. Somando $\frac{9}{10}$ a esse número obtém-se 17. Em que número pensei? $\frac{161}{10}$

57. Um número multiplicado por 7 resultou em 119. Que número é esse? $\frac{119}{7}$

58. Qual é o número que, multiplicado por 5 e somado com 12, resulta em 72? 12

59. Na igualdade $\mathbf{n} - \frac{25}{100} = \frac{2}{8}$ a letra **n** representa uma fração. Qual é o valor de **n**? $\frac{1}{2}$

60. As letras **a** e **b** representam números racionais.

a) Qual é o valor de **a** se $\mathbf{a} : \frac{9}{37} = 1$? $\frac{9}{37}$

b) Qual é o valor de **b** se $2\frac{5}{8} : \mathbf{b} = 1$? $2\frac{5}{8}$

Desafio

O testamento

Em um testamento uma pessoa dispõe de seus bens, no todo ou em parte, para depois de sua morte. Nesse documento são nomeados herdeiros para quem se destinam bens patrimoniais, ou frações deles.

Oliveira fez um testamento e deixou todos os bens para sua esposa, sua filha e seu neto. Ele deixou para o neto a metade dos bens que destinou à filha e, para esta, a metade dos bens que deixou para a esposa.

- Que fração dos bens de Oliveira coube a cada herdeiro? Esposa: $\frac{4}{7}$; filha: $\frac{2}{7}$; neto: $\frac{1}{7}$.

Observe esta pista: Se você pensar que ao neto de Oliveira foi deixada uma parte dos bens, então a sua filha receberá o dobro.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Não há necessidade de explorar expressões aritméticas que exijam cálculos trabalhosos envolvendo frações. Veja a atividade 61.

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

61. Calcule o valor das expressões:

a) $\frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \times 2\right) + \frac{3}{5}$ 1

b) $\frac{4}{15} + \frac{7}{8} : \frac{35}{24} + \frac{9}{25} \times \frac{25}{27} - \frac{3}{10}$ $\frac{9}{10}$

c) $2 + 2 \times \left(\frac{2}{3} + 2 \times \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 2\right)$ $\frac{7}{4}$ ou $1\frac{3}{4}$

d) $\frac{87}{28} - \left[\frac{25}{8} - \left(\frac{9}{15} \times \frac{75}{36} - \frac{3}{8}\right)\right]$ $\frac{6}{7}$

e) $\left(1\frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{3}$ $\frac{17}{6}$ ou $2\frac{5}{6}$

f) $\left(6 - \frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)$ $\frac{41}{10}$ ou $4\frac{1}{10}$

62. Em uma campanha para doação de sangue, $\frac{4}{9}$ de um grupo de soldados fizeram a doação no primeiro dia e $\frac{3}{5}$ do restante, no segundo dia. O número de soldados que ainda não tinham doado sangue era 24. Quantos soldados havia no grupo? 108 soldados.

63. Um tanque contém areia suficiente para ocupar $\frac{2}{3}$ de sua capacidade total. Um caminhão transporta até uma construção, em cada viagem, $\frac{1}{6}$ da capacidade do tanque. Em quantas viagens ele transportará toda a areia? 4 viagens.

64. Uma pessoa dorme, em média, $4\frac{4}{5}$ meses por ano. Quanto tempo seria necessário para que o tempo que ela passa dormindo seja o equivalente a 1 ano? 2 anos e meio.

65. Uma peça de renda tem $5\frac{1}{2}$ metros de comprimento. Dessa peça, Flávia quer cortar fitas com meio metro cada uma. Quantas fitas ela poderá fazer? 11 fitas.

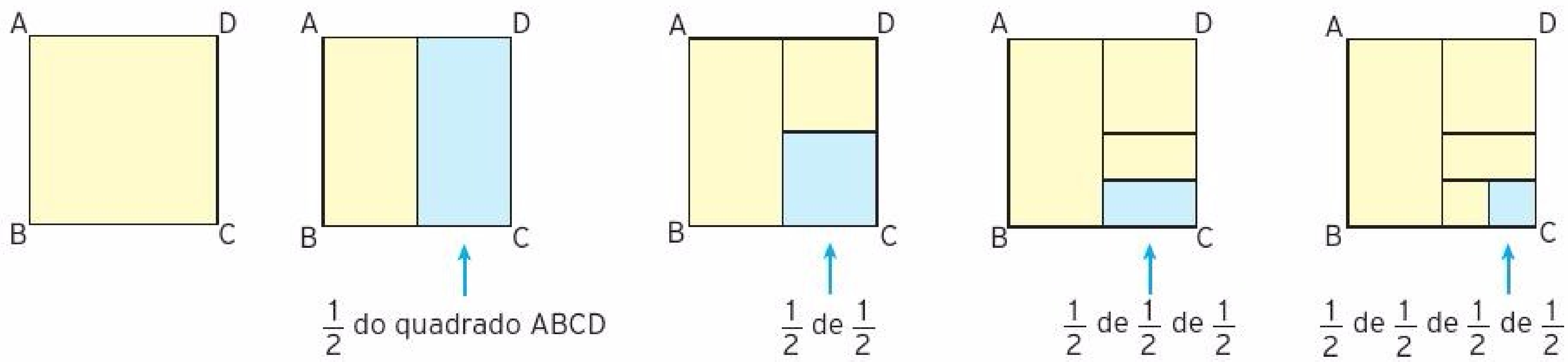
66. Uma corda de 70 metros foi cortada em 3 pedaços. O primeiro corresponde a $\frac{1}{7}$ da corda; o segundo, a $\frac{3}{5}$ da corda. Quanto mede o terceiro pedaço? 18 metros.

4 Potência e raiz quadrada

Proponha outras situações em que os alunos utilizem dobraduras para construir o conceito de potência de números racionais com expoentes inteiros.

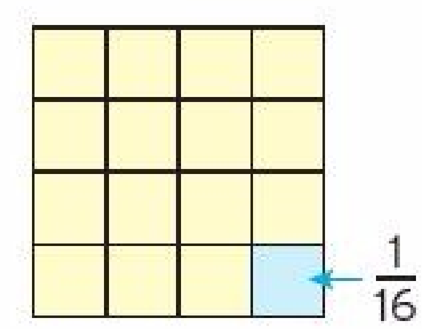
Potenciação

Observe uma sequência de quadrados ABCD que foram divididos.



A fração do quadrado ABCD que representa $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ desse quadrado é o produto $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$



Abreviamos a escrita $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ escrevendo $\left(\frac{1}{2}\right)^4$, que se lê: "um meio elevado à quarta potência" ou "meio elevado a quatro".

Na igualdade $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

- $\frac{1}{16}$ é a **potência**: o produto de fatores iguais;
- $\frac{1}{2}$ é a **base**: o fator que se repete;
- 4 é o **expoente**: o número de vezes em que o fator $\frac{1}{2}$ se repete.

Exemplos:

- $\left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{5}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{5 \times 5}{4 \times 4} = \frac{5^2}{4^2} = \frac{25}{16}$
- $\left(\frac{3}{7}\right)^3 = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{3^3}{7^3} = \frac{27}{343}$

Para a potência de frações, vale também o que combinamos sobre os números naturais:

A potência de qualquer fração elevada ao **expoente 1** é **igual à fração**. $\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$

A potência de qualquer fração, diferente de zero, elevada ao **expoente 0** é **igual a 1**.

$\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$

Expressões numéricas

Nas expressões numéricas que envolvem frações e os sinais de associação **()**, **[]** e **{}**, efetuamos os cálculos:

- primeiro dentro dos parênteses;
- em seguida, nos colchetes;
- e, por fim, nas chaves.

Dentro desses sinais de associação, calculamos:

- primeiro as potências;
- em seguida, os produtos e os quocientes;
- e, por último, as somas e as diferenças, na ordem em que aparecem.

Exemplo:

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{12}{5} - \left(3 - \frac{14}{5}\right)\right] - \left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 : \frac{5}{12} = \left[\frac{1}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{12}^3}{5} - \left(\frac{15}{5} - \frac{14}{5}\right)\right] - \left(\frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right)^3 : \frac{5}{12} =$$

$$= \left[\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right] - \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \frac{5}{12} = \frac{2}{5} - \frac{1}{\cancel{8}_2} \times \frac{\cancel{12}^3}{5} = \frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

67. Calcule as potências:

a) $\left(\frac{7}{9}\right)^2$ $\frac{49}{81}$

b) $\left(\frac{1}{10}\right)^5$ $\frac{1}{100\,000}$

c) $\left(\frac{48}{139}\right)^1$ $\frac{48}{139}$

d) $\left(\frac{17}{193}\right)^0$ 1

68. Calcule a soma do quadrado de $\frac{14}{11}$ com o quadrado de $\frac{10}{11}$. $\frac{296}{121}$ ou $2\frac{54}{121}$

69. Calcule a diferença entre o cubo de $\frac{3}{4}$ e o cubo de $\frac{1}{2}$. $\frac{19}{64}$

70. Considere as potências $\left(\frac{25}{32}\right)^2$ e $\left(\frac{8}{9}\right)^3$. Qual delas é menor? $\left(\frac{25}{32}\right)^2$

71. A letra **a** representa a seguinte potência:

$$\mathbf{a} = \left(10 - \frac{75}{8}\right)^2.$$

a) Qual é o valor de **a**? $\frac{25}{64}$

b) Qual é o valor de $\frac{8}{5}$ de **a**? $\frac{5}{8}$

c) Qual é o valor de $\mathbf{a}^2$? $\frac{625}{4096}$

72. Calcule o valor das expressões numéricas:

a) $\left(1\frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{3}$ $\frac{17}{6}$ ou $2\frac{5}{6}$

b) $\frac{87}{28} - \left[\frac{25}{8} - \left(\frac{9}{15} \times \frac{75}{36} - \frac{3}{8}\right)\right]$ $\frac{6}{7}$

c) $2 \times \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(3 - \frac{1}{2}\right)^2 : \frac{15}{4}$ $\frac{17}{6}$ ou $2\frac{5}{6}$

d) $\left(\frac{5}{8} - \frac{7}{24}\right)^2 \times \left(6 - \frac{9}{2}\right)^3 + 10 : \left(10 - \frac{10}{9}\right)$ $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{9}{4} - \left\{\left[\frac{3}{5} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \frac{1}{9} + \frac{5}{4}\right] \times \frac{4}{117}\right\}$ $\frac{4}{5}$

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega e respondam às questões propostas.

- O valor de $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ é $\frac{1}{1\,024}$. Qual é o valor de $\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$? $\frac{1}{4096}$
- Sabendo que a letra **x** representa um número racional e $x^4 = \frac{1}{16}$, qual é o valor de x^8? $\frac{1}{256}$

Procure propor situações semelhantes a esta, nas quais os alunos possam explorar o conceito de raiz quadrada exata como operação inversa de potência de expoente 2.

Raiz quadrada

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Sabemos que a fração $\frac{9}{5}$ elevada ao quadrado resulta em $\frac{81}{25}$.

Logo, $\sqrt[2]{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5}$ porque $\left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{81}{25}$.

Dizemos que $\frac{9}{5}$ é a raiz quadrada de $\frac{81}{25}$.

Acompanhe o cálculo de $\sqrt{\frac{225}{1024}}$:

- Fatoramos o numerador e o denominador:

$$\sqrt{\frac{225}{1024}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 5^2}{2^{10}}}$$

- Dividimos os expoentes dos fatores por 2 e extraímos da raiz:

$$\sqrt{\frac{225}{1024}} = \frac{3^{2:2} \times 5^{2:2}}{2^{10:2}} = \frac{3 \times 5}{2^5} = \frac{15}{32}$$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

73. Reescreva as sentenças, substituindo o ■ por uma fração que as torne verdadeiras.

a) $\left(\frac{23}{67}\right)^2 = \frac{529}{4489}$, então $\sqrt{\frac{529}{4489}} = $ ■ $\frac{23}{67}$

b) $\left(\frac{54}{39}\right)^2 = \frac{2916}{1521}$, então $\sqrt{\frac{2916}{1521}} = $ ■ $\frac{54}{39}$

74. Calcule o valor de:

a) $\sqrt{\frac{256}{324}}$ $\frac{16}{18}$ ou $\frac{8}{9}$

b) $\sqrt{\frac{576}{625}}$ $\frac{24}{25}$

c) $\sqrt{\frac{1296}{6400}}$ $\frac{36}{80}$ ou $\frac{9}{20}$

d) $\sqrt{\frac{5929}{3600}}$ $\frac{77}{60}$

75. A expressão $\frac{2^2 \times 3^2}{7^2}$ é a forma fatorada de que fração? Qual é a raiz quadrada desse número? $\frac{36}{49}$; $\frac{6}{7}$

76. A sequência a seguir envolve um padrão. Descubra-o e encontre o número que está faltando: $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6561}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{9}$	**?**

Resposta possível: A raiz quadrada do número que está em um quadro é o número do quadro seguinte.

77. Considere o valor de **x** e **y** no quadro abaixo e responda:

$x = \frac{1}{16}$ e $y = \frac{1}{64}$

a) Qual é o valor de $\sqrt{x}$? E de $\sqrt{y}$? $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$

b) Qual é o valor da expressão $1 - \sqrt{x}$? $\frac{3}{4}$

Em atividades como a 76, nas quais se pede para completar sequências com base no conhecimento de padrões observados em alguns de seus termos, outras soluções são admissíveis, pois não está explícita a regra de formação.

Desafio

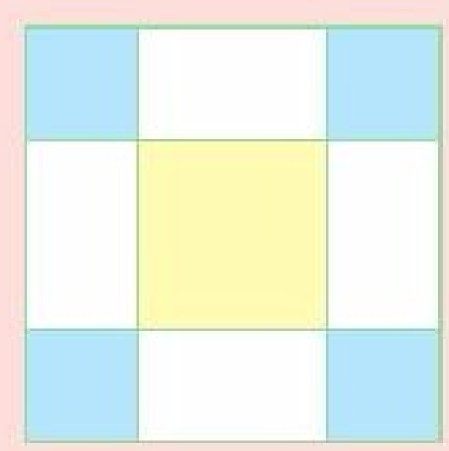
Procure propor situações semelhantes, nas quais os alunos possam explorar o conceito de raiz quadrada exata de forma integrada com a área de quadrados.

Quadrados e raízes quadradas

A área do quadrado maior é $\frac{100}{81}$ m².

A área do quadrado amarelo é $\frac{64}{81}$ m².

Qual é a medida dos lados dos quadrados azuis? $\frac{1}{9}$ m



Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

78. A letra **a** representa o produto:

$a = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \sqrt{\frac{81}{64}}$

a) Qual é o valor de **a**? $\frac{1}{2}$

b) Qual é o dobro de **a**? 1

c) Qual é o valor do quadrado de **a**? $\frac{1}{4}$

d) Qual é o valor da quarta parte de **a**? $\frac{1}{8}$

79. Cláudio calculou o cubo de $\frac{2}{5}$ e o dividiu por $\frac{4}{25}$. Que resultado ele obteve? $\frac{2}{5}$

80. Calcule a raiz quadrada da soma do quadrado de $\frac{1}{3}$ e o quíntuplo de $\frac{1}{4}$. $\frac{7}{6}$

81. Qual é o valor de $\left(\frac{3}{5}\right)^2 - \frac{81}{625}$? 0

82. Calcule o valor das expressões:

a) $\sqrt{\frac{64}{49}} + \sqrt{\frac{36}{49}}$ 2

b) $\sqrt{\frac{64}{49} + \frac{36}{49}}$ $\frac{10}{7}$

- O valor de $\sqrt{\frac{64}{49}} + \sqrt{\frac{36}{49}}$ é igual ao valor de $\sqrt{\frac{64}{49} + \frac{36}{49}}$? Não.

Leitura

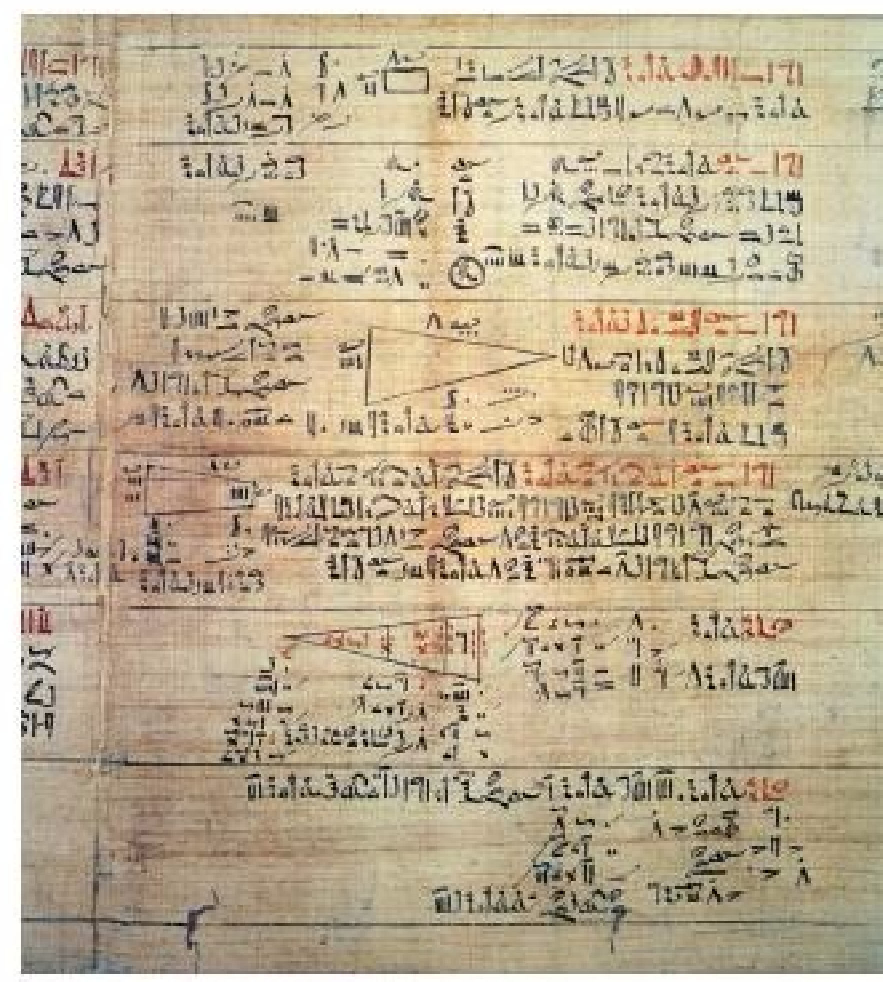
Do tempo dos faraós

O conhecimento dos procedimentos matemáticos usados no antigo Egito chegou até nós por meio de descobertas arqueológicas. Uma das mais importantes dessas descobertas foi o Papiro Ahmes, também chamado Papiro Rhind, em referência ao antiquário escocês que o descobriu no Egito, em 1858. Os papiros foram os precursores do papel, tendo como matéria-prima o caule de vegetais que cresciam nas margens do rio Nilo.

O Papiro Ahmes, um documento de mais de cinco metros de comprimento, datado por volta de 1650 a.C., apresenta tabelas de conversão usando frações e métodos de resolução de oitenta e quatro problemas variados.

Hoje, sabemos que os egípcios tinham métodos engenhosos para utilizar frações, representando-as como somas de frações em que o numerador é igual a 1; essas frações são chamadas unitárias. Por exemplo: a fração $\frac{1}{2}$ pode ser escrita como a soma das frações unitárias $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{6}$.

Esse conhecimento pode ter sido usado nos problemas de divisões de alimentos para tropas, em campanhas militares ou para trabalhadores, nos templos e pirâmides, e de rações para animais.



BRITISH MUSEUM, LONDON, UK/KEYSTONE

Papiro de Rhind.

"Uma quantidade e a sua quarta parte somadas perfazem 15. Qual é a quantidade?"

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Pirâmides de Gizé, construídas no Antigo Egito.

Fontes de pesquisa: BOYER, Carl B. História da matemática. Tradução de Elza F. Gomide. 2ª edição. São Paulo: Edgar Blücher, 1996;

GERONIMO, R. R.; SAITO, F. O papiro de Rhind: um estudo preliminar.

Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/download/9228/6847>. Acesso em: 17 dez. 2014.

Revisão cumulativa e testes

FAÇA NO CADERNO

1. A Copa do Mundo de Futebol ocorre de 4 em 4 anos. O Brasil sediou a que ocorreu em 2014.

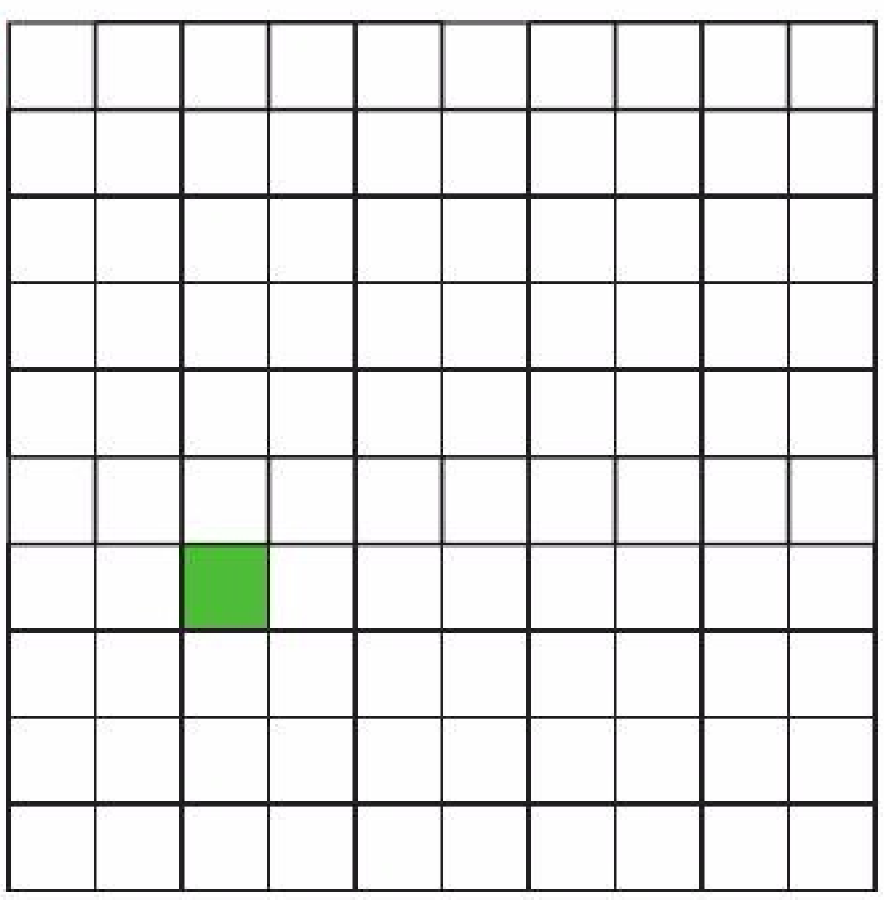
a) Escreva a sequência dos anos em que acontecerão (ou aconteceram) os cinco campeonatos seguintes. 2018, 2022, 2026, 2030, 2034.

b) Em 2050 haverá Copa do Mundo? Explique por quê. Sim. Resposta possível: 2050 é um termo dessa sequência.

2. Calcule a potência de base 5 e expoente 2 e a potência de base 2 e expoente 5. Qual é maior?
$5^2 = 25$; $2^5 = 32$. A maior é 2^5.

3. Considere a figura como um inteiro e indique uma fração que representa a parte colorida, e outra que representa a parte não colorida:

$\frac{1}{100}$; $\frac{99}{100}$



4. Rita recebeu R$ 1700,00 de 13º salário e guardou $\frac{2}{5}$ dessa quantia na poupança. Do que sobrou, gastou $\frac{1}{3}$ com roupas.

a) Quanto Rita guardou na poupança?
R$ 680,00.

b) Quanto Rita ainda tem para gastar?
R$ 680,00.

5. Os números 1214 e 172 são duas parcelas de uma adição de três parcelas em que o total é 2 000. O valor da terceira parcela é: a

a) 614

b) 786

c) 1 386

d) 1 828

6. Uma pirâmide tem como base um pentágono. O número de vértices dessa pirâmide é: c

a) 4

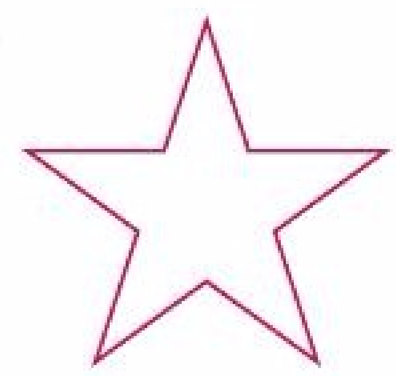
b) 5

c) 6

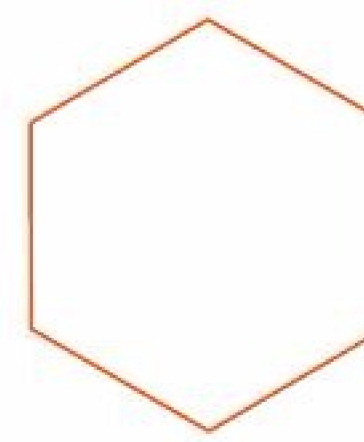
d) 7

7. Observe os polígonos abaixo e escreva no caderno a alternativa que corresponde ao polígono convexo. c

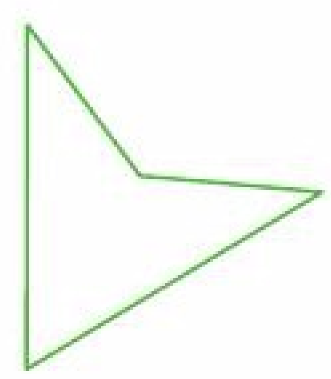
a)



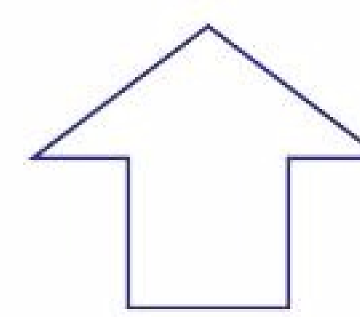
c)



b)



d)



8. $\frac{2}{5}$ de uma barra de cereal mais a metade de $\frac{1}{5}$ dessa barra é igual a: d

a) uma barra

b) $\frac{1}{10}$ de barra

c) $\frac{3}{5}$ de barra

d) meia barra

9. Qual é o dividendo de uma divisão em que o divisor é 21, o quociente é 44 e o resto é 18? b

a) 900

b) 942

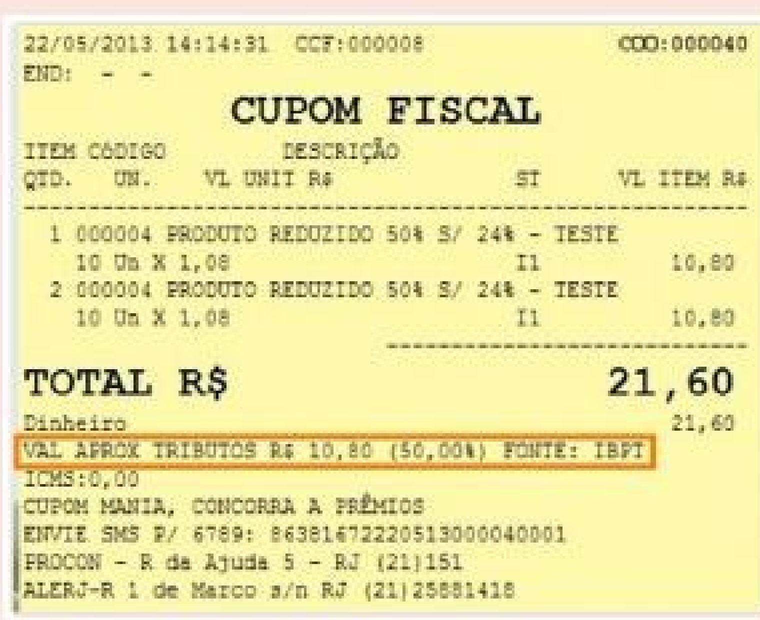
c) 924

d) 948

UNIDADE 10

Números racionais: representação decimal

THINKSTOCK/GETTY IMAGES


```
22/05/2013 14:14:31  CCF:000008                  COO:000040
END:  -  -
                  CUPOM FISCAL
ITEM CÓDIGO          DESCRIÇÃO
QTD.   UN.    VL UNIT R$                ST       VL ITEM R$
-----------------------------------------------------------
  1 000004 PRODUTO REDUZIDO 50% S/ 24% - TESTE
    10 Un X 1,08                         I1            10,80
  2 000004 PRODUTO REDUZIDO 50% S/ 24% - TESTE
    10 Un X 1,08                         I1            10,80
                              -----------------------------
TOTAL R$                                               21,60
Dinheiro                                               21,60
VAL APROX TRIBUTOS R$ 10,80 (50,00%) FONTE: IBPT
ICMS:0,00
CUPOM MANIA, CONCORRA A PRÊMIOS
ENVIE SMS P/ 6789: 863816722205130000040001
PROCON - R da Ajuda 5 - RJ (21)151
ALERJ-R 1 de Marco s/n RJ (21)25881418
```

SHUTTERSTOCK

HAGAQUEZART ESTÚDIO

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Nesta unidade ...

1. A escrita decimal
2. Medidas e decimais
3. Ordenação de números racionais
4. Adição e subtração
5. Multiplicação e divisão
6. Operações inversas
7. Potência e raiz quadrada
8. Estatística e probabilidade

Em muitas situações da vida lidamos com números racionais na forma decimal, sejam eles cotidianos, culturais ou científicos. Até para o exercício da cidadania, necessitamos deles para interpretar corretamente o significado das informações que nos chegam pelos veículos de comunicação.

Nesta unidade, vamos ampliar o conhecimento que temos sobre esses números.

O século XVI foi a época das navegações marítimas e da grande expansão do comércio.

Nessa época, na Europa, os matemáticos criaram uma maneira de representar números em que a parte não inteira fica separada da parte inteira com o uso de um sinal gráfico, que, para nós, é uma vírgula.

Atualmente, os números racionais na forma decimal aparecem em situações que envolvem balanças, bombas de combustível, cronômetros, medidas de modo geral e contextos que envolvem dinheiro.

VAGNER DE FARIA

As placas dão o preço de 1 quilograma do produto.

"Números com vírgula" aparecem também nas calculadoras:

ALBERTO DE STEFANO

O ponto que aparece no visor da calculadora representa a vírgula.

FABIO R. MARTINS

O que você já sabe?

- A afirmação da compradora "Um 'quilo' e meio de feijão é R$ 6,90" está correta? Explique o porquê.
  Sim. Respostas pessoais. Os alunos podem usar a forma decimal para fazer 4,60 × 1,5 = 6,90, ou usar a forma fracionária, calculando a metade do valor de um quilograma e adicionando ao valor de um quilograma.
- Quanto a cliente pagará por 400 gramas de farinha? E pela compra toda?
  R$ 1,16 pela farinha, R$ 17,66 pela compra toda.
- Leia o número que apareceu no visor da calculadora.
  Resposta possível: Três vírgula setenta e cinco.
- Em que outras situações do dia a dia você costuma encontrar números na forma decimal, isto é, escritos com vírgula?
  Respostas possíveis: Comprimentos, massas, velocidades na Fórmula 1, tempos em provas de atletismo.

1 A escrita decimal

Números com vírgula

Números com vírgula são comuns em nossa vivência diária. Observe alguns exemplos:

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Serão cortados 7,5 cm do comprimento desta barra.

ALAMY/GLOW IMAGES

A massa desse peixe é de 3,41 quilogramas.

PAULO PINTO/AE

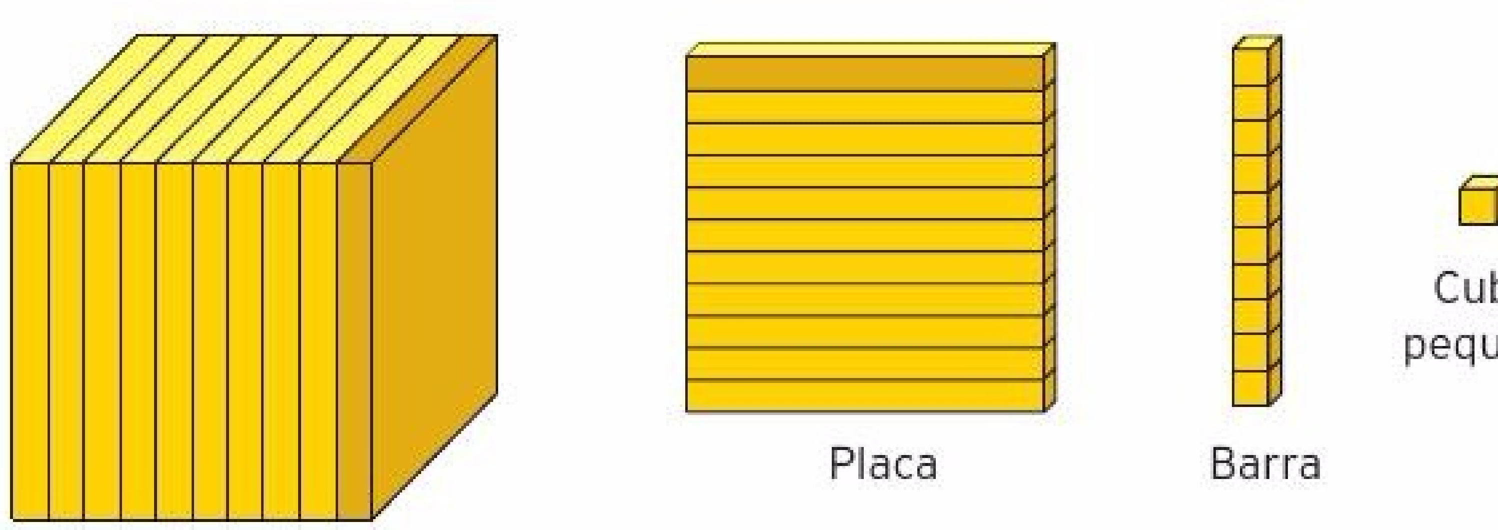
Os 40,03 litros de combustível custaram R$ 110,04.

Os "números com vírgula" que aparecem nessas imagens são **números racionais escritos na forma decimal**.

Recorra a um material de manipulação, como o Material Dourado ou o ábaco de pinos, para utilizar como apoio nas atividades de ampliação das ordens decimais.

Para refletir e responder

Observe as representações a seguir.



Cubo grande Placa Barra Cubo pequeno

- Considerando o cubo maior como o inteiro, indique uma fração que represente, em relação a esse cubo grande: uma placa; uma barra; um cubo pequeno. Depois, use uma calculadora e determine o valor das seguintes divisões: 1:10 (0,1) 1:100 (0,01) 1:1 000 (0,001) $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{1}{1000}$

Nesta atividade, o inteiro, representado pelo cubo, foi dividido sucessivamente em 10, 100 e 1000 partes iguais.

Veja que, dividindo o cubo maior que representa 1 unidade em:

- 10 partes iguais: cada parte corresponde a $\frac{1}{10}$ da unidade.

$$\frac{1}{10} = 0{,}1 \text{ —— Lê-se: "um décimo".}$$

- 100 partes iguais: cada parte corresponde a $\frac{1}{100}$ da unidade.

$$\frac{1}{100} = 0{,}01 \text{ —— Lê-se: "um centésimo".}$$

- 1000 partes iguais: cada parte corresponde a $\frac{1}{1000}$ da unidade.

$$\frac{1}{1000} = 0{,}001 \text{ —— Lê-se: "um milésimo".}$$

Dessa forma, temos as **ordens decimais**, menores que a unidade simples: **décimos**, **centésimos**, **milésimos**, **décimos de milésimos**, e assim por diante. Na escrita numérica, essas ordens estão à direita da ordem das unidades simples, separadas desta por meio de uma vírgula.

Observe essas ordens em um quadro de valor-lugar ou quadro de ordens, no qual cada ordem corresponde a uma casa decimal:

Parte inteira					Parte não inteira ou decimal				
Ordens inteiras					**Ordens decimais**				
...	4ª	3ª	2ª	1ª	1ª	2ª	3ª	4ª	...
...	UM	C	D	U	d	c	m	dm	...
				1					
				0,	1				
				0,	0	1			
				0,	0	0	1		
				0,	0	0	0	1	

Nesse quadro:

- **d** representa **décimos**;
- **c** representa **centésimos**;
- **m** representa **milésimos**;
- **dm** representa **décimos de milésimos**.

Frações decimais

Exemplos:

$$\frac{85}{10} = 8{,}5 \qquad \frac{9}{100} = 0{,}09 \qquad \frac{37}{100} = 0{,}37 \qquad \frac{1374}{1000} = 1{,}374$$

Observe que os denominadores das frações $\frac{85}{10}$, $\frac{9}{100}$, $\frac{37}{100}$ e $\frac{1374}{1000}$ são potências de base 10. Frações como essas são denominadas **frações decimais**.

> Frações com **denominador 10** têm escrita numérica decimal com **uma casa decimal**.
> Frações com **denominador 100** têm escrita numérica decimal com **duas casas decimais**.
> Frações com **denominador 1000** têm escrita numérica decimal com **três casas decimais.**

Na fração $\frac{2}{3}$, o denominador 3 não é uma potência de 10, e não existe também uma fração equivalente a ela de denominador que seja uma potência de 10.

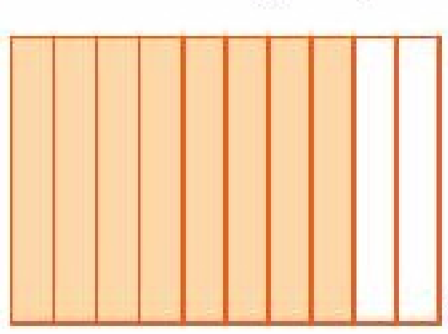
Ou seja, não é possível obter uma fração decimal equivalente a $\frac{2}{3}$.

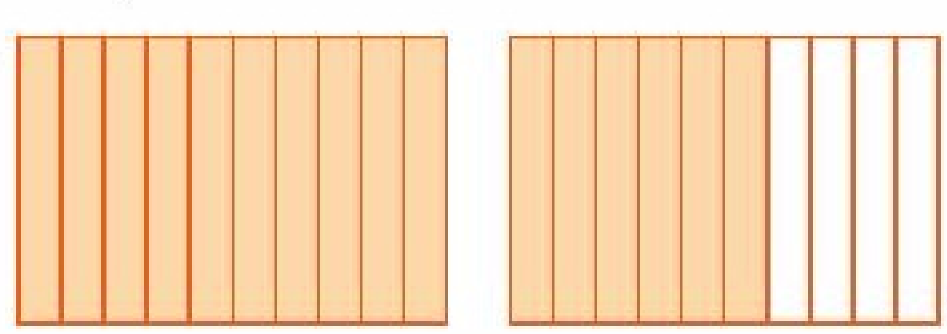
Podemos transformar o denominador de uma fração em uma potência de 10 quando esse denominador tem apenas fatores iguais a 2 ou apenas fatores iguais a 5 ou apenas fatores iguais a 2 e 5.

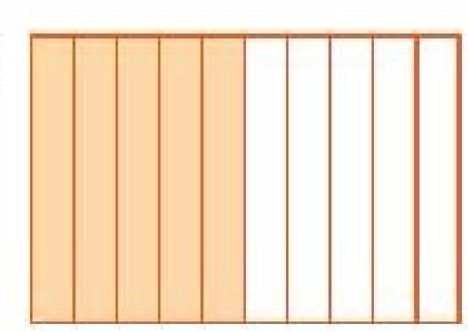
Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

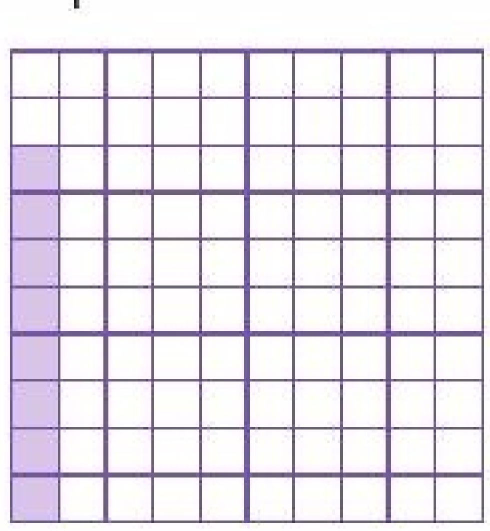
1. Estes retângulos estão divididos em 10 partes iguais e cada um representa um inteiro. Qual número decimal representa a região pintada de laranja?

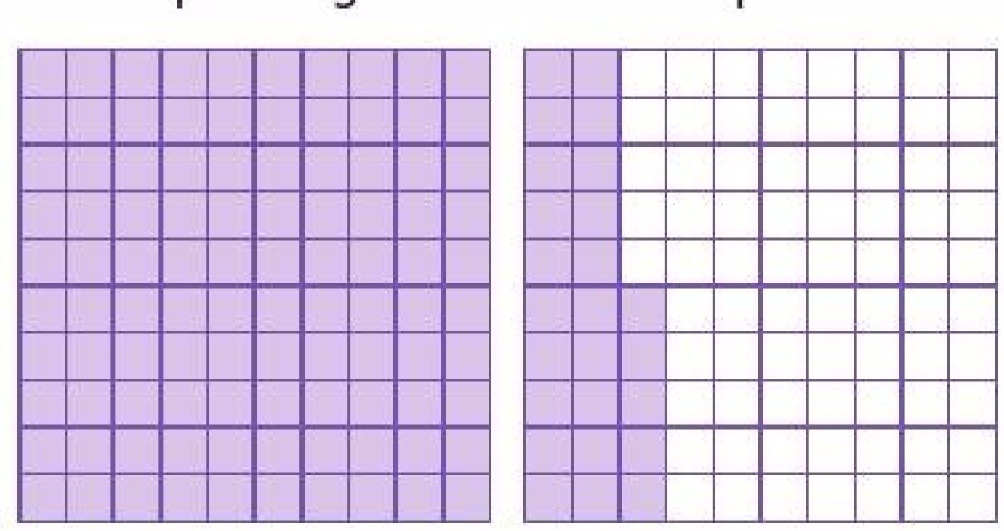
a)  0,8

b)  1,6

c)  0,5

2. Estes quadrados estão divididos em 100 partes iguais e cada um representa um inteiro.

A 

B 

a) Escreva as frações decimais que representam a região pintada de lilás em **A** e em **B**. A: $\frac{8}{100}$; B: $1\frac{25}{100}$ ou $\frac{125}{100}$

b) Qual a escrita decimal que corresponde a cada uma dessas frações? 0,08; 1,25

c) Quantas ordens decimais têm as escritas correspondentes às frações decimais de denominador 100? Duas.

d) Quantos por cento dos quadradinhos estão pintados de lilás em **A**? 8%

3. Escreva nas formas decimal e fracionária os seguintes números:

a) 73 décimos. $\frac{73}{10}$; 7,3

b) 3 centésimos. $\frac{3}{100}$; 0,03

c) 125 milésimos. $\frac{125}{1000}$; 0,125

4. Represente cada fração a seguir na forma decimal:

a) $\frac{26}{100}$ 0,26

b) $\frac{3}{1\,000}$ 0,003

c) $\frac{38\,437}{100}$ 384,37

5. Uma professora de Matemática leu os números abaixo para seus alunos e pediu-lhes que os escrevessem na forma decimal. Como eles devem escrever os números?

a) Trinta e quatro inteiros e seis décimos. 34,6

b) Cinco inteiros e oito centésimos. 5,08

c) Quatro milésimos. 0,004

6. Na prova de Português, Cláudio acertou 7 das 10 questões propostas.

a) Escreva uma fração decimal que represente o número de acertos em relação ao total de questões. $\frac{7}{10}$

b) Qual é a escrita decimal que corresponde a essa fração? 0,7

c) Qual foi a porcentagem de acertos de Cláudio? 70%

d) Qual foi a porcentagem de erros de Cláudio? 30%

7. Copie este quadro em seu caderno e complete-o:

	Forma fracionária	Escrita decimal
3 dezenas e 8 décimos	$30\frac{8}{10}$	30,8
9 unidades e 12 milésimos	$9\frac{12}{1000}$	9,012
109 centésimos	$\frac{109}{100}$	1,09
36 décimos	$\frac{36}{10}$	3,6
15 unidades e 8 centésimos	$15\frac{8}{100}$	15,08
6 milésimos	$\frac{6}{1000}$	0,006

8. Observe as frações a seguir e anote apenas as frações decimais. Em seguida, apresente-as na forma decimal. 2,01; 2,1

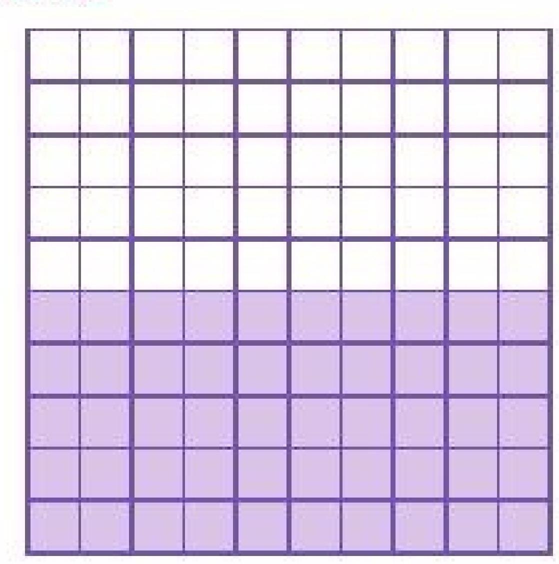
a) $\frac{10}{9}$

b) $\frac{201}{100}$

c) $\frac{1000}{30}$

d) $\frac{21}{10}$

9. Observe a figura quadrada abaixo. Considerando a figura como um inteiro, a metade corresponde a quantos centésimos? E a quantos décimos? 0,50; 0,5



Das frações à escrita decimal e da escrita decimal às frações

Procure explorar a escrita decimal, trabalhando simultaneamente: frações decimais, Sistema de Numeração Decimal e quociente entre dois números naturais. Chame a atenção dos alunos para a posição e o significado da vírgula na escrita decimal. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

Para refletir e responder

- Qual é a forma decimal que corresponde à fração $\frac{5}{4}$? 1,25

Todo número racional tem uma escrita decimal. Essa escrita pode ser obtida dividindo-se o numerador pelo denominador da fração que representa esse número racional ou aplicando o conceito de equivalência de frações.

Assim, nessa situação podemos:

Calcular o quociente da divisão

Podemos calcular o quociente da divisão de 5 por 4:

$$\begin{array}{llr|l}
 & & 5 & 4 \\
\hline
 & & 1 & \underset{U}{1},\underset{d}{2}\underset{c}{5} \\
\text{Décimos} & \times 10 & 10 & \\
\text{Décimos} & & 2 & \\
\text{Centésimos} & \times 10 & 20 & \\
\text{Centésimo} & & 0 &
\end{array}
\qquad \frac{5}{4} = 1{,}25$$

Lemos: "um inteiro e vinte e cinco centésimos" ou "um vírgula vinte e cinco".

O resto dessa divisão é zero e por isso dizemos que 1,25 é um decimal exato.

Escrever uma fração decimal equivalente

Podemos escrever uma fração decimal equivalente a $\frac{5}{4}$.

$$\frac{5}{4} \overset{\times 5}{=} \frac{25}{20} \overset{\times 5}{=} \frac{125}{100} \qquad \boxed{\frac{5}{4} = 1{,}25}$$

$\frac{125}{100}$ tem escrita decimal com duas casas decimais.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Outros exemplos:

1. Escrever a fração $\frac{7}{125}$ na forma decimal.

- Calculando o quociente **7 : 125**:

$$\begin{array}{llr|l}
 & & 7 & 125 \\
\hline
\text{Décimos} & \times 10\ \text{d} & 70 & \underset{U}{0},\underset{d}{0}\underset{c}{5}\underset{m}{6} \\
\text{Centésimos} & \times 10\ \text{c} & 700 & \\
\text{Centésimos} & & 75 & \\
\text{Milésimos} & \times 10\ \text{m} & 750 & \\
\text{Milésimo} & & 0 &
\end{array}
\qquad \boxed{\frac{7}{125} = 0{,}056}$$

Lemos: "cinquenta e seis milésimos".

Nas atividades de obtenção da escrita decimal de um número racional, insista com os alunos para que indiquem todas as passagens. Isso poderá auxiliá-los na compreensão de todo o processo, o que consolidará o algoritmo da divisão de dois números naturais na obtenção dessa escrita. Veja as atividades propostas no texto.

- Escrevendo uma fração decimal equivalente a $\frac{7}{125}$:

$$\frac{7}{125} \overset{\times 2}{=} \frac{14}{250} \overset{\times 2}{=} \frac{28}{500} \overset{\times 2}{=} \frac{56}{1000} \qquad \frac{7}{125} = \frac{56}{1000} \qquad \boxed{\frac{7}{125} = 0{,}056}$$

2. Obter a escrita decimal de $\frac{25}{3}$.

- Calculando o quociente **25 : 3**

$$\begin{array}{l|l} 25 & 3 \\ \cline{2-2} \;\;10 & 8{,}333... \\ \;\;\;\;10 & \\ \;\;\;\;\;\;10 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;1 & \end{array}$$

As reticências indicam que existem infinitas casas decimais iguais a 3.

Como o resto se repete indefinidamente, o algarismo 3 também se repete indefinidamente no quociente. Assim, dizemos que 8,333... é um decimal não exato.

8,333... é uma **dízima periódica**, em que o período é 3. Indicamos 8,333... por $8{,}\overline{3}$.

Todo número racional ou é um decimal exato ou é uma dízima periódica.

Podemos, também, escrever na forma fracionária um número escrito na forma decimal.

Veja como obter uma fração correspondente a 2,875 e outra correspondente a 4,75:

- Como 2,875 tem três casas decimais, escrevemos uma fração com denominador 1000 e numerador 2 875, que é 2,875 sem a vírgula:

$$2{,}875 = \frac{2\,875}{1000} \xrightarrow{:\,125} \frac{23}{8}$$

- Como 4,75 tem duas casas decimais, escrevemos uma fração com denominador 100 e numerador 475.

$$4{,}75 = \frac{475}{100} \xrightarrow{:\,25} \frac{19}{4} \text{ ou } 4{,}75 = 4 + 0{,}75 = 4 + \frac{3}{4} = 4\frac{3}{4}$$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

10. Represente estes números racionais na forma decimal:

a) $\frac{3}{2}$ 1,5
b) $\frac{13}{5}$ 2,6
c) $\frac{32}{20}$ 1,6
d) $\frac{9}{4}$ 2,25
e) $\frac{25}{8}$ 3,125
f) $\frac{2}{125}$ 0,016

11. Identifique e anote a fração irredutível correspondente a cada um destes números decimais:

a) 0,4 $\frac{2}{5}$
b) 1,2 $\frac{6}{5}$
c) 0,065 $\frac{13}{200}$
d) 3,75 $\frac{15}{4}$
e) 0,125 $\frac{1}{8}$
f) 0,025 $\frac{1}{40}$

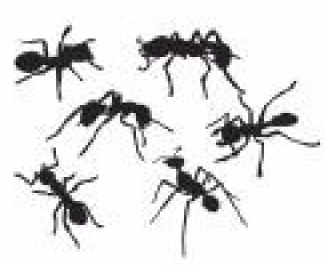
12. Paulo pintou $\frac{3}{10}$ de uma figura que representa um inteiro. Represente na forma decimal a parte não pintada. 0,7

13. Quantos gramas correspondem a 0,01 quilograma?
10 gramas.

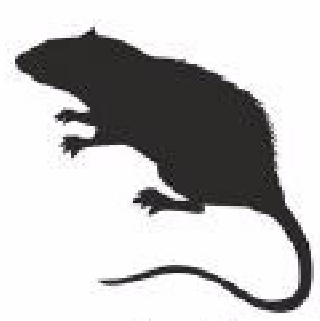
14. Marcelo fez uma pesquisa sobre o comprimento médio de alguns animais e transformou os números encontrados na forma decimal em fração.

gato: $\frac{23}{50}$ m

leão: $\frac{9}{5}$ m



formiga: $\frac{1}{625}$ m



camundongo: $\frac{1}{25}$ m

ILUSTRAÇÕES: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Escreva as frações escritas por Marcelo na sua forma original. 0,46; 1,8; 0,0016 e 0,04

15. Quatro alunos representaram o número 1,5 em forma de fração. Ana representou assim: $\frac{15}{10}$, Bia representou: $\frac{15}{100}$, Mario: $\frac{3}{2}$ e André: $1\frac{1}{2}$.
Quais deles não fizeram representações corretas? Explique por quê. Bia, porque como 1,5 tem uma casa decimal, a fração decimal correspondente tem denominador 10.

16. Determine a escrita decimal destes números e anote aqueles que são dízimas periódicas:

a) $\frac{15}{4}$ 3,75;

b) $\frac{8}{11}$ 0,7272... dízima periódica

c) $\frac{8}{3}$ 2,666... dízima periódica

d) $\frac{7}{6}$ 1,166... dízima periódica

e) $\frac{12}{5}$ 2,4

f) $\frac{3}{16}$ 0,1875

Se achar necessário, confira com uma calculadora.

17. É possível encontrar uma fração com denominador 5 cuja representação decimal é uma dízima periódica? Explique por quê. Não. A divisão de qualquer número natural por 5 é um decimal exato.

18. Escreva na forma fracionária os seguintes números:

a) 0,07 $\frac{7}{100}$

b) 1,203 $\frac{1\,203}{1\,000}$

c) 0,9 $\frac{9}{10}$

d) 50,1 $\frac{501}{10}$

Troquem ideias e resolvam

FAÇA NO CADERNO

Junte-se a um colega, discutam e resolvam.

As frações $\frac{13}{25}$ e $\frac{41}{40}$ são frações equivalentes a frações decimais, pois os denominadores podem ser transformados em potências de 10.

Observem:

$$\frac{13}{25} = \frac{13 \times 4}{25 \times 4} = \frac{52}{100} = 0{,}52 \qquad \frac{41}{40} = \frac{41 \times 25}{40 \times 25} = \frac{1025}{1000} = 1{,}025$$

- Descubram quais destas frações possuem denominadores que podem ser transformados em potências de 10. Em seguida, anotem frações decimais correspondentes a elas. $\frac{1}{4}; \frac{7}{5}; \frac{19}{20}; \frac{18}{16}; \frac{14}{35}$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{7}{5} \quad \frac{19}{20} \quad \frac{18}{16} \quad \frac{8}{60} \quad \frac{14}{35} \quad \frac{15}{35}$$

$\frac{25}{100}; \frac{14}{10}; \frac{95}{100}; \frac{1\,125}{1\,000}; \frac{4}{10}$

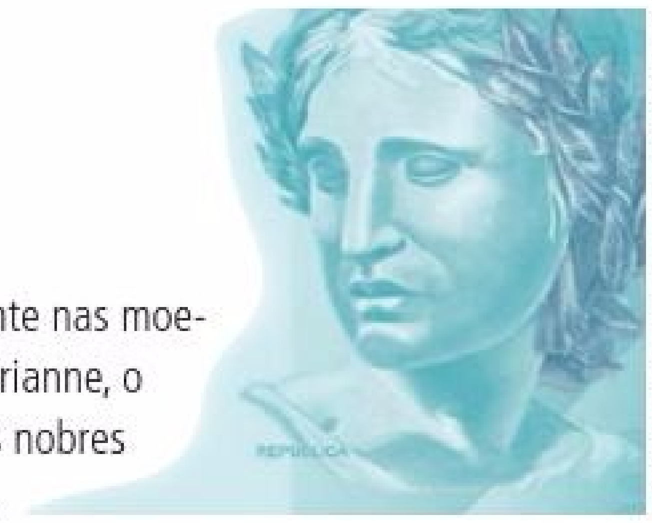
- Representem, na forma decimal, cada uma das frações anotadas no item anterior.
0,25; 1,4; 0,95; 1,125; 0,40

2 Medidas e decimais

Uma das aplicações dos decimais mais presentes no contexto diário é no uso de nossa moeda. Assim, explore outras situações-problema, fazendo um paralelo com o Sistema Monetário.

Os decimais e nosso dinheiro

Moeda de 10 réis, a primeira a circular no Brasil, de 1502 a 1557.



A efígie da República, constante nas moedas brasileiras, representa Marianne, o símbolo da Liberdade, um dos nobres ideais da Revolução Francesa.

FOTOGRAFIAS: MUSEU DE VALORES/BANCO CENTRAL DO BRASIL

A primeira moeda a circular no Brasil também se chamava **Real**. Ela foi trazida pelos portugueses, na época em que nosso país era colônia de Portugal.

Muito tempo depois, vieram os mil-réis, o conto de réis, a pataca e o cruzeiro. Este último surgiu em 1942, no governo de Getúlio Vargas. Após essa época, nossa moeda teve vários nomes: cruzeiro novo, cruzeiro, cruzado, cruzado novo, cruzeiro, cruzeiro real e, agora, voltamos ao real. Atualmente, **R$ 1,00** significa **um real**.

Para refletir e responder

Observe as moedas e a cédula que Paula tem em sua bolsa.

- Quanto dinheiro Paula tem no total? Converse com os colegas e o professor e, depois, escreva por extenso essa quantia e a representação decimal dela.

Vinte e um reais e quinze centavos; R$ 21,15.

Como se sabe:

 corresponde a 

Logo, 1 real pode ser trocado por 10 moedas de 10 centavos ou por 100 moedas de 1 centavo.

Um centavo de real é um centésimo de 1 real, e escrevemos R$ 0,01 para representar essa quantia.

Os algarismos que aparecem depois da vírgula podem ser dois zeros ou quaisquer outros algarismos e representam os centavos.

Quando nos referimos a preços, geralmente falamos em reais e centavos.

Mas isso nem sempre acontece. Por exemplo, o preço do litro de combustível, em geral, é expresso em milésimos de real.

LUCIANA WHITAKER/PULSAR IMAGENS

DANIEL CYMBALISTA/PULSAR IMAGENS

Você sabe por que os preços dos combustíveis têm 3 ordens decimais?

A ANP (Agência Nacional do Petróleo) permite que os preços nos postos tenham três casas decimais, pois assim o frete entre as empresas que transportam combustível é "mais" competitivo (cada R$ 0,001 faz muita diferença em grande escala).

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

19. Veja os preços destes produtos e escreva-os como lemos.

a)

R$ 3,68

Três reais e sessenta e oito centavos.

ILUSTRAÇÕES: FRANCISCO VILACHA

b)

R$ 5,98

Cinco reais e noventa e oito centavos.

c)

R$ 1,78

Um real e setenta e oito centavos.

20. A forma de escrever por extenso, usando palavras, é utilizada nos cheques.

Cheque é uma ordem de pagamento de certa quantia para uma pessoa, loja ou empresa.

Escreva por extenso a quantia indicada nesse cheque.

Cento e quarenta e três reais e vinte e um centavos.

21. Manuel vende pimentas na feira. No início de um certo dia de trabalho, tinha em caixa estas moedas e cédulas:

No fim da feira estava com R$ 58,95.

a) Escreva por extenso a quantia que Manuel tinha no início da feira nesse dia.
Vinte e seis reais e quinze centavos.

b) No fim da feira, quais cédulas e moedas poderiam estar no caixa de Manuel?
Resposta possível: Uma cédula de R$ 50,00; uma cédula de R$ 5,00; 3 moedas de R$ 1,00; 1 moeda de R$ 0,10 e 1 moeda de R$ 0,05.

22. Edu quer comprar uma bola que custa R$ 26,00. Esta é a quantia que ele tem

FOTOGRAFIAS: MUSEU DE VALORES/ BANCO CENTRAL DO BRASIL.

Quanto falta para Edu comprar a bola? R$ 12,65

23. Lia tem três cédulas de R$ 5,00, duas cédulas de R$ 2,00, quatro moedas de R$ 0,50, sete moedas de R$ 0,10 e três moedas de R$ 0,05. Somados os valores das cédulas e das moedas, quantos reais Lia possui? R$ 21,85.

24. Ao sair para fazer compras, Carlos tinha R$ 200,00 na carteira. Na volta, verificou que ainda tinha três cédulas de R$ 20,00, quatro cédulas de R$ 10,00, duas cédulas de R$ 2,00, duas moedas de R$ 0,50 e três moedas de R$ 0,25. Quanto Carlos gastou? R$ 94,25.

25. Fábio foi a um banco para trocar sua cédula de R$ 100,00 por cédulas de R$ 20,00 e R$ 10,00. Quais as possíveis trocas que o caixa poderá fazer?
4 cédulas de R$ 20,00 e 2 cédulas de R$ 10,00; 3 cédulas de R$ 20,00 e 4 cédulas de R$ 10,00; 2 cédulas de R$ 20,00 e 6 cédulas de R$ 10,00; 1 cédula de R$ 20,00 e 8 cédulas de R$ 10,00.

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega, discutam e resolvam.

- Pedro tem 30 moedas de R$ 0,10. Se trocar essas moedas, qual será o menor número de moedas que ele poderá ter? 3 moedas de R$ 1,00.
- João tem 10 moedas, num valor total de R$ 2,50.
  Quais são as moedas que ele tem? 5 moedas de R$ 0,10, 4 moedas de R$ 0,25 e uma moeda de R$ 1,00. (Existem outras respostas.)

Medidas de tempo

O recorde mundial masculino nos 100 metros rasos estabelecido em 2009 foi de 9,58 segundos.

Horas, **minutos** e **segundos** são algumas das unidades que usamos para medir o tempo. Para minutos e segundos, usamos agrupamentos de 60.

A necessidade de uma precisão maior levou à utilização de unidades menores que o segundo. Dividiu-se, então, a passagem desse tempo em 10, 100, 1000... partes iguais.

Logo, **9,58 segundos** correspondem a **9 segundos** e **58 centésimos de segundo**.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

26. O nadador brasileiro Thiago Pereira obteve a medalha de prata nos 400 m medley nos Jogos Olímpicos de Londres em 2012 com o tempo de 4min 8,86s. Escreva como se lê o tempo obtido por Thiago.
4 minutos, 8 segundos e 86 centésimos de segundo.

27. Enviar um arquivo pela internet demora um milissegundo (ms), que é uma unidade de tempo e corresponde a um milésimo de segundo. Escreva esse tempo na forma decimal. 0,001 s.

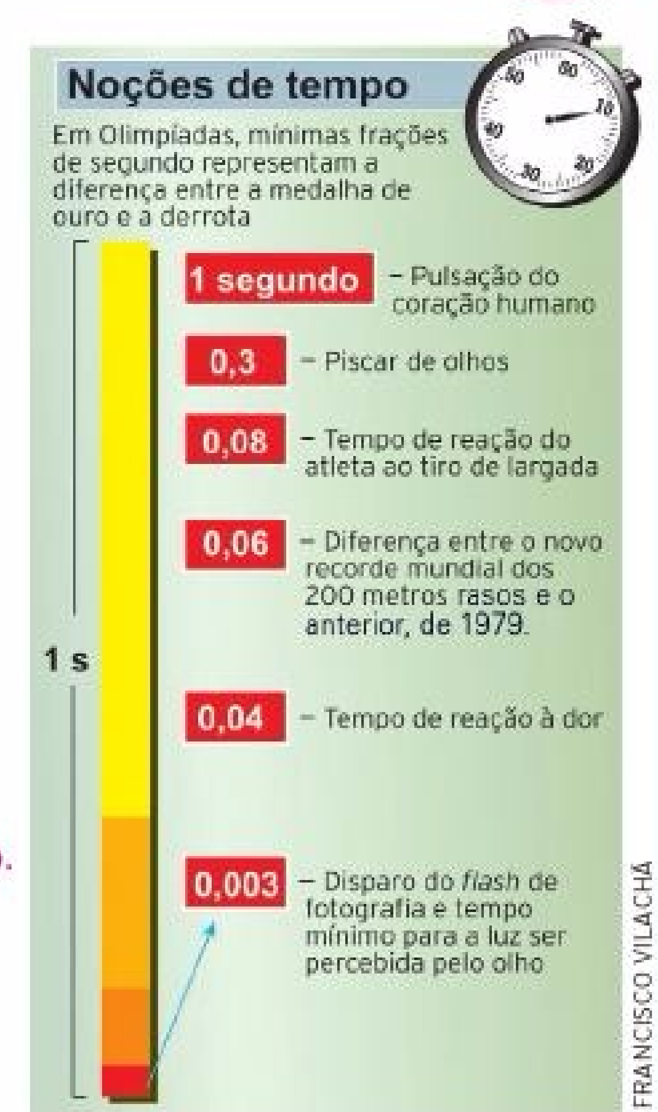
28. Leia ao lado as informações sobre algumas situações que envolvem medidas de tempo menores que 1 segundo: são as "mínimas frações de segundo". Depois, escreva por extenso o que se pede nos itens a seguir:

a) o tempo correspondente a um piscar de olhos; Três décimos de segundo.

b) o tempo de reação do atleta ao tiro de largada; Oito centésimos de segundo.

c) o tempo de reação à dor; Quatro centésimos de segundo.

d) o tempo de disparo de um *flash* fotográfico e o tempo mínimo para a luz ser percebida pelo olho. Três milésimos de segundo.



Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

29. Quantos centavos correspondem a 20 centésimos de real? 20 centavos.

30. Sabe-se que 1 km = 1000 m. Quantos metros correspondem a 0,001 quilômetro? 1 m.

31. Qual é a fração irredutível que corresponde ao número 0,004? $\frac{1}{250}$

32. Obtenha frações decimais de denominador 100 equivalentes às frações:

a) $\frac{23}{25}$; $\frac{337}{5}$; $\frac{32}{20}$; $\frac{19}{20}$; $\frac{40}{125}$. $\frac{92}{100}$; $\frac{6740}{100}$; $\frac{160}{100}$; $\frac{95}{100}$; $\frac{32}{100}$

b) Represente as frações do item anterior na forma decimal. 0,92; 67,40; 1,60; 0,95; 0,32

c) Como são representadas essas frações usando-se o símbolo %?
92%; 6740%; 160%; 95%; 32%

33. Escreva na forma decimal e fracionária os seguintes números:

a) 9 décimos 0,9 e $\frac{9}{10}$;

b) 6 centésimos 0,06 e $\frac{6}{100}$;

c) 60 milésimos 0,060 e $\frac{60}{1000}$;

d) 3 inteiros e 7 milésimos 3,007 e $3\frac{7}{1000}$.

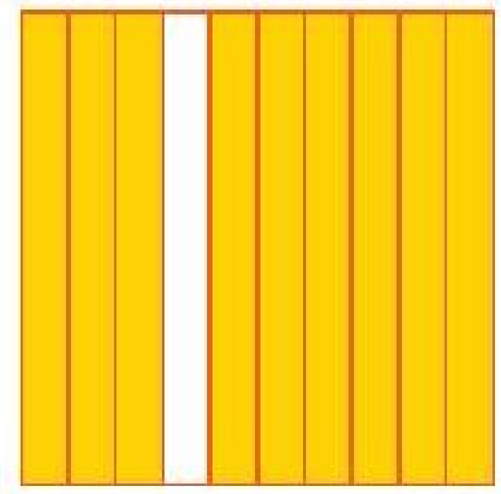
3 Ordenação de números racionais

Decimais equivalentes

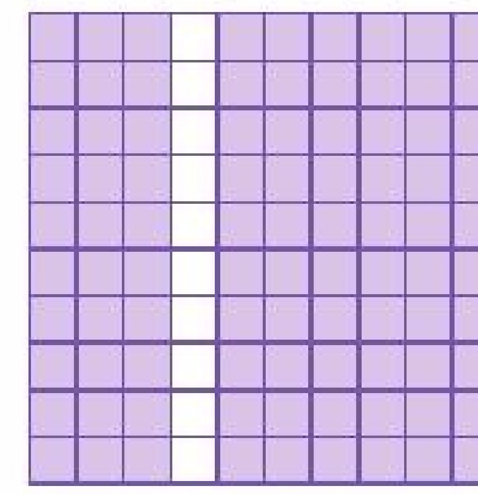
Veja, nestas imagens, que 0,9 e 0,90 representam a mesma parte da figura.

$\frac{9}{10}$ e $\frac{90}{100}$ são frações equivalentes, então 0,9 = 0,90.

Decimais como 0,9 e 0,90 são chamados **decimais equivalentes** e representam o mesmo número racional.



$\frac{9}{10} = 0,9$



$\frac{90}{100} = 0,90$

Um decimal não se altera quando se acrescenta ou se retira um ou mais zeros à direita do último algarismo da parte não inteira.

Exemplos:

0,5 = 0,50 = 0,500 = 0,5000 1,0002 = 1,00020 = 1,000200

Comparação de números racionais

Para refletir e responder

André e Pedro foram os finalistas do salto em altura em um torneio. André saltou 1,46 metro e Pedro, 1,49 metro.

- Quem foi o vencedor, André ou Pedro? Pedro.

Para comparar dois números escritos na forma decimal, primeiro comparamos as partes inteiras. O maior número será aquele que tiver a maior parte inteira.

Parte inteira		Parte não inteira	
	U	d	c
1,46 →	1,	4	6
1,49 →	1,	4	9
	iguais	iguais	9 > 6

1,49 > 1,46

Se as partes inteiras forem iguais, comparamos as ordens dos décimos. Se estas forem iguais, comparamos as ordens dos centésimos e assim por diante, até encontrarmos a ordem que seja ocupada por algarismos diferentes. O maior número será aquele que tiver o algarismo dessa ordem com maior valor.

Agora, como exemplo, vamos comparar os números 83,4 e 83,43.

83,4 tem uma casa decimal.

83,43 tem duas casas decimais.

Igualamos o número de casas decimais, acrescentando o algarismo zero imediatamente à direita do algarismo 4 no número 83,4. Em seguida, procedemos à comparação.

Parte inteira		Parte não inteira	
	U	**d**	**c**
83,4 →	83,	4	0
83,43 →	83,	4	3

iguais   iguais $0 < 3$

$83,4 < 83,43$

Explore essa regra em situações de comparação de decimais, pois isso poderá auxiliar os alunos na compreensão e na construção dos algoritmos de cálculo.

Para comparar dois números racionais, é preciso que estejam na mesma forma, fracionária ou decimal.

Exemplo:

Maria comprou $\frac{3}{4}$ de "quilo" de manteiga e Ana comprou 0,700 kg. Quem comprou mais manteiga?

Escrevendo $\frac{3}{4}$ kg na forma decimal temos $\frac{3}{4}$ kg $= 0,75$ kg.

Como $0,75 > 0,700$ então $\frac{3}{4} > 0,700$.

Logo, Maria foi quem comprou mais manteiga.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

34. Identifique os decimais equivalentes a 1,2:

a) 1,02
b) 1,20
c) 1,200
d) 1,0020 b, c

35. Copie estas igualdades substituindo o ■ por um número que torne a igualdade uma sentença verdadeira.

a) 3 décimos = ■ centésimos
b) 15 décimos = ■ centésimos
c) 160 centésimos = ■ décimos
d) 8 centésimos = ■ milésimos
e) 480 milésimos = ■ centésimos
f) 5 décimos = ■ milésimos
g) 18 décimos = ■ milésimos
h) 2 000 milésimos = ■ décimos

a) 30 b)150 c) 16 d) 80 e) 48 f) 500 g) 1800 h) 20

36. Copie e compare os números, substituindo o ■ por $<$, $>$ ou $=$, de modo que as sentenças sejam verdadeiras.

a) 14,06 ■ 14,6 $<$
b) 2,053 ■ 2,05 $>$
c) 0,08 ■ 0,8 $<$
d) 36,258 ■ 36,25 $>$

37. Ana tem 50 moedas de R$ 0,50 e Renato, 100 moedas de R$ 0,25. Quem tem a maior quantia, em real? Ambos têm quantias iguais: R$ 25,00.

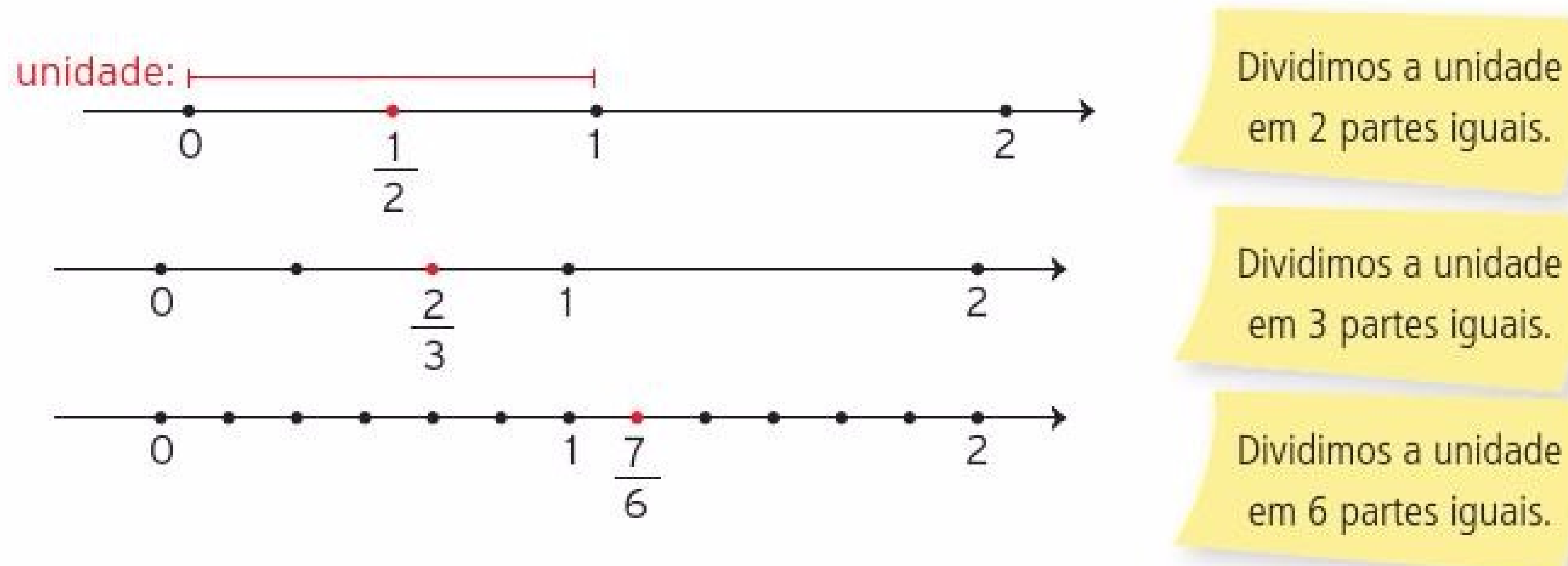
38. Cida foi à mercearia e comprou 3,5 quilogramas de arroz e 2,875 quilogramas de feijão. O que ela comprou em maior quantidade: arroz ou feijão? Arroz.

Números racionais e a reta numerada

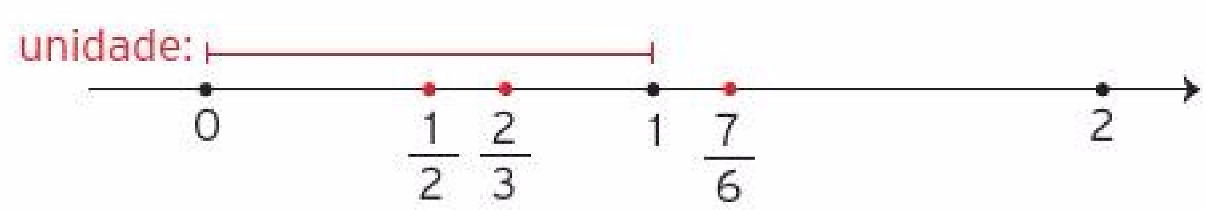
Os números racionais podem ser representados geometricamente na reta numerada. Exemplos:

1) Veja a representação geométrica das frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{7}{6}$.

Quando os números estão na forma fracionária, dividimos o segmento de reta que representa a unidade de referência em partes iguais, conforme o denominador da fração:

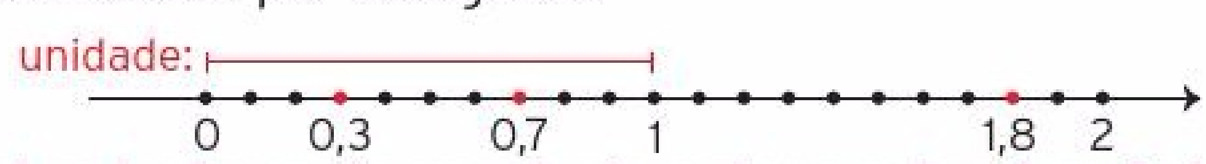


Representando esses três números em uma mesma reta numerada, teremos:



2) Veja a representação geométrica dos números 0,3; 0,7 e 1,8.

Quando os números têm uma casa decimal após a vírgula, dividimos o segmento de reta que representa a unidade em 10 partes iguais:



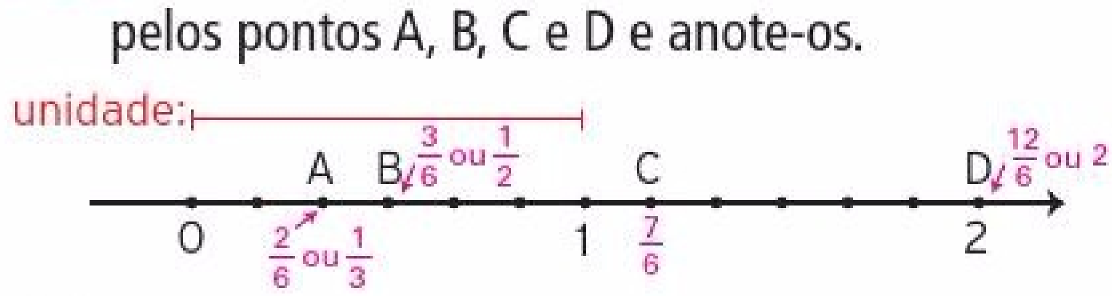
Proponha outras situações para os alunos localizarem números racionais na reta numerada, na forma fracionária ou decimal, usando papel milimetrado. Estabelecendo relações entre essas representações, os alunos podem perceber intuitivamente que, entre dois números racionais, existem infinitos números e, ainda assim, a reta não se "completa". Veja exercícios 40, 41 e 42 e a seção Troquem ideias e resolvam. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

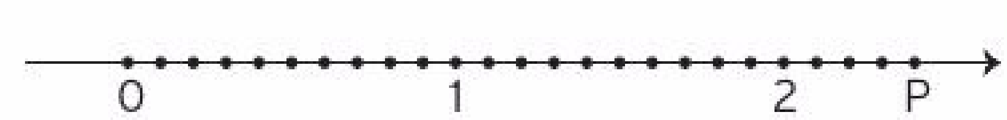
39. Para representar o número racional $\frac{1}{4}$, em uma reta numerada, em quantas partes iguais dividimos a unidade de referência? 4

40. Identifique os números racionais representados pelos pontos A, B, C e D e anote-os.



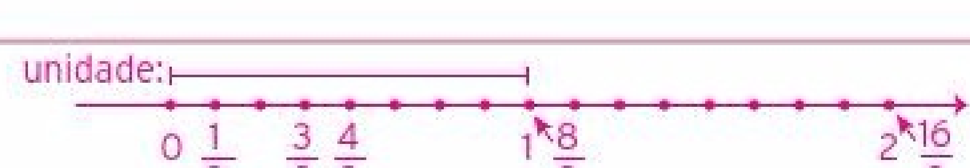
41. Trace uma reta em uma folha de papel e represente nela geometricamente os números $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{8}{8}$ e $\frac{16}{8}$.

42. Observe a reta numerada e escreva o decimal correspondente ao ponto P. 2,4



43. Dentre os decimais 0,8; 0,23; 1,3; 0,923 e 2,12, quais vêm antes de 1, ou seja, estão à esquerda de 1 na reta numerada? 0,8, 0,23, 0,923

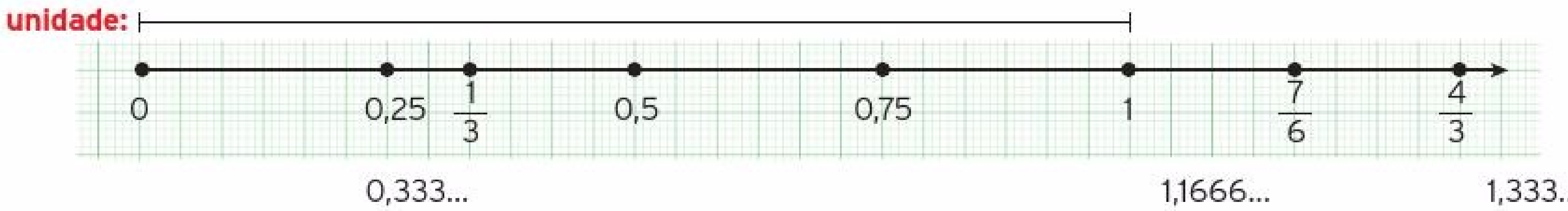
44. Dentre os decimais 1,3; 1,13; 1,003; 1,03 e 1,301, quais vêm depois de 1,131 na reta numerada? 1,3 e 1,301



Ordem crescente e ordem decrescente

Os números racionais são representados nesta reta numerada na **ordem crescente**, ou seja, do menor para o maior, da esquerda para a direita.

Veja como representar os números: 0,25; $\frac{1}{3}$; 0,5; 0,75; 1; $\frac{7}{6}$ e $\frac{4}{3}$.



$$0{,}25 < \frac{1}{3} < 0{,}5 < 0{,}75 < 1 < \frac{7}{6} < \frac{4}{3}$$ ordem crescente

Podemos também escrever esses números na **ordem decrescente**, ou seja, do maior para o menor.

$$\frac{4}{3} > \frac{7}{6} > 1 > 0{,}75 > 0{,}5 > \frac{1}{3} > 0{,}25$$ ordem decrescente

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

45. Copie estes números, colocando-os em ordem crescente.

a) $\frac{12}{5}$, $\frac{18}{5}$ e $\frac{16}{5}$ $\frac{12}{5} < \frac{16}{5} < \frac{18}{5}$

b) $\frac{13}{20}$, $\frac{11}{15}$ e $\frac{7}{12}$ $\frac{7}{12} < \frac{13}{20} < \frac{11}{15}$

c) 0,8; 1,3; 1,25; 0,1; 0,08 $0{,}08 < 0{,}1 < 0{,}8 < 1{,}25 < 1{,}3$

d) 0; $\frac{3}{5}$; 0,9; 0,3; $\frac{5}{4}$ $0 < 0{,}3 < \frac{3}{5} < 0{,}9 < \frac{5}{4}$

46. Reescreva estes números, colocando-os em ordem decrescente.

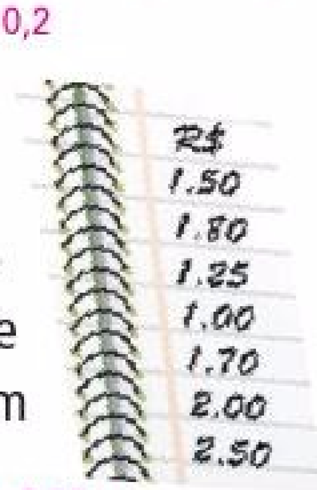
a) $\frac{29}{10}$, $\frac{31}{10}$ e $\frac{27}{10}$ $\frac{31}{10} > \frac{29}{10} > \frac{27}{10}$

b) $\frac{37}{12}$, $\frac{49}{24}$ e $\frac{19}{8}$ $\frac{37}{12} > \frac{19}{8} > \frac{49}{24}$

c) 10,1; 0,09; 0,99; 0,1; 1,03 $10{,}1 > 1{,}03 > 0{,}99 > 0{,}1 > 0{,}09$

d) $\frac{2}{5}$; 0,2; 2,5; $\frac{3}{10}$ $2{,}5 > \frac{2}{5} > \frac{3}{10} > 0{,}2$

47. Um frentista de um estacionamento anotou em uma caderneta as quantias que recebeu de gorjetas em uma hora. Organize esses valores, colocando-os em ordem crescente.



$1{,}00 < 1{,}25 < 1{,}50 < 1{,}70 < 1{,}80 < 2{,}00 < 2{,}50$

48. Que número pode ser escrito na ficha azul de modo que ele seja menor do que aqueles que estão escritos nas outras fichas? Respostas possíveis: 0,01; 0,006

0,06	0,6	

49. A ficha amarela esconde um número maior do que o da ficha branca, e a ficha verde esconde um número menor do que o da branca. Que números podem estar escondidos nessas fichas?
Respostas possíveis: 1; 0,1

	0,99	

50. Entre que números naturais consecutivos se situam os seguintes números:

a) 0,23 0 e 1

b) 17,08 17 e 18

c) 0, 64789 0 e 1

51. As cotações de 1 dólar em real em 3 meses seguidos foram: 2,198; 2,089 e 2,311.

a) Compare a cotação do dólar do 1º para o 2º mês. A cotação aumentou ou diminuiu?
2,198 > 2,089; diminuiu.

b) A cotação aumentou ou diminuiu do 2º para o 3º mês? Aumentou.

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

52. Carlos e Rita mediram a altura de João e descobriram que ele tem 160 cm de altura.

a) Quem determinou a altura correta de João? Por quê? Ambos; porque 1,60 = 1,6.

b) Anote quais destes números podem representar a altura de João. 1,6; 1,600; 1,600000

1,06	1,060	1,600
1,6	1,006	1,600000

53. Em seu caderno, copie e coloque uma vírgula no número 25314 de modo a obter:

a) um número menor que 3. 2,5314

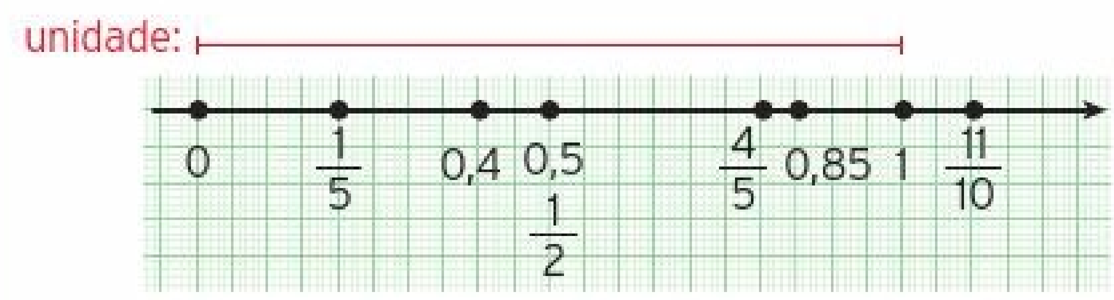
b) um número maior que 100. 253,14; 2531,4

c) um número maior que 2 500 e menor que 2 600. 2 531,4

54. Qual é o maior número: 0,815 ou $\frac{7}{8}$? $\frac{7}{8}$

55. Maria comprou $1\frac{3}{4}$ quilograma (kg) de feijão e Ana comprou 1,5 kg. Quem comprou a maior quantidade de feijão? Maria.

56. Observe os números racionais representados na reta numerada.



Compare-os, copiando e substituindo o ■ pelos sinais $<$, $>$ ou $=$, de modo que as sentenças sejam verdadeiras.

a) $\frac{1}{5}$ ■ $\frac{1}{2}$ $<$

b) 0,5 ■ 0,4 $>$

c) 0,85 ■ 1 $<$

d) 1 ■ $\frac{11}{10}$ $<$

e) $\frac{4}{5}$ ■ 0,85 $<$

f) 0,5 ■ $\frac{1}{2}$ $=$

Resposta:

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega, discutam e resolvam.

- Recortem uma tira de uma folha de papel milimetrado e desenhem nela uma reta com mais de 20 cm, parecida com esta figura:

- Escolham um ponto da reta e marquem **0**. A partir desse ponto, e considerando um segmento de reta de 10 cm para representar a unidade, marquem os números **1** e **2**.
- Dividam a unidade em 10 partes iguais. Representem na reta numerada os números 0,1; 0,5; 0,6; 1,1 e 1,5.
- Dividam o segmento de reta de 0 a 0,1 em 10 partes iguais. Representem na reta numerada os números 0,05; 0,65; 0,82; 1,15 e 1,50.

4 Adição e subtração

Proponha outras situações de aprendizagem em que os alunos trabalhem paralelamente conceitos, ideias e técnicas envolvendo adição e subtração de decimais. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

Calculando gastos

Para refletir e responder

- Quantos litros de combustível o carro de João consumiu nas três primeiras semanas de janeiro?

95,9 L

Nesta situação a ideia associada à adição é a de juntar, e a solução desse problema pode ser obtida pela adição de 38,4 + 27,5 + 30.

Para calcular a soma podemos utilizar um quadro de valor-lugar:

Parte inteira ← → Parte não inteira

	D	U	d
	3	8,	4
	2	7,	5
+	3	0	

No quadro à direita, as casas decimais foram igualadas.

Parte inteira ← → Parte não inteira

	D	U	d
	3	8,	4
	2	7,	5
+	3	0,	0
	9	5,	9

38,4 + 27,5 + 30 = 95,9

O carro de João consumiu 95,9 litros de combustível nas três primeiras semanas de janeiro.

Outros exemplos:

12,51 + 0,93

$$\begin{array}{r} 12{,}51 \\ +\ 0{,}93 \\ \hline 13{,}44 \end{array}$$

5,81 + 12,5

$$\begin{array}{r} 5{,}81 \\ +\ 12{,}50 \\ \hline 18{,}31 \end{array}$$

1,36 + 4,083 + 37

$$\begin{array}{r} 1{,}360 \\ +\ 4{,}083 \\ 37{,}000 \\ \hline 42{,}443 \end{array}$$

Quanto falta para...?

Para refletir e responder

A empresa em que João trabalha fornece uma cota mensal de 100 L de combustível. Nas três primeiras semanas de janeiro, o carro de João consumiu 95,9 L de combustível.

- João atingiu a cota mensal de combustível nessas três semanas de janeiro? Se não atingiu, quanto faltou para atingi-la? ______ Não. 4,1 L.

A solução dessa situação poderá ser encontrada recorrendo-se à subtração com o significado de "quanto falta para".

Comparando 95,9 L e 100 L, vemos que 95,9 < 100; logo, João não atingiu sua cota mensal nas três primeiras semanas.

Veja o cálculo da diferença 100 − 95,9 usando o quadro de valor-lugar:

	C	D	U	d
	1	0	0	
−		9	5,	9

No quadro à direita, igualamos as casas decimais.

	C	D	U	d
	1	0	0,	0
−		9	5,	9
			4,	1

$100 - 95{,}9 = 4{,}1$

João ainda pode comprar 4,1 L para completar sua cota mensal.

Outros exemplos:

69,3 − 45,2

$$\begin{array}{r} 69{,}3 \\ -\ 45{,}2 \\ \hline 24{,}1 \end{array}$$

13,1 − 5,87

$$\begin{array}{r} 13{,}10 \\ -\ 5{,}87 \\ \hline 7{,}23 \end{array}$$

34 − 8,075

$$\begin{array}{r} 34{,}000 \\ -\ 8{,}075 \\ \hline 25{,}925 \end{array}$$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

57. Lúcia está treinando para o Passeio Ciclístico da Primavera. No primeiro dia, ela fez um percurso de 18,25 km e, no segundo, percorreu 22,08 km. Quantos quilômetros Lúcia percorreu nos dois dias? 40,33 km.

58. Calcule estas somas e diferenças:

a) 13,2 + 8 + 6,76 27,96

b) 3 + 0,68 + 14,57 18,25

c) 1,08 − 0,753 0,327

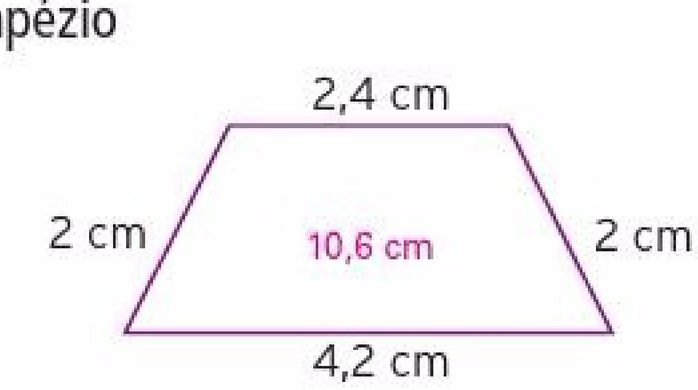
d) 2 − 0,67 1,33

59. Ao adicionar oitenta e dois centésimos com trinta e oito centésimos, obtemos quantos décimos? Quantos décimos devemos retirar desse total para ficar com a metade? 12 décimos; 6 décimos.

60. Em uma residência, num certo mês, o consumo de energia elétrica foi de 268,25 quilowatt hora (kWh). No mês seguinte o gasto foi de 272,48 kWh. Quantos kWh foram gastos a mais? 4,23 kWh

61. Calcule o perímetro destes polígonos.

a) Trapézio



b) Retângulo

62. Copie em seu caderno a tabela abaixo. Complete-a, somando o número de uma linha com o número de uma coluna e colocando o resultado no cruzamento delas.

Somar	0,9	2,3	3,71	5,112
0,5	1,4	2,8	4,21	5,612
0,31	1,21	2,61	4,02	5,422

63. No início de uma prova de Fórmula 1, um piloto pesava 68,6 kg. Terminada a prova, seu peso passou a ser de 65,48 kg. Quantos quilogramas o piloto perdeu durante a corrida? 3,12 kg.

64. Qual é o perímetro de um triângulo equilátero cujos lados medem 3,25 cm? 9,75 cm.

65. A diferença entre dois números é 38,6. Se um dos números é 70, qual é o outro número?
31,4 ou 108,6

66. Fabiano tinha R$ 155,00. Gastou R$ 42,80 para comprar uma camisa e R$ 85,50 na compra de um sapato. Quanto lhe falta para poder comprar uma calça que custa R$ 60,00? R$ 33,30.

67. Esta sequência tem pelo menos um padrão.

3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	...

a) Descubra um dos padrões dessa sequência.
A diferença entre um termo e o anterior, a partir do 2º termo, é sempre 0,3.

b) Quais são os próximos três números dessa sequência, mantendo o padrão observado?
5,1; 5,4 e 5,7

68. Quando faz compras, Joana fica sempre muito atenta na hora de pagar.

a) No supermercado, ela deu R$ 20,55, para pagar uma conta de R$ 12,55. Quanto recebeu de troco? R$ 8,00.

b) Joana pagou, com uma nota de R$ 20,00, uma blusa que custava R$ 16,25. A vendedora lhe pediu R$ 1,25 a mais e Joana prontamente atendeu. Quanto ela recebeu de troco?
R$ 5,00.

c) Joana comprou um par de sapatos por R$ 47,15. Ao pagar, viu que tinha na bolsa uma única nota de R$ 50,00 e moedas de diversos valores. Como ela poderia facilitar o troco para o caixa?
Respostas possíveis: Dando R$ 2,15 ou R$ 0,15 ou R$ 7,15.

69. Um frasco de detergente custa R$ 1,05. Na compra de 2 frascos o comerciante dá um desconto de R$ 0,10. Uma dona de casa comprou 3 frascos e pagou com uma nota de R$ 20,00. Qual foi o troco que ela recebeu? R$ 16,95.

Usando a calculadora

- Calcule esta soma:

$$38{,}4 + 27{,}53 + 30 = ?$$ 95,93

Para obter a soma 38,4 + 27,53 + 30, usando uma calculadora, podemos pressionar as teclas na seguinte sequência: 3 8 . 4 + 2 7 . 5 3 + 3 0 =

- Calcule esta diferença:

$$100 - 75{,}13$$ 24,87

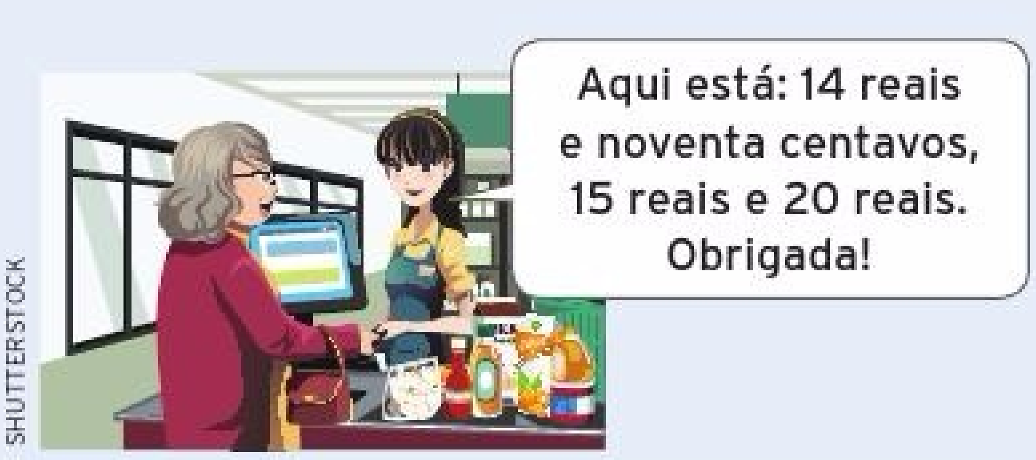
Que teclas foram pressionadas? 1 0 0 − 7 5 . 1 3 =

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega, reflitam e respondam às questões propostas.

Paula gastou em um mercado R$ 14,85. Observe, nesta figura, o que a caixa lhe disse ao dar o troco a ela. Depois, responda em seu caderno:

- Que moedas e cédulas Paula recebeu como troco?
R$ 0,05, R$ 0,10 e R$ 5,00.
- De quanto foi o troco de Paula?
R$ 5,15.
- Qual é o valor da cédula com a qual Paula pagou a conta? R$ 20,00.



SHUTTERSTOCK

Arredondamento, cálculo mental e estimativa

Aproximação por arredondamento

Muitas vezes é importante estimar gastos quando fazemos compras, pois dessa forma podemos evitar surpresas desagradáveis no momento de efetuar o pagamento.

Como nem sempre estamos com lápis e papel ou mesmo com uma calculadora, é preciso calcular mentalmente. Isso às vezes pode ser difícil, dependendo da forma como os números estão representados. Nessas situações, fazer aproximações por arredondamento torna os cálculos mais simples. Embora os resultados não sejam exatos, é possível ter uma ideia aproximada deles.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

O arredondamento de um número racional para as unidades simples é feito de acordo com algumas regras, que também valem para outras ordens.

Exemplos:

- Arredonde 4,2 para as unidades simples:

4,2
$2 < 5$

O algarismo da ordem decimal é menor que 5. Nesse caso, mantemos o algarismo das unidades simples, que é 4.

4,2 é arredondado para **4**.

- Arredonde 2,8 para as unidades simples:

2,8
$8 > 5$

O algarismo da ordem decimal é maior que 5. Nesse caso, adicionamos 1 ao algarismo das unidades simples, fazendo $2 + 1$, que é 3.

2,8 é arredondado para **3**.

Essa mesma regra vale quando o algarismo da ordem dos décimos for 5.

Recursos para cálculo mental e estimativa

No caso de números escritos na forma decimal, existem alguns recursos para efetuar o cálculo mental e estimar resultados.

- Veja, por exemplo, como se pode calcular **6,8 + 3,2** mentalmente:

Observamos que $0{,}8 + 0{,}2 = 1$ e usamos esse resultado e a decomposição de números:

$$6{,}8 + 3{,}2 = (6 + 0{,}8) + (3 + 0{,}2) = (6 + 3) + (0{,}8 + 0{,}2) = 9 + 1 = 10$$

$$\mathbf{6{,}8 + 3{,}2 = 10}$$

- Para fazer uma estimativa do resultado, arredondamos as parcelas:

6,8 é aproximadamente 7 e 3,2 é aproximadamente 3.

$6{,}8 + 3{,}2$ é aproximadamente 10.

Neste último caso, o resultado exato coincide com o valor arredondado.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

70. Arredonde os números 6,5 e 5,39 para as unidades simples. 7 e 5

71. Efetue os cálculos propostos no quadro 1. Utilize os resultados que você obteve nesse quadro para calcular mentalmente as somas dos quadros 2 e 3.

Quadro 1	Quadro 2	Quadro 3
0,5 + 0,5 1	2,5 + 4,5 7	11,5 + 7,5 19
0,6 + 0,4 1	3,6 + 4,4 8	44,6 + 2,4 47
0,7 + 0,3 1	5,7 + 3,3 9	18,7 + 5,3 24
0,8 + 0,2 1	6,8 + 3,2 10	143,2 + 6,8 150

72. Calcule estas somas:

a) 0,9 + 0,75 + 0,25 + 0,1 2

b) 1,5 + 0,82 + 0,5 + 0,18 3

c) 0,82 + 0,9 + 0,75 + 0,25 + 0,1 + 0,18 3

73. Márcia entrou em uma sorveteria pensando que o picolé ainda custasse R$ 1,99, mas viu que o preço havia aumentado para R$ 2,54.

a) Que quantia Márcia precisa acrescentar, aproximadamente, para comprar o sorvete? Resposta possível: R$ 0,54

b) Quanto ela acrescentou a R$ 1,99, exatamente? R$ 0,55

74. Imagine que você está indo a uma lanchonete e quer comprar um lanche por R$ 3,50, um refrigerante por R$ 1,20 e um doce por R$ 0,95.

a) Faça uma estimativa de quanto gastará. Resposta possível: R$ 6,00

b) Na hora de pagar, se você der R$ 10,00, quanto, aproximadamente, receberá de troco? Resposta possível: R$ 4,00

c) Anote os recursos que você usou para facilitar os cálculos "de cabeça". Resposta pessoal.

Desafio

Cesta básica e estimativa

Ao fazermos compras, é conveniente que estimemos os custos. Assim, controlamos melhor o que gastamos e o que temos para gastar. Explore outras situações, como esta da **Seção Desafio**, que propiciem trazer à sala de aula jornais, revistas, folhetos de propaganda e assuntos do dia a dia e do interesse dos alunos.

Em um anúncio de jornal, foi publicada esta tabela de preços dos componentes de uma cesta básica:

Produto	Quantidade	Valor total (R$)
Arroz tipo 2 – 5 kg	3	34,41
Feijão carioca – 1 kg	4	11,92
Açúcar refinado – 1 kg	3	9,80
Café – 500 g	3	22,94
Farinha de trigo – 1 kg	3	10,14
Ovos médios – dúzia	1	3,78
Óleo de soja – 900 mL	3	8,91
Macarrão com ovos – 500 g	4	13,92

Farinha de trigo, R$ 10,14, é próximo de R$ 10,00. Óleo de soja, R$ 8,91, é próximo de R$ 9,00. 10,00 + 9,00 = 19,00. 10,14 + 8,91 é próximo de 19.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Tendo visto a tabela, dona Ângela fez uma rápida estimativa do gasto com a cesta básica anunciada.

- Ajude dona Ângela a fazer uma estimativa de quanto ela vai gastar, se comprar a cesta básica anunciada. Aproximadamente, R$ 116,00.
- Se tiver R$ 100,00, ela poderá comprar essa cesta básica? Não.

5 Multiplicação e divisão

Como multiplicar decimais?

Para refletir e responder

Uma torneira despeja 12,5 litros de água por minuto em um tanque.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

- Mantendo a mesma vazão, quantos litros de água essa torneira despejará em 15 minutos? 187,5 L.

A solução da situação apresentada poderá ser encontrada recorrendo-se à multiplicação de 15 por 12,5.

Para entender o algoritmo da multiplicação de dois números na forma decimal, transformamos esses números em frações decimais. Veja:

$$15 \times 12,5 = \frac{15}{1} \times \frac{125}{10} = \frac{15 \times 125}{10} = \frac{1875}{10} = 187,5$$

Calculamos os produtos 15×125 e 1×10.

Os cálculos acima justificam o algoritmo a seguir: multiplicamos 12,5 por 10, calculando 15×125 e dividindo o resultado por 10. Ou seja: calculamos o produto $15 \times 12,5$ como se 12,5 não tivesse vírgula.

$$\begin{array}{r} 12,5 \\ \times \quad 15 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\times 10} \begin{array}{r} 125 \\ \times \quad 15 \\ \hline 625 \\ +\ 125 \\ \hline 1875 \end{array} \xrightarrow{:10} \begin{array}{r} 12,5 \\ \times \quad 15 \\ \hline 625 \\ +\ 125 \\ \hline 187,5 \end{array}$$

Tem 1 casa decimal

1 casa decimal

Colocamos a vírgula no resultado, com uma casa decimal.

$$15 \times 12,5 = 187,5$$

Em 15 minutos, a torneira despejará 187,5 litros de água.

Outros exemplos:

$0,9 \times 0,6$

Algoritmo

$0,9 \times 0,6$

$$\begin{array}{r}0,9\\ \times\ 0,6\\ \hline 0,54\end{array}$$

0,9 → Tem 1 casa decimal
× 0,6 → Tem 1 casa decimal
→ 2 casas decimais

Para que o produto tenha duas casas decimais, a parte inteira deve ser zero.

$0,9 \times 0,6 = 0,54$

$1,25 \times 1,2$

Algoritmo

$$\begin{array}{r}1,25\\ \times\ 1,2\\ \hline 250\\ +\ 125\ \\ \hline 1,500\end{array}$$

1,25 → Tem 2 casas decimais
× 1,2 → Tem 1 casa decimal
→ 3 casas decimais

Suprimimos os zeros finais de 1,500.

$1,25 \times 1,2 = 1,500 = 1,5$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

75. Paulo alugou uma bicicleta por 2,5 horas. Se o aluguel é de R$ 4,75 por hora, quanto ele pagou de aluguel? R$ 11,88.

76. Uma viagem de 10,5 h foi feita de ônibus a uma velocidade média de 78,4 quilômetros por hora. Qual foi a distância percorrida nessa viagem? 823,20 km.

77. Uma geladeira pode ser comprada em 10 pagamentos de R$ 175,32 ou em 5 pagamentos de R$ 249,26. Se for comprada em 5 vezes, quanto se economiza em relação ao valor final pago em 10 vezes? R$ 506,90.

78. Em um tanque cabem 62,5 litros de óleo. Em certo momento, o marcador assinalava 0,75 da capacidade total do tanque. Quantos litros de óleo faltavam para completar o tanque? 15,625 L

79. Calcule o dobro de:

a) 1,4 2,8
b) 0,5 1
c) 0,05 0,1
d) 0,001 0,002

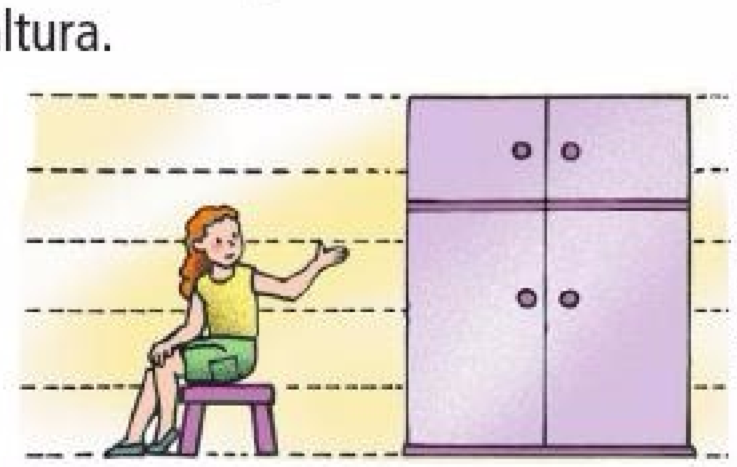
80. Qual é o perímetro de um quadrado cujos lados medem 3,25 metros? 13 m.

81. Denise tem, em sua bolsa, dez moedas de R$ 0,05, nove de R$ 0,10, três de R$ 0,25 e duas de R$ 1,00. Que quantia Denise tem na bolsa? R$ 4,15.

82. Hora de fazer contas! Calcule os produtos:

a) $1,08 \times 11$ 11,88
b) $0,021 \times 70$ 1,47
c) $0,018 \times 135$ 2,43
d) $1,32 \times 5,2$ 6,864
e) $6,05 \times 1,6$ 9,68
f) $0,03 \times 0,06$ 0,0018

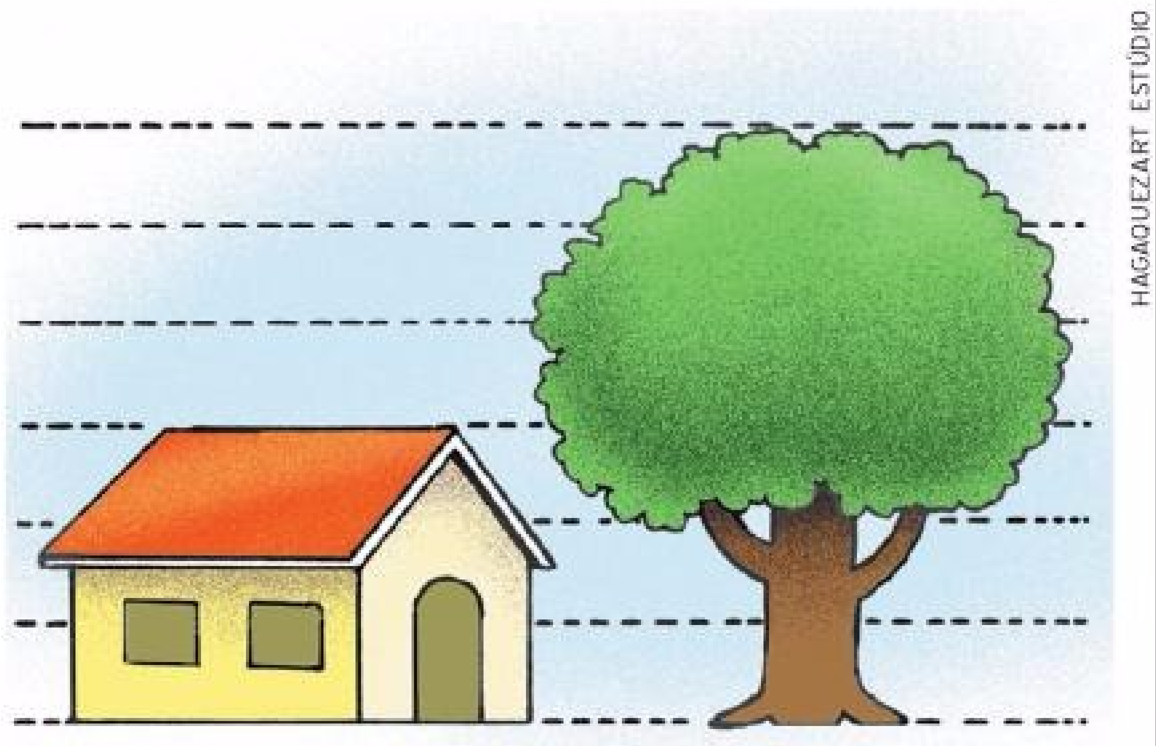
83. O banco desta figura tem 42,5 centímetros (cm) de altura.



HAGAQUEZART ESTÚDIO

Qual é a altura do guarda-roupa, em centímetros? 212,5 cm.

84. Na figura, a altura da casa é 4,80 m. Qual é a altura da árvore? 9,60 m.



85. Para fazer um varal, Cida precisa de um fio que meça o triplo de 0,95 m. Se o vendedor cortar o fio de um rolo que tem 5 m, quantos metros sobrarão nesse rolo? 2,15 m.

86. Cláudia comprou 1,20 metro de um tecido que custava R$ 28,50 o metro e deu R$ 50,00 para pagar a conta. Quanto recebeu de troco? R$ 15,80.

87. Um reservatório de água tem um vazamento e perde 0,15 litro por hora. Supondo que o vazamento continue no mesmo ritmo e que o reservatório continue recebendo água, responda:

a) Quantos litros esse reservatório perderá em 27 horas? 4,05 L.

b) Quantos litros esse reservatório perderá em uma semana? 25,2 L.

88. Em uma campanha de venda de jornais velhos, o 6º ano A coletou 42,5 kg, vendendo-os a R$ 0,80 o quilograma. O 6º ano B arrecadou R$ 28,00 vendendo o quilograma de jornal também por R$ 0,80.

a) Qual classe arrecadou mais dinheiro? 6º A.

b) Quanto a mais foi arrecadado? R$ 6,00.

89. Um quilograma de fubá custa R$ 2,20. Um cozinheiro comprou meia dúzia de pacotes de fubá de meio quilograma cada um. Pagou com uma nota de R$ 50,00. Quanto recebeu de troco? R$ 43,40.

90. A flecha significa "multiplicar por 10". Copie em seu caderno os quadros a seguir, completando-os.

	$\times 10$ →	$\times 10$ →	$\times 10$ →
0,016	0,16	1,6	16
1,301	13,01	130,1	1301
12,542	125,42	1254,2	12 542

Proponha situações semelhantes às das atividades 83 e 84, nas quais os alunos poderão perceber a ideia de proporcionalidade e iniciar a construção, com compreensão, do conceito de escala.

Investigue e explique

FAÇA NO CADERNO

- Obtenha os produtos e observe se existe algum padrão.

$0,3 \times 10$ 3	$1,46 \times 10$ 14,6	$0,086 \times 10$ 0,86
$0,3 \times 100$ 30	$1,46 \times 100$ 146	$0,086 \times 100$ 8,6
$0,3 \times 1000$ 300	$1,46 \times 1000$ 1460	$0,086 \times 1000$ 86

- Agora, responda às questões a seguir:
  – O que ocorre com a vírgula quando se multiplica um decimal por 10? Ela é deslocada uma casa decimal para a direita.
  – E por 100? A vírgula é deslocada duas casas decimais para a direita.
  – E por 1 000? A vírgula é deslocada três casas decimais para a direita.
- Reescreva a frase a seguir, substituindo o ■ por palavras que tornem a sentença verdadeira.

  Para multiplicar um número escrito na forma decimal por 10, por 100 e por 1 000, basta deslocar a vírgula ■, ■, ■ casas decimais, respectivamente, para a direita. uma, duas, três

A divisão e as ideias associadas

Para refletir e responder

Cláudio tem 42,5 metros de fio elétrico e quer fazer rolos de fio para vender.

- Para obter 5 rolos com fio mais comprido possível, quantos metros de fio cada rolo deverá ter? E se Cláudio fizer rolos com 2,5 metros cada um, qual é a maior quantidade de rolos que poderá fazer?

8,5 m. 17 rolos.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Situações envolvendo divisão de números na forma decimal são muito comuns no cotidiano e, por esse motivo, é importante relembrar as ideias associadas a esta operação.

Na situação acima a ideia presente é a de "repartir igualmente", ou seja, dividir os 42,5 metros igualmente em 5 rolos.

Podemos efetuar essa divisão utilizando o algoritmo da divisão de decimais e para entendê-lo transformamos esses números em frações decimais. Veja:

$$42{,}5 : 5 = \frac{425}{10} : 5 = \frac{425}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{425}{50} = 425 : 50 = 8{,}5$$

Calculamos o quociente 425 : 50.

Os cálculos acima justificam o algoritmo a seguir: 42,5 tem uma casa decimal e 5 não tem casas decimais, por isso escrevemos 5,0 fazendo um "acerto" de casas decimais.

Eliminamos as vírgulas e calculamos 425 : 50.

$$\begin{array}{r|l} 42{,}5 & 5{,}0 \\ \hline 250 & \underset{U}{8}{,}\underset{d}{5} \\ 0 & \end{array}$$

Décimos

No caso da divisão de 42,5 por 5,0, eliminar a vírgula significa multiplicar o dividendo e o divisor por 10, o que não altera o quociente. Mas lembre-se de que o resto fica multiplicado por 10.

Assim, para Cláudio obter 5 rolos, cada rolo deverá ter 8,5 metros de fio.

Para saber qual é a maior quantidade de rolos de 2,5 metros Cláudio poderá formar, a ideia associada à divisão é a de medir: "saber quantas vezes 2,5 cabe em 42,5", ou seja, calcular 42,5 : 2,5.

Como o dividendo 42,5 e o divisor 2,5 têm o mesmo número de casas decimais, eliminamos as vírgulas e efetuamos a divisão dos dois números naturais, respectivamente 425 e 25.

O quociente 17 significa que, com 42,5 metros, Cláudio poderá confeccionar 17 rolos de 2,5 metros de fio cada um.

$$\begin{array}{r|l} 42{,}5 & 2{,}5 \\ \hline 17\,5 & 17 \\ 0 & \end{array}$$

Inteiros

Quociente aproximado

Os alunos retomarão o conceito de quociente aproximado, por falta, a menos de 0,1 ou 0,01 ou 0,001, nos anos seguintes. Portanto, não é necessário enfatizar o assunto neste momento.

Quando uma divisão não é exata, costuma-se determinar um **quociente aproximado** dessa divisão.

Acompanhe estes exemplos:

Dizemos que:

Quociente com uma casa decimal.

$$\begin{array}{r|l} 25 & 6 \\ \hline 10 & 4{,}1 \\ 4 & \end{array}$$

- 4,1 é o quociente aproximado, por falta, a menos de 0,1.

Quociente com duas casas decimais.

$$\begin{array}{r|l} 25 & 6 \\ \hline 10 & 4{,}16 \\ 40 & \\ 4 & \end{array}$$

- 4,16 é o quociente aproximado, por falta, a menos de 0,01.

Quociente com três casas decimais.

$$\begin{array}{r|l} 25 & 6 \\ \hline 10 & 4{,}166 \\ 40 & \\ 40 & \\ 4 & \end{array}$$

- 4,166 é o quociente aproximado, por falta, a menos de 0,001.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

91. Um motorista percorreu 3 890,45 km em 8 dias e meio. Se a distância percorrida por dia foi sempre a mesma, quantos quilômetros ele percorreu diariamente? 457,7 km.

92. A porta desenhada na figura tem 2,60 m de altura. Qual é a altura do rapaz? Apresente a resposta em metros. 1,95 m.

ILUSTRAÇÕES: FRANCISCO VILACHÃ

93. A área de um terreno retangular é de 1118 m². Se um dos lados mede 21,5 m, quanto mede o outro lado? 52 m.

94. Qual é o quociente?

a) 28,05 : 0,15 187

b) 0,625 : 0,05 12,5

c) 10,24 : 3,2 3,2

d) 3,408 : 0,04 85,2

e) 80,7 : 0,06 1345

f) 1,743 : 24,9 0,07

95. Um navio emitiu um pedido de socorro a 3 000 milhas de um porto. Sabendo que o barco estava a 4 827 km do porto, calcule quantos quilômetros correspondem a cada milha. 1,609 km.

96. Márcio tem uma TV de 14 polegadas.

Curioso para saber quanto mede uma polegada, ele mediu a distância entre dois cantos (como mostra a figura) e obteve 35,56 cm. Qual é, aproximadamente, a medida que ele encontrou para uma polegada? 2,54 cm.

97. Bento distribuiu 100 litros de suco de uva em recipientes nos quais cabia 1,5 litro de suco.

a) Qual foi a maior quantidade de recipientes completos que ele obteve? 66 recipientes.

b) Um recipiente ficou incompleto. Qual a quantidade que faltou nele? 0,5 L.

98. Um grupo de 12 funcionários elaborou um orçamento de R$ 507,60 para um churrasco. Eles conseguiram de um diretor uma colaboração de R$ 315,00 e o restante da despesa foi dividido igualmente entre os componentes do grupo.

a) Com que quantia cada funcionário contribuiu? R$ 16,05.

b) Quanto cada funcionário teria gastado se eles não tivessem conseguido a colaboração do diretor? R$ 42,30

99. A flecha significa "dividir por 10". Copie estes quadros, completando-os:

$\xrightarrow{:10}$	$\xrightarrow{:10}$	$\xrightarrow{:10}$	
360	36	3,6	0,36
488	48,8	4,88	0,488
5850	585	58,5	5,85
4500	450	45	4,5

100. Calcule o quociente aproximado com uma casa decimal após a vírgula:

a) 38 : 6 6,3 b) 138 : 17 8,1 c) 267 : 45 5,9

101. Na divisão 25 : 6, qual é o quociente aproximado com duas casas decimais após a vírgula? 4,16

102. Em um restaurante, sete pessoas gastaram R$ 146,00 e resolveram dividir igualmente as despesas. Para saber quanto cada uma teria de pagar, calcularam o quociente aproximado até os centavos. Quanto ficou faltando para saldar a conta? R$ 0,05.

103. Durante uma Copa do Mundo de Futebol, um bolão esportivo de R$ 2540,00 foi rateado igualmente entre 26 pessoas. Quanto coube a cada uma? R$ 97,69, aproximadamente.

Investigue e explique

FAÇA NO CADERNO

- Obtenha os quocientes e observe se ocorre alguma regularidade entre os resultados encontrados.

0,4 : 10	0,04	1,35 : 10	0,135
0,4 : 100	0,004	1,35 : 100	0,0135
0,4 : 1000	0,0004	1,35 : 1000	0,00135

- Agora, responda às questões a seguir.
  – O que ocorre com a vírgula quando se divide um decimal por 10? Ela é deslocada uma casa decimal para a esquerda.
  – E por 100? É deslocada duas casas decimais para a esquerda.
  – E por 1000? É deslocada três casas decimais para a esquerda.
- Reescreva a frase a seguir, substituindo o ■ por números que tornem a frase verdadeira.
  Para dividir um número na forma decimal por ■, por ■ ou por ■, basta deslocar a vírgula uma, duas, três casas decimais, respectivamente, para a esquerda. 10; 100; 1000

6 Operações inversas

Adição e subtração

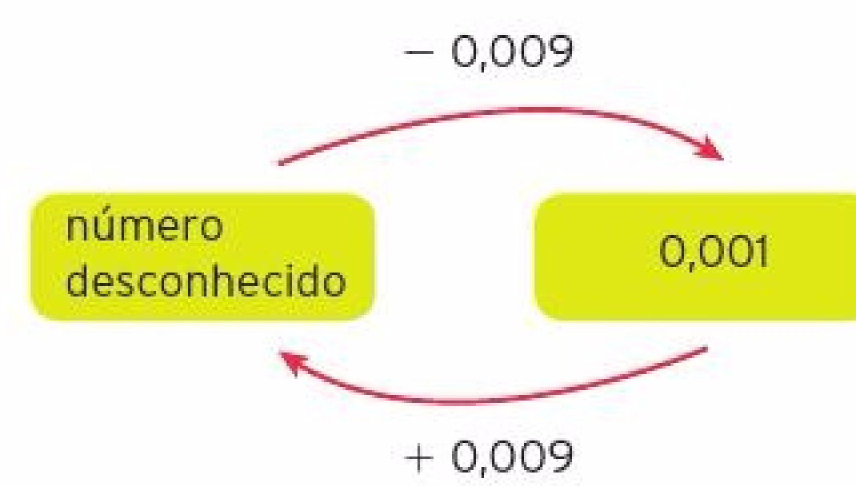
Para refletir e responder

Um número subtraído de 0,009 é igual a 0,001.

- Qual é esse número?
0,010

Assim como para as frações, a adição e a subtração de números decimais são operações inversas.

Para descobrir o número desconhecido do problema acima, podemos usar o esquema abaixo e fazer o caminho inverso, somando 0,009 ao resultado 0,001:



0,009 + 0,001 = 0,010. O número é 0,010.

Multiplicação e divisão

Em muitas situações a multiplicação e a divisão estão presentes ao mesmo tempo, havendo uma relação entre as duas operações.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Em que número Geraldo pensou?

Para descobrir o número pensado, efetuamos a multiplicação, que é a operação inversa da divisão.

$$40 \times 1{,}2 = 48$$

O número pensado foi 48.

Verificando: $\underbrace{48}_{\text{Dividendo}} : \underbrace{1{,}2}_{\text{Divisor}} = \underbrace{40}_{\text{Quociente}}$ ou $\underbrace{40}_{\text{Quociente}} \times \underbrace{1{,}2}_{\text{Divisor}} = \underbrace{48}_{\text{Dividendo}}$

Podemos mostrar que, para a divisão de números decimais em que o resto é zero, vale:

quociente × divisor = dividendo

A multiplicação e a divisão são operações inversas.

Tente descobrir em que número Gabriel pensou:

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Em que número Gabriel pensou?

Para descobrir o número pensado, multiplicamos 1,6 por 3 e adicionamos 0,2 ao resultado:

$$3 \times 1{,}6 = 4{,}8 \text{ e } 4{,}8 + 0{,}2 = 5$$

O número pensado foi 5.

Verificando:

	5	3
Décimos →	20	1,6
Décimos →	2	

Ou seja,

$$\underbrace{1{,}6}_{\text{Quociente}} \times \underbrace{3}_{\text{Divisor}} + \underbrace{0{,}2}_{\text{Resto}} = 4{,}8 + 0{,}2 = \underbrace{5}_{\text{Dividendo}}$$

Podemos mostrar que para os números decimais vale:

quociente × divisor + resto = dividendo

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

104. Em cada esquema seguinte, o quadrado esconde um número. Você é capaz de descobri-lo?

a) $\square \xrightarrow{+\,2{,}34} \boxed{3}$ 0,66

b) $\square \xrightarrow{-\,1{,}99} \boxed{8{,}01}$ 10

105. Pensei em um número, adicionei 0,73 e obtive 1,27. Em que número pensei? 0,54

106. André escreveu o número 59,35, adicionou 8,96 e, ao resultado, acrescentou ainda um terceiro número, obtendo 115,62. Qual foi o terceiro número acrescentado? 47,31

107. Na igualdade **n** − 13,81 = 1,19, a letra **n** representa um número racional. Qual é o valor de **n**? 15

108. Descubra o fator desconhecido em:

a) 3,8 × ■ = 38 10

b) 0,009 × ■ = 9 1000

c) ■ × 15,85 = 1585 100

109. Um número menos 3 é igual a 0,084. Qual é a metade desse número? 1,542

110. Descubra o divisor desconhecido em:

a) 1432 : ■ = 14,32 100

b) 3,5 : ■ = 0,0035 1000

c) 5 : ■ = 0,0005 10000

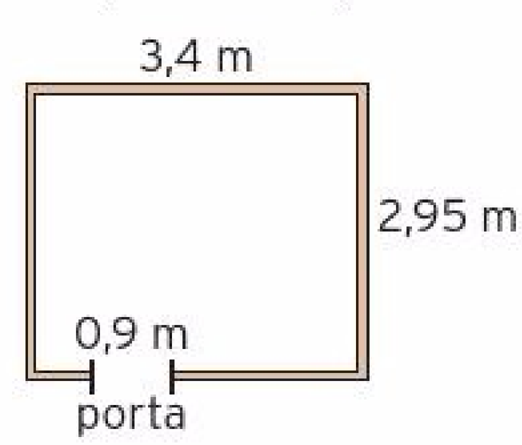
111. Nesta igualdade **n** : 0,07 = 2, a letra **n** representa um número racional. Qual é o valor de **n**? 0,14

112. Um sitiante obteve 8 latões de leite em um dia. Cada latão continha 12,5 litros de leite. Para revender esse leite, o sitiante o engarrafou em vasilhames com 3,5 litros de leite.

a) Quantos vasilhames, no máximo, ele utilizou? 28

b) Um dos vasilhames ficou com menos de 3,5 litros de leite. Que quantidade de leite havia nesse vasilhame? 2 L.

113. As medidas do escritório retangular de Rubens estão marcadas (em metros) neste desenho:



a) Qual é o perímetro do escritório de Rubens? 12,7 m.

b) Rubens quer colocar rodapé no escritório. Qual será a metragem mínima de rodapé necessária? 11,8 m.

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

114. A parede de uma cozinha tem 5,7 m de comprimento. Ela será revestida com azulejos de 0,15 m por 0,15 m. Qual é a maior quantidade de azulejos inteiros que poderão ser colocados em cada fila? 38 azulejos.

115. Um motorista resolveu medir o consumo médio de combustível de seu caminhão durante uma viagem. Parou em um posto de abastecimento, completou o tanque e anotou a quilometragem indicada no marcador: 38426 km.

Depois de um certo tempo, quando o marcador estava indicando 38969 km, ele parou em outro posto e completou o tanque novamente. Foram colocados 72,4 litros de combustível.

Quantos quilômetros, em média, esse caminhão andou com um litro de combustível? 7,5 km.

116. Um caminhoneiro percorreu 7812,5 km em 12,5 dias. Se a distância percorrida por dia foi sempre a mesma, quantos quilômetros ele percorreu diariamente? 625 km.

Desafio

Pesos na Lua

O peso de uma pessoa ou de um objeto na Lua equivale aproximadamente a 0,17 de seu peso na Terra.

- Desenhe esta tabela em seu caderno, completando-a com os valores que faltam.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Pessoa/ objeto	Peso na Terra (kgf)	Peso na Lua (kgf)
Recém-nascido	4,6	0,782
Homem	83,9	14,263
TV	12,4	2,108
Você	Resposta pessoal.	Resposta pessoal.

Troquem ideias e resolvam

FAÇA NO CADERNO

Junte-se a um colega, discutam e resolvam.

Os preços dos bilhetes do metrô de uma cidade estão indicados na figura abaixo. Sabendo que Rodrigo tem R$ 50,00, respondam:

CÉLIA KOFUJI

- Qual é o número máximo de bilhetes unitários que ele poderia comprar com essa quantia? Quanto lhe restaria? 14 bilhetes; R$ 2,40
- Qual é o número máximo de bilhetes múltiplos de 10 que ele poderia comprar com os R$ 50,00? Quanto ele receberia de troco? 1; R$ 18,00
- Caso ele tivesse comprado pelo menos um bilhete múltiplo de 10 e alguns unitários com os R$ 50,00, qual a maior quantidade de bilhetes que ele poderia comprar? Nessas condições, sobraria algum dinheiro? Em caso afirmativo, quanto? 1 múltiplo de 10 e 5 unitários. Sim, R$ 1,00.

7 Potência e raiz quadrada

Usando potências

Para refletir e responder

- Você sabe como indicar o produto $0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5$ usando potência?

$0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = (0,5)^4$

Os conceitos de **potência** e **raiz quadrada de números na forma decimal** são os mesmos que para os números naturais e para as frações.

Para indicar o produto $0,5 \times 0,5 \times 0,5$ usando potência, podemos escrever $(0,5)^3 = 0,125$.

Na igualdade $(0,5)^3 = 0,125$:

- 0,125 é a **potência**, ou seja, o produto de fatores iguais;
- 0,5 é a **base**, ou seja, o fator que se repete;
- 3 é o **expoente**, ou seja, o número de vezes em que a base se repete.

Para os números na forma decimal, também consideramos que:

- a potência de qualquer número elevado ao **expoente 1** é **igual à base**;
- a potência de qualquer número, diferente de zero, elevado ao **expoente 0** é **igual a 1**.

Calculando raiz quadrada

O número racional 1,44, por exemplo, tem raiz quadrada exata. Qual é essa raiz?

Para encontrar essa raiz, basta encontrar um número que elevado ao quadrado resulta 1,44. Esse número é 1,2.

Veja outro exemplo, o cálculo de $\sqrt{0,36}$:

Transformamos 0,36 em fração: $\sqrt{0,36} = \sqrt{\frac{36}{100}}$

Calculamos a raiz quadrada da fração: $\sqrt{\frac{36}{100}} = \frac{6}{10}$, pois $\left(\frac{6}{10}\right)^2 = \frac{36}{100}$.

Usamos a escrita decimal: $\sqrt{0,36} = 0,6$.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

117. Represente os produtos, usando potências:

a) $0,7 \times 0,7 \times 0,7$ $(0,7)^3$

b) $7,9 \times 7,9$ $(7,9)^2$

c) $0,1 \times 0,1 \times 0,1 \times 0,1$ $(0,1)^4$

118. Represente as potências na forma de produto:

a) $(0,6)^2$ $0,6 \cdot 0,6$

b) $(1,5)^3$ $1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5$

c) $(0,01)^2$ $0,01 \cdot 0,01$

119. Calcule as potências:

a) $(0,1)^2$ 0,01

b) $(2,3)^3$ 12,167

c) $(18,95)^0$ 1

120. Calcule o valor de $(0,5)^2$ e $(0,5)^3$. Qual deles é maior? 0,25 e 0,125; $(0,5)^2$

121. Calcule:

a) $(0,8)^2$ 0,64

b) $(0,2)^2$ 0,04

c) $(0,8)^2 + (0,2)^2$ 0,68

122. Carlos calculou o cubo de 2,8 e o dividiu por 1,6. Que resultado ele obteve? 13,72

123. Qual é o valor da expressão: $(4,3)^2 - 2 \times 1,8$? 14,89

124. Obtenha os resultados destas expressões numéricas:

a) $(27,47 - 13,4 \times 1,6) : (32,9 : 1,4 - 16,8)$ 0,9

b) $(0,3)^3 - (0,05)^2 \times 10$ 0,002

c) $(1,05 - 0,85)^2 : (6 \times 4 - 22) + (0,03)^0 : 4$ 0,27

125. Copie as sentenças, substituindo o ■ por um número racional que as torne verdadeiras:

a) $(1,5)^2 = 2,25$, então $\sqrt{2,25} =$ ■. 1,5

b) $(0,8)^2 = 0,64$, então $\sqrt{0,64} =$ ■. 0,8

126. Calcule:

a) $\sqrt{0,04}$ 0,2

b) $\sqrt{10,24}$ 3,2

127. A medida do lado de um terreno de forma quadrada é igual a 24,2 m. Qual é a área desse terreno? 585,64 m².

128. Quais são as medidas dos lados de uma toalha de mesa quadrada com 6,25 m² de área? 2,5 m.

Usando a calculadora

- Qual é o valor da potência ao lado? $(1,2)^4$ 2,0736

É possível calcular $(1,2)^4$ digitando as teclas nesta sequência: 1 · 2 × = = =

- Que número apareceu no visor? 2,0736
- Calcule a soma $(0,3)^5 + (2,1)^4$ e anote em seu caderno. 19,45053

Experimente!

Investigue e explique

FAÇA NO CADERNO

- Calcule:
  - O quadrado de 6,2, ou seja, $(6,2)^2$, e o quadrado de 3,1,ou seja, $(3,1)^2$. $(6,2)^2 = 38,44$; $(3,1)^2 = 9,61$
  - A soma do quadrado de 6,2 com o quadrado de 3,1 ou $(6,2)^2 + (3,1)^2$. $(6,2)^2 + (3,1)^2 = 48,05$
  - A soma de 6,2 com 3,1. $6,2 + 3,1 = 9,3$
  - O quadrado da soma de 6,2 com 3,1 ou $(6,2 + 3,1)^2$. $(6,2 + 3,1)^2 = 86,49$
- Responda:
  - O quadrado da soma de 6,2 com 3,1 é igual à soma do quadrado de 6,2 com o quadrado de 3,1? Explique por quê. Não: $(6,2 + 3,1)^2 = 9,3^2 = 86,49$ e $(6,2)^2 + (3,1)^2 = 38,44 + 9,61 = 48,05$.

8 Estatística e probabilidade

Porcentagens e problemas

Os termos **por cento**, **porcentagem** ou **porcentual** são usados com frequência nas mais variadas ocasiões. Em livros, jornais, revistas e meios eletrônicos, eles aparecem para expressar, por exemplo, resultados de pesquisas que envolvem a população de um país, como os divulgados pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística).


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Porcentagem da população brasileira por grandes grupos de idade (Censo 2010)	
0 — 14 anos	24%
15 — 49 anos	56%
50 anos ou mais	20%

Fonte: IBGE. Censo Demográfico 2010.

A porcentagem de brasileiros de 0 a 14 anos corresponde a **24%** (vinte e quatro por cento) dos brasileiros. Isso significa que 24 em cada 100 brasileiros estão na faixa etária de 0 a 14 anos.

24% é o mesmo que $\frac{24}{100}$, ou, ainda, 0,24.

$$24\% = \frac{24}{100} = 0{,}24$$

Veja também como podem ser representados os **20%** que correspondem à faixa etária de 50 anos ou mais:

$$20\% = \frac{20}{100} = 0{,}20$$

Observe que, somando os porcentuais que correspondem às faixas etárias da tabela, temos 100%, que corresponde ao todo, ou seja, a toda a população brasileira.

$$24\% + 56\% + 20\% = 100\% \;\text{——}\; 100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Exemplos:

- Para representar a fração $\frac{1}{25}$ na forma porcentual, basta dividir 1 por 25 e multiplicar o resultado por 100:

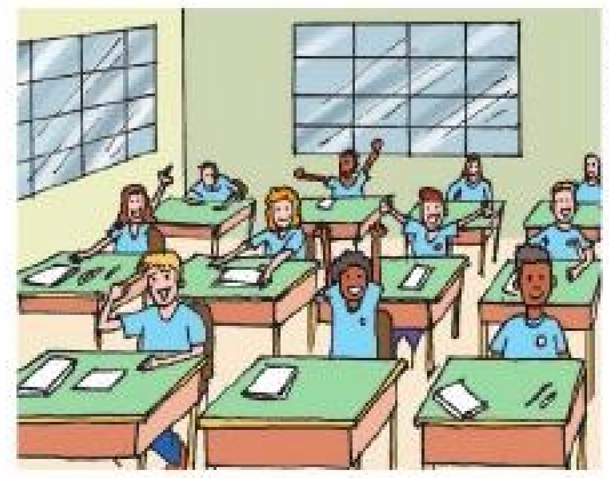
$$\begin{array}{r|l} 100 & 25 \\ \hline 0 & 0{,}04 \end{array} \qquad 0{,}04 \times 100 = 4 \;\text{——}\; \frac{1}{25} = 4\%$$

- Para representar o número 0,25 na forma porcentual, basta multiplicar 0,25 por 100:

$$0{,}25 \times 100 = 25 \;\text{————}\; 0{,}25 = 25\%$$

Para refletir e responder

Em uma classe de 40 alunos, 85% foram aprovados no final do ano.



FRANCISCO VILACHÃ

- Quantos alunos foram aprovados nessa classe? 34 alunos.

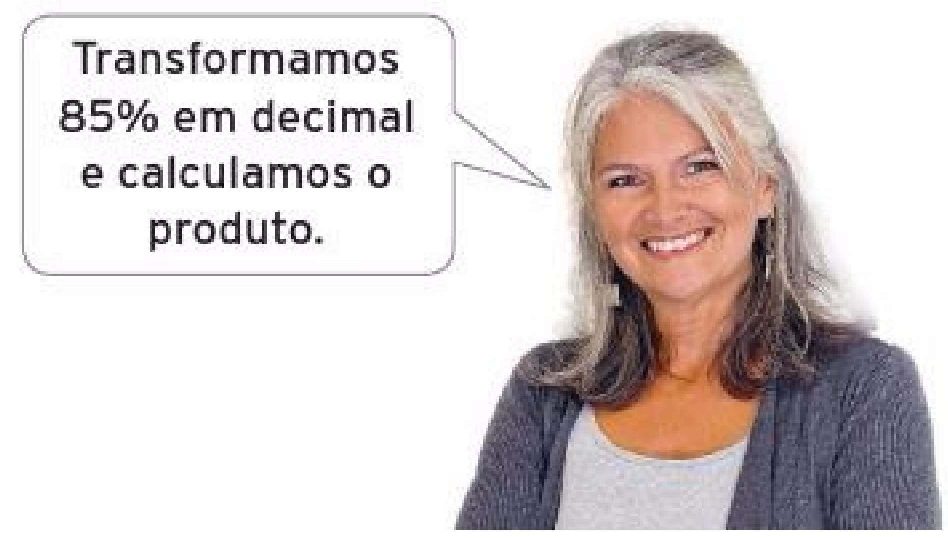
Veja duas maneiras de calcular 85% de 40.

- $0{,}85 \times 40 = 34$

85% de 40 alunos correspondem a 34 alunos.

Logo, foram aprovados 34 alunos.

- Outra maneira é multiplicar 40 por 85 e dividir o resultado por 100.



THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

129. Escreva a representação decimal de:

a) 19% 0,19

b) 51% 0,51

c) 7% 0,07

d) 6% 0,06

130. Represente como porcentagem estes decimais:

a) 0,37 37%

b) 0,1 10%

c) 0,08 8%

d) 0,016 1,6%

131. Represente como porcentagem estas frações irredutíveis.

a) $\frac{2}{5}$ 40%

b) $\frac{3}{4}$ 75%

c) $\frac{1}{5}$ 20%

d) $\frac{14}{25}$ 56%

132. A figura abaixo foi dividida em 8 partes iguais. Represente as partes pintadas de verde nas formas fracionária, decimal e porcentual. $\frac{3}{8}$; 0,375; 37,5%

133. Em um depósito havia 600 sacos de arroz. Com a chuva, 18% do arroz contido nesses sacos se estragou. Quantos sacos de arroz continuam bons? 492 sacos.

134. Em uma escola há 900 estudantes, dos quais 0,3 são meninos.

a) Quantos por cento dos alunos são meninos? 30%

b) Quantos por cento dos alunos são meninas? 70%

135. Em uma loja de eletrodomésticos, o preço de um televisor de 32 polegadas é R$ 1 299,00. Se esse preço sofrer um aumento de 8%, qual será o novo valor? Para calcular esse valor, qual das duas resoluções você usaria? Explique por quê. R$ 1 402,92.

Resolução 1

$0{,}08 \times 1299{,}00 = 103{,}92$

$1299{,}00 + 103{,}92 = 1402{,}92$

Resolução 2

$1{,}08 \times 1299{,}00 = 1402{,}92$

135. Respostas possíveis: Qualquer uma das duas, porque ambas estão corretas. Na resolução 1, foram calculados 8% de R$ 1 299,00 e acrescentou-se o valor obtido ao preço atual. Na resolução 2, foram calculados 108% de R$ 1 299,00, ou seja, 100% mais 8% de R$ 1 299,00, chegando, assim, ao preço final.

136. Todos os dias José faz um percurso de 8 500 m. Desse percurso, 45% estão asfaltados.

a) Quantos metros estão asfaltados? 3 825 m.

b) Que porcentagem do percurso não está asfaltada? 55%

c) Quantos metros não estão asfaltados? 4 675 m.

d) Quantos metros correspondem a 100% do percurso? 8 500 m.

137. Manuel reserva semanalmente 75% da farinha de trigo de sua padaria para fazer pães e 25% para fazer bolos. Nesta semana, ele comprou 280 kg de farinha de trigo.

a) Quantos quilogramas de farinha de trigo ele reservou para fazer pães? 210 kg.

b) E para fazer bolos? 70 kg.

138. Antônio foi a um restaurante e gastou R$ 23,50 em uma refeição. Ele costuma dar ao garçom uma gorjeta de 10% do total gasto. Quanto Antônio deixou de gorjeta? R$ 2,35.

139. O preço de uma camiseta é R$ 74,80 e tem um desconto de 15% no pagamento à vista. Qual é o preço da camiseta à vista? R$ 63,58.

140. Em uma escola, há 1 200 alunos.

a) 25% desses alunos são descendentes de orientais. Quantos são os descendentes de orientais? 300

b) 12,5% desses alunos são afrodescendentes. Quantos são eles? 150

c) Quantos alunos não são afrodescendentes nem descendentes de orientais? 750

d) Os alunos destacados no item **c** representam qual porcentagem de toda a escola? 62,5%

141. Em 2010, 5 000 pessoas se inscreveram em uma maratona. Em 2011, houve um acréscimo de 15% ao número de inscritos e, em 2012, houve um acréscimo de 20% ao número de inscritos em 2011. Quantas pessoas se inscreveram em 2011? E em 2012? 5 750 pessoas; 6 900 pessoas.

Usando a calculadora

Usando uma calculadora, pode-se determinar 85% de 40 pelo menos de duas maneiras.

- digitando: [4] [0] [×] [·] [8] [5] [=]
- ou digitando: [4] [0] [×] [8] [5] [:] [1] [0] [0] [=]

Se a calculadora tiver a tecla [%], basta digitar [4] [0] [×] [8] [5] e apertar a tecla [%]. A calculadora fará automaticamente as operações.

No visor da calculadora deverá aparecer o resultado 34.

Calcule estas porcentagens usando uma calculadora. Anote os resultados em seu caderno.

- 27% de 1 500 pessoas. 405 pessoas.
- 12,5% de R$ 932,00. R$ 116,50.
- 38% de 1 952 kg. 741,76 kg.
- 0,5% de 3 000 estudantes. 15 estudantes.

Para esta atividade solicite aos grupos que identifiquem o significado das porcentagens presentes nos cartazes. Promova uma ampla discussão sobre os dados levantados pelos alunos e procure verificar o conhecimento que adquiriram sobre o assunto. Utilize um desses materiais envolvendo o termo porcentagem como um problema motivador para fazer uma avaliação.

Troquem ideias e resolvam

Junte-se aos colegas e procurem, em revistas e jornais, situações em que apareçam porcentagens. Recortem aquelas que mais interessam ao grupo e façam cartazes.

Decimais e possibilidades

Quantos alunos há na sua classe? Quantos irmãos você tem?

Provavelmente você responderá a essas questões contando os colegas de sua sala de aula e os seus irmãos, se os tiver.

No entanto, há situações em que isso não ocorre. Nesses casos, organizar a contagem pode ajudar.

Veja um exemplo:

Estes quadrados podem ser substituídos pelos algarismos 1, 6, 8 ou 9, obedecendo-se a estas condições:

✓ os números devem ser menores que 2;

✓ os algarismos não podem se repetir.

□, □□□

Que algarismo estará no lugar da unidade simples?

Dentre os números que você encontrou, qual é o menor? E o maior?

Nessa situação, fazer uma tabela como esta pode ajudar a organizar a contagem e encontrar todos os números possíveis.

O algarismo das unidades é 1.

Algarismo dos décimos	Algarismo dos centésimos	Algarismo dos milésimos	Número
6	8	9	1,689
6	9	8	1,698
8	6	9	1,869
8	9	6	1,896
9	6	8	1,968
9	8	6	1,986

O menor número é 1,689 e o maior é 1,986.

Média aritmética

Frequentemente, ouvimos notícias que envolvem o conceito de média. São informações como:

"A velocidade média dos ônibus na cidade é de 50 km por hora";

"Ontem a temperatura média no sul do país foi de 15,5 °C".

Vamos conhecer o significado de **média aritmética simples**, também conhecida apenas por **média**, e aprender a calculá-la.

Leia a situação a seguir.

As idades dos jogadores de um time de basquetebol estão expressas na tabela abaixo.

Nome	Idade (anos)
Beto	14
Alex	12
Zé	11
Carlos	13
Toninho	14

Qual é a média das idades dos jogadores desse time?

Um valor adequado para representar a idade média desses jogadores é a média aritmética simples, que é obtida somando todos os valores da tabela e dividindo o resultado pelo número de valores somados, que é 5.

$$\text{Média aritmética (Ma): } \frac{14 + 12 + 11 + 13 + 14}{5} = \frac{64}{5} = 12{,}8$$

A média aritmética calculada acima indica que, se todos os jogadores tivessem a mesma idade, essa idade seria de, aproximadamente, 13 anos.

Proponha situações-problema, como as das atividades 142, 144 e 145, em que os alunos explorem possibilidades integradas com decimais.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

142. Qual é o maior número menor que 1, com três casas decimais, que podemos escrever com os algarismos 0, 6, 8 e 9? 0,986

143. Escreva como se lê o número encontrado no exercício anterior.
Novecentos e oitenta e seis milésimos.

144. Quais são os possíveis números menores que 2, com duas casas decimais, que podemos escrever usando os algarismos 1, 2 e 3?
1,23; 1,32

145. Quais são os possíveis números menores que 1, com três casas decimais, que podemos escrever usando os algarismos 0, 6, 8 e 9?
0,689; 0,698; 0,869; 0,896; 0,968; 0,986

146. As notas de Isa em oito provas de Matemática foram 6,5; 7,0; 5,5; 6,0; 8,0; 5,0; 7,5 e 8,5. Qual é a média aritmética das oito notas de Isa? 6,75

147. Uma rede de lojas de bolos caseiros vendeu durante os meses de setembro, outubro, novembro e dezembro, respectivamente, 1202, 1538, 1894 e 3542 unidades de bolo.

a) Qual foi a venda média mensal desse produto durante esse último quadrimestre?
2 044 bolos.

b) Em qual dos meses desse período a venda foi abaixo da média?
Setembro, outubro, novembro.

Tabelas e gráficos

Nos meios de comunicação, grande variedade de informações numéricas é expressa por meio de tabelas, gráficos e porcentagens. Para ler e interpretar essas informações, é preciso saber como elas são organizadas e expressas, o que significam e a que se relacionam.

Para refletir e responder

Observe a tabela abaixo, construída a partir de informações de pesquisas feitas pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) sobre as taxas de analfabetismo do Brasil de acordo com o Censo de 2010.

Pessoas de 15 anos ou mais de idade, analfabetas, por grupos de idade.

Grupos de idade	Taxas (%)
15 a 24 anos	2,5
25 a 39 anos	5,6
40 a 59 anos	11,6
60 anos ou mais	26,6

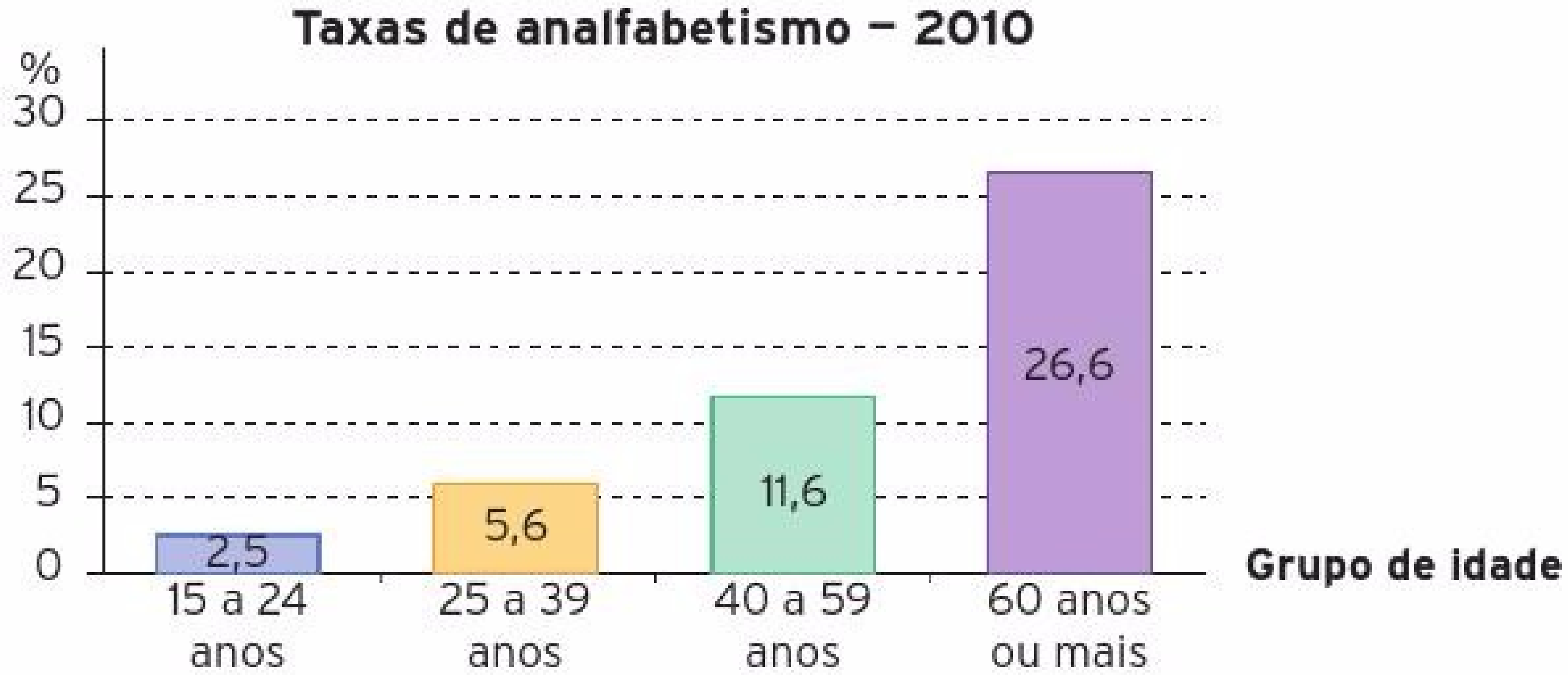
Fonte: IBGE. Censo 2010. Disponível em: <www.ibge.gov.br>. Acesso em: 25 mar. 2015.

Taxas significam valores porcentuais ou índices porcentuais.

- Em que grupo de idade a taxa de analfabetismo é menor? E em que grupo ela é maior?
  15 a 24 anos. 60 anos ou mais.

Os dados da tabela anterior podem ser representados também em um gráfico de colunas:

Taxas de analfabetismo – 2010



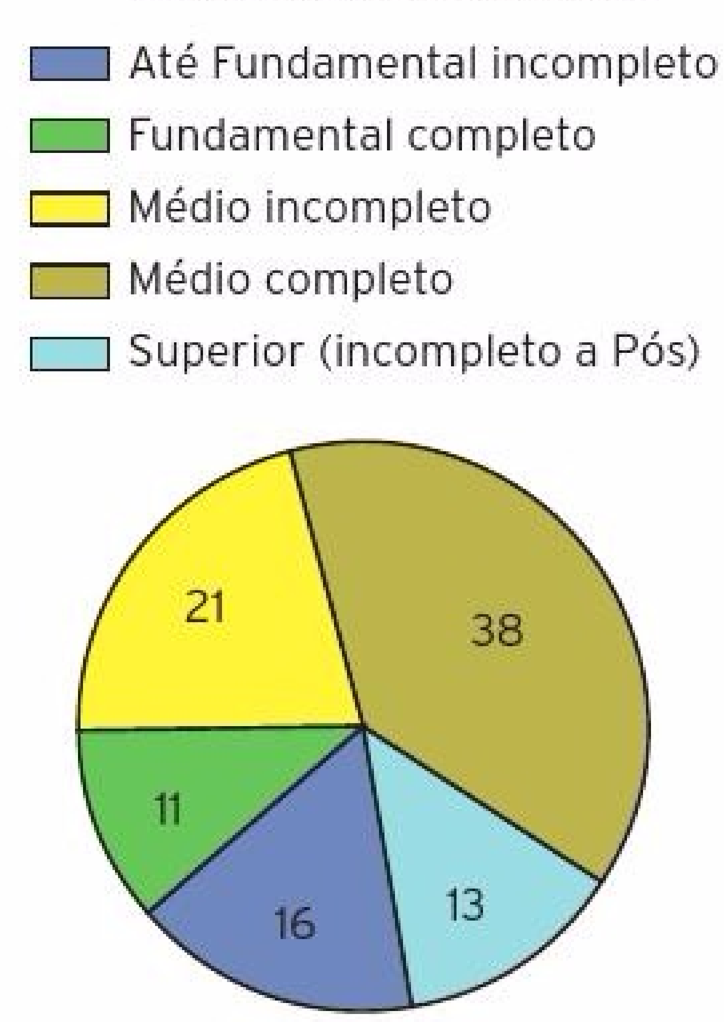
Os resultados de uma pesquisa também podem ser registrados em **gráficos de setores**, conhecidos, também, como **gráficos de *pizza***.

Veja os dados da *Pesquisa Nacional Sobre Perfil e Opinião dos Jovens Brasileiros*, da Secretaria Nacional da Juventude, realizada entre abril e maio de 2013, com jovens de 15 a 29 anos.

Os dados sobre escolaridade são apresentados no gráfico ao lado.

O porcentual dos entrevistados que têm o Ensino Fundamental completo é 11%.

Grau de escolaridade



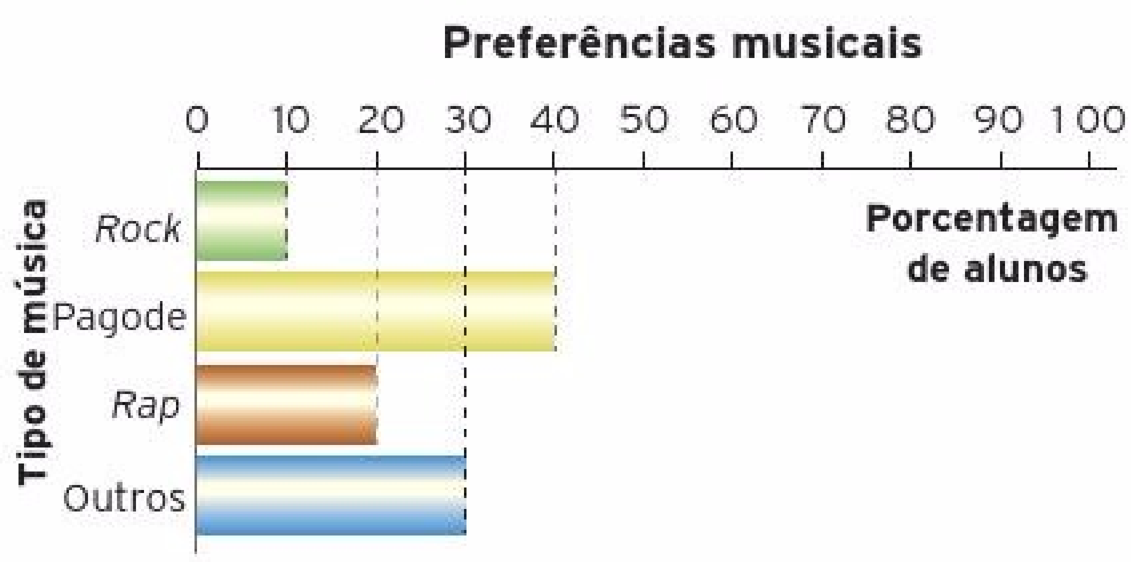
Fonte: Agenda juventude do Brasil, Pesquisa Nacional Sobre Perfil e Opinião dos Jovens Brasileiros 2013. Disponível em: <www.participatorio.juventude.gov.br>. Acesso em: 25 mar. 2015.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

148. Em uma escola com 250 alunos, foi realizada uma pesquisa sobre o tipo de música preferida dos estudantes. Cada entrevistado só poderia escolher um tipo de música.

Veja neste gráfico os resultados obtidos:



a) Qual a taxa porcentual de alunos que gostam de *rap*? Quantos eles são? 20%; 50 alunos.

b) Quantos alunos gostam de pagode? 100 alunos.

c) Qual é o número de alunos que responderam gostar de pagode ou de *rap*? 150 alunos.

d) Quantos alunos correspondem a 100%? 250 alunos.

149. A Secretaria de Esportes e Cultura de uma cidade entrevistou 2 000 adolescentes entre 12 e 16 anos, para identificar o interesse deles por diferentes modalidades esportivas. O resultado da pesquisa foi apresentado no gráfico.

A partir deste gráfico, responda às questões:

a) Qual é o esporte favorito entre os entrevistados? Quantos escolheram esse esporte? Futebol; 504 adolescentes.

b) Que porcentual de adolescentes escolheu atletismo? Quantos adolescentes são? 9,8%; 196 adolescentes.

c) Quantos entrevistados preferem futebol de salão? E tênis de mesa? 298 adolescentes; 148 adolescentes.

Solicite aos alunos que procurem em jornais locais e revistas outras informações nas quais encontrem "números grandes", como nesta **Leitura**. Se possível, explore o material coletado, colocando-o num painel, para possibilitar discussões, análises comparativas e conclusões. Este é o início do trabalho com notação científica.

Leitura

Os decimais e a comunicação

CÉLIA KOFUJI

Tente ler o número da ilustração ao lado.

E então, conseguiu? Não foi muito simples, não é mesmo?

Muitas vezes temos dificuldade para ler números como esses. Os editores de jornais, livros e revistas já perceberam esse fato e utilizam escritas decimais e símbolos numéricos expressos em palavras.

Leia um trecho do relatório **Perspectivas da população mundial — Revisão 2000**, preparado pela ONU (Organização das Nações Unidas): "[...] a população mundial deverá ser de 9,3 bilhões de pessoas em 2050. Ou seja, será 50% maior que os 6,1 bilhões de meados do ano 2000".

Veja como os números citados nesse relatório são escritos com todos os algarismos:

$$9{,}3 \text{ bilhões} = 9{,}3 \times 1\,000\,000\,000 = 9\,300\,000\,000$$

$$6{,}1 \text{ bilhões} = 6{,}1 \times 1\,000\,000\,000 = 6\,100\,000\,000$$

Voltando ao começo da nossa conversa, **1 427 000 000 000** lê-se "um trilhão e quatrocentos e vinte e sete bilhões".

Na forma decimal e com palavras, esse número pode ser escrito assim: **1,427 trilhão**.

Revisão cumulativa e testes

FAÇA NO CADERNO

1. Três amigos foram a uma lanchonete e pediram 3 refrigerantes, 1 *pizza* e 3 sorvetes. Cada refrigerante custou R$ 1,45, a *pizza* custou R$ 29,70 e cada sorvete, R$ 4,25.

a) Qual foi o total da conta, se, além desse gasto, há um acréscimo de 10% para os serviços do garçom? R$ 51,48.

b) Como combinaram dividir igualmente a despesa, quanto saiu para cada um? R$ 17,16.

2. Em um armazém há 30 fardos de algodão que pesam 90 kg. Quanto pesam 20, 50 e 150 fardos do mesmo tipo? 60 kg, 150 kg, 450 kg.

3. Um pedaço de queijo de $\frac{1}{2}$ kg custa R$ 6,00. Roberto comprou $\frac{2}{3}$ desse pedaço. Quanto ele pagou? R$ 4,00.

4. O preço de um aparelho de DVD é R$ 540,00 e pode ser pago nas seguintes condições: $\frac{1}{3}$ de entrada e o restante em 3 parcelas iguais, sem acréscimo.

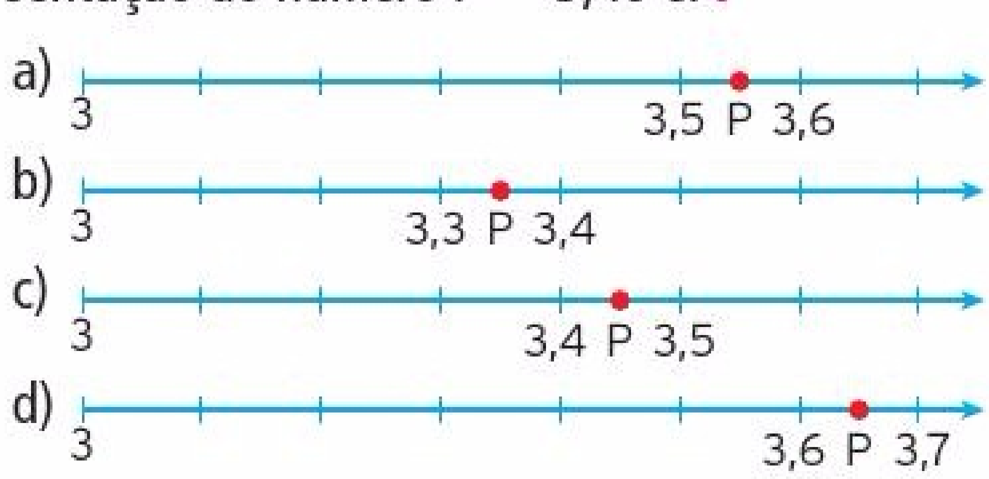
a) Qual é o valor da entrada? R$ 180,00.

b) Qual é o valor de cada prestação? R$ 120,00.

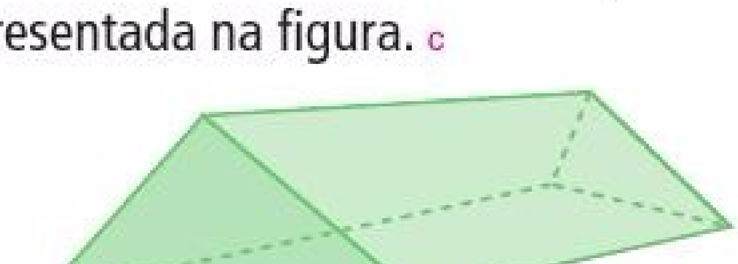
5. Os ponteiros de um relógio marcam 12 horas.

Decorridas 2 horas, de que tipo será o ângulo formado pelos ponteiros? Agudo.

6. (Prova Brasil) Na reta numérica a melhor representação do número P = 3,46 é: c



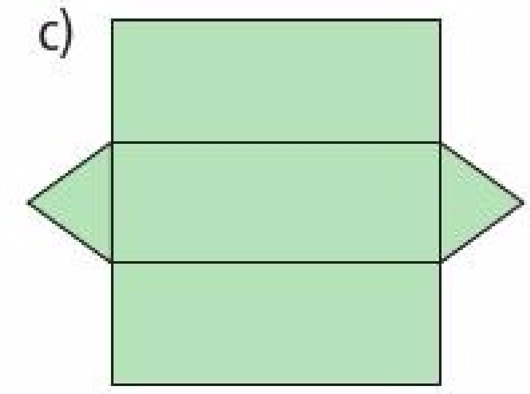
7. (Prova Brasil) É comum encontrar em acampamentos barracas com fundo e que têm a forma apresentada na figura. c



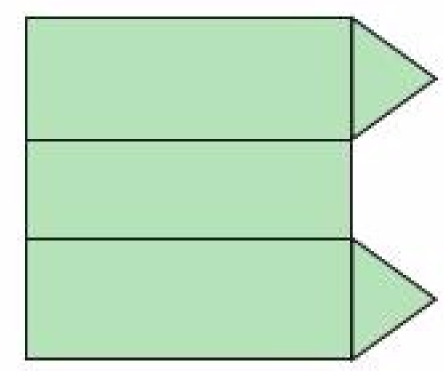
Qual desenho representa a planificação dessa barraca?

a)

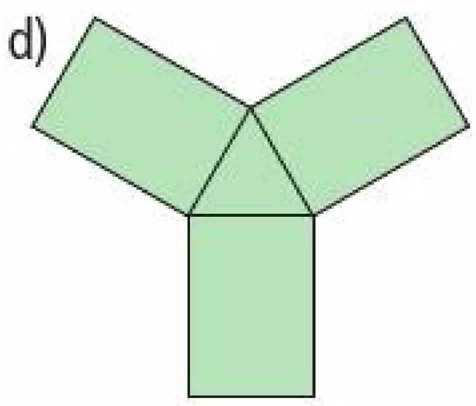
c)



b)



d)



8. Simplificando a expressão $\frac{40\% + 25\%}{13\%}$, obtemos: a

a) 5% b) 26% c) 30% d) 50%

9. (Saeb) Em um jogo de futebol, compareceram 20 538 torcedores nas arquibancadas, 12 100 nas cadeiras numeradas e 32 070 nas gerais. Nesse jogo, apenas 20% dos torcedores que compareceram ao estádio torciam pelo time que venceu a partida. O número aproximado de torcedores que viram seu time vencer foi: b

a) 10 000
b) 13 000
c) 16 000
d) 19 000

10. (Saeb) Dentre estes números racionais, um número maior do que 1,05 e menor do que 1,5 pode ser: b

a) 1,0
b) 1,1
c) 1,51
d) 1,008

11. (Saeb) Quanto deve ser somado a $\frac{1}{4}$ para que o resultado dê igual a 1? d

a) 0,2 b) 0,25 c) 0,5 d) 0,75

12. (Fuvest-SP) $(10\%)^2$ é igual a: c

a) 100%
b) 10%
c) 1%
d) 0,1%

13. O maior número é: d

a) 7,555
b) 7,444
c) 7,199999
d) 7,7

UNIDADE 11

Grandezas e medidas

RITA BARRETO

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

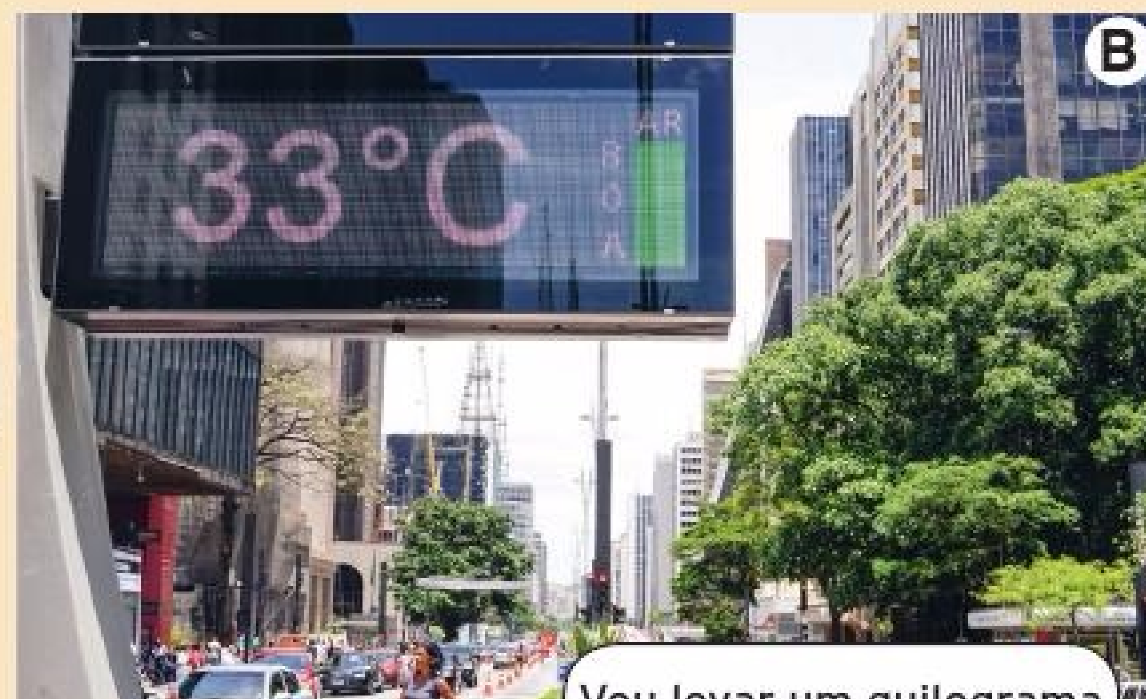
Cuias e latas são utilizadas rotineiramente como instrumentos de medida. O que medir, como medir e que unidades utilizar são assuntos que serão explorados nesta unidade.

Nesta unidade ...

1. Medidas de comprimento
2. Medidas de massa

A necessidade de medir é muito antiga e tem origem em atividades comuns das pessoas. Medimos **grandezas** como comprimento, massa, volume, tempo, temperatura e outras. Ao medir grandezas, atribuímos números a muitas ações que fazem parte de nosso dia a dia, em atividades profissionais, esportivas, comerciais e outras. Observe estas cenas:

CHENGAS/ZEFA/CORBIS/LATINSTOCK



DANIEL CYMBALISTA/PULSAR IMAGENS

DK-DENNIE CODY/OTHER IMAGES

Na cena **A**, um alfaiate está medindo o comprimento da calça do rapaz usando uma fita métrica.

O que você já sabe?

- O que está sendo medido na cena **B**? E na cena **C**? A temperatura; a massa.
- Descreva duas outras situações nas quais são realizadas medições. Resposta pessoal.
- Um bebê recém-nascido tem entre 2 e 5 quilogramas. A unidade quilograma é usada para medir que tipo de grandeza? Massa.
- Você conhece outras unidades de medida de outras grandezas? Escreva em seu caderno algumas delas e encontre situações em que são usadas. Resposta possível: **Grau Celsius**, para medir temperaturas corporais; **quilômetro**, para medir distância entre cidades; **grama**, para medir massa de alimentos.

1 Medidas de comprimento

Como se mede?

Para refletir e responder

Um professor precisa saber a quantidade de tinta necessária para pintar uma faixa em torno de uma quadra esportiva.

CÉLIA KOFUJI

- O que você usaria para medir o contorno da quadra? Resposta pessoal.
- Podemos afirmar que o estudante que utilizou um pedaço de corda para medir o perímetro encontrou o mesmo resultado que aquele que usou os passos? Explique por quê. Não; porque o passo usado como unidade pode ter tamanho diferente do pedaço de corda.

Medindo o contorno da quadra, determinamos seu **perímetro**. Para isso, é preciso medir o **comprimento**. E comprimento é uma **grandeza**.

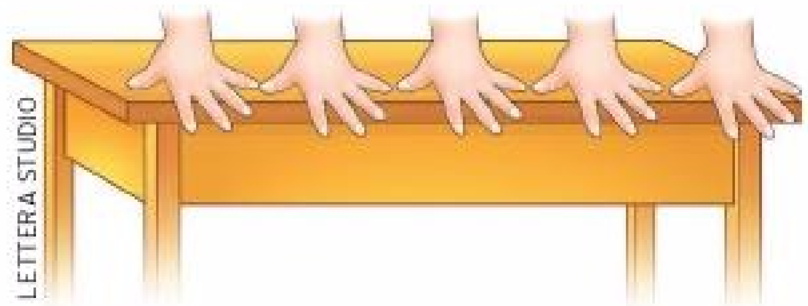
Na cena acima, os garotos perceberam que, para medir o comprimento, precisavam de uma unidade de medida, e uma escolhida foi o passo de um deles. Se o passo couber 100 vezes no contorno da quadra, o perímetro dela será de 100 passos.

Mas essa medida será sempre a mesma para todas as pessoas?

É claro que não, pois o tamanho do passo é diferente de uma pessoa para outra.

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Nesta outra situação, Rita comparou o comprimento da carteira com o comprimento do seu palmo.



1 palmo coube 5 vezes no comprimento da carteira.

O resultado obtido nessa comparação foi o número 5. Então, 5 é a medida do comprimento da carteira. Representando o comprimento do palmo de Rita por **p** costuma-se registrar o resultado dessa medição por **5 p**.

Essa forma de medir poderá gerar confusões sobre o tamanho do comprimento medido. Adotar uma unidade padrão pode evitar que isso ocorra. As unidades padrão são o nosso próximo assunto.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

1. Entre estas questões identifique as que envolvem medições e anote-as. b, c

a) Quantos alunos faltaram hoje?

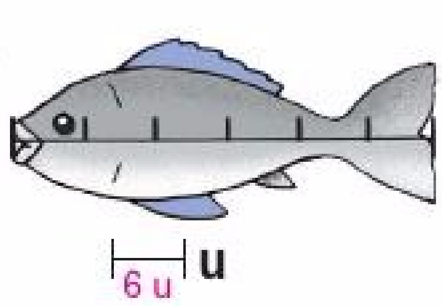
b) Qual a distância da escola à sua casa?

c) Qual foi a temperatura mínima ontem?

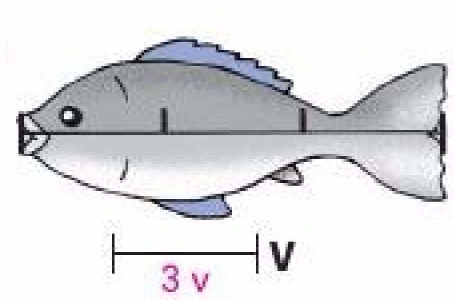
d) Qual é o número de candidatos a vereador em sua cidade?

2. Descubra o comprimento dos peixes, de acordo com as unidades indicadas.

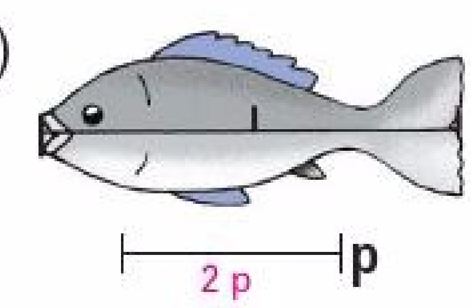
a)



b)



c)



3. Considere a atividade 2 e responda às questões.

a) Qual a relação entre as unidades **v** e **u**? E entre **p** e **u**? **v** é o dobro de **u**; **p** é o triplo de **u**.

b) Quando se usa uma unidade que é o dobro de outra, o que acontece com a medida? E quando a unidade triplica? Fica dividida por 2; fica dividida por 3.

c) O comprimento do peixe na unidade **u** é 6 u. Se o comprimento do mesmo peixe fosse 12 u, o que se poderia concluir sobre a unidade de medida utilizada? Seria a metade da unidade **u**.

Investigue e explique

Junte-se a um colega e experimentem.

O **palmo** é uma unidade de medida que foi muito usada na Europa e no Brasil. Ainda hoje, em jogos de bolinha de gude, as crianças medem a distância entre duas bolinhas usando palmos e dedos.

- Usando seu palmo, meçam: o comprimento da lousa, o comprimento de sua carteira, a altura de sua carteira. Respostas pessoais.
- Comparem as medidas encontradas com aquelas obtidas por seus colegas. Elas são iguais? Por quê? Não; porque os palmos podem ter tamanhos diferentes.

O metro


FRANCISCO VILACHÁ

Com o aparecimento das cidades e o desenvolvimento do comércio, houve a necessidade de se adotar unidades de medida que permitissem uma comparação mais padronizada entre objetos ou mercadorias.

Essa necessidade se intensificou nos séculos XV e XVI com o comércio decorrente das Grandes Navegações e o desenvolvimento das ciências experimentais.

No fim do século XVIII, a **unidade fundamental** ou **unidade de base** (unidade padronizada) escolhida para medir comprimento foi o **metro** (**m**).

O metro corresponde à fração $\frac{1}{299\,792\,458}$ da distância que a luz percorre no vácuo em um segundo.

Para ter uma ideia do tamanho do metro, observe comprimentos correspondentes a 1 metro em instrumentos que algumas pessoas utilizam em seu dia a dia.


CRISTINA XAVIER/FINEPHOTO
Metro de madeira.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES
Fita métrica.


THINKSTOCK/GETTY IMAGES
Trena.

Muitas medições são realizadas utilizando outras unidades relacionadas ao metro: são **os múltiplos e submúltiplos do metro**.

ED VIGGIANI/PULSAR IMAGEM


53 km significa 53 quilômetros.

1 quilômetro = = 1 km = 1 000 m

Expressamos medidas de grandes comprimentos, como a distância entre cidades, usando o **quilômetro** (**km**). O **quilômetro** é um **múltiplo** do metro.

Em situações como a medição do pulso, em que temos um comprimento pequeno, usamos como unidade de medida os submúltiplos do metro: o **centímetro (cm)** ou o **milímetro (mm)**.

Este pulso mede 14 cm, ou seja, 14 centímetros.

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Dividindo um metro em 100 partes iguais, cada parte mede **1 centímetro**...

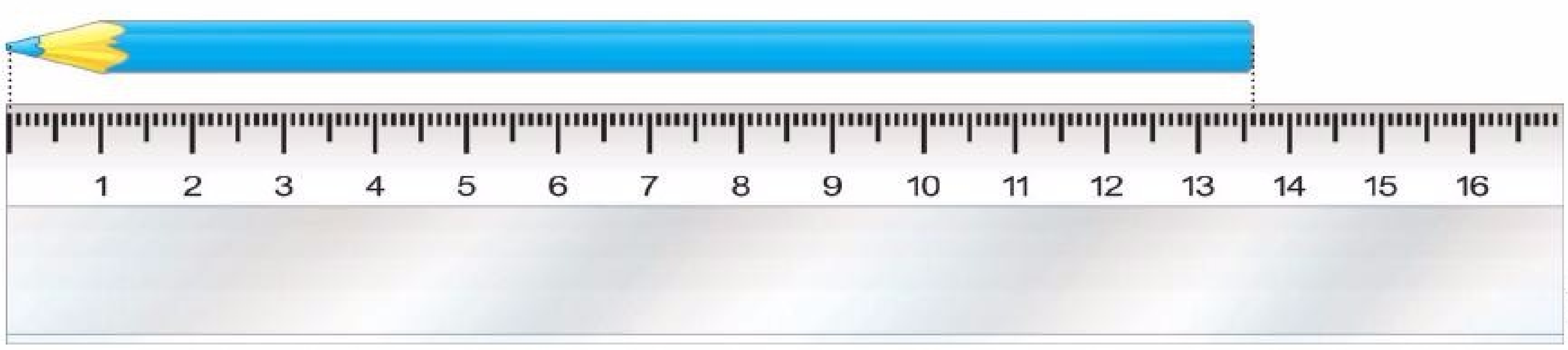
... e dividindo em 1000 partes iguais, cada parte mede **1 milímetro.**

1 cm é um centésimo do metro.
1 cm = 0,01 m

Procure enfatizar apenas as unidades mais comuns no dia a dia dos alunos.

1 mm é um milésimo do metro.
1 mm = 0,001 m

Este lápis mede 13 cm mais 6 mm. Ele mede 13,6 cm, ou 136 mm.



LETTERA

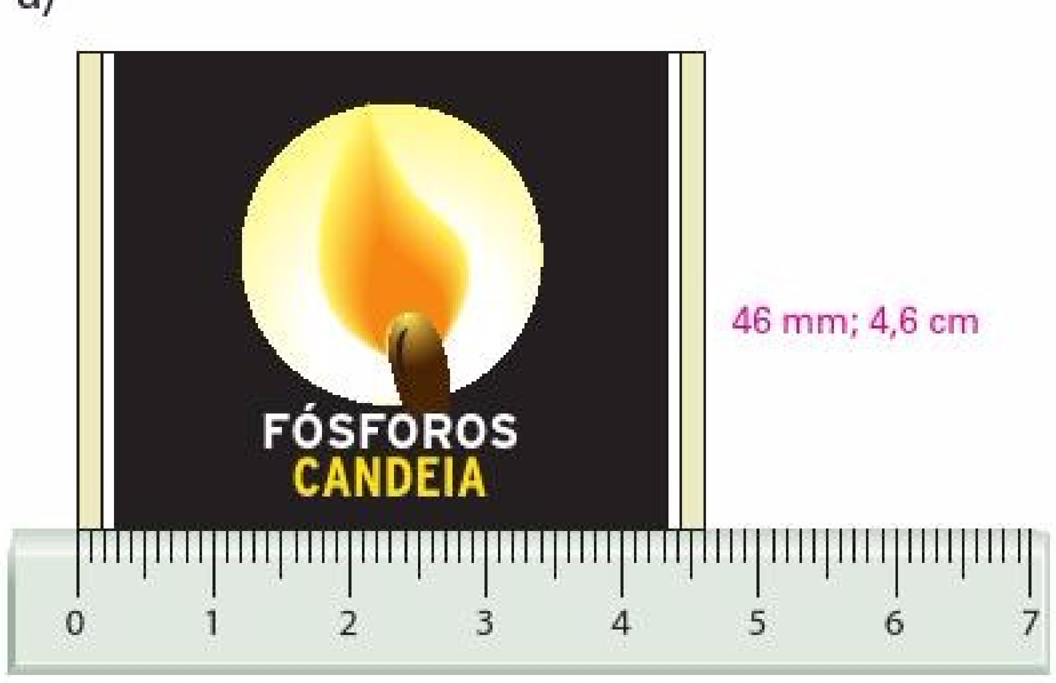
Procure explorar outros instrumentos utilizados na medição de comprimento (a trena, a fita métrica, usada pela costureira, o metro de madeira, usado pelo vendedor de tecidos) para que os alunos percebam a adequação de cada um às situações de medição. Veja a seção Troquem ideias e resolvam e a atividade 4.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

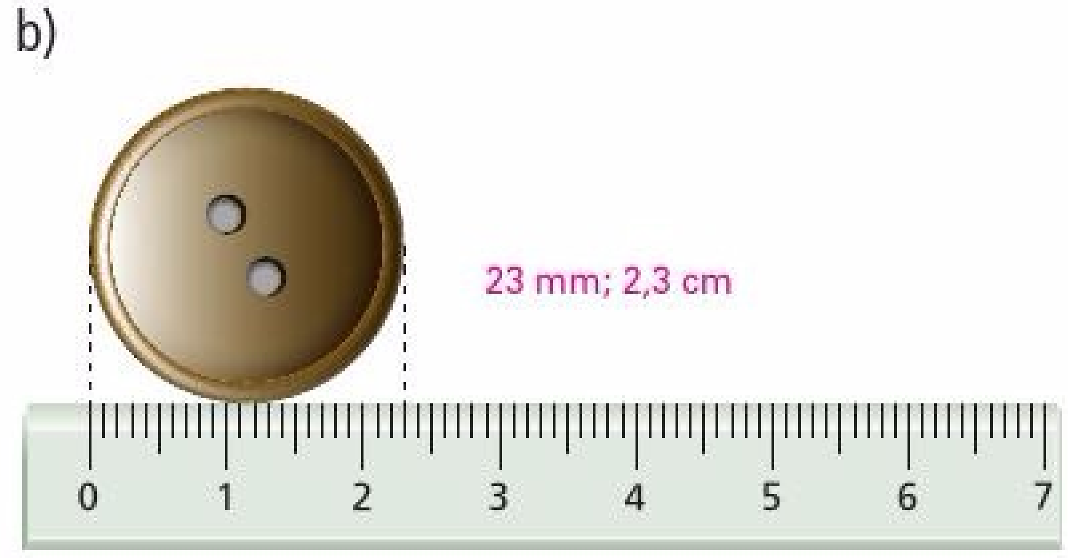
4. Determine o comprimento destes objetos em milímetros e em centímetros:

a)



46 mm; 4,6 cm

b)

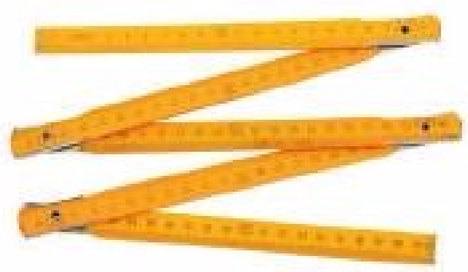


23 mm; 2,3 cm

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

5. Um mestre de obras vai medir um terreno para iniciar a construção de uma casa. Qual dos instrumentos abaixo é mais adequado para ele realizar esse trabalho? b

a)



b)

c)

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

6. Quilômetro, metro, centímetro ou milímetro? Indique no caderno a melhor unidade quando se mede:

a) a distância entre o Rio de Janeiro e Brasília; Quilômetro.

b) o perímetro de uma pequena toalha quadrada; Centímetro.

c) o comprimento e a largura de um terreno; Metro.

d) a altura de uma pessoa. Metro ou centímetro.

7. Descreva em seu caderno uma situação de medição na qual se usa:

a) quilômetro; Resposta possível: A distância percorrida por um carro em uma viagem longa.

b) milímetro. Resposta possível: quando se mede o comprimento de um besouro.

8. Em uma folha de papel quadriculado, com quadrados de 0,5 cm de lado, desenhe:

a) um retângulo com dois de seus lados medindo 3 cm de comprimento e 9 cm de perímetro;

b) um quadrado com 12 cm de perímetro;

c) dois retângulos diferentes com 11 cm de perímetro. Veja respostas no final do livro.

9. Um pedaço de fita com 50 mm de comprimento foi totalmente dividido em dois pedaços iguais. Quantos centímetros mede cada pedaço? 2,5 cm.

10. Copie as igualdades, substituindo o ■ pela unidade que as torne verdadeiras:

a) 1 000 m = 1 ■ km

b) 1 000 mm = 1 ■ m

c) 100 cm = 1 ■ m

11. O passo de André mede 65 cm. Ele anotou 16 passos ao medir o comprimento de um corredor. Qual é o comprimento desse corredor em metros? 10,40 m.

Medidas e estimativas

Em situações nas quais não necessitamos de medidas precisas ou não dispomos de instrumentos adequados para medir, fazemos uma estimativa e obtemos medidas aproximadas.

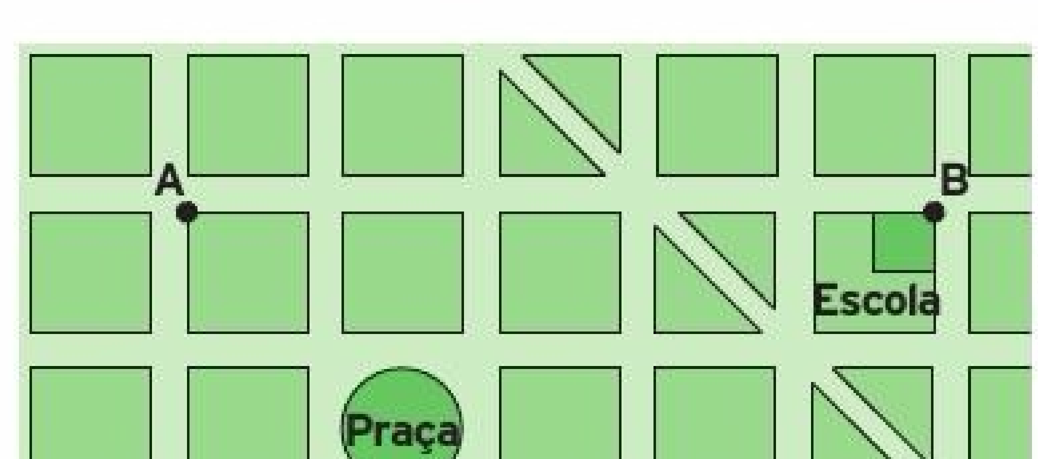
Fazendo uma estimativa, podemos:

- selecionar a unidade adequada. Por exemplo, não é adequado medir o comprimento de um lápis em metros;
- verificar se as medidas obtidas com instrumentos são compatíveis.

Existem algumas estratégias que facilitam a estimativa, como comparar a medida de um objeto com a medida de algo conhecido.

Exemplo: podemos estimar a distância de um percurso comparando-o com o comprimento de uma quadra.

A distância entre os pontos **A** e **B** do croqui é de aproximadamente 500 metros, pois para irmos de **A** a **B** é preciso percorrer cinco quadras e, em geral, o comprimento de cada quadra é de 100 m.



HAGAQUEZART ESTÚDIO

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

12. É mais do que 1 m ou menos do que 1 m?

a) Faça uma estimativa sobre: Respostas pessoais.

- a medida de seu quadril;
- a distância de seu ombro até o chão quando você está em pé;
- o comprimento de sua carteira escolar.

b) Corte um pedaço de barbante com 1 m de comprimento e confira as estimativas que você fez.

13. Faça uma estimativa: Respostas pessoais.

a) do comprimento e da largura de sua sala de aula;

b) da altura da mesa do professor.

14. Copie estas frases, substituindo o ■ pela unidade mais adequada.

a) A distância de Fortaleza a Recife é de aproximadamente 800 ■. km

b) O comprimento do pé de João é 25 ■. cm

c) João pintou um muro de 200 ■ de altura. cm

d) A espessura de uma folha de cartolina é de 1 ■. mm

Outros múltiplos do metro

O prefixo ***deca*** vem do grego δέκα, e signifca 10.
O prefixo ***hecto*** vem do grego κατόν, e significa 100.

O **hectômetro** e o **decâmetro** são múltiplos do metro menos utilizados, e são representados respectivamente pelos símbolos **hm** e **dam**.

Outro submúltiplo do metro é o **decímetro**, representado pelo símbolo **dm**.

Quadro das unidades de comprimento

Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1 000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

1 decâmetro corresponde a 10 metros e 1 hectômetro, a 100 metros.

Como acontece no Sistema de Numeração Decimal, cada unidade de comprimento é dez vezes a unidade imediatamente inferior e um décimo da unidade imediatamente superior.

A leitura e a escrita por extenso de uma medida de comprimento também é semelhante à dos números na forma decimal: lemos a parte inteira seguida da unidade indicada na medida e a parte não inteira seguida do nome da unidade da última casa decimal.

Como exemplo, veja o quadro e a leitura das medidas 8,7 km; 0,35 m e 27,8 m:

Crie situações de comparação desse tema com as regras da escrita numérica no Sistema de Numeração Decimal. Procure enfatizar apenas as unidades mais utilizadas no dia a dia dos alunos.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
8,	7	0	0				← Oito quilômetros e setecentos metros.
			0,	3	5		← Trinta e cinco centímetros.
		2	7,	8			← Vinte e sete metros e oito decímetros.

Transformação de unidades

Muitas vezes, as medidas envolvidas em uma situação podem estar expressas em unidades diferentes.

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

As crianças dão informações sobre o comprimento que tinham quando nasceram, mas por meio de unidades de medida de comprimento diferentes.

Para comparar as medidas mencionadas ou fazer cálculos com elas, é conveniente que estejam na mesma unidade.

No exemplo apresentado, fazemos uma transformação lembrando que 1 metro corresponde a 100 centímetros.

- Transformação de "meio metro" (0,5 m) em centímetros: multiplica-se 0,5 por 100.

$$0{,}5 \times 100 = 50 \rightarrow 0{,}5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

O menino nasceu com 8 cm mais que a menina.

- Transformação de "58 cm" em metros: divide-se 58 por 100.

$$58 : 100 = 0{,}58 \rightarrow 58 \text{ cm} = 0{,}58 \text{ m}$$

O menino nasceu com 0,08 m mais que a menina.

Observe que:

- transformamos em centímetros um comprimento expresso em metros, deslocando a vírgula **duas casas decimais** para a **direita**.
- transformamos em metros um comprimento expresso em centímetros, deslocando a vírgula **duas casas decimais** para a **esquerda**.

Lembre-se:

× 100

× 10 × 10

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

: 10 : 10

: 100

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

15. Leia as informações e responda às questões a seguir.

Você sabia?

RENATA VALLS PAGOTTO

A menor espécie de sapo do Brasil foi descoberta na região de Serra das Torres, no Espírito Santo. A espécie mede entre 7 e 10 milímetros de comprimento.

Fonte: <http://g1.globo.com/espirito-santo/noticia/2012/03>. Acesso em: 31 mar. 2015.

NATURE PL/ANDREW MURRAY/DIOMEDIA

O maior dos anfíbios saltadores sem cauda não é um sapo. É a rã-golias, que pode ter até 35 centímetros e 3,5 quilos, peso equivalente ao de um gato!

Fonte: <http://mundoestranho.abril.com.br>. Acesso em: 31 mar. 2015.

a) Transformando 35 centímetros em milímetros, você obterá 0,35 mm, 350 mm ou 3 500 mm? 350 mm

b) Considere o menor sapo com 8,7 milímetros de comprimento. Qual a diferença de comprimento entre o menor sapo e a maior rã citada no texto? 341,3 mm

16. Copie as igualdades substituindo o ■ por um número que as torne verdadeiras.

a) 5,2 cm = ■ mm 52
b) 0,9 cm = ■ m 0,009
c) ■ km = 3 000 m 3
d) 1,80 m = ■ cm 180
e) 2,3 km = ■ m 2300
f) ■ m = 300 mm 0,3

17. Compare estas medidas e, em seguida, copie-as substituindo o ■ por $>$, $<$ ou $=$.

a) 214,5 km ■ 204,15 km >
b) 3,2 m ■ 3,093 m >
c) 20 cm ■ 2 m <
d) 20 cm ■ 200 mm =
e) 2 m ■ 100 cm >
f) 34 km ■ 34 000 m =

18. Um caminhoneiro saiu de Recife com destino a Belo Horizonte. Depois de percorrer 1 543,6 km, ele pediu informação em um posto de combustível e soube que ainda faltavam 595,4 km para chegar a seu destino. Qual é a distância de Recife a Belo Horizonte? 2 139 km.

19. Patrícia comprou 5,50 m de tecido para fazer um conjunto de calça e casaco. Para a calça são necessários 2,50 m de tecido e para o casaco 2,30 m. Com esse tecido ela ainda poderá fazer uma blusa que precisa de 80 cm de tecido? Por quê?
Não, porque a sobra de tecido é de 70 cm e 70 cm $<$ 80 cm.

20. Para revestir um sofá, coloca-se uma manta de algodão com 8 mm de espessura, uma manta acrílica com 16 mm de espessura e uma camada de espuma com 3 cm de espessura.

Qual é a espessura total do revestimento? Apresente a resposta em centímetros. 5,4 cm.

21. Um terreno retangular de 82 m por 4 300 cm será cercado com três voltas de arame.

a) Quantos metros de arame serão necessários? 750 m

b) Se cada rolo de arame tem 25 m, quantos rolos serão necessários? 30 rolos.

22. O perímetro de um triângulo é 3,14 m, e dois de seus lados medem 115 cm e 75 cm. Qual é a medida do terceiro lado, em centímetros? 124 cm.

23. Dona Alice quer comprar renda para enfeitar a borda de uma toalha de mesa retangular. Essa toalha tem 3 m de largura, e seu comprimento é o dobro da largura.

a) Para não faltar material, dona Alice vai comprar 2 m a mais de renda. Quantos metros de renda ela vai comprar? 20 m.

b) Se um metro de renda custa R$ 6,60, quanto dona Alice gastará? R$ 132,00.

Investigue e explique

FAÇA NO CADERNO

Junte-se a um colega para realizar esta atividade.

- Meçam estes objetos e expressem o resultado em centímetros e em milímetros:
  - ✓ o tamanho do seu pé;
  - ✓ o comprimento de sua caneta;
  - ✓ a largura de um de seus cadernos;
  - ✓ a espessura de sua borracha;
  - ✓ o comprimento de seu dedo indicador;
  - ✓ o palmo da sua mão.
- Em cada medição realizada, qual foi a unidade mais adequada: o **cm** ou o **mm**? Respostas pessoais.

Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega, reflitam sobre o problema e encontrem uma solução.

Jane é 15 cm mais alta que Cláudia, que não é a mais baixa da turma. Cláudia é 10 cm mais baixa que Maria. Alice é 11 cm mais alta que Laura, que é a mais baixa de todas. Laura tem 1,51 m de altura e 26 cm a menos que Jane.

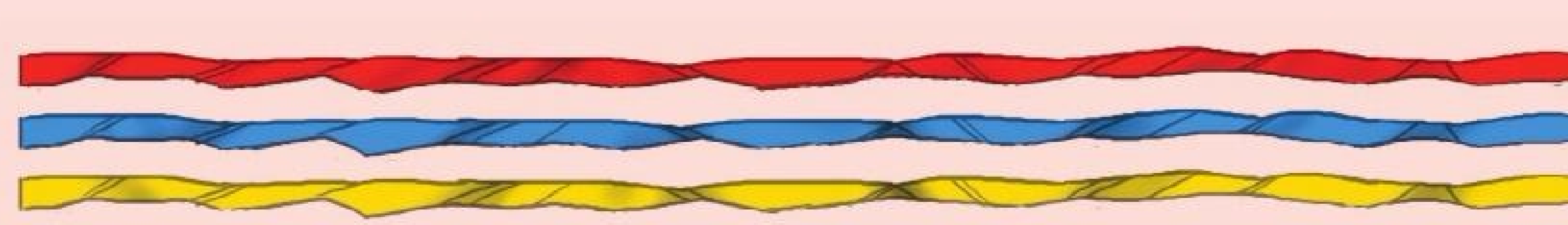

FRANCISCO VILACHA

- Qual é a altura de Maria? 1,72 m.
- Qual é a diferença de altura entre Jane e Maria? 5 cm.
- Quem é a mais alta da turma? Jane.

Desafio

Enfeitando pipas

Jorge tem três tiras de papel estampado com comprimentos iguais.


HAGAQUEZART ESTÚDIO

Ele colou uma das tiras, toda ela, no contorno de uma pipa pentagonal, em que cada lado media 36 centímetros.

Outra tira foi inteiramente colada no contorno de um cartaz triangular equilátero.

a) Qual é a medida de cada lado desse cartaz? 60 cm.

A outra tira foi inteiramente colada em uma pipa com forma de losango.

b) Qual é a medida de cada lado dessa pipa? 45 cm.

2 Medidas de massa

Quilograma

A massa de um corpo está relacionada à quantidade de matéria desse corpo, é determinada por **um número** e pela **unidade de medida** usada como padrão de comparação, e pode ser medida por meio de balanças que são instrumentos que comparam massas.

O **quilograma (kg)** é a unidade fundamental, ou de base, de massa.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Balança digital.

SCIENCE SOURCE/MARTIN SHIELDS/DIOMEDIA

Balança mecânica.


THAIS FALCÃO/OLHAR IMAGEM

Balança de pratos.

Como é comum usar a palavra **peso** em lugar de massa, adotaremos em alguns casos essa forma. Também no dia a dia, a expressão **"quilo"** é mais usada do que o termo **quilograma**.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

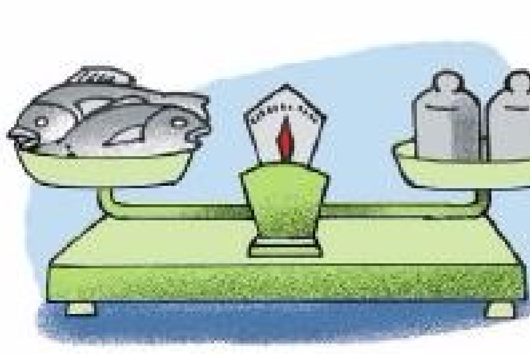
24. Observe as figuras e escolha a resposta mais adequada.

a)

HAGAQUEZART ESTÚDIO

13 kg ou 1 kg? 1 kg

b)

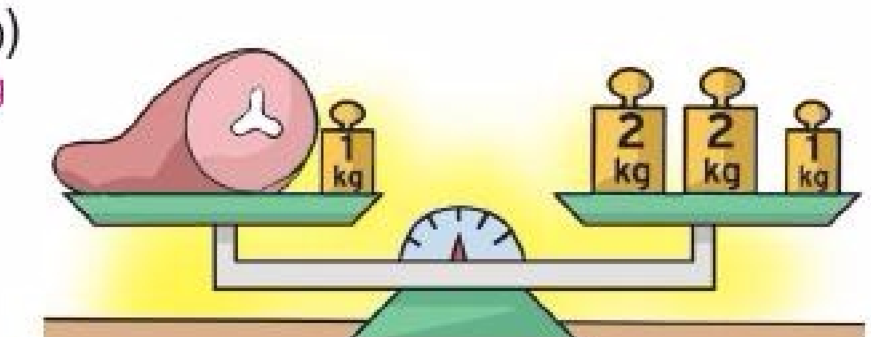

HAGAQUEZART ESTÚDIO

105 kg ou 2 kg? 2 kg

25. Veja estas duas situações. Em cada uma existe uma balança em equilíbrio. Quanto pesa o gato? E o pernil? Dê sua resposta em kg.

a) 3 kg

b) 4 kg



ILUSTRAÇÕES: VAGNER DE FARIAS

26. Maria vai comprar 5 pacotes de café de $\frac{1}{4}$ kg cada um. Ela comprou mais ou menos do que 1 kg? Mais que 1 kg.

27. Para pagar 3 pacotes de fubá de meio quilograma cada um, Alexandre deu uma cédula de R$ 10,00 e recebeu de troco R$ 6,40. Qual é o preço de 1 kg de fubá? R$ 2,40

28. Laura escolheu três frangos em um supermercado, que foram colocados em uma balança, um após o outro sem retirar o anterior. Colocado o primeiro frango, a balança registrou 3 kg. Colocado o segundo, ela registrou 5 kg. Colocado o último, a balança marcou 9 kg.

a) Quanto pesa o segundo frango? 2 kg

b) Quanto pesa o último frango? 4 kg

c) Procure saber qual é o preço aproximado de 1 kg de frango e faça uma estimativa do preço do último frango colocado na balança. Resposta pessoal.

d) Usando o valor que você pesquisou, quanto Laura deverá desembolsar em reais para comprar os três frangos que escolheu? Resposta pessoal.

29. Em uma agência de transporte há 3 caixas que devem ser enviadas para uma cidade. Elas têm 28,5 kg, 30,4 kg e 27,25 kg. Uma quarta caixa é acrescentada e o total agora é 100 kg. Calcule a massa da quarta caixa. 13,85 kg

30. Os cães de um canil consumiram em um dia 35% da ração de um saco que continha 25 kg. Quantos quilogramas restaram no saco? 16,25 kg

Investigue e explique

Na primeira viagem, os dois filhos atravessarão o rio. Um deles voltará para pegar o pai. O pai atravessará o rio sozinho, e o filho que havia ficado na margem oposta voltará para pegar o irmão e atravessar o rio.

Junte-se a um colega, reflitam sobre o problema e encontrem uma solução.

Um homem pesando 100 kg e seus dois filhos, cada um com 50 kg, precisam atravessar um rio. O único barco disponível só pode carregar, no máximo, 100 kg. Como eles poderão atravessar o rio usando esse barco?

Outras unidades de massa

No comércio, as balanças mais comuns indicam a massa de um corpo em **gramas** (**g**) e **quilogramas** (**kg**).

O **grama** é um submúltiplo do quilograma e equivale a 1 milésimo do quilograma.

$$1\text{ g} = \frac{1}{1000}\text{ kg} = 0{,}001\text{ kg} \quad \text{———} \quad 1\,000\text{ g} = 1\text{ kg}$$

Para corpos com massas muito pequenas, como metais nobres ou medicamentos, são utilizadas as balanças que medem até **miligramas** (**mg**).

SCIENCE SOURCE/CHARLES D. WINTER/DIOMEDIA

O **miligrama** é um submúltiplo do grama e equivale a 1 milésimo do grama.

$$1\text{ mg} = \frac{1}{1\,000}\text{ g} = 0{,}001\text{ g} \text{ ——— } 1\,000\text{ mg} = 1\text{ g}$$

Para corpos com massas muito grandes, como caminhões com carga, existem balanças que medem até **toneladas** (**t**).

A **tonelada** é um múltiplo do quilograma e equivale a mil quilogramas.

$$1\text{ t} = 1000\text{ kg}$$

Na prática, utizamos múltiplos e submúltiplos do grama como unidades de medida de massa.

O múltiplo do grama mais utilizado é o **quilograma**.

O **hectograma** e o **decagrama** são múltiplos do grama pouco usados.

O submúltiplo mais utilizado do grama é o **miligrama**. Os outros submúltiplos são o **centigrama** e o **decigrama**.

Quadro das unidades de massa

Múltiplos			Unidade	Submúltiplos		
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1 000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Como acontece no Sistema de Numeração Decimal, cada unidade de massa é dez vezes a unidade imediatamente inferior e um décimo da unidade imediatamente superior.

A leitura de uma medida de massa é parecida à dos números na forma decimal. Lemos a parte inteira, seguida da unidade indicada na medida. Depois, lemos a parte não inteira, seguida do nome da unidade da última casa decimal.

Observe o quadro e a leitura das medidas: 1,5 kg; 0,25 kg; 0,125 g; 0,428 g e 3,045 g:

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	
1,	5	0	0				← Um quilograma e quinhentos gramas.
0,	2	5	0				← Duzentos e cinquenta gramas.
			0,	1	2	5	← Cento e vinte e cinco miligramas.
			0,	4	2	8	← Quatrocentos e vinte e oito miligramas.
			3,	0	4	5	← Três gramas e quarenta e cinco miligramas.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

31. Escolha a unidade mais adequada para medir a massa de:

a) uma mesa; kg
b) um comprimido; mg
c) um porco; kg
d) um pombo; g
e) uma folha de papel; mg
f) uma ponte pênsil. t

32. Copie as igualdades verdadeiras. a, d

a) 1 000 g = 1 kg
b) 1 000 g = 100 mg
c) 1 000 g = 10 dag
d) 1 000 g = 1 000 000 mg

33. Toninho tem um caminhão que pode transportar, no máximo, 2,5 t. Dentre estas cargas, quais ele poderá transportar no caminhão? a, b, d, f

a) 250 kg
b) 2 500 kg
c) 2 501 kg
d) 2,5 kg
e) 250 000 kg
f) 2,500 kg

34. Odete foi ao açougue e pediu $\frac{1}{4}$ kg de músculo.

a) Quantos gramas de músculo ela comprou? 250 g.
b) Se tivesse pedido $\frac{3}{4}$ kg, quantos gramas de músculo teria levado? 750 g.

35. A quantos gramas de café correspondem 10 pacotes de $\frac{1}{8}$ kg? 1 250 g.

Troquem ideias e resolvam

FAÇA NO CADERNO

Junte-se a um colega e resolvam.

Dona Ofélia vende balas de coco em saquinhos com massas diferentes.

Balas de coco

Embalagem	1/2 kg	1/4 kg
	500 g	250 g
Quantidade	2	0
	1	2
	1	0
	0	4
	0	1
	0	1
	0	0
	0	0
	1	1

Balas de coco

Embalagem	3/4 kg	1/8 kg
	750 g	125 g
Quantidade	0	0
	0	0
	0	4
	0	0
	1	0
	0	6
	1	2
	0	8
	0	2

- Quantos gramas de bala contém cada um desses saquinhos? 1 000 g; 500 g; 250 g; 750 g; 125 g
- Comprando dois saquinhos de meio quilograma, uma pessoa está levando 1 kg de balas de coco. Que outras possibilidades existem para comprar 1 kg dessas balas, escolhendo os vários tipos de embalagem que dona Ofélia faz? Apresentem sua resposta construindo uma tabela como esta:

Balas de coco

Embalagem	$\frac{1}{2}$ kg	$\frac{1}{4}$ kg	$\frac{3}{4}$ kg	$\frac{1}{8}$ kg
	500 g			
Quantidade	2	0	0	0

Desafio

Segurança no elevador

Este cartaz estava afixado no elevador de um prédio.

HAGAQUEZART ESTÚDIO

a) Qual é o número máximo de caixas de 38 kg que podem ser transportadas em uma única viagem? 11 caixas.

b) Qual é o número mínimo de viagens necessárias para transportar 39 caixas de 38 kg cada uma? Após todas as viagens com carga máxima, quantas caixas serão levadas ao terceiro andar na última viagem? 4 viagens; 6 caixas.

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

36. A carga máxima que uma caminhonete pode transportar é uma tonelada.

a) Qual é o número máximo de caixas de 120 kg cada uma que podem ser transportadas por essa caminhonete? 8 caixas.

b) Ao transportar 20 caixas de 52 kg cada uma, quanto será a carga excedente? 40 kg.

c) Sem exceder a carga máxima, essa caminhonete consegue transportar, em uma única viagem, uma máquina que pesa 348 kg, 9 sacos de arroz de 60 kg cada um e duas caixas de 45 kg cada uma? Justifique sua resposta. Sim; a carga toda pesa 978 kg, o que não excede uma tonelada.

37. Uma loja de doces tem estas ofertas para um mesmo tipo de bolacha:

3 pacotes de 200 g cada um, por R$ 3,60.

4 pacotes de 200 g cada um, por R$ 4,40.

2 pacotes de 200 g cada um, por R$ 5,60.

Levando em conta a relação do preço da bolacha por grama, qual é a oferta que apresenta maior vantagem para o consumidor? 4 pacotes de 200 g cada um, por R$ 4,40.

38. Maria tem cinquenta e seis quilogramas e meio. Ao ir à escola, ela carrega uma mochila de três quilogramas e quatrocentos gramas, que contém, além de estojo e cadernos, um livro de trezentos e quarenta e cinco gramas.

Represente as medidas citadas, usando números e a unidade **kg**. 56,5 kg; 3,400 kg; 0,345 kg.

39. Observe os preços de alguns frios em um mercado.

Presunto 100 g – R$ 2,85

Mortadela 100 g – R$ 3,20

Salame 100 g – R$ 3,30

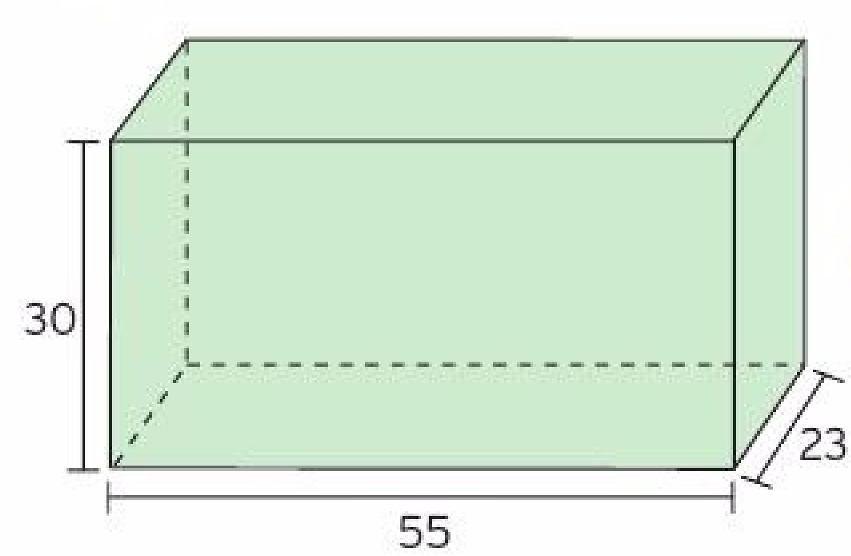
Queijo 1 kg – R$ 15,80

Mário comprou 250 g de queijo, meio quilo de presunto, 350 g de salame e 230 g de mortadela.

a) Quantos quilogramas de frios Mário comprou? 1,330 kg ou 1,33 kg.

b) Mário pagou com uma nota de R$ 50,00. Quanto recebeu de troco? R$ 12,89.

40. Observe as dimensões da caixa abaixo.



Medidas indicadas em cm.

- Empilhando uma sobre a outra, na disposição em que se encontra na figura, é possível formar uma pilha com 1 metro de altura? Explique por quê. Não, porque 1 metro corresponde a 100 centímetros e 100 não é divisível por 30.

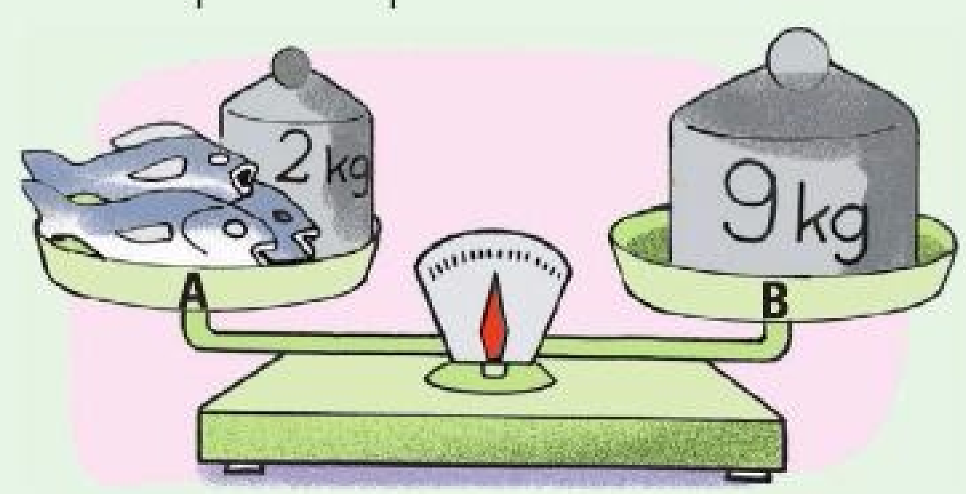
Investigue e explique

FAÇA NO CADERNO

Peixes, peixeiros e possibilidades

Esta é uma situação que admite várias possibilidades.

Um peixeiro usa uma balança com dois pratos e três pesos, sendo um de 1 kg, um de 2 kg e um de 9 kg. Em um dos pratos ele não coloca peixes. No outro, só peixes ou peixes e pesos.



HAGAQUEZART ESTÚDIO

- A figura mostra uma das pesagens que ele poderá fazer, utilizando seus instrumentos. Quantos quilogramas de peixe há no prato dessa balança? 7 kg
- Existe outra possibilidade de pesar 7 kg de peixe com os pesos representados na figura? Não.
- O peixeiro mostrou um peixe e disse que ele pesava 10 kg. Como você usaria os pesos de 1 kg, de 2 kg ou de 9 kg e essa balança para conferir a informação dada pelo peixeiro?

- Com os pesos do peixeiro, quais são as possibilidades de saber quantos quilogramas os peixes podem pesar?

  Apresente sua resposta construindo uma tabela como esta em seu caderno:

Peixes ou pesos Prato A		Pesos (kg) Prato B
Peixes (kg)	Pesos (kg)	

Peixes ou pesos

Peixes (kg)	Pesos (kg)	Pesos (kg)
1	—	1
2	—	2
9	—	9
3	—	1, 2
10	—	1, 9
11	—	2, 9
12	—	1, 2, 9
8	1	9
7	2	9
6	1, 2	9
8	2	1, 9
10	1	2, 9
1	1	2

Transformação de unidades

Para refletir e responder

Esta é uma situação comum em nosso dia a dia:

HAGAQUEZART ESTÚDIO

- Quanto a mais o açougueiro está oferecendo à freguesa? 400 g.

Para comparar medidas de massa ou fazer cálculos com elas, é importante que elas estejam na mesma unidade.

Como **1 kg = 1 000 g**, para expressar quilogramas em gramas multiplicamos a medida dada em **kg** por 1 000.

$$1{,}150 \text{ kg} = (1{,}150 \times 1\,000) \text{ g} = 1\,150 \text{ g} \longrightarrow 1{,}150 \text{ kg} = 1\,150 \text{ g}$$

Calculando a diferença entre as duas medidas, em gramas, temos:

$$1\,150 \text{ g} - 750 \text{ g} = 400 \text{ g}$$

Logo, o açougueiro está oferecendo à freguesa 400 g ou 0,400 kg a mais de carne.

Observe que, para transformar em gramas uma medida dada em quilogramas, deslocamos a vírgula **três casas decimais para a direita**.

Veja, em outro exemplo, como expressar 345 mg em gramas.

Sabemos que **1 mg = 0,001 g**, então uma massa medida em miligramas pode ser expressa em gramas dividindo-se a medida dada em mg por 1 000.

$$345 \text{ mg} = (345 : 1\,000) \text{ g} = 0{,}345 \text{ g}$$

$$345 \text{ mg} = 0{,}345 \text{ g}$$

Note que deslocamos a vírgula **três casas decimais para a esquerda**.

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

41. Um pão é feito com 300 g de farinha de trigo. Quantos pães desse tipo podem ser feitos com 12,9 kg de farinha? 43 pães.

42. Transforme:

a) 3,5 g em mg 3 500 mg

b) 5 kg em g 5 000 g

c) 1,2 g em kg 0,0012 kg

d) 80 mg em g 0,08 g

e) 100 g em mg 100 000 mg

f) 0,018 kg em g 18 g

43. Para fazer um bolo de casamento, dona Célia preparou 13,8 kg de massa. Como o bolo deveria ter 8 camadas iguais, quantos gramas de massa ela colocou em cada uma delas? 1 725 g.

44. Copie, substituindo o ■ por $>$, $<$ ou $=$.

a) 2 500 g ■ 2 kg $>$

b) 100 mg ■ 1 g $<$

c) 3 kg ■ 200 g $>$

d) 2 500 g ■ 2,5 kg $=$

e) 382 g ■ 4 mg $>$

f) 40 mg ■ 0,040 g $=$

45. A carga máxima que um elevador pode transportar a cada viagem é de 500 kg.

a) Qual é o número mínimo de viagens para transportar 50 pessoas de 65 kg cada uma?

b) Cinco pessoas de massa 82,8 kg; 76,9 kg; 110,5 kg; 90,4 kg e 96,5 kg podem ser transportadas juntas nesse elevador? Faça uma estimativa. Sim.

a) Respostas possíveis: 8 viagens: 7 viagens com 7 pessoas e 1 com 1 pessoa. 8 viagens: 6 viagens com 7 pessoas e 2 com 4.

Leitura

Povos antigos e as unidades de medida

Em tempos antigos era comum utilizar partes do corpo humano como unidade padrão de medida de comprimento.

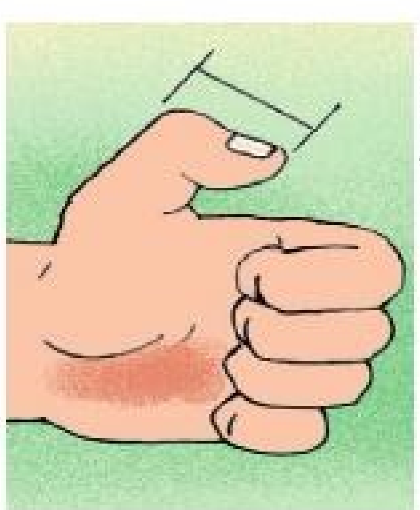
Há mais de 4 000 anos, os egípcios usavam o **cúbito** para medir comprimentos. Eles faziam nós igualmente espaçados em uma corda, de modo que a distância entre dois nós fosse de um cúbito. A corda marcada com os nós servia como instrumento de medida de comprimento.

FRANCISCO VILACHÃ

Um cúbito era o comprimento do braço do faraó, medido do cotovelo à ponta do dedo médio. Mudava o faraó, mudava o tamanho do cúbito!

A **polegada**, o **pé**, a **jarda** e a **milha** foram algumas das medidas mais usadas na Inglaterra, nos séculos XV e XVI. Algumas delas são usadas até hoje:

- Polegada – para medir parafusos, canos, telas de TV etc. Uma polegada equivale a 2,54 cm.
- Jarda – aparece em medidas de esportes como o futebol americano. O campo de futebol americano é dividido em faixas de 10 jardas de largura cada. Uma jarda equivale a 91,44 cm.



CÉLIA KOFUJI

Uma polegada.

CÉLIA KOFUJI

Uma jarda.

- Milha marítima – utilizada para medir distâncias em navegação marítima. Uma milha marítima equivale a 1 852 m.

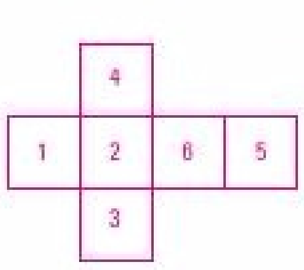
Revisão cumulativa e testes

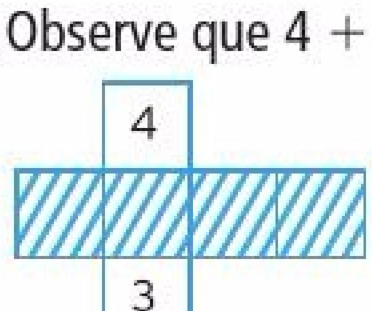
FAÇA NO CADERNO

1. Um atleta percorreu 2 720 m em um dia e 3,05 km em outro. Quantos quilômetros ele percorreu nos dois dias? 5,77 km.

2. Uma fração é equivalente a $\frac{16}{72}$ e a soma de seus termos é a menor possível. Que fração é essa? $\frac{2}{9}$

3. Este molde é a planificação de um cubo, e os números 3 e 4 estão escritos em duas de suas faces opostas. Observe que $4 + 3 = 7$.





Copie o molde em seu caderno e complete-o com os números 1, 2, 5 e 6, de modo que a soma das faces opostas seja 7.

4. Uma caminhonete transporta caixas com 22,3 kg cada uma. A carga máxima que ela pode transportar é 1 500 kg.

a) Se ela fosse transportar 120 caixas, qual seria o excesso de carga, expresso em quilogramas? 1 176 kg.

b) Qual é o maior número de caixas que ela poderá transportar em uma viagem, sem excesso de carga? 67 caixas.

5. O número de pessoas que participam de um mutirão comunitário está entre 40 e 60 pessoas. Se forem distribuídos em grupos com 5 pessoas, sobram 2, e, se distribuídos em grupos com 6, sobram 4. Quantas pessoas participam desse mutirão? 52 pessoas.

6. Um camelô compra 3 sacolas por R$ 20,00 e vende 5 por R$ 40,00. Quantas sacolas precisa vender para ganhar R$ 100,00? 75 sacolas

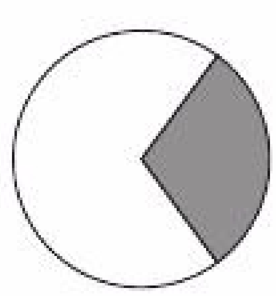
7. Se, em uma adição de dez parcelas, dobrarmos o valor de cada parcela, a soma ficará maior: a

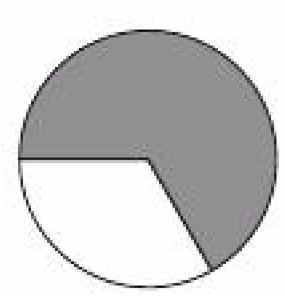
a) 2 vezes.
b) 4 vezes.
c) 10 vezes.
d) 20 vezes.

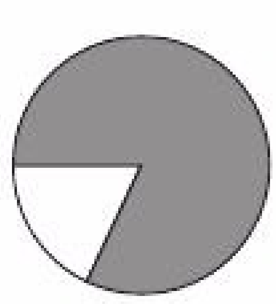
8. Em supermercados as frutas são vendidas por "quilo". Uma dúzia de bananas tem cerca de: c

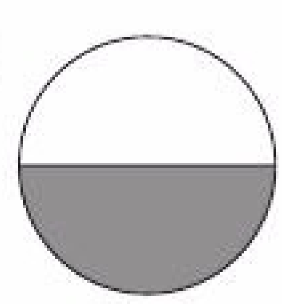
a) 2,5 g
b) 250 g
c) 2,5 kg
d) 25 kg

9. (Saresp) Dados da Associação Brasileira dos Exportadores de Cítricos mostram que 70% do suco de laranja exportado pelo Brasil é comprado pela União Europeia. Em um destes gráficos, a parte cinza-escuro indica o percentual referente às compras da União Europeia. Esse gráfico é: b

a)


c)


b)


d)


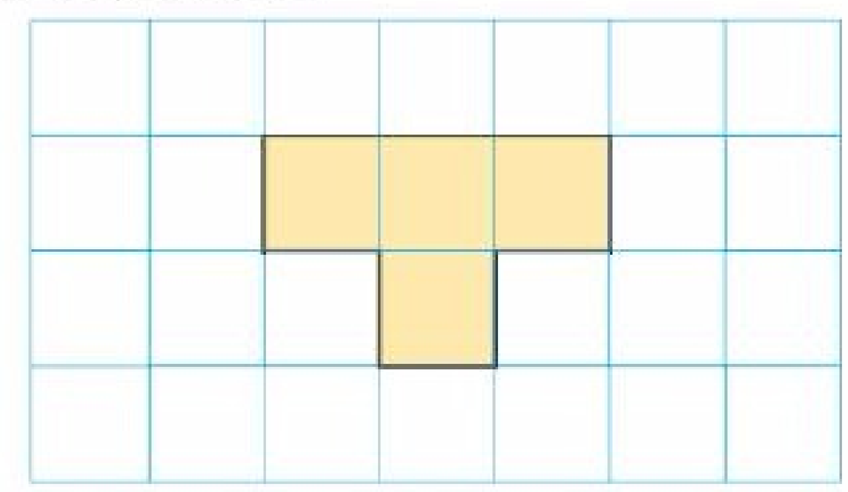
10. Um jornal publicou a seguinte informação: Em 2050, seremos 259,8 milhões de brasileiros. Esse número também pode ser escrito como: b

a) 259 800.
b) 259 800 000.
c) 2 598 000 000.
d) 25 980 000 000.

11. Pedro contou uma novidade para dois colegas. Dez minutos depois, cada um repetia a notícia para outros dois colegas. Passados outros dez minutos, esses colegas contaram para dois outros e, assim, a novidade foi se espalhando da mesma forma. Quantas pessoas incluindo Pedro ficaram sabendo dessa novidade depois de meia hora? c

a) 16 pessoas.
b) 30 pessoas.
c) 31 pessoas.
d) 17 pessoas.

12. (Prova Brasil) A parte destacada, na malha quadriculada, representa uma figura na bandeira da escola de João. Cada lado do quadradinho equivale a 1 metro.



Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura? d

a) 4 metros.
b) 6 metros.
c) 8 metros.
d) 10 metros.

13. (Enceja) Os antigos egípcios necessitavam de medidas. Seus técnicos e fiscais de obras usavam fórmulas para calcular comprimentos e áreas. Os egípcios usavam o cúbito como unidade de medida. O cúbito correspondia à distância do cotovelo até o dedo médio do faraó.

Assim sendo, é razoável afirmar que um cúbito correspondia, aproximadamente, a: b

a) 20 cm.
b) 40 cm.
c) 70 cm.
d) 90 cm.

14. (Saeb) Uma casa tem 3,88 metros de altura. Um engenheiro foi contratado para projetar um segundo andar e foi informado de que a prefeitura só permite construir casas de dois andares com altura igual a 7,80 metros. A altura máxima do segundo andar deverá ser de: a

a) 3,92 metros.
b) 4 metros.
c) 4,92 metros.
d) 11,68 metros.

VAGNER DE FARIAS

UNIDADE 12

Áreas

RICARDO AZOURY/PULSAR IMAGENS

Desde os tempos mais remotos até hoje, o uso de terras para plantar, morar e armazenar alimentos tem sido uma preocupação dos cidadãos, que as ocupam, e do governo, que cobra impostos por sua ocupação. Esses impostos dependem da área e da localização das terras ocupadas.

Nesta unidade ...

Fotografia aérea do estado de Sergipe.

Já sabemos muita coisa sobre medidas e aprendemos que elas são resultados de comparações entre grandezas de mesma natureza.

Agora, observe a cena abaixo e reflita um pouco sobre o que diz a professora.

EDUARDO ZAPPIA/PULSAR IMAGENS

Dizer que uma coisa é pequena ou grande é resultado de uma comparação, mesmo que essa comparação não tenha sido explicitada. O quadro de giz pode ser grande se sua superfície for comparada com a de uma carteira, por exemplo. Mas, se a superfície dele for comparada com a de um campo de futebol, o quadro de giz pode ser considerado pequeno.

Comparações como essas não explicitam medidas. Mas dizer que: "Sergipe é o menor estado brasileiro e tem cerca de 21 915 quilômetros quadrados de área" significa que não só se comparou a superfície ocupada por esse estado com a dos demais estados brasileiros, mas também foi feita uma comparação com outra superfície, considerando-se uma unidade de medida.

O que você já sabe?

- É possível dizer que 200 quilogramas são mais que 200 metros quilômetros quadrados? Explique sua resposta.
  Não. Resposta possível: Porque massa e superfície são grandezas de naturezas diferentes e não podem ser comparadas.
- Situações que envolvem medidas ocorrem em seu dia a dia? De que maneira? Escreva um pequeno texto a respeito do assunto e depois leia para os colegas. Resposta pessoal.
- Dê sua opinião: o que é área? Resposta possível: Medida de uma superfície.

1 Medidas de superfície

Área

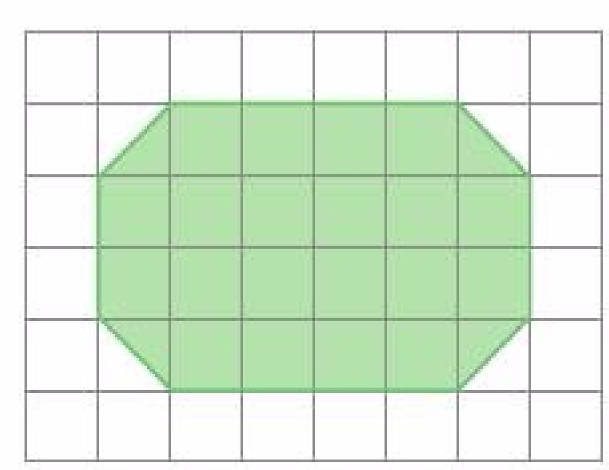
Para refletir e responder

FOTOGRAFIAS: THINKSTOCK/GETTY IMAGES

- Como medir a superfície ocupada pela figura que está na lousa?
Resposta possível: Comparando com outra superfície.

A situação apresentada envolve uma superfície e ela pode ser medida. Para medi-la é preciso escolher outra superfície como unidade de medida.

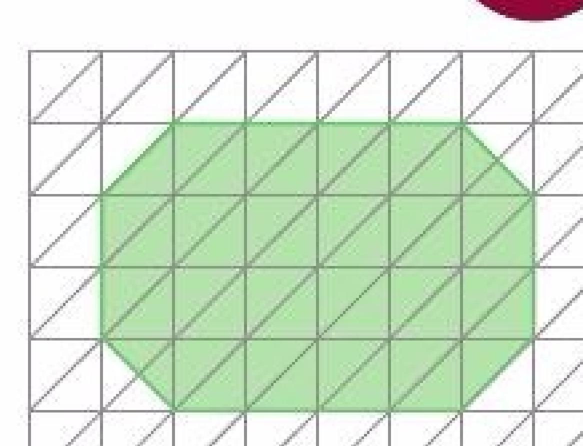
Observe a mesma figura, desta vez com uma malha quadriculada desenhada sobre ela, e considere o ▢ como unidade de medida.



A **medida dessa superfície**, ou seja, sua **área**, é de 22 ▢ .

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO



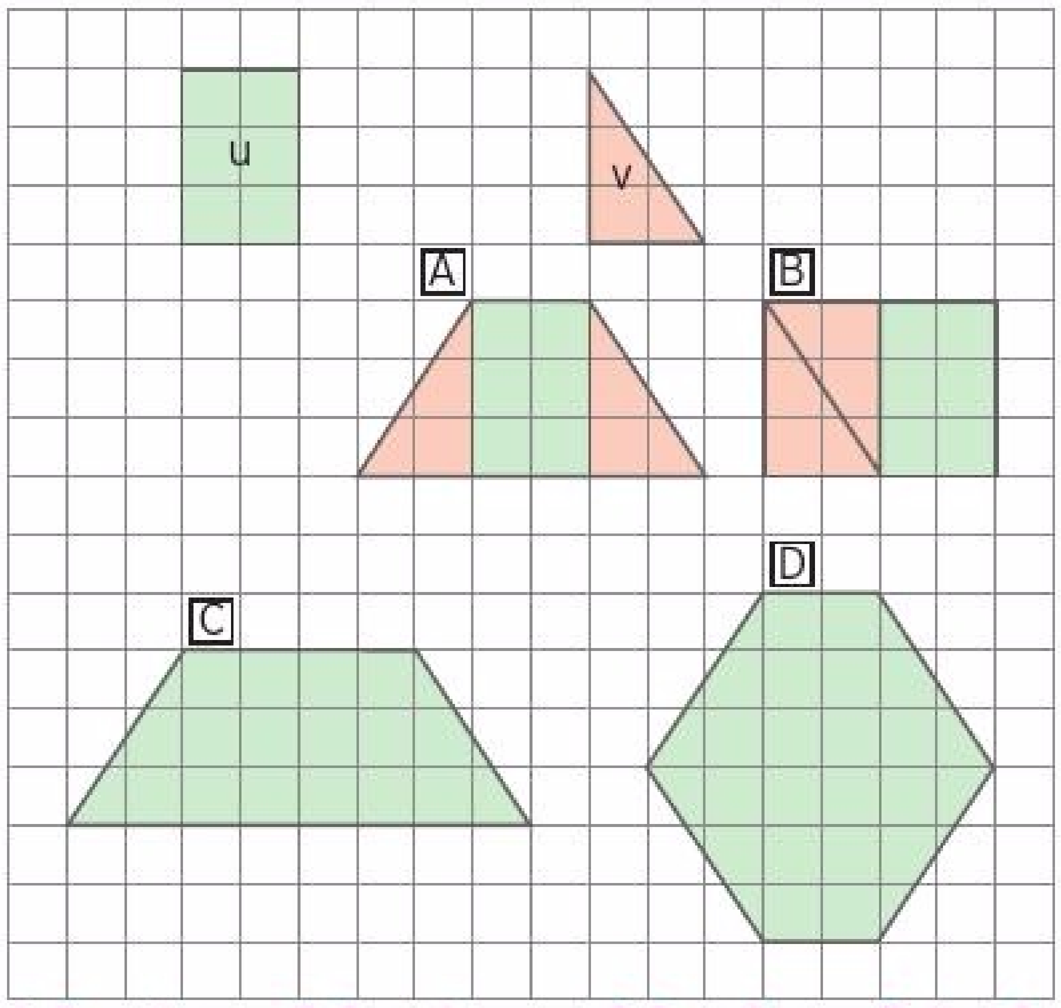
1. Considere a figura que foi apresentada no texto acima. Desta vez, ela foi recoberta com uma malha diferente. Observe-a e responda:

a) Qual é a área da figura, considerando o ◺ como unidade de área?
44 ◺

b) Compare as áreas obtidas no texto e na resolução do item **a**. O que você observa? Resposta possível: O número que acompanha unidade de medida na área obtida no item a é o dobro do número que acompanha a unidade de medida na área obtida no texto.

c) Dê sua opinião: do que depende a área de uma superfície?
Resposta possível: Da superfície escolhida como unidade de medida.

2. Determine a área destes polígonos, usando **u** e **v** como unidades de área em cada caso.



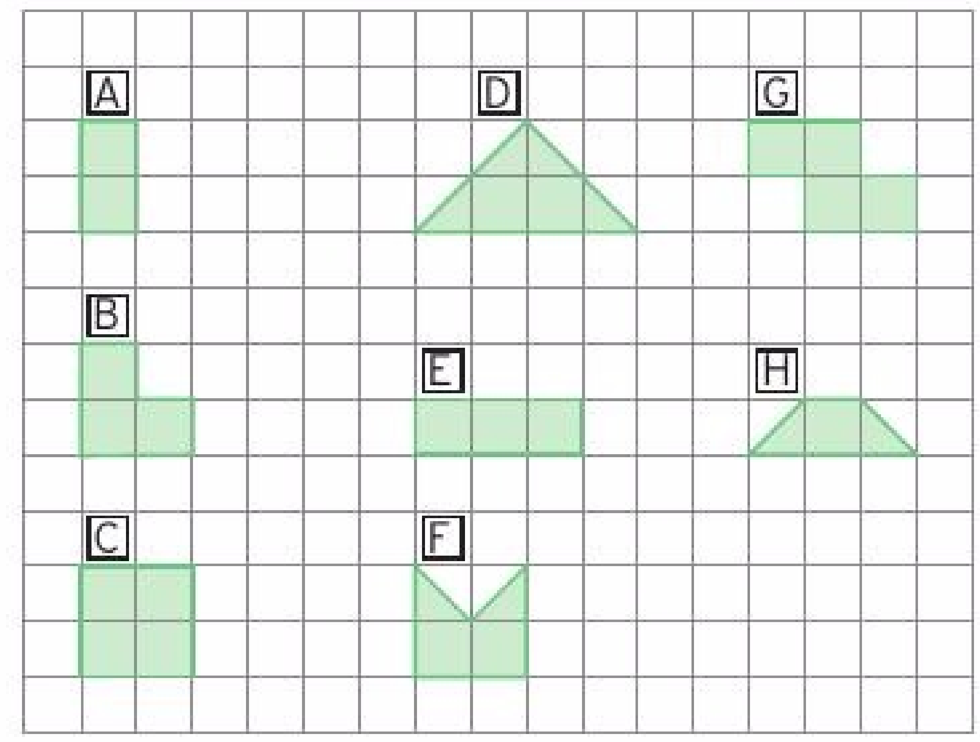
A: 2 u e 4 v B: 2 u e 4 v C: 3 u e 6 v D: 4 u e 8 v

3. Identifique e anote os polígonos que têm:

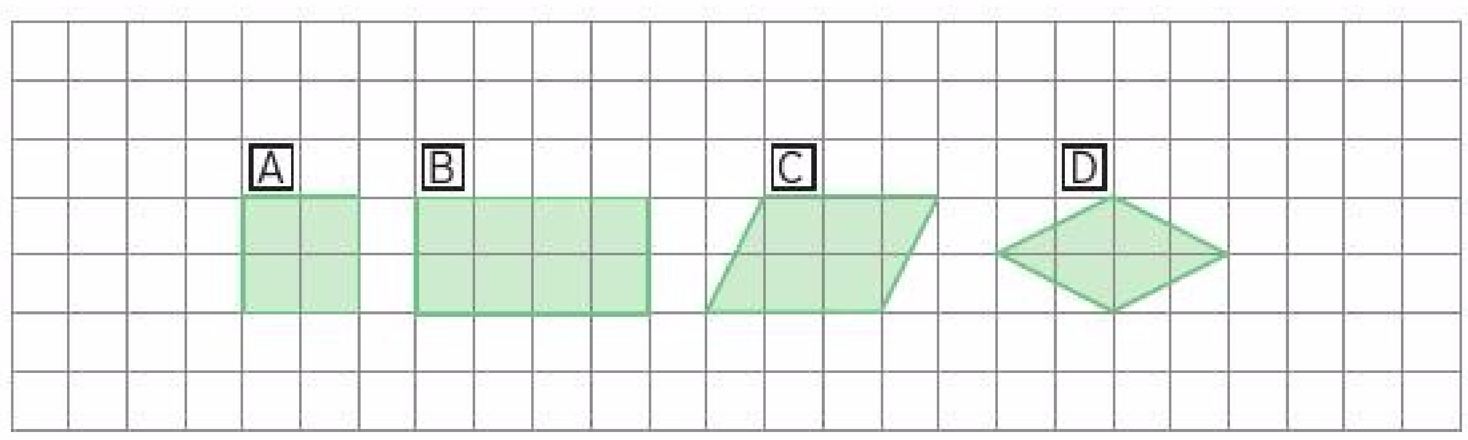
a) perímetros iguais; B, C e E.

b) áreas iguais; A e H; B, E e F; C, D e G.

c) perímetros iguais e áreas iguais. B e E.



4. Escolha uma unidade e determine a área de cada figura. ◣ — unidade. A — 8 ◣; B — 16 ◣; C — 12 ◣; D — 8 ◣

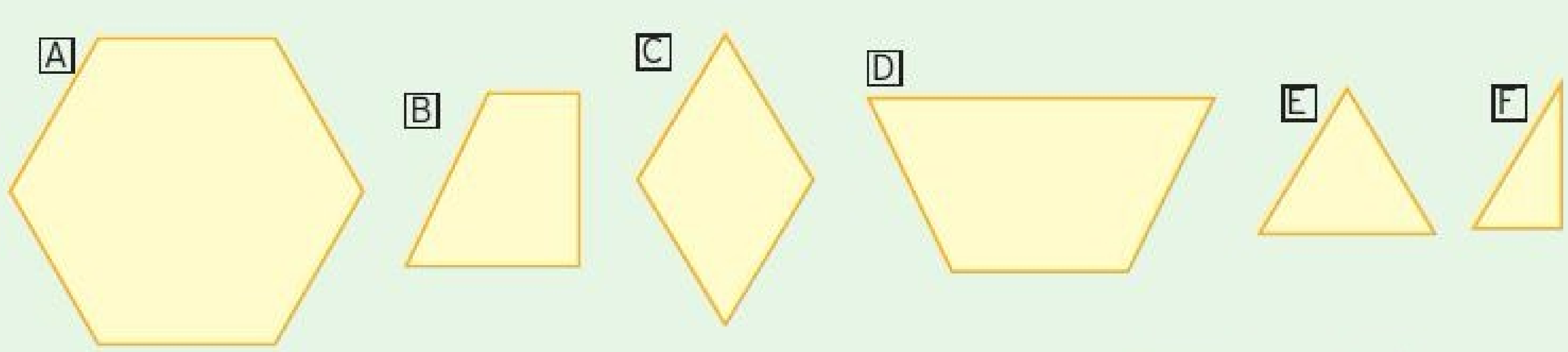


Investigue e explique

Proponha outras atividades de medição de superfície utilizando unidades não padronizadas, com as quais os alunos possam perceber medidas diferentes, decorrentes da diferença entre as unidades utilizadas. Discuta com eles a necessidade de padronização. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

Junte-se a um colega, investiguem e respondam às questões.

Copiem estes polígonos em uma folha de cartolina e recortem-nos.



2 D; 4 B; 6 E

- Qual é a área da figura **A**, utilizando como unidade: a figura **D**; a figura **B**; a figura **E**?
- Qual é a área da figura **D**, utilizando como unidade: a figura **B**; a figura **E**; a figura **C**; a figura **A**?
- Qual é a área da figura **C**, utilizando a figura **F** como unidade? 4 F   2 B; 3 E; 1,5 C; 0,5 A
- Se, ao usar uma das 6 figuras dadas, encontrássemos 12 como medida da área da figura **A**, qual teria sido a figura escolhida como unidade? F

Unidades padrão de área

Observe as cenas a seguir.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

JOÃO PRUDENTE/PULSAR IMAGENS

Metro quadrado é a **unidade fundamental** de medida de superfície adotada pelo Sistema Internacional de Unidades. Ele é a **área** de uma superfície plana delimitada por um **quadrado** de **1 metro de lado**.

A expressão **metro quadrado** é representada pelo símbolo **m²**.

A unidade mais utilizada para medir grandes superfícies, como a de um país, por exemplo, é o **quilômetro quadrado**, que é múltiplo do metro quadrado. Seu símbolo é **km²**.

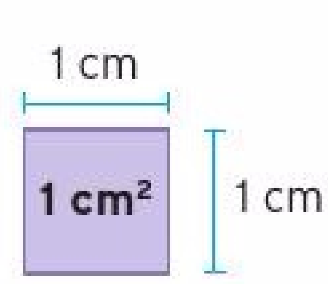
Um quilômetro quadrado é a área de uma superfície plana delimitada por um quadrado com 1 quilômetro de lado, ou seja, um quadrado com 1000 m de lado.

$$1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$$

Para medir pequenas superfícies, como a de um ladrilho, por exemplo, usamos submúltiplos do metro quadrado.

O **centímetro quadrado** é um **submúltiplo** do metro quadrado. Seu símbolo é **cm²**.

Um centímetro quadrado é a área de uma superfície plana delimitada por um quadrado com 1 centímetro de lado.



$$1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{10\,000} \text{ m}^2 = 0{,}0001 \text{ m}^2 \text{ e } 1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

Procure enfatizar apenas as unidades mais utilizadas no dia a dia das pessoas e nas outras discipinas, como, por exemplo, Geografia. Veja as atividades 10, 11 e 12.

5. Quantos metros quadrados, aproximadamente, tem a sala de aula onde você estuda?
Resposta pessoal.

6. Quantos centímetros quadrados, aproximadamente, tem a capa deste livro?
Aproximadamente 564 cm^2.

7. Dentre as medidas dadas, escolha e anote a alternativa mais adequada para calcular:

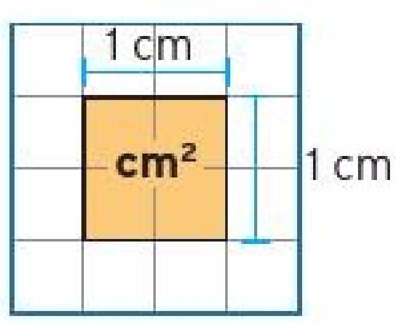
a) a área do piso de uma sala de aula

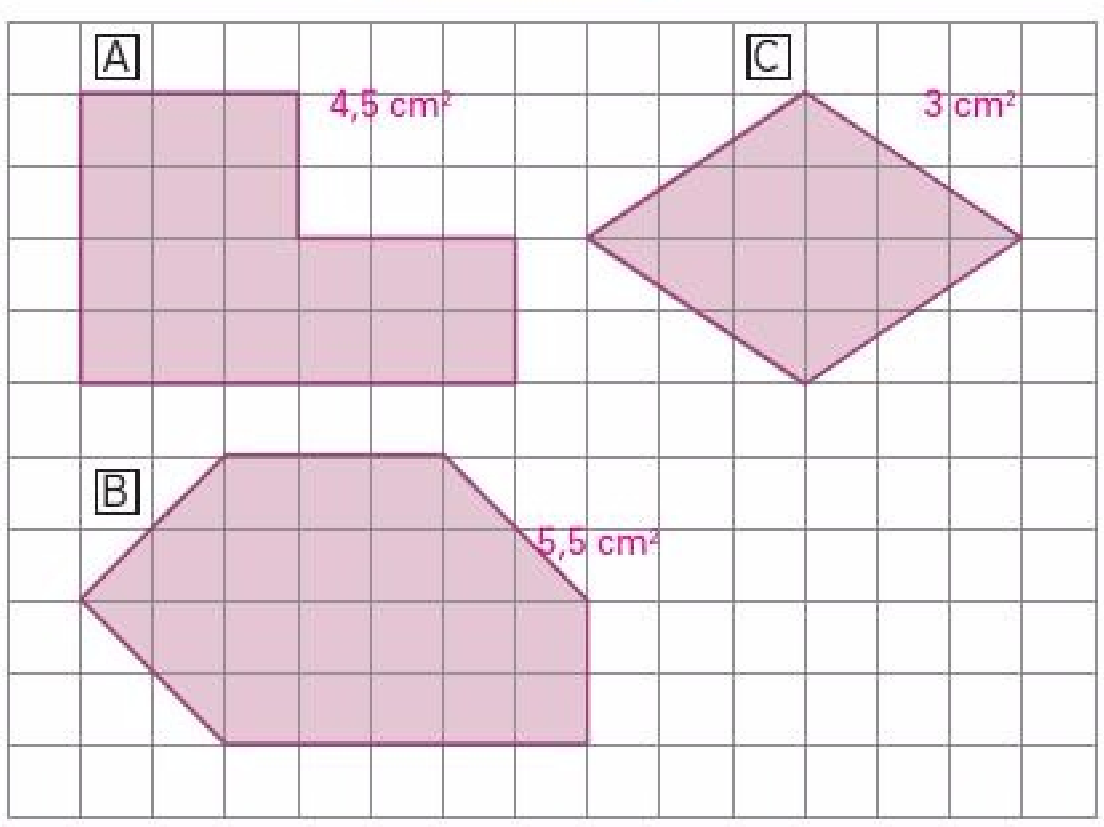
75 cm^2 ou 75 m^2? 75 m^2

b) a área da China

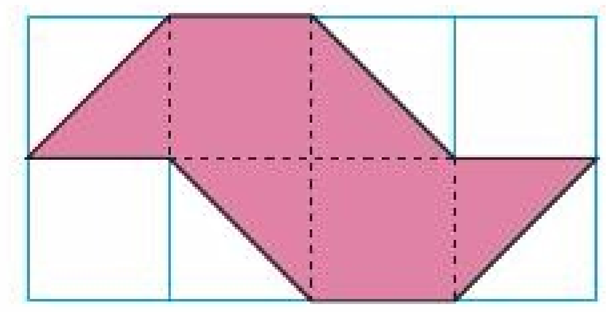
9 561 300 km^2 ou 9 561 300 m^2? 9 561 300 km^2

8. Calcule, em cm^2, a área destes polígonos:





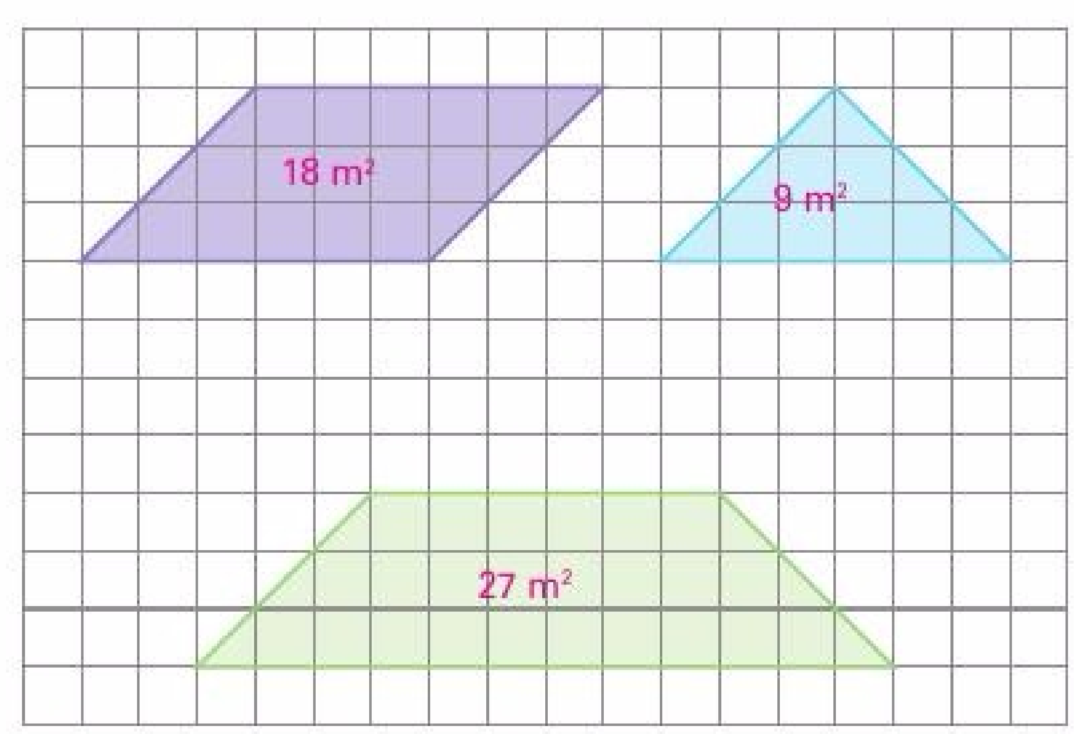
9. Observe o desenho de um croqui do estado de São Paulo, que compõe as calçadas de algumas cidades paulistas. Considere que cada figura quadrada menor seja um ladrilho.



a) Imagine que cada ladrilho tem 10 cm^2 de área. Qual a área do croqui do estado de São Paulo em um calçamento feito com ele?
40 cm^2.

b) A área calculada é menos ou mais que 1 m^2?
Menos que 1 m^2.

10. Para esta atividade, considere que a malha quadriculada a seguir seja formada por quadrados com 1 m de lado. Calcule, em metros quadrados, a área de cada região poligonal apresentada.



Troquem ideias e resolvam

Espera-se que o aluno faça estimativas sobre as áreas mencionadas, comparando-as com áreas que conhece, por exemplo, a área da sala da casa onde mora, a área do terreno da casa onde mora e outras. Se houver oportunidade, apresente 1 metro quadrado e 1 centímetro quadrado construídos com folhas de jornal para que ele possa realizar as comparações e estimativas.

- Reúna-se com alguns colegas e construam, com folhas de jornal, uma superfície de **1 m^2**. Quantos alunos cabem, em pé, em 1 m^2?
  Resposta pessoal.
- Depois, construam um quadrado com 2 metros de lado.
  a) Quantos quadrados de 1 m^2 cabem nesse quadrado? 4 quadrados.
  b) Qual é a área de um quadrado de 2 m de lado? E a área de um quadrado de 3 m de lado? 4 m^2; 9 m^2.
- A área da sala de aula já foi estimada na atividade 5. Considerando essa estimativa e a quantidade máxima de pessoas admitida em um metro quadrado, estimem a lotação máxima de alunos, em pé, na sala de aula, sem os móveis. Respostas pessoais.

Essas atividades podem ser realizadas na quadra da escola, desenhando os quadrados com giz.

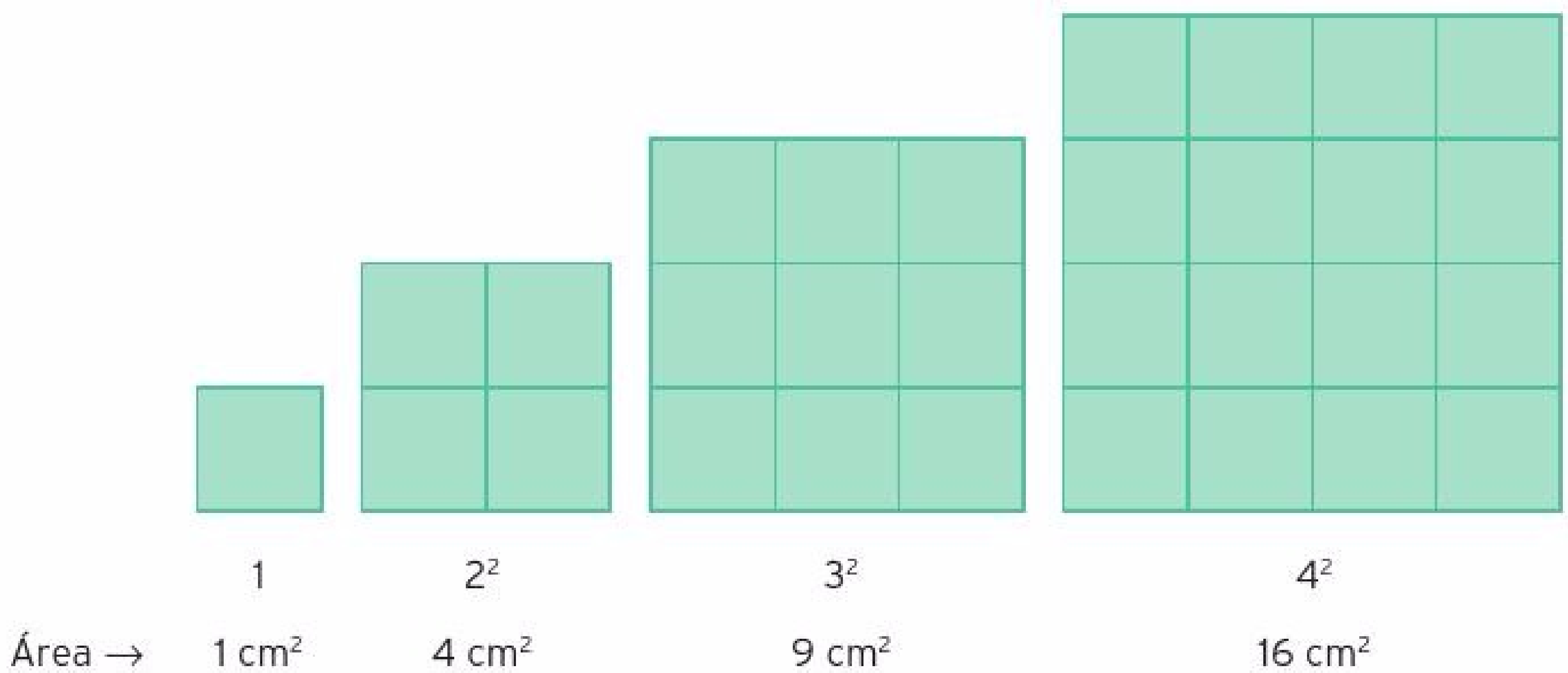
EDSON SATO/PULSAR IMAGENS

Professor, explique aos alunos que os órgãos públicos precisam estimar a quantidade de pessoas em eventos públicos para planejar a quantidade necessária de profissionais de diversas áreas – saúde (médicos, ambulâncias), segurança (policiais, bombeiros), infraestrutura de mobilidade (trânsito, transporte), além de suprimentos, como água e alimentos.

Relação entre km², m² e cm²

Lembra-se dos padrões geométricos? Vamos rever um deles.

Nas figuras abaixo, observe que cada quadradinho tem 1 cm² de área e note que a última imagem tem 4 linhas, cada linha com 4 quadradinhos.




THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Um desenho que poderá fazer parte dessa sequência é uma figura quadrada com 1 m de lado, ou ainda, 100 cm de lado. Essa figura terá 1 m² de área e será composta de 100 linhas com 100 quadradinhos em cada linha. Ela terá 100 × 100, ou ainda, 10 000 quadradinhos.

1 m² equivale a **10 000 cm²**.

1 cm² equivale a **0,0001 m²**.

Multiplicando uma medida dada em m² por 10 000, ela será transformada em cm². Dividindo uma medida dada em cm² por 10 000, ela será transformada em m².

Exemplos:

- 3 m² = (3 × 10 000) cm², ou seja, 3 m² = 30 000 cm²
- 800 000 cm² = (800 000 : 10 000) m², ou seja, 800 000 cm² = 80 m²

Com raciocínio semelhante é possível verificar que:

1 km² equivale a **1 000 000 m²**.

1 m² equivale a **0,000 0001 km²**.

Multiplicando uma medida dada em km² por 1 000 000, ela será transformada em m². Dividindo uma medida dada em m² por 1 000 000, ela será transformada em km².

Exemplos:

- 12 km² = (12 × 1 000 000) m², ou seja, 12 km² = 12 000 000 m²
- 1 500 000 m² = (1 500 000 : 1 000 000) km², ou seja, 1 500 000 m² = 1,5 km²

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

11. Transforme em metro quadrado:

a) 3 km² 3000000 m²
b) 50 cm² 0,0050 m²
c) 0,03 km² 30000 m²
d) 13568 cm² 1,3568 m²

12. Dona Luísa tem um tecido com 1 m².

a) Quantos lenços quadrados de 900 cm² ela poderá fazer com esse tecido? 11 lenços.
b) Sobrará algum pedaço? Sim.
c) Se sim, de quantos cm²? 100 cm²

13. João tem um sítio com 2 km² de área. Nesse sítio ele reservou 18000 m² para fazer um pomar. Qual é a área restante? Escreva a resposta em km² e em m². 1,982 km² e 1982000 m²

14. A área de um ladrilho é 400 cm². Qual é a área desse ladrilho em m²? 0,04 m²

15. Copie cada igualdade, substituindo o ■ por um número que a torne verdadeira:

a) 5 m² = ■ km² 0,000005
b) 3,21 km² = ■ m² 3210000
c) 1,82 m² = ■ cm² 18200
d) 584 m² = ■ km² 0,000584

16. Copie cada sentença, substituindo o ■ por <, > ou =.

a) 3 m² ■ 30000 cm² =
b) 9000 cm² ■ 9 m² <
c) 4700 cm² ■ 0,47 m² =
d) 180000 m² ■ 1,8 km² <

17. Uma parede que tem 14,4 m² de área foi revestida com ladrilhos quadrados, cada um com 30 cm de lado. Qual é o número máximo de ladrilhos necessários para revestir toda a parede, sem haver quebra de ladrilhos? 160 ladrilhos.

Unidades agrárias

As unidades agrárias são de interesse específico de algumas localidades. Não há necessidade de se aprofundar nesse assunto.

Quando nos referimos a área, em assuntos relacionados a fazendas, plantações e pastos, frequentemente usamos o **are** e o **hectare** como unidades de medida. Elas aparecem, por exemplo, no cálculo do Imposto Territorial Rural (ITR).

Observe as relações entre essas unidades e o metro quadrado no quadro a seguir:

Nome	Símbolo	Valor
Are	a	$1\ a = 100\ m^2$ $1\ m^2 = 0{,}01\ a$
Hectare	ha	$1\ ha = 10\,000\ m^2$ $1\ m^2 = 0{,}0001\ ha$


THINKSTOCK/GETTY IMAGES
É comum fazendas serem medidas em are ou hectare.

Note, também, que: **1 ha = 100 a**

Exemplos:

- Quantos metros quadrados têm 132 a?

Como 1 a = 100 m², para transformar 132 a em m², multiplicamos 132 a por 100.

$$\mathbf{132\ a} = (132 \times 100)\ m^2 = \mathbf{13\,200\ m^2}$$

- Quantos hectares têm 18000 m²?

Como 1 m² = 0,0001 ha, para transformar 18000 m² em **ha**, dividimos 18000 m² por 10000.

$$\mathbf{18\,000\ m^2} = (18\,000 : 10\,000)\ ha = \mathbf{1{,}80\ ha}$$

Arredondamentos e estimativas

Em algumas ocasiões que envolvem medidas de superfície, fazemos medições aproximadas. Observe as situações ao lado.

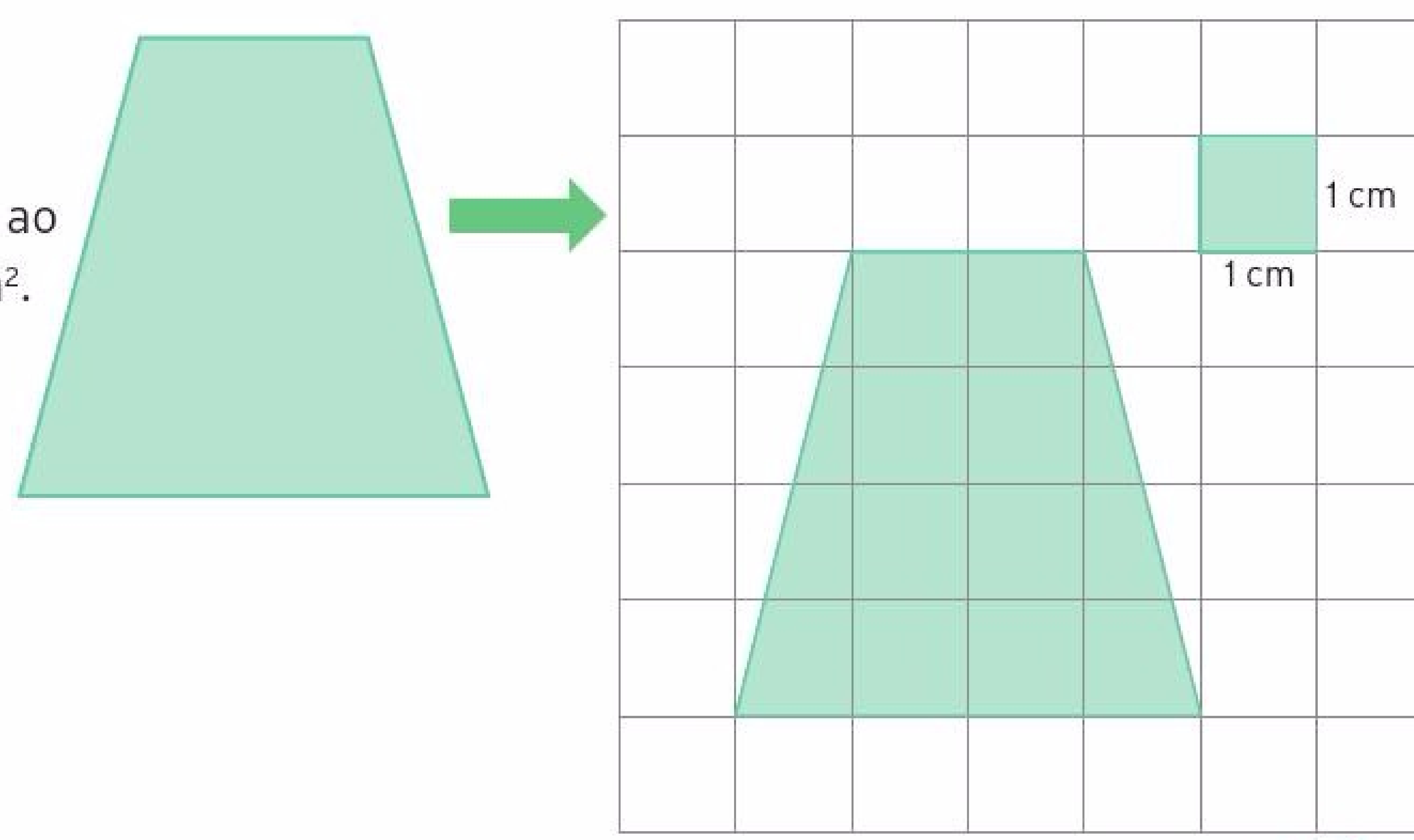
Tereza fez uma estimativa sobre a área de uma janela. Supondo que a janela seja quadrada, ela poderá ter 4 metros de lado. Mas, se a janela for retangular, haverá várias possibilidades para as medidas de seus lados.

Pela estimativa feita pelo dono da chácara podemos supor que ela tem pouco mais, ou pouco menos, que 10 000 m² de área.

Uma técnica para estimar a área de uma figura desenhada sobre uma folha de papel é quadricular a região na qual ela está desenhada, e avaliar a quantidade de quadradinhos contidos nessa figura.

Exemplo:

O trapézio da figura ao lado tem cerca de 12 cm².



Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

18. Copie as igualdades, substituindo o ■ por um número que as torne verdadeiras.

a) 0,022 ha = ■ a 2,2

b) 22,5 a = ■ ha 0,225

c) 54 m² = ■ a = ■ ha 0,54; 0,0054

19. Quantos m² tem um sítio com 13,2 ha de área? 132 000 m².

20. Faça as transformações pedidas.

a) 3,5 km² em **ha** 350 ha

b) 25,6 a em **m²** 2 560 m²

c) 3,2 m² em **a** 0,032 a

21. O Brasil tem, aproximadamente, uma área de 8 815 767 km². Quantos hectares tem o Brasil? 881 576 700 ha

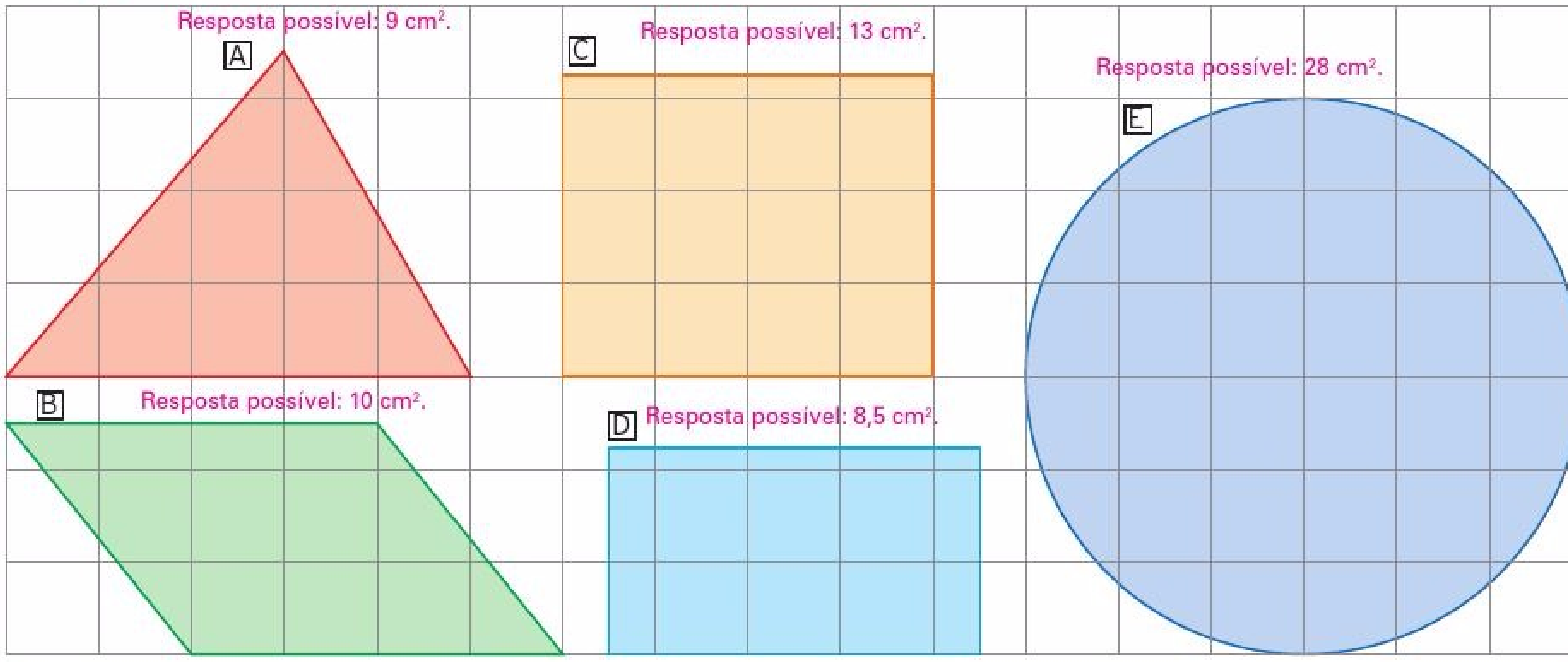
22. Júlia e Renato compraram um sítio cada um. O sítio de Júlia tem 312 800 m² e o de Renato, 32 ha.

a) Quem comprou o sítio maior? Renato.

b) Quantos hectares ele tem a mais? 0,72 ha

23. Uma chácara de forma retangular tem 100 hectares de área e mede 5 000 m de frente. Quanto ela mede de fundo? 200 m.

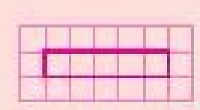
24. A área de cada quadradinho da malha seguinte é 1 cm². Faça uma estimativa da área de cada figura.

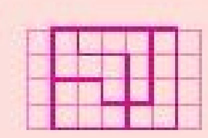


Desafio

Crie outras situações lúdicas que envolvam possibilidades, área e perímetro. Para mais esclarecimentos, leia comentários no **Manual do Professor**.

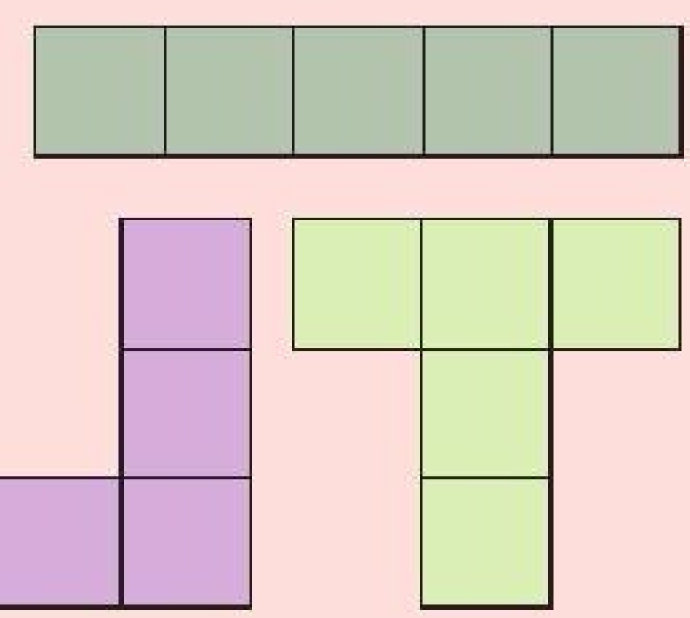
Pentaminós, perímetros e áreas

a)  A = 5 cm² perímetro = 12 cm

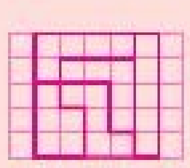
b)  A = 20 cm² perímetro = 18 cm

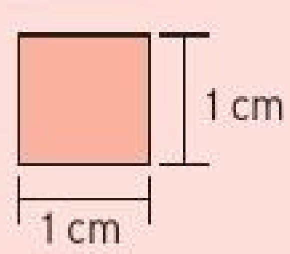
Você já ouviu falar em **pentaminó**?

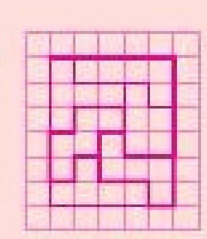
Pentaminó é um conjunto de cinco quadrados em que cada um deles tem um lado em comum com outro. Observe os pentaminós ao lado.



- Providencie um pedaço de cartolina e recorte 5 quadrados com 1 cm de lado. Forme pentaminós com eles.

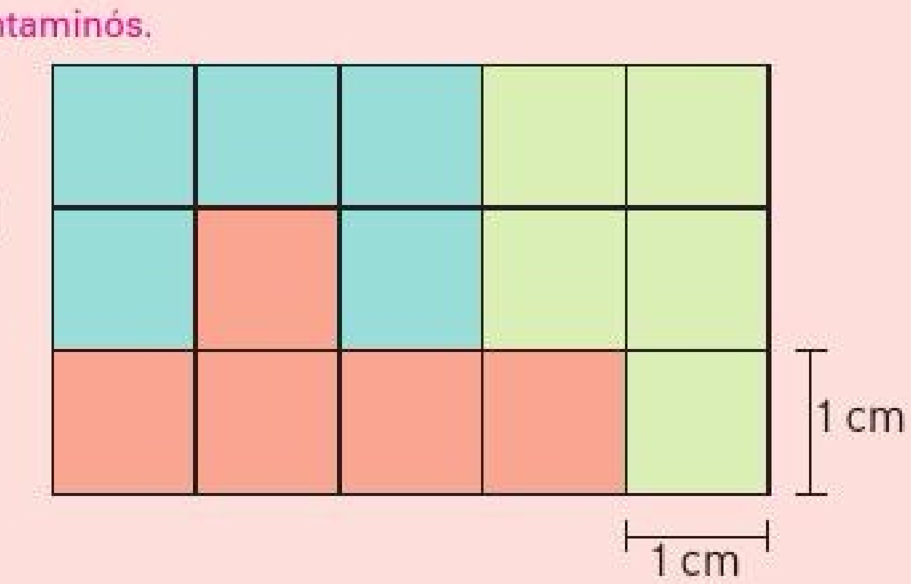
c)  A = 25 cm² perímetro = 20 cm



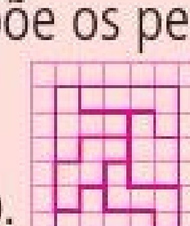
d)  A = 30 cm² perímetro = 22 cm

- Desenhe em uma folha de papel quadriculado os pentaminós que você formou.
- Compare os pentaminós que você desenhou com os dos demais colegas.
- Quantos pentaminós diferentes vocês construíram? 12 pentaminós.
- O retângulo de 3 cm por 5 cm ao lado foi construído com 3 pentaminós diferentes. Construa, se possível, um retângulo, utilizando:

  a) 1 pentaminó;
  b) 4 pentaminós;
  c) 5 pentaminós;
  d) 6 pentaminós;
  e) 7 pentaminós.



- Calcule os perímetros dos retângulos que foram construídos.
- Considerando a unidade cm² para cada quadrado que compõe os pentaminós, calcule a área dos retângulos e dos quadrados que foram construídos.
- Registre suas soluções em uma folha de papel quadriculado.

e)  A = 35 cm² perímetro: 24 cm

Use pentaminós diferentes.

2 Área de figuras planas

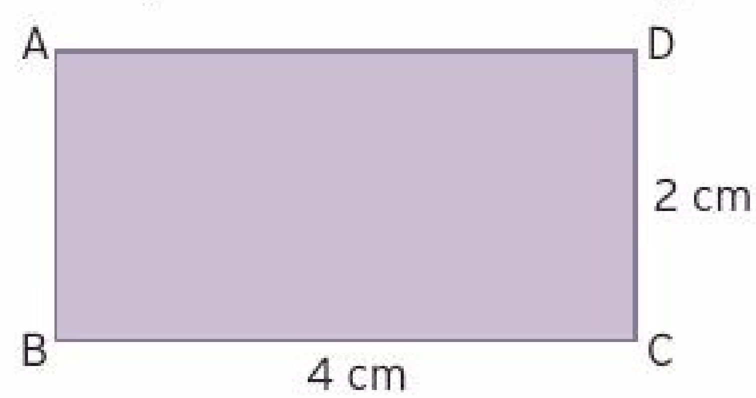
Área do retângulo

Para começar, vamos combinar que a expressão **área de retângulo** será usada quando nos referirmos à área de uma região retangular.

Expressões como essa serão usadas para as demais regiões: área de quadrado, área de triângulo, área de polígono e outras.

Para refletir e responder

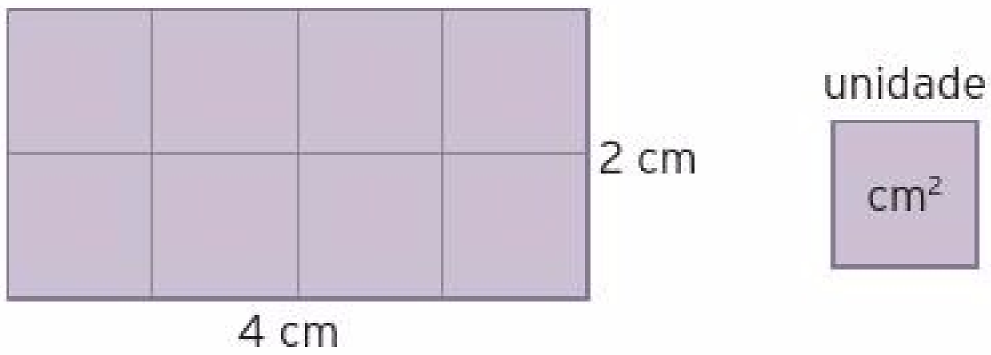
O retângulo ABCD tem 4 cm de comprimento e 2 cm de largura.



- Qual é a área da região retangular contornada por ele, em cm^2?
  $8\ cm^2$

Na situação apresentada, a ideia de recobrir a figura acima com uma malha quadriculada, com quadrados de 1 cm de lado, dá excelente resultado. Podemos, também, comparar a área desse retângulo com a de um quadrado com $1\ cm^2$, como pode ser visto na figura abaixo. Note que, como ele tem 4 cm de comprimento e 2 cm de largura, temos 2 linhas com 4 quadrados em cada uma e são, ao todo, 8 quadrados ($4 \times 2 = 8$), ou seja, uma área de $8\ cm^2$.

Nessa situação, multiplicando a medida do comprimento pela medida da largura, também temos $8\ cm^2$:



$$\text{área} = 4\ cm \times 2\ cm = 8\ cm^2$$

Em geral, para os retângulos temos:

$$\text{área} = \text{comprimento} \times \text{largura}$$

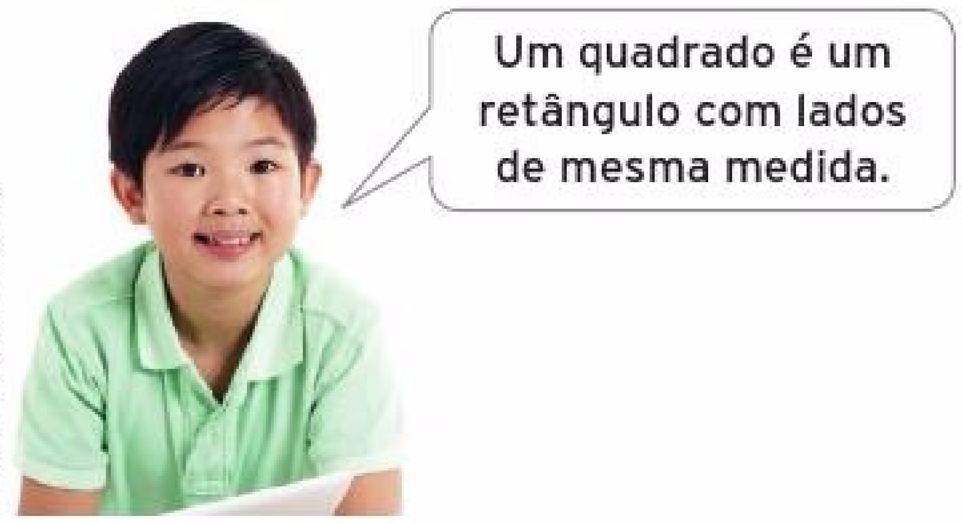
Algumas vezes, chamamos o comprimento de um retângulo de **base** e a largura, de **altura**.

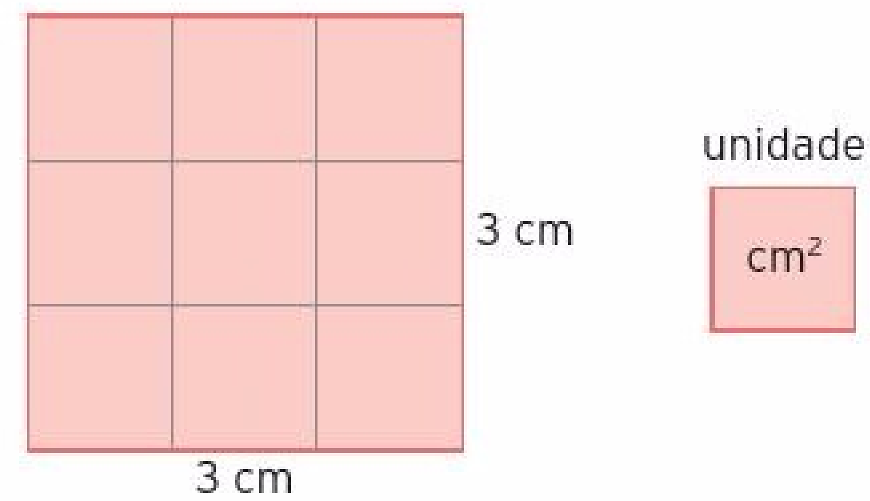
A **área de um retângulo** é o produto da medida de sua base pela medida de sua altura, ou, de forma simplificada:

$$\text{área do retângulo} = \text{base} \times \text{altura}$$

Área do quadrado

THINKSTOCK/GETTY IMAGES





$$\text{área} = 3\text{ cm} \times 3\text{ cm} = 3^2\text{ cm}^2 = 9\text{ cm}^2$$

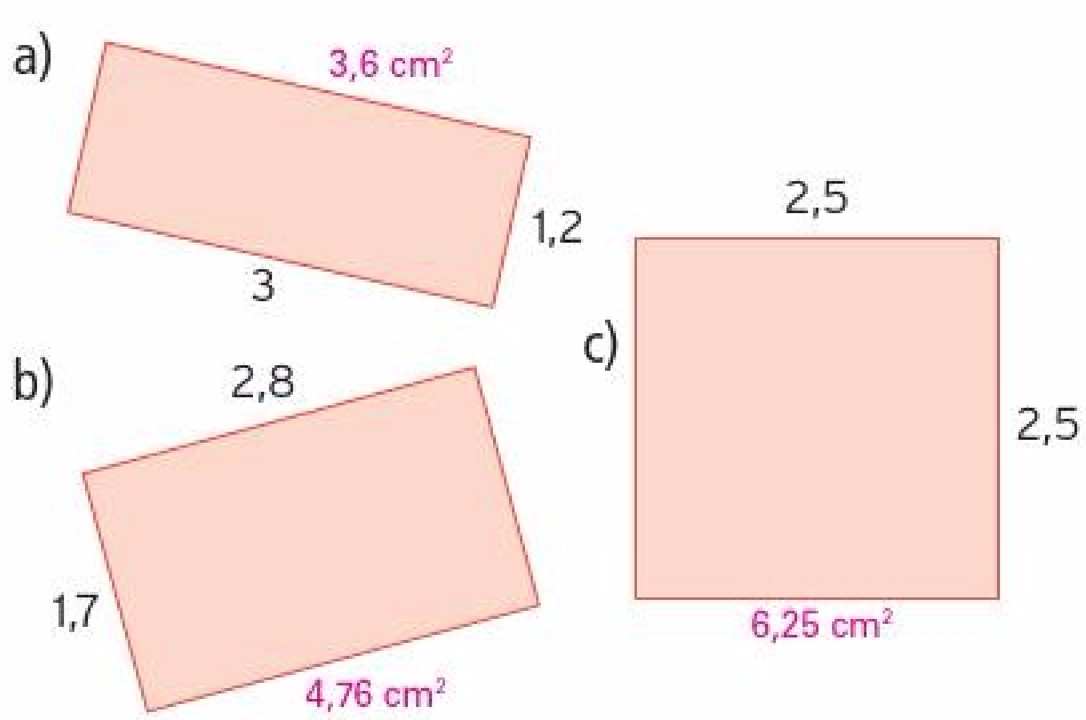
A **área de um quadrado** é o produto da medida de seu lado por ela mesma, ou, de forma simplificada:

$$\text{área do quadrado} = \text{lado} \times \text{lado} = \text{lado}^2$$

Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

25. Calcule a área dos retângulos e quadrados, sabendo que as medidas apresentadas estão em **cm**:



26. Qual é a área, em **m²**, de um terreno retangular que tem 8,3 m de comprimento e 6,15 m de largura?
51,045 m².

27. Um terreno retangular tem 200 m² de área e 25 m de comprimento. Quanto mede a sua largura?
8 m.

28. Utilize papel quadriculado para desenhar um quadrado com 81 cm². Quanto mede cada lado desse quadrado? 9 cm.

29. Um quadrado tem 100 cm² de área. Seu lado mede: a

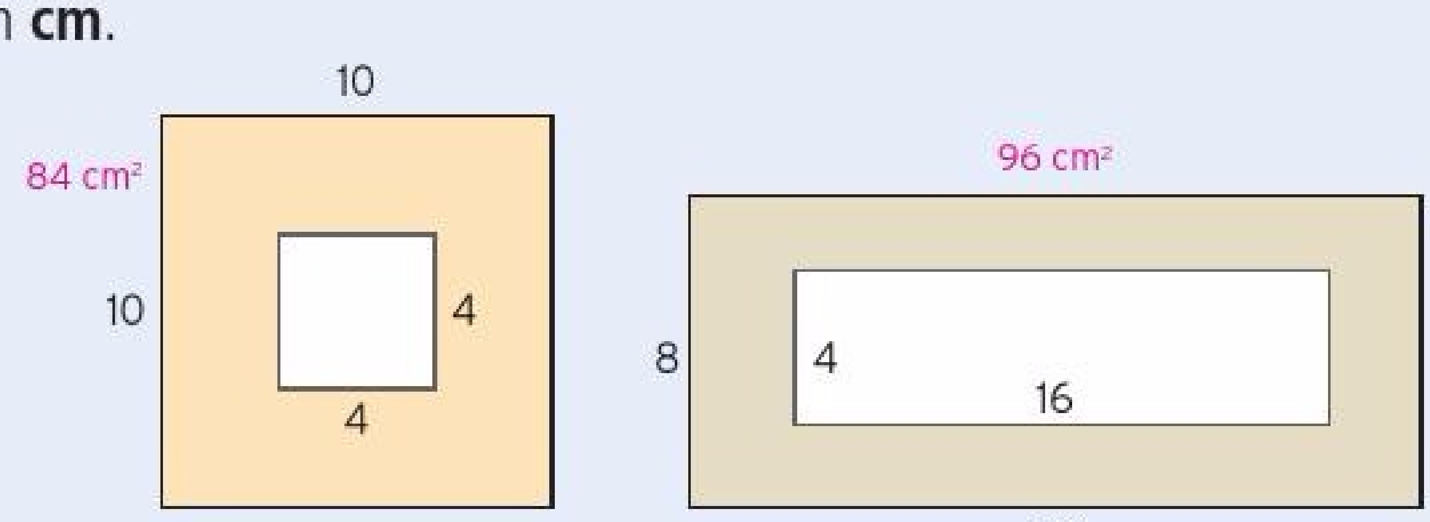
a) 10 cm b) 100 cm c) 20 cm

Troquem ideias e resolvam

Explore outras situações-problema envolvendo áreas e sobreposição de figuras.

Junte-se a um colega, reflitam sobre o problema e encontrem as soluções.

- Calculem a área das regiões pintadas de laranja e de marrom nas figuras a seguir. As medidas estão indicadas em **cm**.

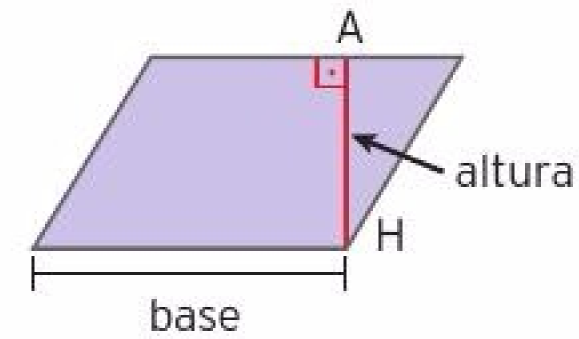


Área do paralelogramo

Procure certificar-se de que os alunos compreendem que as fórmulas das áreas dos paralelogramos, triângulos e trapézios foram justificadas pela composição e decomposição em outras figuras. Crie outras atividades usando cartolina.

Já sabemos que paralelogramos são quadriláteros que têm dois pares de lados paralelos.

Em um paralelogramo, chamando dois lados paralelos de bases, uma altura desse paralelogramo é um segmento de reta perpendicular às bases e com extremidades nessas bases.

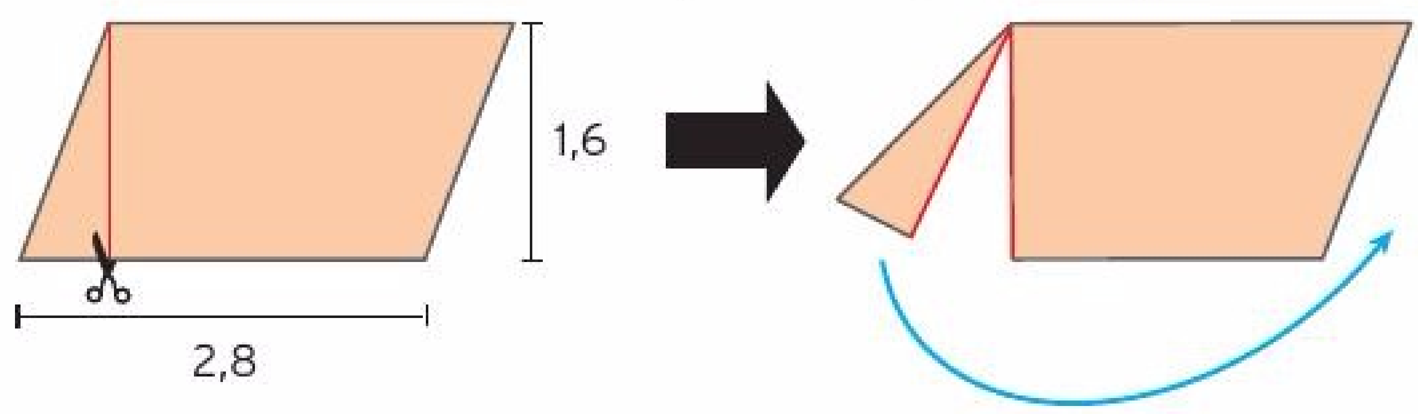


Na figura ao lado, $\overline{AH}$ é uma altura desse paralelogramo.

Você sabia que, partindo da figura de um paralelogramo, podemos obter um retângulo?

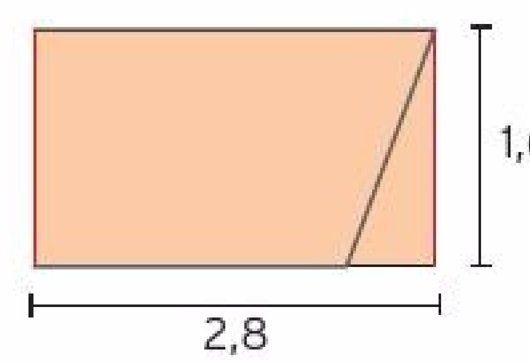
Veja como isso pode ser feito com a figura abaixo, que representa um paralelogramo de base 2,8 cm e altura 1,6 cm:

- fazemos um corte, decompondo o paralelogramo;



As medidas estão indicadas em cm.

- formamos um retângulo, ajustando a parte recortada ao outro lado do paralelogramo. Esse retângulo tem base e altura iguais à do paralelogramo inicial. A área desse retângulo é o produto 2,8 cm $\times$ 1,6 cm, ou seja, 4,48 cm^2.



Como o retângulo foi construído a partir do paralelogramo, sem perda nem ganho de área, a área do paralelogramo também é 4,48 cm^2.

Multiplicando a medida de uma base do paralelogramo pela medida da altura relativa a essa base, temos:

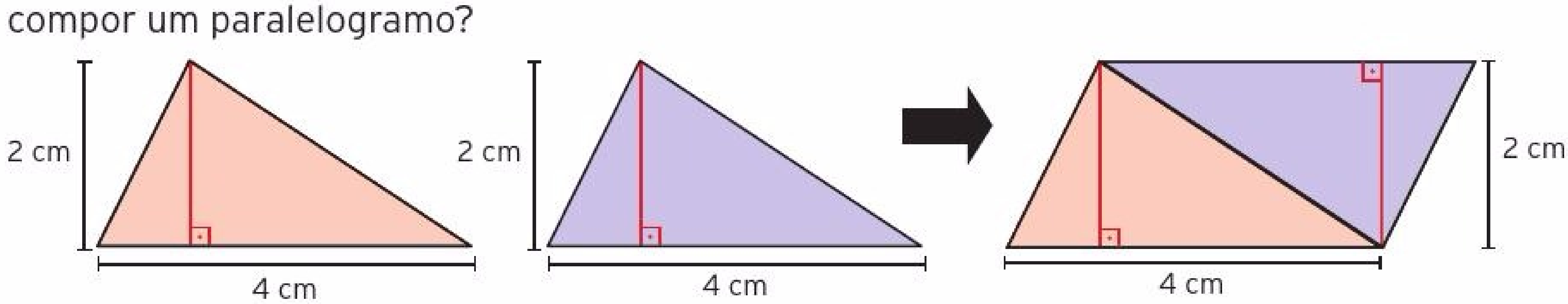
$$\text{área} = 2{,}8 \text{ cm} \times 1{,}6 \text{ cm} = 4{,}48 \text{ cm}^2$$

A **área de um paralelogramo** é o produto da medida de uma base pela medida da altura relativa a ela, ou, de forma simplificada:

área do paralelogramo = base $\times$ altura

Área do triângulo

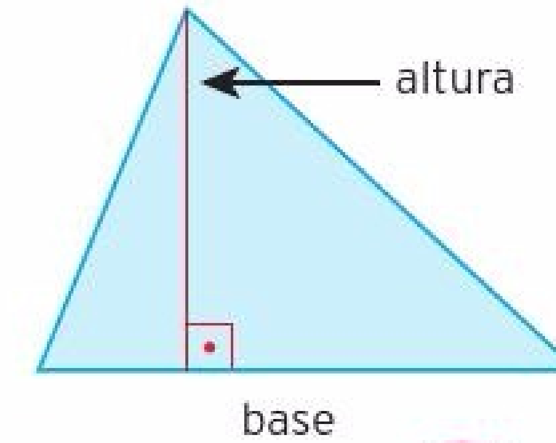
Você sabia que, com duas figuras triangulares de formas e medidas iguais, é possível compor um paralelogramo?



A área do paralelogramo é igual a 8 cm² e a área de cada triângulo é a metade desse valor, ou seja, para cada triângulo tem-se $\frac{4 \times 2}{2}$ cm². Cada triângulo tem 4 cm² de área.

A **área de um triângulo** é a metade do produto da medida de um lado pela medida da altura relativa a esse lado, ou, de forma simplificada, chamando esse lado de **base**:

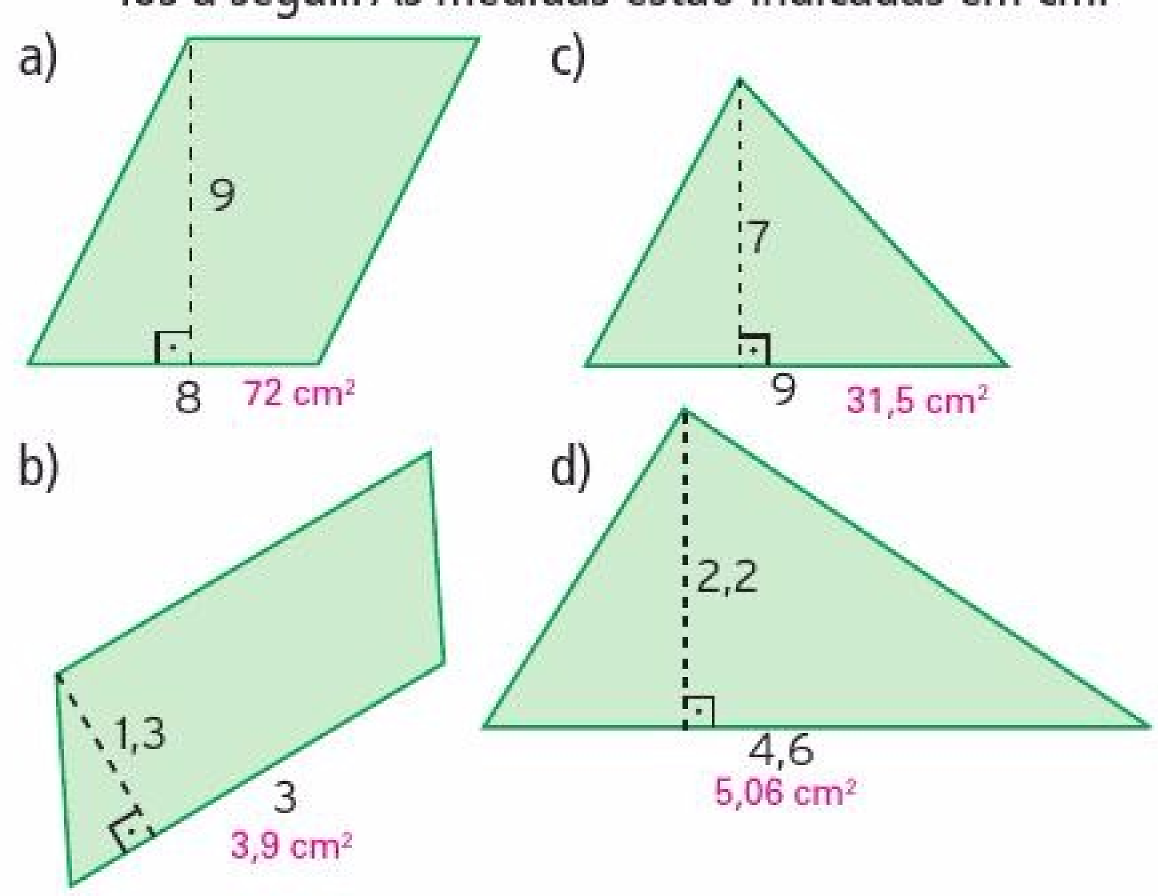
$$\text{área} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$



Fazer e aprender

FAÇA NO CADERNO

30. Calcule a área dos paralelogramos e dos triângulos a seguir. As medidas estão indicadas em cm.



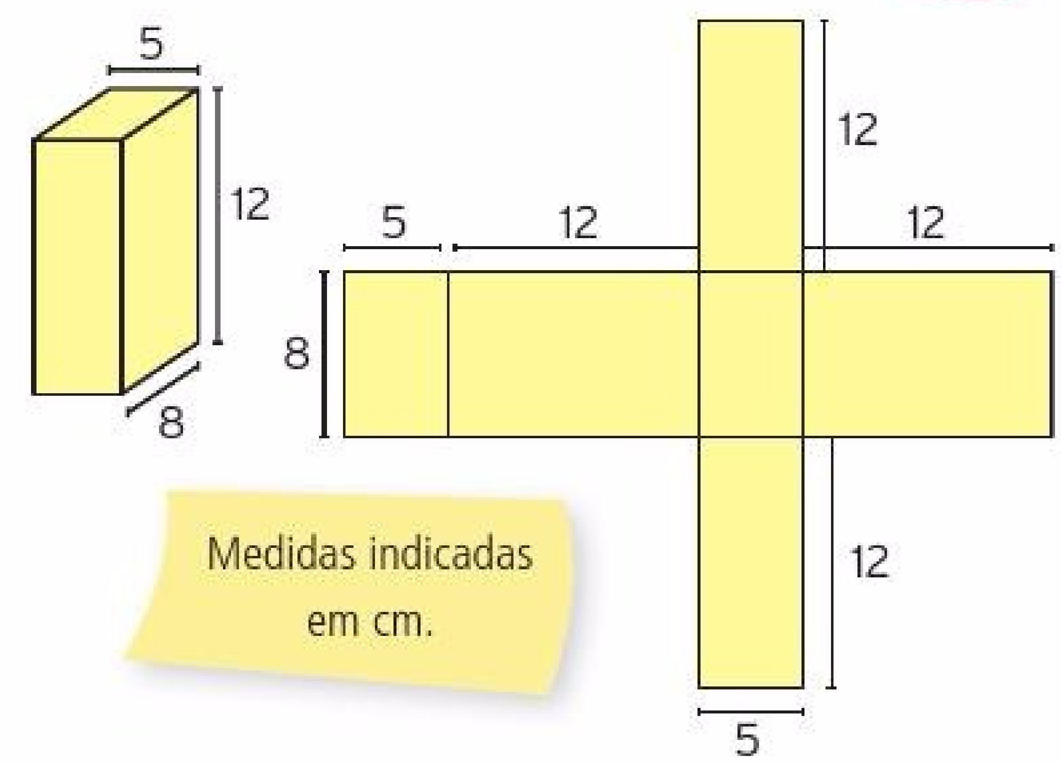
31. Pedro desenhou um paralelogramo cuja altura mede 3,6 cm e a base relativa a ela, o dobro da altura. Qual é a área desse paralelogramo? 25,92 cm².

32. Paula quer pintar um paralelogramo de 12 m² como fundo de um painel. Se a base desse paralelogramo deve medir 2,4 m, qual deverá ser a altura relativa a ela? 5 m.

33. Geraldo tem um canteiro em forma de triângulo com 21 m de altura e base de medida igual ao triplo desse valor. Qual é a área do canteiro que Geraldo tem? 661,5 m².

34. A área de um triângulo é 30 cm². Se a medida da base de um novo triângulo for o dobro da medida da base do primeiro, e a altura relativa a ela continuar a mesma, qual será a área do novo triângulo? 60 cm².

35. Para construir uma caixa fechada, Regina desenhou uma de suas planificações.

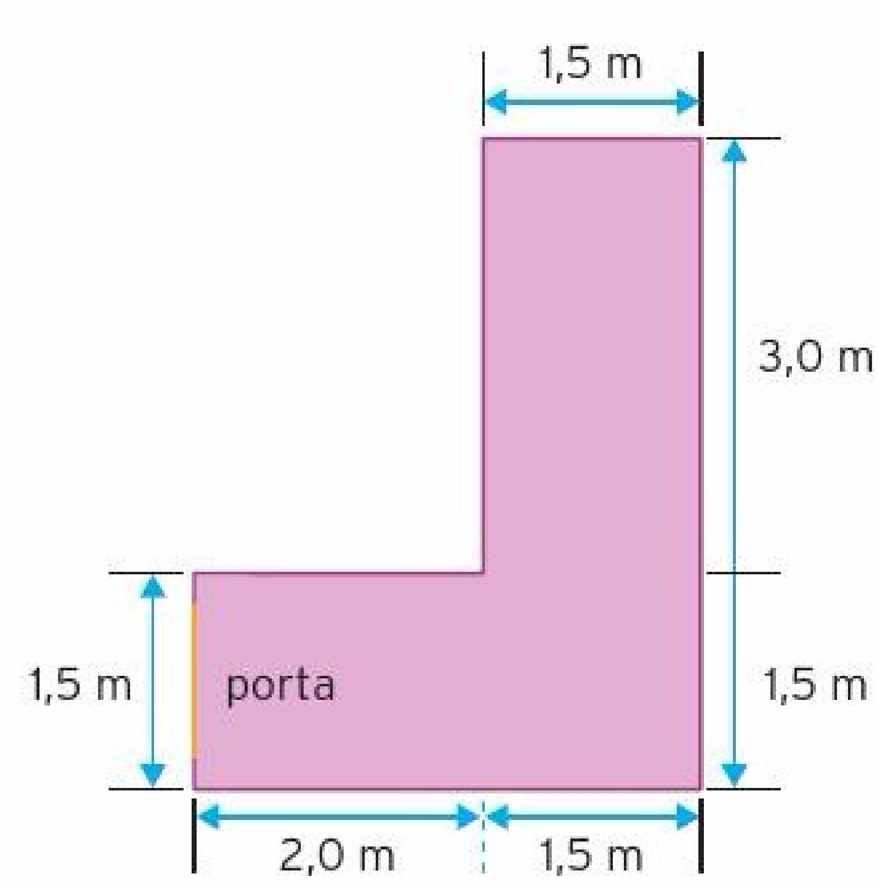


a) Quantas faces tem essa caixa? 6 faces.

b) Que figuras geométricas são as faces dessa caixa? Retângulos.

c) Aproximadamente, quantos cm² de cartolina Regina usou construindo essa caixa? 392 cm².

36. Renato quer fazer um orquidário com "cantos" retos, e para isso desenhou a planta abaixo.



a) Quantos metros de rodapé ele vai precisar? 11,5 m de rodapé.

b) Qual será a área desse orquidário? 9,75 m².

Exercícios complementares

FAÇA NO CADERNO

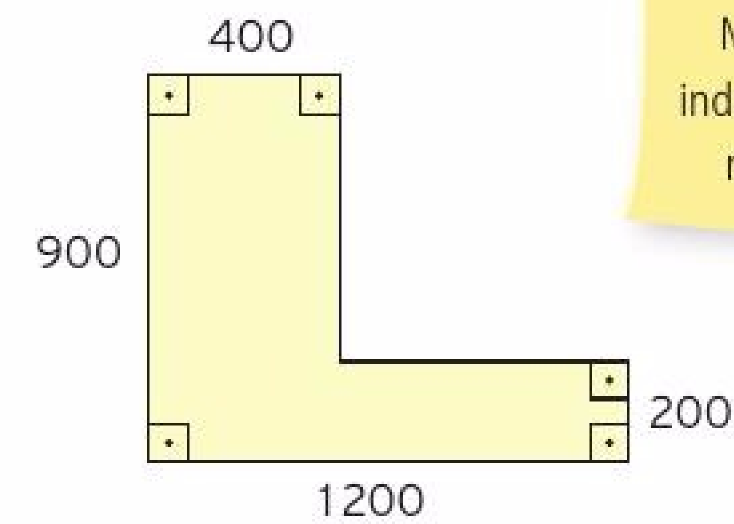
37. As medidas de um pedaço de papel retangular são números naturais. Quais são as possíveis medidas, em cm, dos lados desse tipo de folha, se sua área é 72 cm²? 1 cm por 72 cm; 2 cm por 36 cm; 3 cm por 24 cm; 4 cm por 18 cm; 6 cm por 12 cm; 8 cm por 9 cm.

38. O piso de uma cozinha mede 8 m por 6 m.

a) Quantas lajotas quadradas de 40 cm de lado serão necessárias para recobrir todo o piso dessa cozinha caso não haja quebra de ladrilhos? 300 lajotas.

b) Prevendo perdas, Jorge costuma comprar 10% a mais do que necessita. Quantas lajotas Jorge deverá comprar? 330 lajotas.

39. O imposto territorial rural praticado em uma cidade é de R$ 0,12 por hectare. Quanto deve pagar um agricultor cujo terreno tem estas dimensões? R$ 6,24.



Medidas indicadas em metros.

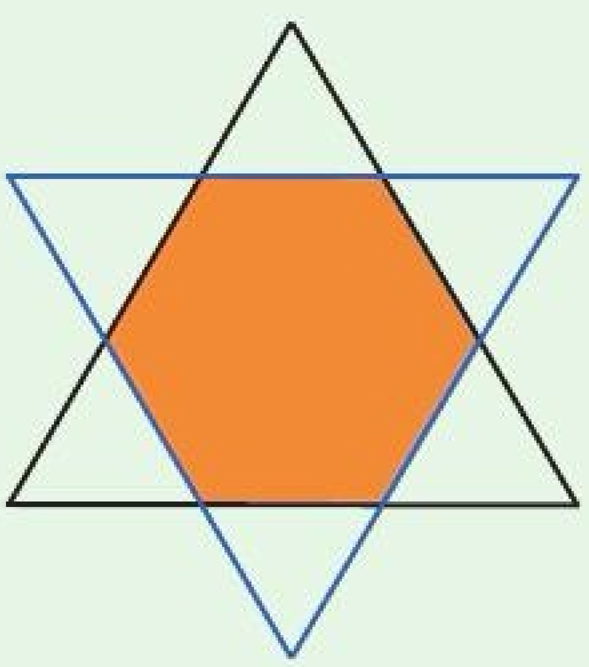
Investigue e explique

Junte-se a um colega, reflitam sobre a situação a seguir e encontrem respostas.

Todos os triângulos que existem na figura ao lado são equiláteros. Os triângulos maiores têm 36 cm² de área e os que formam as pontas das estrelas são de tamanhos iguais.

- Qual é a área da região pintada de laranja? 18 cm²

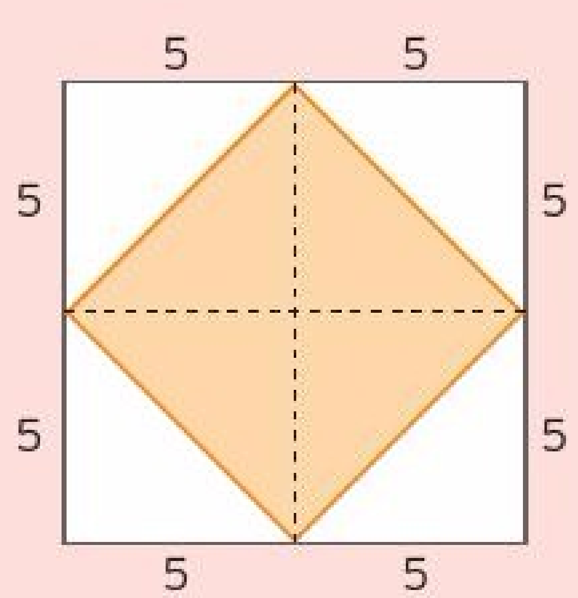
Espera-se que os alunos decomponham a figura em triângulos iguais os das pontas.



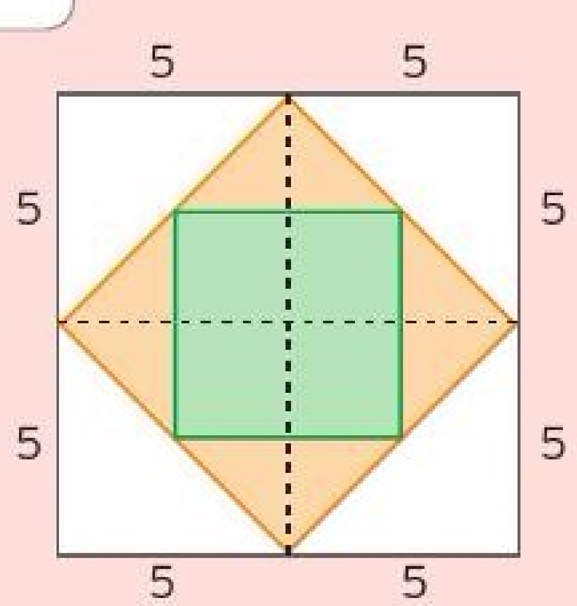
Desafio

Quadrado dentro de quadrado

Considere que o quadrado maior tem 10 centímetros de lado. 50 cm²; 25 cm².



THINKSTOCK/GETTY IMAGES



Leitura

Quantos somos? Que área ocupamos?

Há séculos, o ser humano vem modificando o ambiente em que vive.

Os registros indicam que o crescimento da população da Terra foi lento nos primeiros milênios da humanidade.

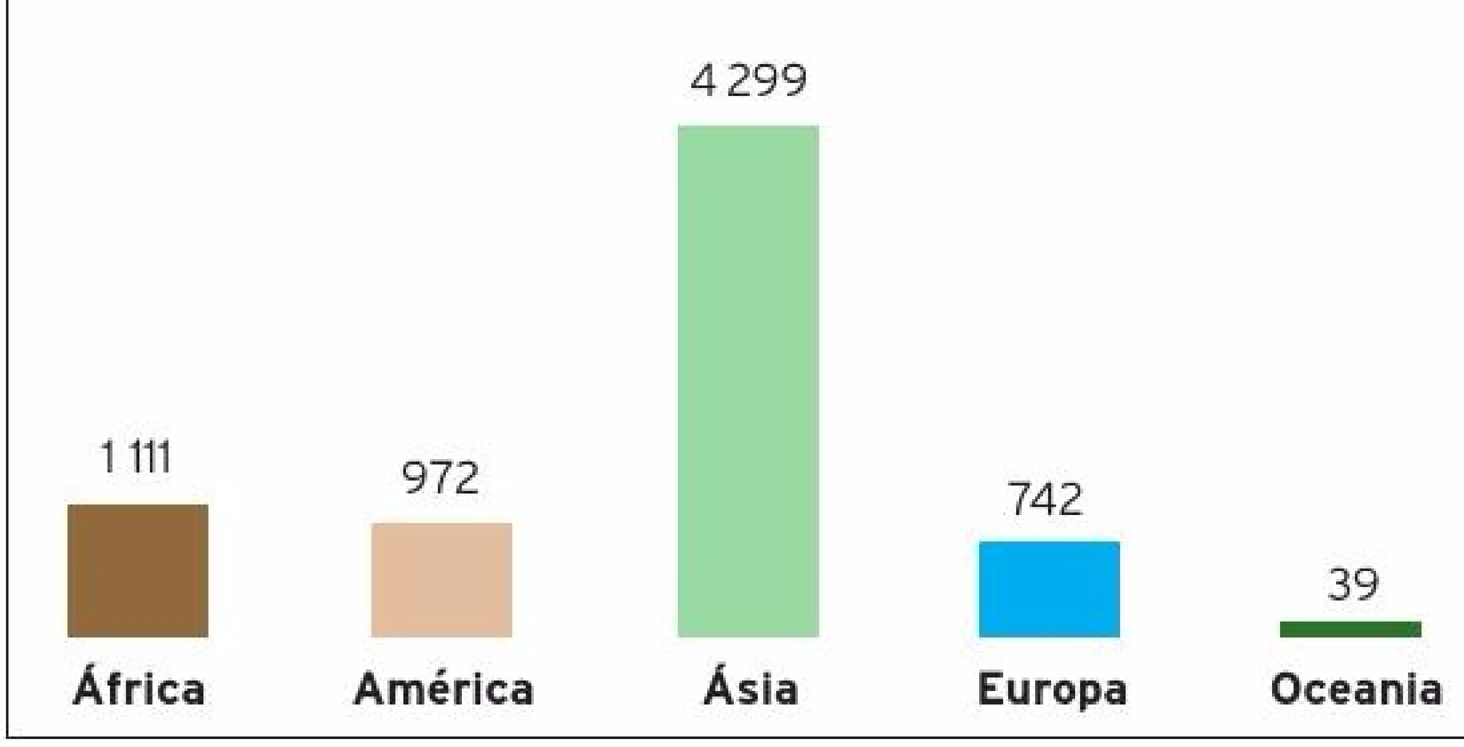
Porém, a partir da segunda metade do século XX...

... a população mundial cresceu muito, de forma desigual, de um país para outro e até dentro de um mesmo país.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Observe o gráfico a seguir.

Estimativa da população mundial por continente – 2013 (em milhões de habitantes)



Fonte: United Nations Demaographic Year Book 2013, p.49-50. Disponível em: <http://unstats.un.org/unsd/demographic/products/dyb/dubsets/2013.pdf> Acesso em: 21 mar. 2015.

A África, por exemplo, tem uma população aproximada de 1 111 milhão de habitantes, distribuída em uma superfície de 30,310 milhões de km², enquanto a Ásia tem uma população de 4 299 milhões de habitantes, distribuída em uma superfície de 44,080 milhões de km².

Esses dados mostram uma distribuição irregular da população sobre a superfície da Terra. Essa distribuição irregular da população mundial pode ser constatada pela densidade demográfica de cada continente, que é obtida por meio da divisão do número de habitantes do continente por sua extensão territorial, em quilômetros quadrados (km²). Por exemplo, observe a seguir a densidade demográfica da África e da Ásia de acordo com os dados apresentados.

África: $\frac{1111000000}{30310000}$, que é aproximadamente igual a 37 habitantes/km².

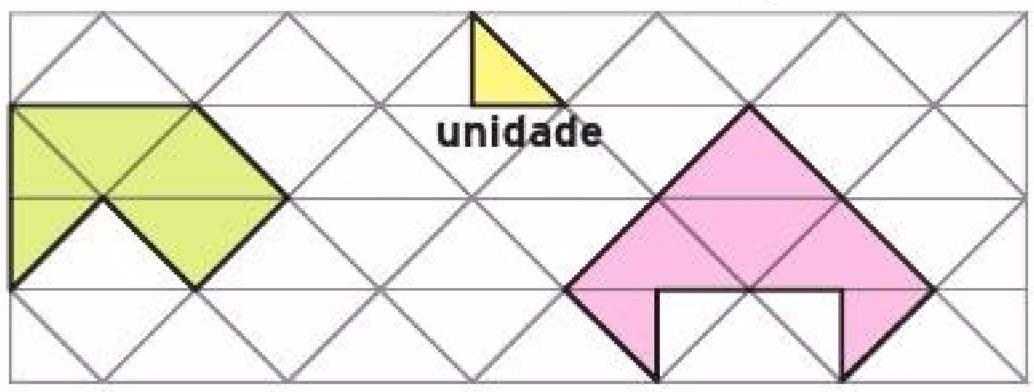
Ásia: $\frac{4299000000}{44080000}$, que é aproximadamente igual a 98 habitantes/km².

Note que, no continente asiático, o número de habitantes por quilômetro quadrado é maior que o dobro do número de habitantes por quilômetro quadrado no continente africano.

Revisão cumulativa e testes

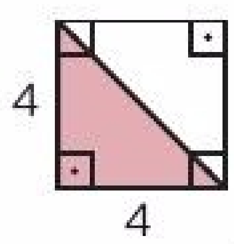
FAÇA NO CADERNO

1. Use um triângulo amarelo como unidade de área e determine a área de cada figura. 8 ◺, 10 ◺



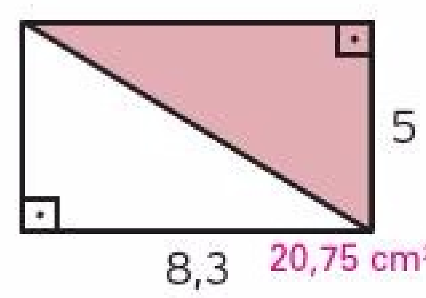
2. As medidas dos lados dos quadriláteros estão indicadas em **cm**. Calcule a área das regiões pintadas de lilás e de marrom:

a)



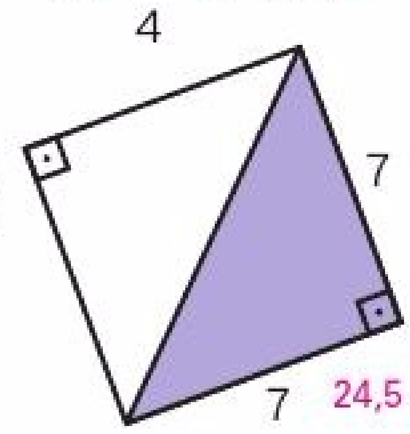
8 cm²

c)



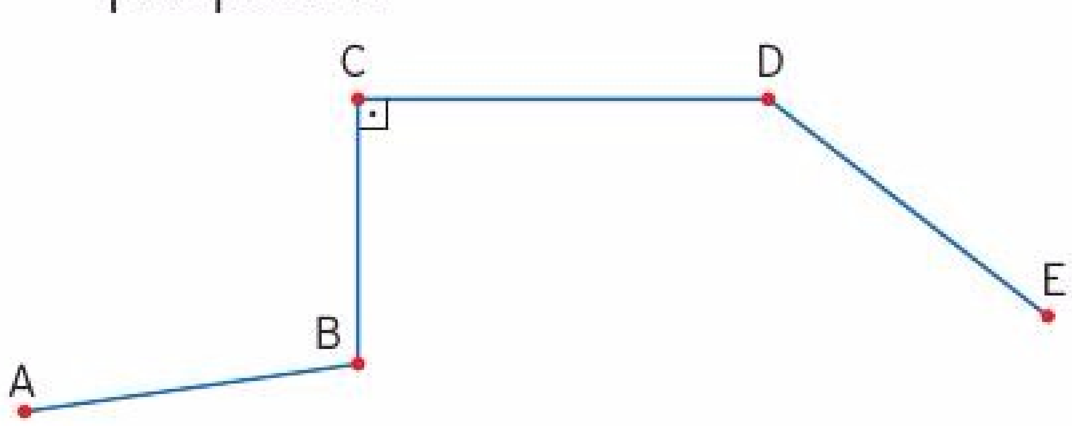
20,75 cm²

b)



24,5 cm²

3. Esta figura representa o percurso que um ônibus faz do ponto inicial **A** até a escola, indicada pelo ponto **E**.



Nesse percurso:

a) Quantas vezes o ônibus muda de direção? Três vezes.

b) Em que ponto a mudança de direção foi de um quarto de volta? No ponto C.

4. Qual é a soma dos múltiplos de 11 compreendidos entre 100 e 150? 506

5. Simone usou um palito de sorvete com 12,5 cm para medir o comprimento de uma mesa. Ela verificou que o palito coube 22 vezes ao longo da mesa. Qual é o comprimento da mesa em metros? 2,75 m

6. Marcos calculou $8{,}12 \times 0{,}09$ usando uma calculadora. Como a tecla da vírgula não estava funcionando, ele multiplicou 812 por 9 e obteve 7 308. O que Marcos deverá fazer para corrigir o resultado? Qual o resultado correto dessa operação? Dividir o resultado por 10 000; 0,7308.

7. Usando um telescópio espacial, astrônomos localizaram um planetoide que fica a 8 000 000 000 de quilômetros de distância do Sol. Esse número pode ser escrito na forma: d

a) $8 \cdot 10^{13}$
b) $8 \cdot 10^{11}$
c) $8 \cdot 10^{10}$
d) $8 \cdot 10^{9}$

8. Em um estacionamento existem 4 entradas e 5 saídas. Quantas são as possibilidades de escolha que uma pessoa tem, se entrar por uma das entradas e usar uma das saídas? c

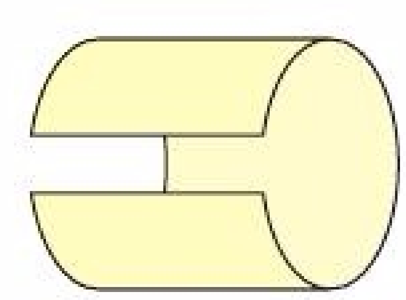
a) 9
b) 16
c) 20
d) 25

9. O número natural que devemos adicionar a 432 para que a soma seja o quadrado de 25 é: a

a) 193
b) 200
c) 482
d) 625

10. Enrolando uma folha de papel retangular, como na figura, e fechando-a com dois círculos, pode-se obter: d

a) um prisma.
b) uma pirâmide.
c) um cone.
d) um cilindro.



11. No rótulo de uma caixa de molho de tomate está indicado seu conteúdo: 450. Mas não é possível ler a unidade, pois ela está apagada. Dentre as unidades de medida a seguir, a mais adequada para completar a informação é: d

a) m² (metro quadrado).
b) kg (quilograma).
c) m (metro).
d) g (grama).

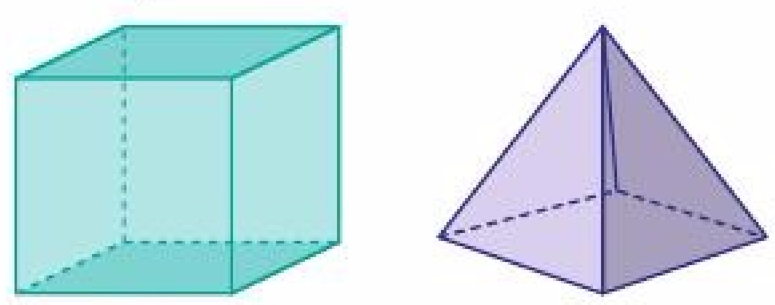
12. Em uma papelaria, os preços dos cartuchos de tinta de impressora são estes:

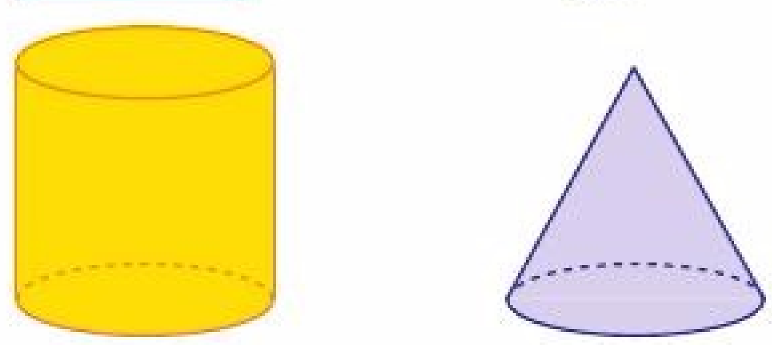
Cartucho de tinta	R$
Preta	52,80
Colorida	78,20

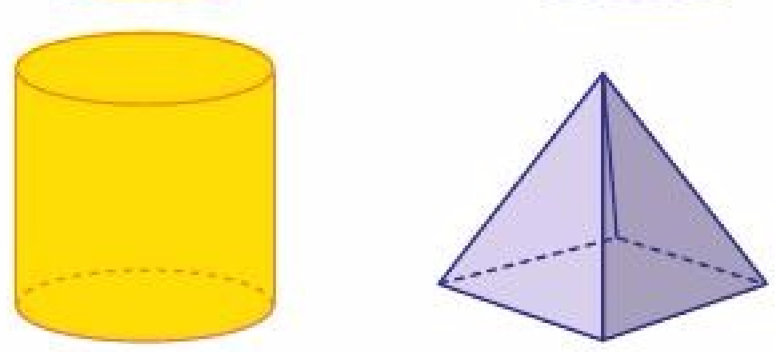
Paulo tem R$ 400,00 e comprou 2 cartuchos de tinta colorida. Com o dinheiro restante, a maior quantidade de cartuchos de tinta preta que poderá comprar é: c

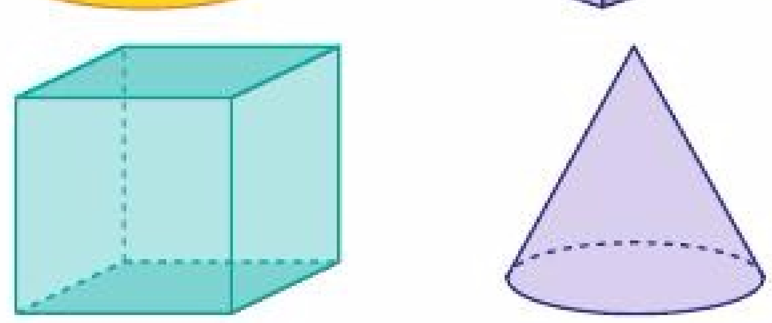
a) 3 cartuchos.
b) 2 cartuchos.
c) 4 cartuchos.
d) 1 cartucho.

13. (Saresp) Assinale a alternativa em que os dois sólidos geométricos representados só têm superfícies planas: a

a) 

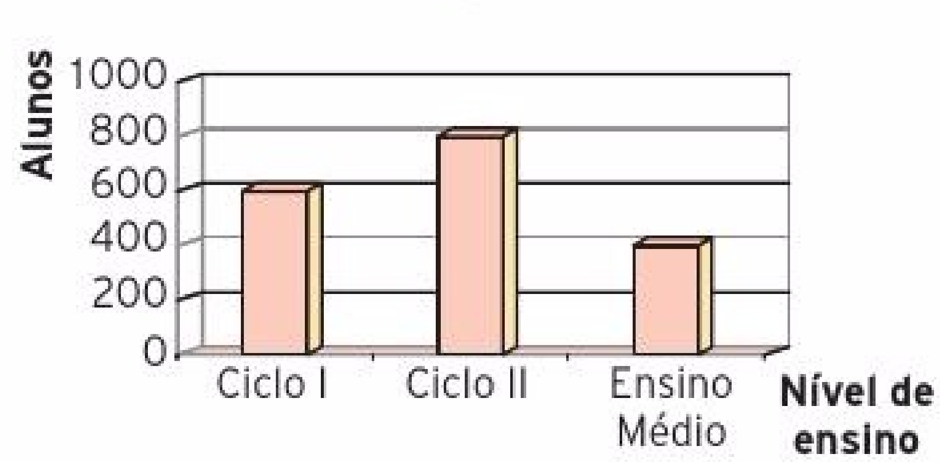
b) 

c) 

d) 

14. (SEE/SP) Este gráfico representa o número de alunos de uma escola. Analisando-o, podemos afirmar que: c

Número de alunos por nível de ensino



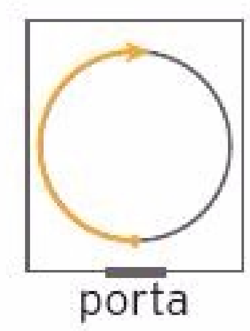
a) o total de alunos da escola é de 1600 alunos.

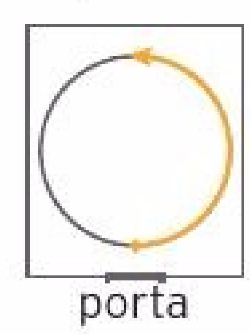
b) o número de alunos no Ciclo I do Ensino Fundamental é 400.

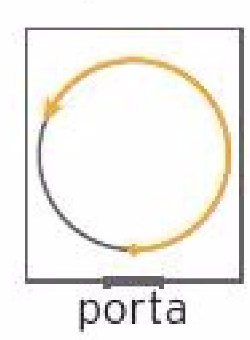
c) o maior número de alunos concentra-se no Ciclo II do Ensino Fundamental.

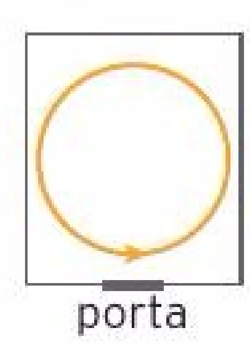
d) o número de alunos do Ensino Médio é maior que o número de alunos do Ciclo I do Ensino Fundamental.

15. Um aluno situa-se na frente da sala de aula e olha na direção da porta. Sem sair do lugar ele dá um giro de meia-volta à esquerda. A figura que melhor representa o movimento executado pelo estudante é: b

a) 

b) 

c) 

d) 

16. Faça estimativas e encontre a alternativa correta: c

a) A área do estado de São Paulo é cerca de 1 000 km^2.

b) João disse que sua fazenda tem mais de 30 hectares. A fazenda dele pode ter 280 000 m^2.

c) As páginas deste livro são retangulares com cerca de 27 cm de comprimento por 21 cm de largura. A área de cada página é de cerca de 0,06 m^2.

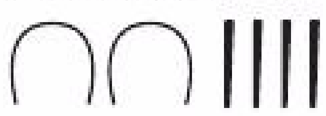
d) A distância de Curitiba, no estado do Paraná, a Belém, no estado do Pará, é de 1 000 m.

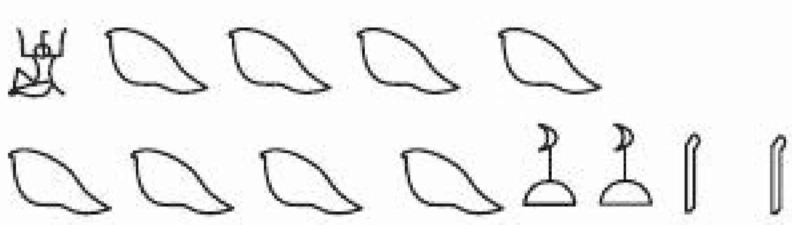
Respostas

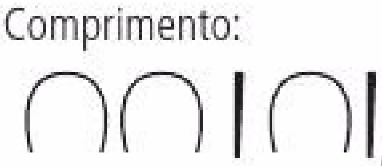
Unidade 1 – Números e suas representações

1. a) 39 (medida de temperatura); 40 (velocidade máxima permitida).
b) Resposta pessoal.
c) Como código.
d) Resposta possível: 38 (crianças)
e) Resposta pessoal.

2. a) CEP = Código de Endereçamento Postal.
b) É um código.
c) Resposta pessoal.
d) Resposta pessoal.

3. a) 
b) Resposta de acordo com o número de alunos matriculados na turma.

4. a) 1 422 000 cabras.
b) 

5. Comprimento:
;
Massa:


6. a) XIX
b) XLV
c) LXIV
d) XCVI
e) CLIX
f) MIX

7. a) 75
b) 139
c) 753
d) 2 246

8. a) 8 310
b) 1 008
c) 5 831

9. a) Sim. No item **c**.
b) Em nenhum deles.
c) Sim. No item **a**.

10. a) Respostas possíveis: 340 897; 743 098.
b) Sim; porque 073 948 é igual a 73 948.
c) 9; 900 000.
d) 034 789 ou 34 789; 30 000.

11. a) Maior que 1 hora.
b) 3 600 segundos.
c) 285 minutos.
d) 2 horas, 48 minutos e 45 segundos.

12. 88, 89, 98 e 99.

13. 112, 122, 132, 212, 222, 232, 312, 322, 332.

14. Rita

15. a) 783 000 000
b) 7 bilhões.

16. 10 algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Usando a calculadora p. 18

- Oito mil, setecentos e sessenta e cinco.
- 700 unidades.
- Resposta possível: Ele aumentou 10 vezes.
- Resposta possível: Digitando quaisquer dois algarismos, repetidos ou não. Exemplo: de 8 765 para 876 500.

17. Resposta possível: o valor posicional dos algarismos.

18. a) MDCCCLXXIX; MCMVI.
b) Um mil, oitocentos e setenta e nove; um mil, novecentos e seis.

19. a) 90
b) 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 e 99.
c) 82

20. a) 19 876 b) 20 341

21. Trezentos e oitenta e quatro mil.

22. a) 9; 1.
b) 2 – 2 000; 9 – 90 000; 3 – 300 000.

Desafios p. 20

Jogando dardos

- 1 110 pontos.
- 16 dardos. Acertando 4 na faixa 1 000, 5 na faixa 100 e 7 na faixa 1.

A brincadeira dos octetos e oitoctetos

- Respostas pessoais.

23. 2099; 2101.

24. a) 290
b) 5 700
c) 100 000

25. a) 200, 201, 202, 203
b) 197, 198, 199, 200
c) Resposta possível: 499, 500, 501, 502.

26. a) 17 dias b) R$ 1 700,00

27. a) 7 pregadores. b) 99 camisetas.

28. a) Respostas possíveis: A: 500; B: 750. Há outras possibilidades.

b) Respostas possíveis: C: 3 250; D: 5 000; E: 75 000. Há outras possibilidades.

29. a) <; b) =; c) >; d) >; e) <

30. Resposta pessoal.

31. Se um número terminar em 1, 3, 5, 7 ou 9 será um número ímpar; 10 005, 10 031 e 10 431 são ímpares. Há outras respostas.

32. a) Região Norte.

b) 280 000 km².

c) 1 400 000 habitantes.

33. a) 303, 305 e 307.

b) 1 478, 1 480, 1 482 e 1 484. Há outras respostas.

34. a) V

b) V

c) F

d) F

e) V

f) V

35. a) 147; 289; 301; 465; 483; 507; 649.

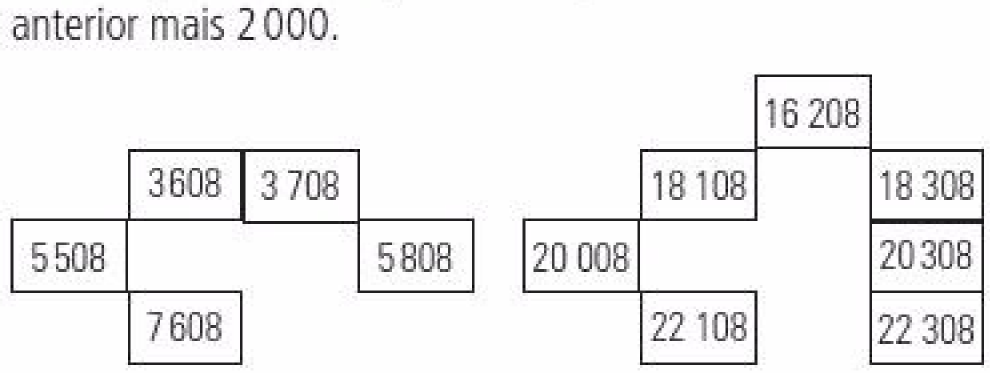
b) 507 + 649 = 1 156; a soma é um número par. Há outras respostas.

c) 301 + 147 = 448; a soma é um número par. Há outras respostas.

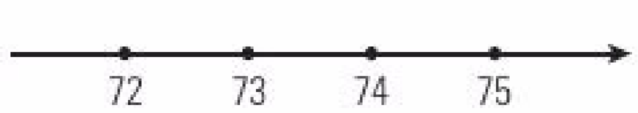
36. a) Da esquerda para a direita, a partir do segundo número, cada um é o anterior mais 100.

b) De cima para baixo, a partir do segundo número, cada um é o anterior mais 2 000.

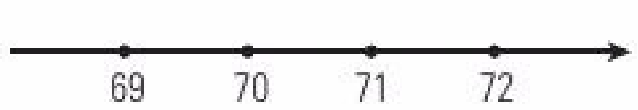
c)



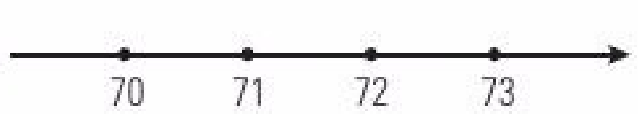
37. a)



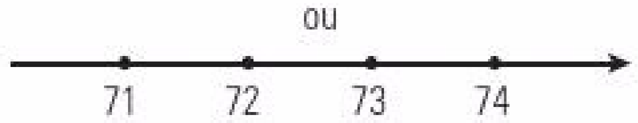
b)



c)



ou



38. a) Dezenas simples; centenas simples.

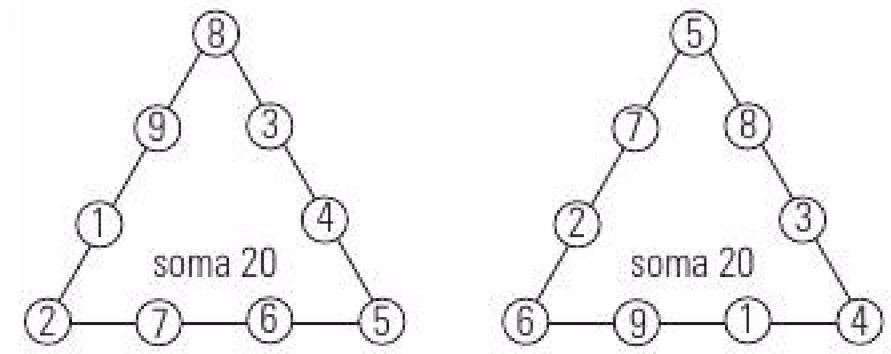
b) 2 767 000

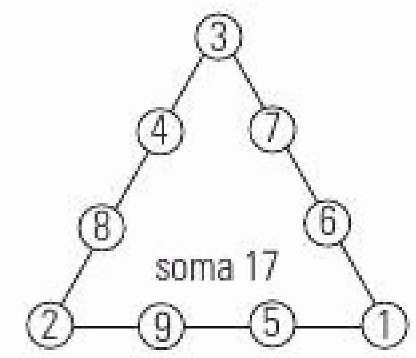
c) 6 627 898. Há outras respostas.

Desafios p. 27

Triângulos e números

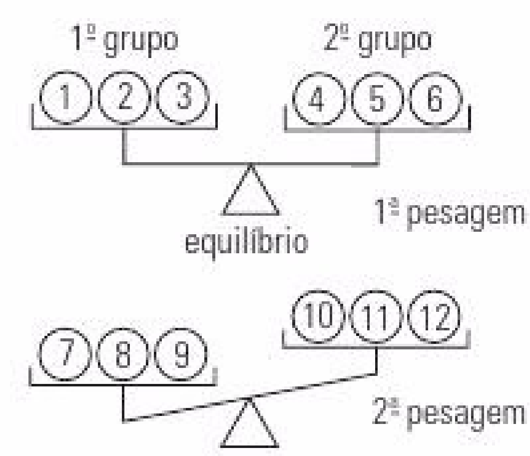
Respostas possíveis:



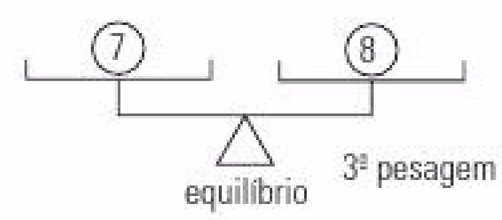


Usando balanças

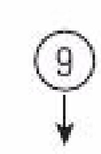
Separando as bolinhas em quatro grupos de três bolinhas, pode ocorrer:



Separando o 3º grupo, temos:



Ou seja:



Esta é a mais pesada.

Em três pesagens, é possível identificar a bolinha de gude diferente. Caso a balança se desequilibre na 1ª pesagem, a bolinha diferente poderá ser identificada na 2ª pesagem.

39. a) No eixo horizontal.

b) No eixo vertical.

c) Fevereiro.

40. Respostas pessoais.

41. a) César: 35.

b) Lucas: 10.

c) 10 pontos.

d) 120 pontos.

e) 1º: César; 2º: Paulo; 3º: Dario; 4º: Beto; 5º: Lucas.

42.

Jogadores	Beto	Paulo	César	Dario	Lucas
Pontos	20	30	35	25	10

43. Resposta pessoal.

Unidade 2 – Figuras geométricas

1. Figuras planas: B, C e E. Figuras espaciais: A e D.

2. Poliedros: A, C, E, F, G. Corpos redondos: B, D, H, I.

3. Resposta possível: os poliedros têm somente superfícies planas e não rolam em nenhuma posição.

4. A e III; B e I; C e IV; D e II.

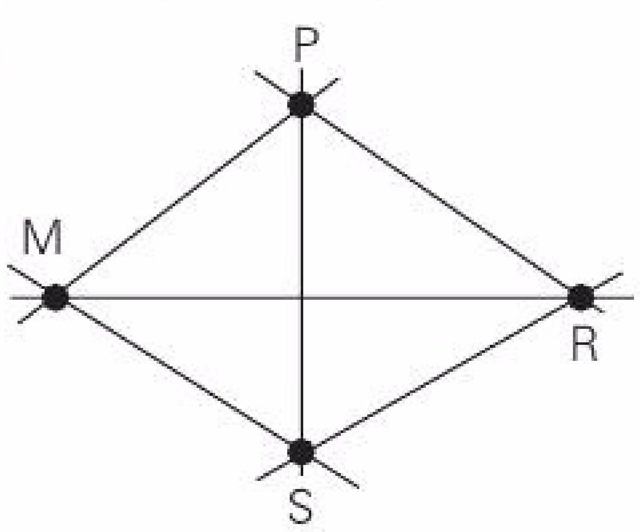
5. Não; um triângulo é o contorno de uma região triangular.

6. Resposta possível: Um furo feito com uma agulha em uma folha de papel.

7. Resposta possível: O percurso de um avião quando ele levanta voo.

8. Resposta possível: A superfície do quadro de giz; o teto da sala de aula; a superfície da quadra de esportes.

9.



10. a) Prisma pentagonal.

b) Resposta pessoal: C, D e G; vértices.

c) Resposta possível: $\overline{EH}$ ou $\overline{IJ}$.

11. Em um cubo, as faces são regiões quadradas; em um paralelepípedo qualquer, as faces são regiões retangulares, quadradas ou não.

12. a) Paralelepípedo ou bloco retangular.

b) 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

13. a) 7

b) M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V.

c) $\overline{MQ}$, $\overline{QP}$, $\overline{PO}$, $\overline{ON}$, $\overline{NM}$, $\overline{VU}$, $\overline{UT}$, $\overline{TS}$, $\overline{SR}$, $\overline{RV}$, $\overline{VM}$, $\overline{UQ}$, $\overline{TP}$, $\overline{SO}$, $\overline{RN}$.

14.

Poliedro	V	F	A
A	8	6	12
B	4	4	6
C	10	7	15
D	6	5	9
E	7	7	12

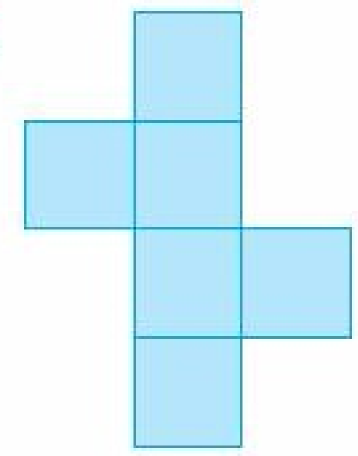
15. a) A

b) A e C.

c) C

16. b, c, f.

17.



18. A e D, respectivamente.

19. a) As faces são figuras planas. As bases têm 4 arestas. Há outras respostas.

b) No paralelepípedo, todo vértice é o encontro de 3 arestas, enquanto na pirâmide há um vértice que é o encontro de mais de 3 arestas. Existem outras respostas.

20. a) Cubo.

b) Esfera.

c) Cilindro.

d) Cone.

e) Paralelepípedo.

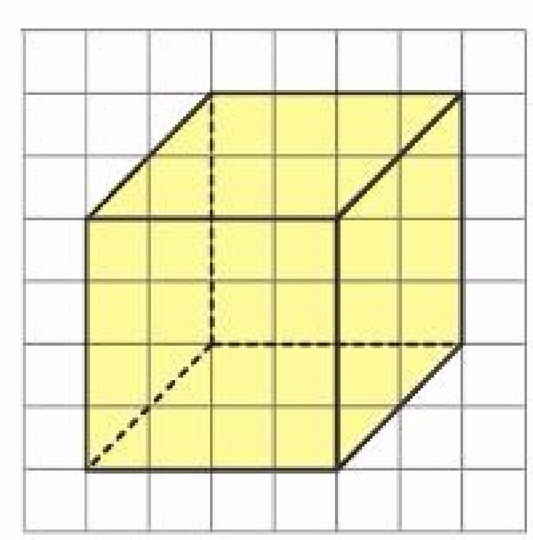
21. $\overline{AB}$ e $\overline{HE}$. Há outras respostas.

22. a) 3 cm; 3 cm.

b) Comprimento, altura e largura têm a mesma medida.

23. Comprimento: 5 cm; largura: 4 cm; altura: 6 cm.

24.



25. Tetraedro: poliedro com 4 faces; hexaedro: poliedro com 6 faces; octaedro: poliedro com 8 faces.

26. Uma esfera.

27. Resposta possível: porque a esfera tem uma superfície arredondada.

28. Respostas possíveis:

a) A esfera tem toda a superfície arredondada e o cilindro tem duas superfícies planas.

b) O cone tem uma base e o cilindro tem duas bases.

29. Resposta pessoal.

Desafio p. 45

Planificações surpreendentes

- O sólido é um octaedro.

Unidade 3 – Operações com números naturais

1. 950 cocadas.

2. 2 087 alunos.

3. 1 755 livros.

4. 90 000 km

5.

Total de pagantes
1 324
4 632
5 734

6. 22 269 torcedores.

7. 190 732 694 habitantes.

8. a) Calculando a soma dos pontos marcados por cada jogador nos dois jogos.
b) Pedro.

9. a) Micro-ondas e fogão; micro-ondas e refrigerador; micro-ondas e lavadora de roupas; fogão e lavadora de roupas.
b) R$ 1 199,00; R$ 1 724,00; R$ 1 546,00; R$ 2 053,00

10. R$ 493,00

11. a) 34 anos.
b) 2004

12. a) 1554
b) 536 anos.

13. Prejuízo; R$ 5 027,00.

14. 849 livros.

15. a) Resposta possível: ela poderia ter pago a conta com uma cédula de R$ 100,00 a menos.
b) 17 cédulas, sendo 15 cédulas de R$ 20,00 e 2 cédulas de R$ 5,00.

16. 150 pessoas.

17. 32 km. Cálculo mental possível: Do segundo ao sétimo dia, andei 5 km em cada dia ($2 + 3 = 5$); portanto, andei 30 km nesses seis dias ($5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$); acrescentando o que andei no primeiro dia são, ao todo, 32 km.

18. A = 9, B = 8; C = 7; D = 1; E = 2; F = 3; os números são 987 e 123; e a diferença, 864.

19. R$ 21 131,00

20. a) 95 736 km^2
b) Rio Grande do Sul.
c) 82 422 km^2

21. 6 054; 27 326; 22 300; 14 533; 11 000

22. a; c; d; e

23. b

24. Respostas possíveis:

Despesas (R$)	Pagamento (R$)	Troco (R$)
17,00	20,00 + 2,00	5,00
65,00	100,00 + 5,00	40,00
126,00	150,00 + 1,00	25,00

25. a) 50
b) 79
c) 96
d) 500

26. a) Não, mas se o caixa descontar R$ 1,00 sim.
b) Resposta possível: dando ao caixa uma moeda de R$ 1,00 ou uma cédula de R$ 2,00.

Desafios p. 61

O quadrado mágico

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Adições e fichas

- Respostas possíveis: 9, 1 e 5; 8, 3 e 4; 7, 6 e 2.

27. a) Resposta possível: Multiplicação.
b) Resposta possível: Organização retangular.
c) 60 ovos; 600 ovos.

28. a) Resposta possível: Como as parcelas são iguais, a soma pode ser indicada por 6×50.
b) Resposta pessoal.
c) 300
d) $6 \times 50 = 300$

29. a) 144 ($6 \times 6 \times 4$)
b) 1 575
c) 1 360

30. 6 duplas.

31. 1 776 pneus.

32. a) R$ 50,00 b) R$ 10,00 c) R$ 30,00

33. 3 069 livros.

34. 608 passageiros.

Usando a calculadora p. 64

a) 90; 5 teclas

b) 738; 6 teclas

35. a) 14; 28

b) 4; 332

36. a) 7 980

b) $8 \times 9 \times 10 = 720$ ou

$9 \times 10 \times 11 = 990$ ou

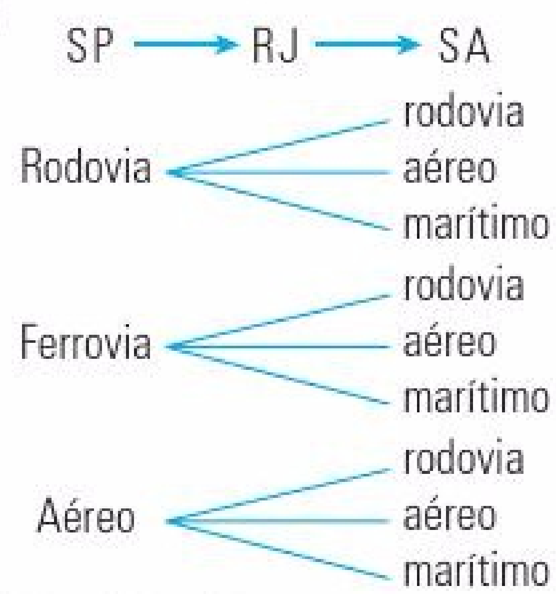
$10 \times 11 \times 12 = 1\,320$

37. a)
$$\begin{array}{r} 203 \\ \times\ 36 \\ \hline 1\,218 \\ +\ 609\ \ \\ \hline 7\,308 \end{array}$$
b)
$$\begin{array}{r} 415 \\ \times\ 108 \\ \hline 3\,320 \\ +\ 415\ \ \ \ \\ \hline 44\,820 \end{array}$$

38. a) 788 picolés.

b) 172 picolés.

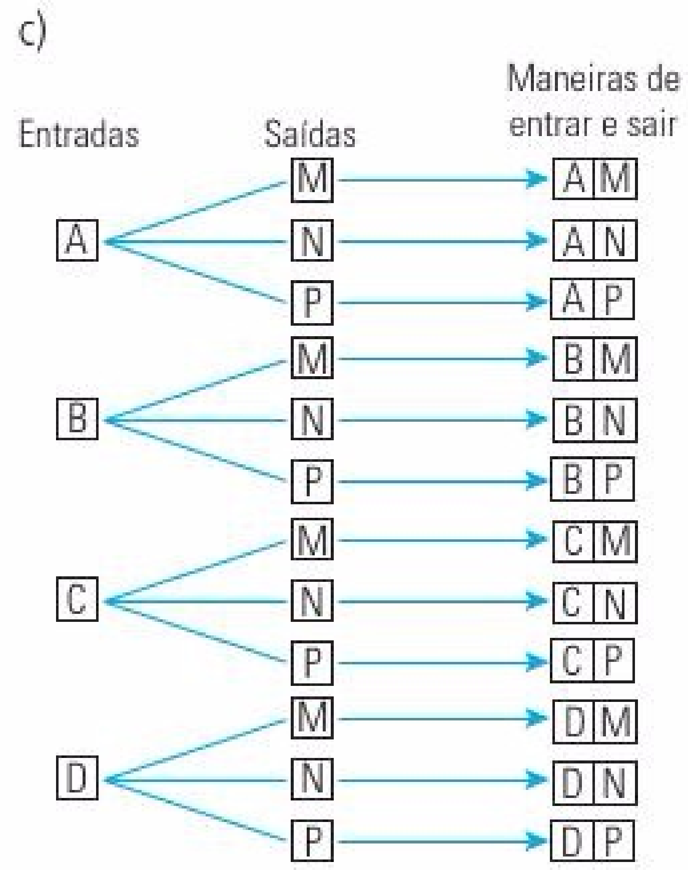
39. 9



40. a) AM, AN e AP.

b) $4 \times 3 = 12$

c)



41. a) 1 080 b) 360

42. a) 840

b) 25 800

43. Resposta pessoal.

44. a) $6 \times 10 + 6 \times 5$

b) $4 \times 8 - 4 \times 7$

45. Resposta possível: aplica-se a propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração. A diferença apresentada é igual a $87 \times (16 - 6)$, ou seja, 87×10, que é igual a 870.

46. a) 480

b) 1 390

c) 15 060

Usando a calculadora p. 69

Respostas possíveis:

a) × 4 = c) − 5 =

b) × 1 0 0 =

47. a) 38

b) Quociente.

c) Divisão não exata.

48. a) Igual a 10, porque 10×3 é igual a 30.

b) E = 3; 3×50 é igual a 150.

49. a) A primeira situação, porque, na segunda o resto, 120, é maior que 20 e ele poderá continuar a distribuição que está fazendo.

b)
$$\begin{array}{r|l} 320 & 20 \\ \cline{2-2} 0 & 16 \end{array}$$

50. a) 12; 0 d) 106; 15 g) 110; 26

b) 132; 0 e) 54; 0 h) 304; 9

c) 12; 0 f) 71; 1

51. 35 alunos.

52. a) 937 embalagens. c) 3 220 potes com iogurte.

b) 2 035 embalagens.

53. a) 20 habitantes por km².

b) Resposta pessoal.

Desafio p. 72

Quantas de 10 e quantas de 20?

- 13 moedas de 10 centavos; 7 moedas de 20 centavos.

54. 17

55. 14 630

56. $674 \times 73 + 50 = 49\,202 + 50 = 49\,252$. Os resultados estão corretos.

57. 5

58. Não, porque o resto é maior que o divisor.

59. 120

60. 817

61. a) $\begin{array}{r|l} 139 & 12 \\ \cline{2-2} 7 & 11 \end{array}$ ou $\begin{array}{r|l} 139 & 11 \\ \cline{2-2} 7 & 12 \end{array}$

b) $\begin{array}{r|l} 225 & 15 \\ \cline{2-2} 0 & 15 \end{array}$

c) $\begin{array}{r|l} 1\,432 & 56 \\ \cline{2-2} 32 & 25 \end{array}$ ou $\begin{array}{r|l} 1\,432 & 25 \\ \cline{2-2} 32 & 56 \end{array}$

d) $\begin{array}{r|l} 755 & 41 \\ \cline{2-2} 17 & 18 \end{array}$ ou $\begin{array}{r|l} 755 & 18 \\ \cline{2-2} 17 & 41 \end{array}$

62. 80 caixas.

63. 8×20

64. Respostas possíveis:
a) R$ 100,00
b) R$ 210,00
c) R$ 1 200,00

65. 10 queijos.

66. 18 filas.

67. 69

68. 120 min

69. 360 voltas.

70. 4 desenhos animados.

71. a) Errado.
b) Certo.

72. 28

73. a) 0, 1, 2, 3, 4
b) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11

74. a) $n = 68$
b) $y = 450$

75. Resposta possível: Primeiro, calculo os produtos: $6 \times 8 = 48$, $2 \times 7 \times 5 = 70$ e $9 \times 7 = 63$. Em seguida, calculo a soma e a diferença, na ordem em que elas aparecem. O resultado é 55.

76. a) Manuela: 34; Paula: 295. Não.
b) A expressão proposta por Manuela.

77. a) $18 - (8 - 2) = 12$
b) $350 + 100 - (50 + 10) = 390$

78. a) 87 b) 33

79. a) 864
b) 12 537

80. 67

81. a) $x = 198$
b) $v = 0$
c) $y = 233$
d) $z = 185$

82. a) 45
b) 15
c) 145
d) 55

83. 712

84. $284 + 462 + 758 = 1\,540$

85. a) Par.
b) 2 081

86. 20 cm

87. R$ 324,00

88. 323 pares.

89. Alberto: 42 kg; Cláudio: 58 kg; Dênis: 67 kg.

90. Resposta possível: 176 e 73; 183 e 80; 1 103 e 1 000; 2 610 e 2 507.

91. A e B: 38 alunos; C: 42 alunos.

92. 426 vacas.

93. 24 ônibus.

94. a) Resposta possível: Calcule o total de mangas e divida o resultado por 3. Em seguida, tire da caixa A uma quantidade de mangas igual à diferença entre a quantidade de mangas da caixa A e o quociente obtido. Distribua as mangas tiradas da caixa A entre as caixas B e C de maneira que elas tenham a quantidade de mangas que restou na caixa A.
b) Resposta pessoal. Cada caixa fica com 173 mangas.

95. Cara ou coroa.

96. 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

97. a) 2 e 6; 3 e 5.
b) 1 e 5; 2 e 4; 3 e 3.

98. a) 1 e 3.
b) Par.
c) 1 e 1; 1 e 5; 2 e 2; 2 e 4; 2 e 6; 3 e 3; 3 e 5; 4 e 4; 4 e 6; 5 e 5; 6 e 6.
d) 1 e 2; 1 e 4; 1 e 6; 2 e 3; 2 e 5; 3 e 4;3 e 6; 4 e 5; 5 e 6.

Desafios p. 82

Comemoração fim de ano

- Renato: R$ 45,00; Sérgio: R$ 9,00; Maurício: R$ 9,00.

Vermelha ou azul?

- Vermelha, porque há mais bolinhas vermelhas do que azuis.
- Resposta possível: Colocar 2 bolinhas azuis no vidro.

Unidade 4 – Potência e raiz quadrada

1. 4^5

2. 5^2, 25

3. a) 64
b) Calculando $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
c) 2^5

4. a) 8^4
b) 7^3

5. a) 1 024
b) 10 000
c) 0

6. a) 3
b) 1
c) 1
d) 10
e) 1
f) 247
g) 1
h) 1

7. a) $3 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 4 \times 10 + 2$
b) $2 \times 10^3 + 3 \times 10 + 6$
c) $3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10 + 9$

8. a) 2×10^8
b) 2×10^3; 6×10^9.

9. a) 32
b) 20
c) 90
d) 56

10. a) 3
b) 18
c) 48

11. 12

12. a) 25
b) 11 000
c) 49
d) 144
e) 144
f) 921

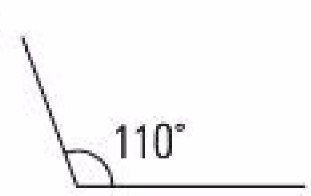
13. a) 1
b) 0
c) 1 004
d) 192

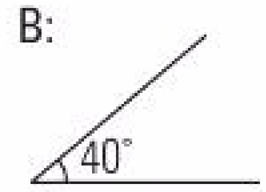
Usando a calculadora p. 92

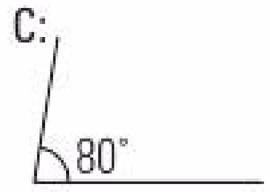
- 1 024; Resposta pessoal.
- 1 024
- a) 4 096
  b) 1 024
  c) 6 561
  d) 15 625

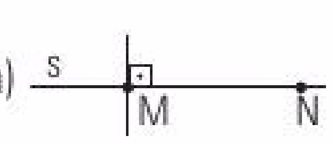
Unidade 5 – Ângulos

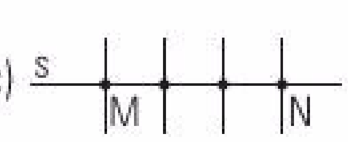
1. Ângulo reto.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal.
4. a) B; C; D; E; F; G.
b) B; C; F.
c) D; G.
5. Por um ângulo.
6. Semirreta.
7. Por três letras maiúsculas, com o vértice no meio de duas e com acento circunflexo, ou apenas com o vértice com acento circunflexo.
8. Ângulo raso.
9. a) C
b) B
10. $D\hat{I}H$ e $F\hat{G}H$; $J\hat{K}L$ e $K\hat{L}M$; $V\hat{N}M$ e $N\hat{V}O$
(Existem outras respostas.)
11. Lados: $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$; vértice A.
12. a) B; C; D.
b) Obtuso; reto.
c) 120°
13. 180°
14. 30°; 110°
15. Ângulo agudo: C; ângulo obtuso: A

16. A: 

B: 

C: 

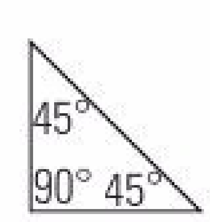
17. a) Resposta possível: As linhas do caderno.
b) Resposta possível: Duas linhas que se cruzam no canto da parede.
18. b; c.
19. **t** e **s** são perpendiculares porque são concorrentes e formam entre si ângulos retos.
20. B e C
21. a) Dado
b) 2S; 7S; 8B
22.
a) 

c) 

b) 

São retas paralelas entre si.

23. a) e b) 



c) 135°; 135°; 45°; 45°.

24. a) a, b; a, c; a, d; a, e; b, c; b, d; b, e; c, d; c, e; d, e.
b) Resposta possível: c, d; a, b; d, e.

25. a) Paralelas: **x** e **y**, **x** e **z**, **y** e **z**, **r** e **s**, **r** e **t**, **s** e **t**.
b) Concorrentes: **x** e **r**, **x** e **s**, **x** e **t**, **y** e **r**, **y** e **s**, **y** e **t**, **z** e **r**, **z** e **s**, **z** e **t**.

Unidade 6 – Múltiplos e divisores

1. 15 latas.

2. a) 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40
b) Não, porque na sequência do item anterior, depois de 40 vem 44, 48, 52, e 50 não faz parte dela.
c) Resposta possível: Na sequência numérica do item a, cada número a partir do segundo é o anterior mais 4.

3. a) São números triangulares.
b) 55

4. Resposta possível: 1 e 20.

5. Em 18 grupos de 5 candidatos ou em 15 grupos de 6 candidatos.

6. a) 2×32; 4×16.
b) 2×20; 5×8.
c) 5×20; 1×100.
(Existem outras respostas.)

7. a) 2, 4, 16, 32
b) 2, 5, 8, 20
c) 1, 5, 20, 100

8. Laura poderá fazer 20, 40 ou 80 quibes que não haverá sobras porque são divisíveis por 5 ou por 8. Quanto aos 100 quibes, ela poderá embalá-los todos em caixas para 5 quibes, mas não em caixas para 8 quibes, pois 100 não é divisível por 8.

9. Resposta possível: Não; porque ele não é um número par.

10. Não; resposta possível: 16 362.

11. b, d, f.

12. b, c, e, f
Sim.

13. b, d, e.

14. a) 4 b) 8 c) 0 ou 9 d) 8

15. 4 131, 4 134.

16. Resposta possível: Sim; porque termina em 5.

17. a) Resposta possível: Sim; porque termina em zero.
b) Resposta possível: Sim; porque termina em zero.
c) Sim.

18. a) Não; porque não termina em zero.
b) Não; porque não termina em zero.
c) Resposta pessoal.
d) Sim.

19. a) Resposta possível: $9 \times 4 = 36$
b) Resposta pessoal.
c) 2, 4, 6 e 9. (Existem outras respostas.)
d) Sim; quadrado de 6 por 6.

20. Não, porque ele não é um número par. Sim, porque $2 + 3 + 7$ é 12, que é divisível por 3.

21. (A): e, g, h; (B): d, f; (C): c

22. a) 5 b) 2

23. b, c

24. b, c

25. Zero.

26. a) Resposta possível: 2 058, 2 508, 5 028 e 8 205.
b) Sim
c) Sim, porque $0 + 2 + 5 + 8$ é igual a 15 e 15 é divisível por 3.

Usando a calculadora p. 116

- Sim.
- Sim.

27. a) 45 316 e 9 624.
b) Sim; 45 316 e 9 624.
c) Sim; 9 624.

28. a) Sim; não.
b) Sim; não.
c) 0

29. 984

30. 30

31. a, b, d, f.

32. a) 998 b) 995 c) 999

33. a) Sim.
b) Resposta possível: 88 620; sim.
c) Não é possível; só conseguimos escrever números pares, e $2 + 0 + 8 + 8 + 6 = 24$, que é divisível por 3.

34.

Número	É divisível por		
	2	3	6
138	x	x	x
309		x	
456	x	x	x
514	x		
606	x	x	x
666	x	x	x
780	x	x	x

35. a)

Valor de **n**	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Valor de **4 · n**	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48

b) 16; 64. Calculando o valor de $4 \cdot n$, para **n** igual a 16; $4 \cdot 16 = 64$.

36. Falsa.
Verdadeira.

Desafio p. 119

CDs e promoções

- 3 na Som Bom; 4 na Bom Som; R$ 72,00

37. a) Não. c) Não. e) 1 e 53.
b) Não. d) Não. f) Sim.

38. Não; porque tem apenas um divisor, o próprio 1.

39. $7 + 2$; $37 + 13$. (Existem outras respostas.)

40. $2 \times 3 \times 5$

41. 13; 97

42. 104, 150, 186 (Existem outras respostas.)

43. 104, 200, 216 (Existem outras respostas.)

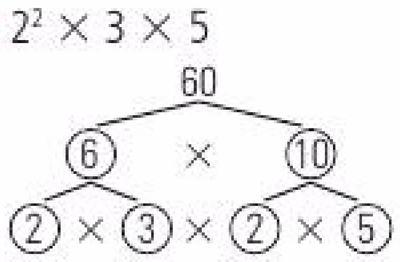
Usando a calculadora p. 122

- a, c, d, e.

44. $2 \times 2 \times 3$

45. a) 8×10
b) $2 \times 4 \times 10$
c) $2 \times 2 \times 5 \times 4$
(Existem outras respostas.)

46. $2^2 \times 3 \times 5$

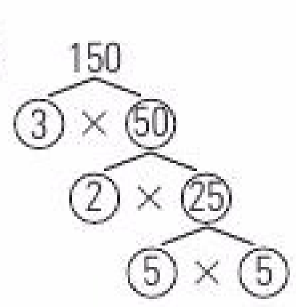


47. a) $2^3 \times 3^2$
b) $2^3 \times 3 \times 5$
c) $2^3 \times 5^2$

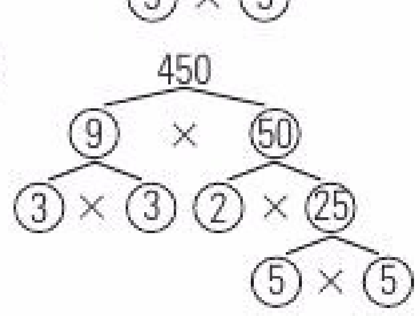
48. a) $2^4 \times 3$ c) $2^2 \times 5^2$
b) $2^4 \times 5$ d) 13^2

49. $2^4 \times 3^2$

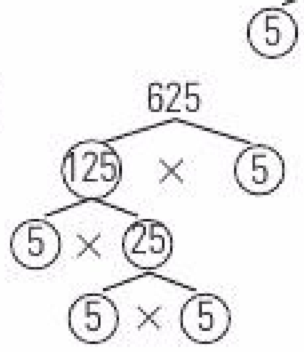
50. a)



b)



c)



- $2 \times 3 \times 5^2$; $2 \times 3^2 \times 5^2$; 5^4.

51. a) Resposta possível: 6, 7 e 10.
b) 3, 11 e 13.

52. a) 42 c) 30 e) 135
b) 40 d) 63 f) 160

53. Resposta possível: 3, 9, 35, 45, 63.

54. a) Sim; porque $14 = 2 \times 7$, e 2 e 7 são fatores desse número.
b) Resposta possível: 1, 30, 35, 70.

55. a) 10 b) 18 c) 45

56. a) 30 b) 27 c) 50 d) 52

Desafio p. 126

Empilhando CDs

- 133 CDs (Existem outras respostas.)

57. a) D (30): 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.
b) D (100): 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100.
c) 1, 2, 5, 10

- 10

58. a) 24
b) 550

59. a) 6
b) 8
c) 15
d) 12

60. Porque 48 é o produto de 6 por 8.

61. 180; calculando 6×30.

62. Respostas possíveis.
a) 4, 32, 40
b) 100, 125, 305
c) 1 000, 1 010, 3 850

63. 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ...

64. 2 025

65. a) 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144; 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140.
b) 0, 60 e 120.
c) 300 (Existem outras respostas.)
d) 60

66. a)
$$\begin{array}{r|l} 12, 15 & 2 \\ 6, 15 & 2 \\ 3, 15 & 3 \\ 1, 5 & 5 \\ 1, 1 & \end{array}$$
m.m.c. (12, 15) = 60

c)
$$\begin{array}{r|l} 4, 5, 12 & 2 \\ 2, 5, 6 & 2 \\ 1, 5, 3 & 3 \\ 1, 5, 1 & 5 \\ 1, 1, 1 & \end{array} \quad \left.\begin{matrix} \\ \end{matrix}\right\} 2^2$$
m.m.c. (4, 5, 12) = 60

b)
$$\begin{array}{r|l} 30, 48 & 2 \\ 15, 24 & 2 \\ 15, 12 & 2 \\ 15, 6 & 2 \\ 15, 3 & 3 \\ 5, 1 & 5 \\ 1, 1 & \end{array}$$
m.m.c. (30, 48) = 240

67. a) 70 b) 48 c) 45 d) 160 e) 60 f) 72 g) 84 h) 540

Desafio p. 131

Grande prêmio

- R$ 0,12
- 5 selos; 6 selos.

68. a) 60 b) 60 c) 60

- m.m.c. (a, b) = b

69. 252, 378, 504 e 630. (Existem outras respostas.)

70. a) $2^3 \times 3^2 \times 5$ b) 360

71. 1 575

72. 20 horas e 36 minutos.

Unidade 7 – Polígonos

1. a) A, B, D; b) B, D; c) B, D; d) B, D

2. a) 5
b) $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$ e $\overline{GC}$

3. a) Retângulo, quadrado ou quadrilátero.
b) Resposta pessoal.
c) 4; 4

4. a) Pentágono. b) Octógono c) Decágono.

5. a, b.

6. a, b, d

7. Sim, porque tem pelo menos dois lados com medidas iguais.

8. a) Equilátero: A.
Isósceles: A, C e D.
Escaleno: B e E.
b) Triângulo retângulo: C.
Triângulo acutângulo: A, D.
Triângulo obtusângulo: B e E.

9. a) Para dar rigidez aos portões.
b) Triângulos retângulos.

10. a) $\overline{DA}$
b) $\overline{OP}$

11. a) Retângulos. b) Losangos. c) Quadrados.

12. Lados: $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HE}$
Vértices: E, F, G, H
Ângulos: $E\hat{F}G$, $F\hat{G}H$, $G\hat{H}E$, $H\hat{E}F$

13. Losango.

14. a) Retângulo. b) Quadrado. c) Paralelogramo. d) Trapézio. e) Losango. f) Paralelogramo.

15.

Propriedades	Trapézio	Paralelogramo	Retângulo	Losango	Quadrado
1 par de lados paralelos	x	x	x	x	x
2 pares de lados paralelos		x	x	x	x
Todos os ângulos retos			x		x
Todos os lados de medidas iguais				x	x

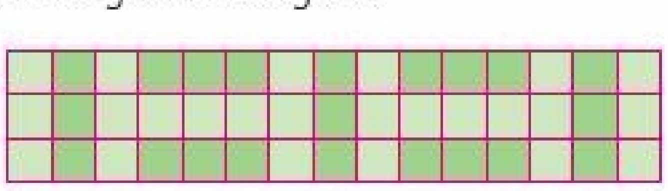
a) Observando a tabela preenchida, o único que aparece com todas as linhas assinaladas é o quadrado.
b) Resposta possível: Sim, pois apresenta 2 pares de lados paralelos, e todos os ângulos internos são retos.
c) Resposta possível: Sim, pois apresenta todas as propriedades: dois pares de lados paralelos e todos os lados de mesma medida.
d) Não. Justificativa possível: Alguns retângulos apresentam pares de lados com medidas distintas entre si.

Desafio p. 144

Identificando polígonos

- 9 retângulos.
- 16 triângulos.
- 12 triângulos retângulos.

16.

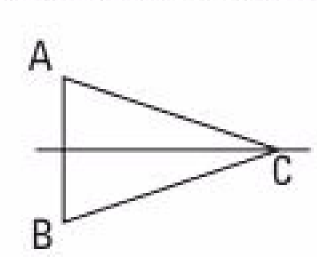


(Existem outras respostas.)

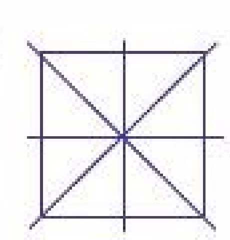
17.

(Existem outras respostas.)

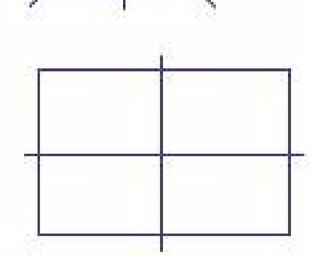
18. Sim.



19.



Não tem eixo de simetria.



20. Em C.

Unidade 8 – Números racionais: representação fracionária

1. a) A parte pintada de cada figura pode ser representada pela fração $\frac{1}{2}$.
b) Sim.

2. a) $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{5}$
b) $\frac{3}{5}$

3. $\frac{4}{6}$; $\frac{1}{6}$.

4. a) $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$
b) $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$
c) $\frac{1}{8}$ e $\frac{7}{8}$
d) $\frac{1}{8}$ e $\frac{7}{8}$
e) $\frac{1}{64}$ e $\frac{63}{64}$

5. a) $\frac{1}{7}$
b) $\frac{1}{7}$
c) $\frac{4}{7}$
d) $\frac{3}{7}$

6. a) 12 cubos.
b) $\frac{1}{12}$

7. $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{1\,000}$ e $\frac{13}{15}$, sete nonos; três oitavos; nove décimos; dezessete vinte e três avos.

8. a, b, e, f

9. $\frac{35}{12}$ ou $2\frac{11}{12}$

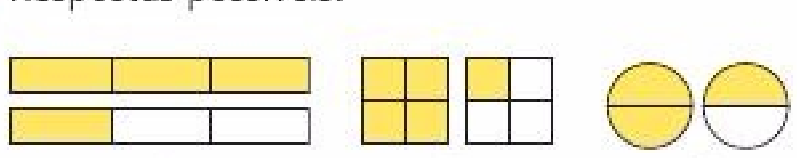
10. Respostas possíveis.
a) $\frac{270}{378}$, $\frac{100}{140}$, $\frac{180}{252}$
b) $\frac{10}{14}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{50}{70}$

11. $\frac{1}{16}$

12. Próprias: $\frac{13}{100}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{42}{43}$
Impróprias: $\frac{13}{12}$, $\frac{16}{12}$, $\frac{36}{12}$, $\frac{27}{27}$
Aparentes: $\frac{36}{12}$, $\frac{18}{1}$, $\frac{27}{27}$

13. Respostas possíveis: $\frac{9}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{12}$.

14. Respostas possíveis:



$\frac{4}{3}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{2}$

15. $\frac{8}{2}$, $\frac{16}{4}$, $\frac{28}{4}$, $\frac{27}{9}$ e $\frac{30}{5}$.

16. $\frac{25}{5}$

17. Resposta possível: $\frac{4}{4}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{100}{100}$.

18. $\frac{21}{9} = 2\frac{3}{9}$

19. a) $\frac{8}{12}$
b) $\frac{2}{12}$
c) $\frac{6}{12}$

20. a) $\frac{5}{60}$
b) $\frac{10}{60}$
c) $\frac{20}{60}$
d) $\frac{30}{60}$

21. a) 30 minutos.
b) 15 minutos.
c) 45 minutos.
d) 40 minutos.

22. a) $\frac{4}{7}$ da semana;
b) $\frac{9}{12}$ do ano;
c) $\frac{10}{30}$ do mês.

23. 5 assentos.

24. 154 mulheres.

25. 1 365 carros.

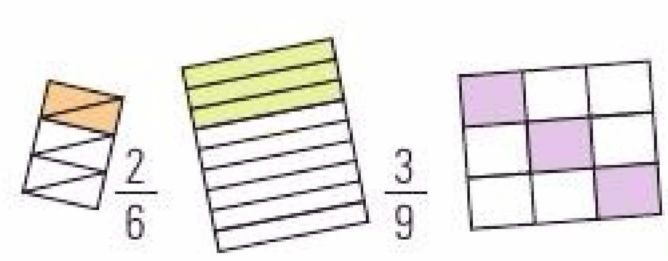
26. 3 920 pessoas.

27. a) 12 quadrados;
b) $\frac{16}{64}$ ou $\frac{1}{4}$.

28. R$ 250,00.

29. 40 litros.

30.



$\frac{2}{6}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{3}{9}$

31. Respostas possíveis:
a) $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$.
b) $\frac{6}{10}$ e $\frac{3}{5}$.

32. a) 60 pessoas.
b) 60 pessoas.
c) 90 pessoas.
d) 60 pessoas.
e) 60 pessoas.
f) 300 pessoas.
- 60 pessoas
- $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{18}$ e $\frac{5}{30}$
- São equivalentes.

33. Os dois ganharam a mesma quantia.

34. 32 litros.

35. $\frac{76}{100}$

36. A = 6, B = 15, C = 30, D = 50, E = 300

37. Respostas possíveis:

a) $\frac{18}{21}$ b) $\frac{15}{24}$ c) $\frac{8}{25}$

38. 800 litros.

39. Respostas possíveis:

a) 9 c) $\frac{12}{32}$ e) $\frac{10}{14}$

b) 25 d) $\frac{20}{60}$ f) $\frac{30}{32}$

40. $\frac{8}{28}$

41. $\frac{24}{32}$

42. a) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{4}{9}$ g) $\frac{7}{12}$

b) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{5}$ h) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{11}{15}$ f) $\frac{1}{84}$

43. Resposta possível: $\frac{36}{100}$

44. a) $\frac{3}{8}$

b) $\frac{4}{8}$

• $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$

45. $\frac{2}{3}$ e $\frac{2}{4}$; $\frac{2}{3}$

46. a) 8 e 12.

b) Resposta possível: 48, 96 e 240.

c) Resposta pessoal.

47. a) $>$; b) $<$

48. a) $\frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{5}{6}$

b) $\frac{2}{5} < \frac{4}{3} < \frac{7}{2}$

c) $\frac{1}{9} < \frac{7}{15} < \frac{3}{5}$

49. Lúcia resolveu mais problemas que Maria.

50. Assentos ocupados.

51. Pedro.

52. $\frac{11}{20}$

53. Compra de material de limpeza.

54. Grupo de instrumentos de sopro.

55. a) $\frac{4}{12}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{7}{12}$

56. a) 1, 2, 3, 4 ou 5 b) 8, 9 ou 10

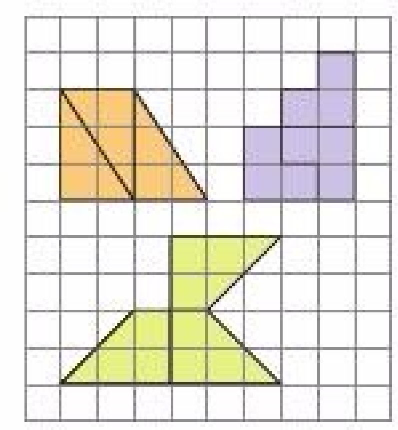
57. Joana.

58. 288 peças.

59. O carro A.

Desafio p. 168

Compondo inteiros com figuras geométricas



Respostas possíveis.

60. a) Porque é uma parte de um inteiro dividido em 100 partes iguais.

b) 25%; 10%; 10%

c) 55%

d) $\frac{1}{4}$

61. 1 000 pessoas.

62.

Porcentual	Fração de denominador 100	Fração irredutível
14%	$\frac{14}{100}$	$\frac{7}{50}$
80%	$\frac{80}{100}$	$\frac{4}{5}$
20%	$\frac{20}{100}$	$\frac{1}{5}$

63. Tênis

64. a) Dezembro. b) 5 alunos. c) 17 alunos.

Desafio p. 172

Os torcedores

• a) 2 b) 4 c) 10

• a) 50%

b) 13 560 pessoas.

c) 5 424 pessoas.

Unidade 9 – Operações com frações

1. $\frac{12}{20}$ ou $\frac{3}{5}$.

2. $\frac{3}{8}$

3. a) $\frac{11}{15}$ b) $\frac{4}{15}$

4. a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) $\frac{31}{20}$ d) $\frac{203}{144}$

5. a) $\frac{7}{20}$ c) $\frac{21}{20}$

b) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{52}{45}$

6. $\frac{1}{12}$

7. $\frac{11}{24}$

8. Resposta pessoal.

Desafio p. 181

Do tempo dos faraós

- Respostas possíveis: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{24}$.

9. a) $\frac{53}{5}$ c) $14\frac{2}{7}$

b) $\frac{83}{6}$ d) $7\frac{5}{12}$

10. a) $\frac{23}{3}$ ou $7\frac{2}{3}$

b) $\frac{58}{15}$ ou $3\frac{13}{15}$

c) $\frac{31}{12}$ ou $2\frac{7}{12}$

d) $\frac{11}{10}$ ou $1\frac{1}{10}$

11. a) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{28}$

b) $1\frac{19}{24}$ d) $\frac{3}{16}$

12. R$ 800,00

13. 120 litros.

14. a) 40 pessoas.

b) 5 excursionistas.

15. a) Três *pizzas*.

b) Sim; $\frac{1}{4}$ de uma *pizza*.

c) Maior.

16. 25 litros.

17. 1 200 km

18. a) 100 páginas.

b) 20 páginas.

19. $\frac{11}{15}$

20. a) Carlos.

b) $\frac{1}{15}$

21. $\frac{1}{9}$

22. $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$

23. a) Jorge.

b) $\frac{1}{10}$

24. a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{1}{4}$

25. R$ 96,00

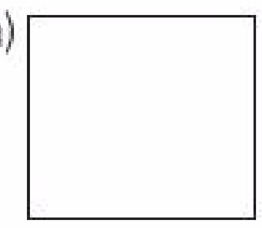
26. a) O pacote com laço.

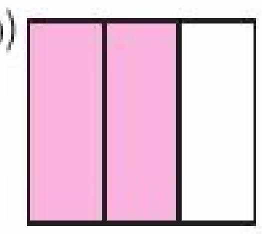
b) $\frac{7}{45}$ kg

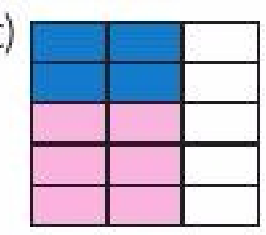
27. 45 funcionários.

28. a) Hotel: $\frac{3}{8}$; transporte: $\frac{1}{8}$; alimentação: $\frac{1}{4}$; e passeio: $\frac{1}{4}$.

b) Hotel: R$ 750,00; transporte: R$ 250,00; alimentação: R$ 500,00; e passeio: R$ 500,00.

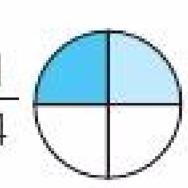
29. a) 

b) 

c) 

d) $\frac{4}{15}$

e) $\frac{4}{15}$

30. $\frac{1}{4}$ 

31. a) $\frac{91}{40}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{17}{7}$ ou $2\frac{3}{7}$

d) $\frac{16}{25}$

e) 1

f) 63

32. $\frac{7}{26}$

33. $\frac{5}{8}$

34. a) $\frac{9}{8}$

b) $\frac{3}{10}$

c) 6

d) $\frac{7}{45}$

e) 7

f) 27

35. 500 km

36. $\frac{1}{3}$

37. $\frac{1}{6}$

38. R$ 40,00

39. a) $\frac{3}{20}$

b) 30 rapazes.

40. 25 metros.

41. 30 L

42. $\frac{2}{15}$

43. a) 10

b) 5

c) 20

44. $\frac{3}{20}$ de litro de leite.

45. 10 latas.

46. 8 bandejas.

47. $\frac{3}{2}$ da xícara.

48. $\frac{3}{25}$ h

49. a) $\frac{1}{42}$

b) 12

c) $\frac{4}{3}$ ou $1\frac{1}{3}$

d) $\frac{19}{50}$

e) $\frac{1}{101}$

f) $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$

50. $\frac{3}{40}$ da tarefa.

51. Maior.

52. a) $\frac{1}{7}$

b) $\frac{6}{5}$

53. a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{5}{12}$

d) $\frac{151}{100}$

54. a) $\frac{3}{49}$

b) $\frac{2}{9}$

55. a) $\frac{35}{27}$

b) $\frac{9}{8}$

c) $\frac{4}{5}$

d) $\frac{64}{45}$

e) 9 ou $\frac{9}{1}$; 6

56. $\frac{161}{10}$

57. $\frac{119}{7}$

58. 12

59. $\frac{1}{2}$

60. a) $\frac{9}{37}$

b) $2\frac{5}{8}$

Desafio p. 195

O testamento

- Esposa: $\frac{4}{7}$; filha: $\frac{2}{7}$; neto: $\frac{1}{7}$.

61. a) 1

b) $\frac{9}{10}$

c) $\frac{7}{4}$ ou $1\frac{3}{4}$

d) $\frac{6}{7}$

e) $\frac{17}{6}$ ou $2\frac{5}{6}$

f) $\frac{41}{10}$ ou $4\frac{1}{10}$

62. 108 soldados.

63. 4 viagens.

64. 2 anos e meio.

65. 11 fitas.

66. 18 metros.

67. a) $\frac{49}{81}$

b) $\frac{1}{100\,000}$

c) $\frac{48}{139}$

d) 1

68. $\frac{296}{121}$ ou $2\frac{54}{121}$

69. $\frac{19}{64}$

70. $\left(\frac{25}{32}\right)^2$

71. a) $\frac{25}{64}$

b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{625}{4096}$

72. a) $\frac{17}{6}$ ou $2\frac{5}{6}$

b) $\frac{6}{7}$

c) $\frac{17}{6}$ ou $2\frac{5}{6}$

d) $\frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$

e) $\frac{4}{5}$

73. a) $\frac{23}{67}$

b) $\frac{54}{39}$

74. a) $\frac{16}{18}$ ou $\frac{8}{9}$

b) $\frac{24}{25}$

c) $\frac{36}{80}$ ou $\frac{9}{20}$

d) $\frac{77}{60}$

75. $\frac{36}{49}$; $\frac{6}{7}$

76. Resposta possível: A raiz quadrada do número que está em um quadrado é o número do quadro seguinte; $\frac{1}{3}$.

77. a) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$

b) $\frac{3}{4}$

Desafio p. 199

Quadrados e raízes quadradas

- $\frac{1}{9}$ m

78. a) $\frac{1}{2}$

b) 1

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{8}$

79. $\frac{2}{5}$

80. $\frac{7}{6}$

81. 0

82. a) 2 b) $\frac{10}{7}$ • Não.

Unidade 10 – Números racionais: representação decimal

1. a) 0,8 b) 1,6 c) 0,5

2. a) A: $\frac{8}{100}$;

B: $1\frac{25}{100}$ ou $\frac{125}{100}$

b) 0,08; 1,25

c) Duas.

d) 8%

3. a) $\frac{73}{10}$; 7,3

b) $\frac{3}{100}$; 0,03

c) $\frac{125}{1\,000}$; 0,125

4. a) 0,26

b) 0,003

c) 384,37

5. a) 34,6

b) 5,08

c) 0,004

6. a) $\frac{7}{10}$

b) 0,7

c) 70%

d) 30%

7.

Forma fracionária	Escrita decimal
$30\frac{8}{10}$	30,8
$9\frac{12}{1\,000}$	9,012
$\frac{109}{100}$	1,09
$\frac{36}{10}$	3,6
$15\frac{8}{100}$	15,08
$\frac{6}{1000}$	0,006

8. 2,01; 2,1.

9. 0,50; 0,5

10. a) 1,5 c) 1,6 e) 3,125

b) 2,6 d) 2,25 f) 0,016

11. a) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{13}{200}$ e) $\frac{1}{8}$

b) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{15}{4}$ f) $\frac{1}{40}$

12. 0,7

13. 10 gramas.

14. 0,46; 1,8; 0,0016; e 0,04

15. Bia, porque, como 1,5 tem uma casa decimal, a fração decimal correspondente tem denominador 10.

16. a) 3,75
b) 0,7272... dízima periódica
c) 2,666... dízima periódica
d) 1,166... dízima periódica
e) 2,4
f) 0,1875

17. Não. A divisão de qualquer número natural por 5 é um decimal exato.

18. a) $\frac{7}{100}$
b) $\frac{1\,203}{1\,000}$
c) $\frac{9}{10}$
d) $\frac{501}{10}$

19. a) Três reais e sessenta e oito centavos.
b) Cinco reais e noventa e oito centavos.
c) Um real e setenta e oito centavos.

20. Cento e quarenta e três reais e vinte e um centavos.

21. a) Vinte e seis reais e quinze centavos.
b) Resposta possível: Uma cédula de R$ 50,00; uma cédula de R$ 5,00; 3 moedas de R$ 1,00; 1 moeda de R$ 0,10; e 1 moeda de R$ 0,05.

22. R$ 12,65

23. R$ 21,85

24. R$ 94,25

25. 4 cédulas de R$ 20,00 e 2 cédulas de R$ 10,00; 3 cédulas de R$ 20,00 e 4 cédulas de R$ 10,00; 2 cédulas de R$ 20,00 e 6 cédulas de R$ 10,00; 1 cédula de R$ 20,00 e 8 cédulas de R$ 10,00.

26. 4 minutos, 8 segundos e 86 centésimos de segundo.

27. 0,001 s

28. a) Três décimos de segundo.
b) Oito centésimos de segundo.
c) Quatro centésimos de segundo.
d) Três milésimos de segundo.

29. 20 centavos.

30. 1 m

31. $\frac{1}{250}$

32. a) $\frac{92}{100}; \frac{6740}{100}; \frac{160}{100}; \frac{95}{100}; \frac{32}{100}$.
b) 0,92; 67,40; 1,60; 0,95; 0,32.
c) 92%; 6 740%; 160%; 95%; 32%.

33. a) 0,9 e $\frac{9}{10}$
b) 0,06 e $\frac{6}{100}$
c) 0,060 e $\frac{60}{1\,000}$
d) 3,007 e $3\,\frac{7}{1\,000}$

34. b, c

35. a) 30
b) 150
c) 16
d) 80
e) 48
f) 500
g) 1 800
h) 20

36. a) $<$
b) $>$
c) $<$
d) $>$

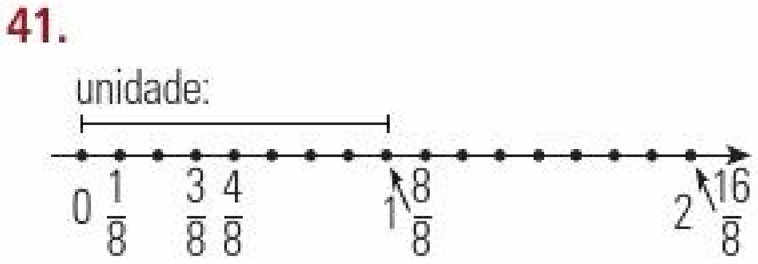
37. Ambos têm quantias iguais: R$ 25,00.

38. Arroz.

39. 4

40. A: $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$
B: $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$
C: $\frac{7}{6}$
D: $\frac{12}{6}$ ou 2

41.



42. 2,4

43. 0,8; 0,23; 0,923

44. 13 e 1,301

45. a) $\frac{12}{5} < \frac{16}{5} < \frac{18}{5}$
b) $\frac{7}{12} < \frac{13}{20} < \frac{11}{15}$
c) $0{,}08 < 0{,}1 < 0{,}8 < 1{,}25 < 1{,}3$
d) $0 < 0{,}3 < \frac{3}{5} < 0{,}9 < \frac{5}{4}$

46. a) $\frac{31}{10} > \frac{29}{10} > \frac{27}{10}$
b) $\frac{37}{12} > \frac{19}{8} > \frac{49}{24}$
c) $10{,}1 > 1{,}03 > 0{,}99 > 0{,}1 > 0{,}09$
d) $2{,}5 > \frac{2}{5} > \frac{3}{10} > 0{,}2$

47. 1,00 < 1,25 < 1,50 < 1,70 < 1,80 < 2,00 < 2,50

48. Respostas possíveis: 0,01; 0,006

49. Respostas possíveis: 1; 0,1

50. a) 0 e 1
b) 17 e 18
c) 0 e 1

51. a) 2,198 > 2,089; diminuiu.
b) Aumentou.

52. a) Ambos; porque 1,60 = 1,6.
b) 1,6; 1,600; 1,600000

53. a) 2,5314
b) 253,14; 2 531,4
c) 2 531,4

54. $\frac{7}{8}$

55. Maria.

56. a) <
b) >
c) <
d) <
e) <
f) =

57. 40,33 km

58. a) 27,96
b) 18,25
c) 0,327
d) 1,33

59. 12 décimos; 6 décimos

60. 4,23 kWh

61. a) 10,6 cm
b) 16,2 cm

62.

Somar	0,9	2,3	3,71	5,112
0,5	1,4	2,8	4,21	5,612
0,31	1,21	2,61	4,02	5,422

63. 3,12 kg

64. 9,75 cm

65. 31,4 ou 108,6

66. R$ 33,30

67. a) A diferença entre um termo e o anterior, a partir do 2º termo, é sempre 0,3.
b) 5,1; 5,4; 5,7

68. a) R$ 8,00
b) R$ 5,00
c) Respostas possíveis: Dando R$ 2,15 ou R$ 0,15 ou R$ 7,15.

69. R$ 16,95

Usando a calculadora p. 222

- 95,93
- 24,87

1 0 0 – 7 5 · 1 3 =

70. 7 e 5

71. Quadro 1: 1; 1; 1; 1.
Quadro 2: 7; 8; 9; 10.
Quadro 3: 19; 47; 24; 150.

72. a) 2
b) 3
c) 3

73. a) Resposta possível: R$ 0,54
b) R$ 0,55

74. a) Resposta possível: R$ 6,00
b) Resposta possível: R$ 4,00
c) Resposta pessoal.

Desafio p. 224

Cesta básica e estimativa

- Aproximadamente R$ 116,00.
- Não.

75. R$ 11,88

76. 823,20 km

77. R$ 506,90

78. 15,625 L

79. a) 2,8
b) 1
c) 0,1
d) 0,002

80. 13 m

81. R$ 4,15

82. a) 11,88
b) 1,47
c) 2,43
d) 6,864
e) 9,68
f) 0,0018

83. 212,5 cm

84. 9,60 m

85. 2,15 m

86. R$ 15,80

87. a) 4,05 L
b) 25,2 L

88. a) 6º A
b) R$ 6,00

89. R$ 43,40

90.

$\times 10$ →	$\times 10$ →	$\times 10$ →	
0,016	0,16	1,6	16
1,301	13,01	130,1	1301
12,542	125,42	1254,2	12542

91. 457,7 km

92. 1,95 m

93. 52 m

94. a) 187
b) 12,5
c) 3,2
d) 85,2
e) 1345
f) 0,07

95. 1,609 km

96. 2,54 cm

97. a) 66 recipientes.
b) 0,5 L

98. a) R$ 16,05
b) R$ 42,30

99.

$\div 10$ →	$\div 10$ →	$\div 10$ →	
360	36	3,6	0,36
488	48,8	4,88	0,488
5850	585	58,5	5,85
4500	450	45	4,5

100. a) 6,3
b) 8,1
c) 5,9

101. 4,16

102. R$ 0,05

103. R$ 97,69, aproximadamente.

104. a) 0,66
b) 10

105. 0,54

106. 47,31

107. 15

108. a) 10
b) 1000
c) 100

109. 1,542

110. a) 100
b) 1000
c) 10000

111. 0,14

112. a) 28
b) 2 L

113. a) 12,7 m
b) 11,8 m

114. 38 azulejos.

115. 7,5 km

116. 625 km

Desafio p. 233

Pesos na Lua

Peso na Terra (kgf): Resposta pessoal.

Peso na Lua (kgf): 14,263; 2,108; Resposta pessoal.

117. a) $(0,7)^3$
b) $(7,9)^2$
c) $(0,1)^4$

118. a) $0,6 \cdot 0,6$
b) $1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5$
c) $0,01 \cdot 0,01$

119. a) 0,01
b) 12,167
c) 1

120. 0,25 e 0,125; $(0,5)^2$

121. a) 0,64
b) 0,04
c) 0,68

122. 13,72

123. 14,89

124. a) 0,9
b) 0,002
c) 0,27

125. a) 1,5
b) 0,8

126. a) 0,2
b) 3,2

127. 585,64 m^2

128. 2,5 m

Usando a calculadora p. 235

- 2,0736
- 2,0736
- 19,45053

129. a) 0,19
b) 0,51
c) 0,07
d) 0,06

130. a) 37%
b) 10%
c) 8%
d) 1,6%

131. a) 40%
b) 75%
c) 20%
d) 56%

132. $\frac{3}{8}$; 0,375; 37,5%

133. 492 sacos.

134. a) 30%
b) 70%

135. R$ 1 402,92. Respostas possíveis: Qualquer uma das duas, porque ambas estão corretas. Na resolução 1, foram calculados 8% de R$ 1 299,00 e acrescentou-se o valor obtido ao preço atual. Na resolução 2, foram calculados 108% de R$ 1 299,00, ou seja, 100% mais 8% de R$ 1 299,00, chegando assim ao preço final.

136. a) 3 825 m
b) 55%
c) 4 675 m
d) 8 500 m

137. a) 210 kg
b) 70 kg

138. R$ 2,35

139. R$ 63,58

140. a) 300
b) 150
c) 750
d) 62,5%

141. 5 750 pessoas; 6 900 pessoas.

Usando a calculadora p. 238

- 405 pessoas.
- R$ 116,50
- 741,76 kg
- 15 estudantes.

142. 0,986

143. Novecentos e oitenta e seis milésimos.

144. 1,23; 1,32.

145. 0,689; 0,698; 0,869; 0,896; 0,968; 0,986

146. 6,75

147. a) 2 044 bolos.
b) Setembro, outubro, novembro.

148. a) 20%; 50 alunos.
b) 100 alunos.
c) 150 alunos.
d) 250 alunos.

149. a) Futebol; 504 adolescentes.
b) 9,8%; 196 adolescentes.
c) 298 adolescentes;
148 adolescentes.

Unidade 11 – Grandezas e medidas

1. b, c.

2. a) 6 u
b) 3 v
c) 2 p

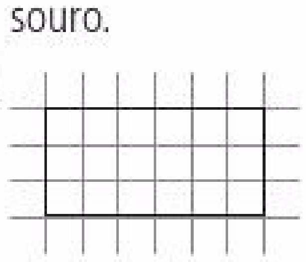
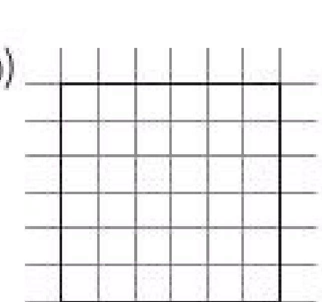
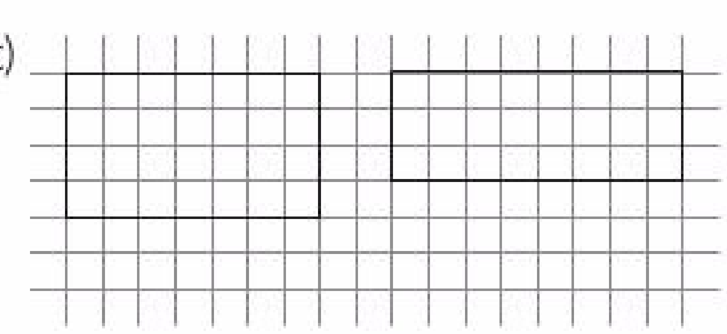
3. a) **v** é o dobro de **u**; **p** é o triplo de **u**.
b) Fica dividida por 2; fica dividida por 3.
c) Seria a metade da unidade **u**.

4. a) 46 mm; 4,6 cm.
b) 23 mm; 2,3 cm.

5. b

6. a) Quilômetro.
b) Centímetro.
c) Metro.
d) Metro ou centímetro.

7. a) Resposta possível: A distância percorrida por um carro em uma viagem longa.
b) Resposta possível: Quando se mede o comprimento de um besouro.

8. a)

b)

c)


9. 2,5 cm

10. a) km
b) m
c) m

11. 10,40 m

12. Respostas pessoais.

13. Respostas pessoais.

14. a) km
b) cm
c) cm
d) mm

15. a) 350 mm
b) 341,3 mm

16. a) 52

b) 0,009
c) 3
d) 180
e) 2 300
f) 0,3

17. a) > c) < e) >
b) > d) = f) =

18. 2 139 km

19. Não, porque a sobra de tecido é de 70 cm e 70 cm < 80 cm.

20. 5,4 cm

21. a) 750 m b) 30 rolos

22. 124 cm

23. a) 20 m
b) R$ 132,00

Desafio p. 254

Enfeitando pipas

a) 60 cm. b) 45 cm.

24. a) 1 kg
b) 2 kg

25. a) 3 kg
b) 4 kg

26. Mais que 1 kg.

27. R$ 2,40

28. a) 2 kg c) Resposta pessoal.
b) 4 kg d) Resposta pessoal.

29. 13,85 kg

30. 16,25 kg

31. a) kg
b) mg
c) kg
d) g
e) mg
f) t

32. a, d

33. a, b, d, f

34. a) 250 g
b) 750 g

35. 1 250 g

Desafio p. 259

Segurança no elevador

a) 11 caixas.
b) 4 viagens; 6 caixas.

36. a) 8 caixas.
b) 40 kg
c) Sim; a carga toda pesa 978 kg, o que não excede uma tonelada.

37. 4 pacotes de 200 g cada um, por R$ 4,40.

38. 56,5 kg; 3,400 kg; 0,345 kg.

39. a) 1,330 kg ou 1,33 kg
b) R$ 12,89

40. Não, porque 1 metro corresponde a 100 centímetros e 100 não é divisível por 30.

41. 43 pães.

42. a) 3 500 mg
b) 5 000 g
c) 0,0012 kg
d) 0,08 g
e) 100 000 mg
f) 18 g

43. 1 725 g

44. a) > d) =
b) < e) >
c) > f) =

45. a) Respostas possíveis: 8 viagens: 7 viagens com 7 pessoas e 1 com 1 pessoa; 8 viagens: 6 viagens com 7 pessoas e 2 com 4.
b) Sim.

Unidade 12 – Áreas

1. a) 44 ◢
b) Resposta possível: O número que acompanha a unidade de medida na área obtida no item a é o dobro do número que acompanha a unidade de medida na área obtida no texto.
c) Resposta possível: Da superfície escolhida como unidade de medida.

2. A: 2 u e 4 v; C: 3 u e 6 v;
B: 2 u e 4 v; D: 4 u e 8 v.

3. a) B, C e E
b) A e H; B, E e F; C, D e G
c) B e E

4. ◣ - unidade. A – 8 ◣; B – 16 ◣; C – 12 ◣; D – 8 ◣

5. Resposta pessoal.

6. Aproximadamente, 564 cm^2.

7. a) 75 m^2
b) 9 561 300 km^2

8. A: 4,5 cm^2; B: 5,5 cm^2; C: 3 cm^2

9. a) 40 cm^2
b) Menos que 1 m^2.

10. 18 m^2; 9 m^2; 27 m^2.

11. a) 3 000 000 m^2 c) 30 000 m^2
b) 0,0050 m^2 d) 1,3568 m^2

12. a) 11 lenços. b) Sim. c) 100 cm^2

13. 1,982 km^2 e 1 982 000 m^2

14. 0,04 m^2

15. a) 0,000005
b) 3 210 000
c) 18 200
d) 0,000584

16. a) $=$ b) $<$ c) $=$ d) $<$

17. 160 ladrilhos.

18. a) 2,2 b) 0,225 c) 0,54; 0,0054

19. 132 000 m^2

20. a) 350 ha c) 0,032 a
b) 2 560 m^2

21. 881 576 700 ha

22. a) Renato. b) 0,72 ha

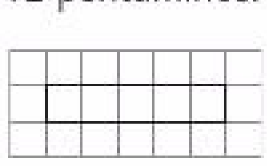
23. 200 m

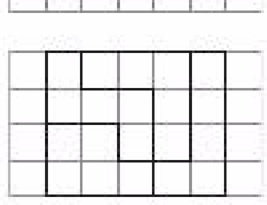
24. Respostas possíveis:
A: 9 cm^2; D: 8,5 cm^2;
B: 10 cm^2; E: 28 cm^2.
C: 13 cm^2;

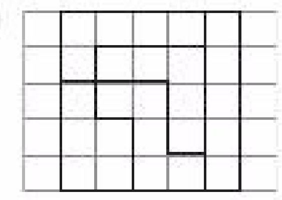
Desafio p. 273

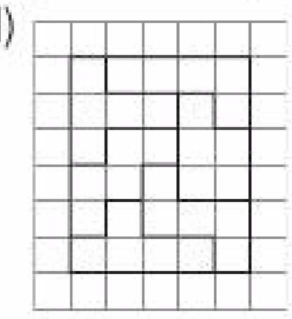
Pentaminós, perímetros e áreas

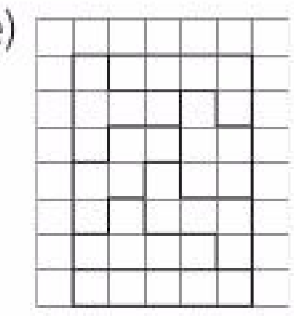
- 12 pentaminós.

a) 
A = 5 cm^2
Perímetro = 12 cm

b) 
A = 20 cm^2
Perímetro = 18 cm

c) 
A = 25 cm^2
Perímetro = 20 cm

d) 
A = 30 cm^2
Perímetro = 22 cm

e) 
A = 35 cm^2
Perímetro = 24 cm

25. a) 3,6 cm^2
b) 4,76 cm^2
c) 6,25 cm^2

26. 51,045 m^2

27. 8 m

28. 9 cm

29. a

30. a) 72 cm^2 c) 31,5 cm^2
b) 3,9 cm^2 d) 5,06 cm^2

31. 25,92 cm^2

32. 5 m

33. 661,5 m^2

34. 60 cm^2

35. a) 6 faces.
b) Retângulos.
c) 392 cm^2

36. a) 11,5 m de rodapé.
b) 9,75 m^2

37. 1 cm por 72 cm; 2 cm por 36 cm; 3 cm por 24 cm; 4 cm por 18 cm; 6 cm por 12 cm; 8 cm por 9 cm.

38. a) 300 lajotas.
b) 330 lajotas.

39. R$ 6,24

Desafio p. 278

Quadrado dentro de quadrado

50 cm^2; 25 cm^2.

Indicação de leituras complementares para os alunos

BERLOQUIN, P. *100 jogos lógicos*. Lisboa: Gradiva, 1998. Coleção O Prazer da Matemática.

______. *100 jogos numéricos*. Lisboa: Gradiva, 1999. Coleção O Prazer da Matemática.

BOLT, B. *Actividades matemáticas*. Trad. Leonor Moreira. Lisboa: Gradiva, 1991. Coleção O Prazer da Matemática.

______. *Mais actividades matemáticas*. Trad. Luisa Carreira. Lisboa: Gradiva, 1992. Coleção O Prazer da Matemática.

CÂNDIDO, Suzana Laino. *Formas num mundo de formas*. São Paulo: Moderna, 1997. Coleção Vivendo a Matemática.

GUELLI, Oscar. *A invenção dos números*. 9. ed. São Paulo: Ática, 1998. Coleção Contando a História da Matemática.

______. *Equação*: o idioma da Álgebra. 11. ed. São Paulo: Ática, 1999. Coleção Contando a História da Matemática.

______. *Jogando com a Matemática*. 8. ed. São Paulo: Ática, 1999. Coleção Contando a História da Matemática.

______. *História de potências e raízes*. 9. ed. São Paulo: Ática, 2000. Coleção Contando a História da Matemática.

______. *Números com sinais*: uma grande invenção. 3. ed. São Paulo: Ática, 2000. Coleção Contando a História da Matemática.

GUZMÁN, M. de. *Contos com contas*. Trad. Jaime Carvalho e Silva. Lisboa: Gradiva, 1991. Coleção O Prazer da Matemática.

______. *Aventuras matemáticas*. Trad. João Filipe Queiró. Lisboa: Gradiva, 1997. Coleção O Prazer da Matemática.

IMENES, Luiz Márcio. *Brincando com números*. 11. ed. São Paulo: Scipione, 1999. Coleção Vivendo a Matemática.

______. *Geometria das dobraduras*. 7. ed. São Paulo: Scipione, 1999. Coleção Vivendo a Matemática.

______. *Problemas curiosos*. 7. ed. São Paulo: Scipione, 1999. Coleção Vivendo a Matemática.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Geometria dos mosaicos*. 7. ed. São Paulo: Scipione, 1999. Coleção Vivendo a Matemática.

______. *Os números na história da civilização*. 11. ed. São Paulo: Scipione, 1999. Coleção Vivendo a Matemática.

IMENES, Luiz Márcio; JAKUBO, José; LELLIS, Marcelo. *Álgebra*. 16. ed. São Paulo: Atual, 2004. Coleção Pra que Serve a Matemática?

______. *Geometria*. 16. ed. São Paulo: Atual, 2004. Coleção Pra que Serve a Matemática?

______. *Números negativos*. 20. ed. São Paulo: Atual, 2004. Coleção Pra que Serve a Matemática?

______. *Ângulos*. 17. ed. São Paulo: Atual, 2005. Coleção Pra que Serve a Matemática?

MACHADO, Nilson José. *Os poliedros de Platão e os dedos da mão*. 7. ed. São Paulo: Scipione, 1999. Coleção Vivendo a Matemática.

______. *Polígonos, centopeias e outros bichos*. 9. ed. São Paulo: Scipione, 2000. Coleção Vivendo a Matemática.

______. *Lógica? É lógico!* 10. ed. São Paulo: Scipione, 2006.

ROSA NETO, Ernesto. *Em busca das coordenadas*. 11. ed. São Paulo: Ática, 2001. Coleção A Descoberta da Matemática.

SILVA, Maria Cecília Costa e. *Padrões numéricos e sequências*. São Paulo: Moderna, 1997.

MANUAL DO PROFESSOR
Orientações Didáticas

Colegas,

Nesta edição da coleção para o Ensino Fundamental de 6º ao 9º ano, destacamos as múltiplas aplicações da Matemática nas ciências e no cotidiano, enriquecidas com fotografias e ilustrações. O desenvolvimento dos conceitos enfoca ora os acontecimentos históricos da Matemática, ora a resolução de situações-problema. Com uma abordagem mais atualizada, esperamos auxiliar os alunos a vencer o desafio de aprender Matemática e, dessa maneira, mudar a imagem estereotipada que se construiu sobre essa disciplina – "uma ciência para **poucos**" –, além de criar condições para a inserção dos alunos em um mundo marcado por mudanças sociais, econômicas, científicas e tecnológicas.

Procuramos também um projeto gráfico que proporcionasse um visual mais arejado e que tornasse a leitura dos textos mais eficiente, o que contribui para uma melhoria no aprendizado.

A abordagem dos conceitos é feita em espiral, explorando os temas e retomando-os ao longo dos quatro livros desta coleção. Às seções já existentes, como **Leitura**, **Troquem ideias e resolvam**, **Revisão cumulativa e testes**, foram acrescidas as seções **Para refletir e responder**, **Desafio** e **Investigue e explique**. Dessa forma, estamos certas de que o interesse e o envolvimento dos alunos, quando instigamos sua curiosidade, desafiando-os com problemas, convidando-os a raciocinar e a resolvê-los, levarão a um melhor desempenho e ao gosto por essa disciplina, tão importante no mundo de hoje.

Esperamos que esta coleção contribua para desenvolver nos alunos uma postura que os leve a se tornarem solucionadores de problemas, formuladores de hipóteses e questões, para que tenham chance de vencer desafios com os quais certamente se defrontarão durante e após os estudos e que demandam a utilização do raciocínio e do conhecimento matemático.

Acreditamos que tanto os professores quanto os alunos conseguirão otimizar a proposta desta coleção e alcançarão os objetivos maiores – melhorar o **pensar**, o **falar**, o **escrever** e o **produzir** Matemática.

Críticas que possam enriquecer esta proposta são bem-vindas, para que, juntos, busquemos novos caminhos para o ensino e o aprendizado da Matemática.

As autoras

Sumário

O que apresentamos neste Manual

As orientações apresentadas neste Manual pretendem torná-lo um material de apoio prático e eficiente, claro e objetivo ao trabalho docente a ser desenvolvido não só em períodos de planejamento escolar, mas também ao longo do ano em sala de aula. Elas visam, também, contribuir para o desenvolvimento pedagógico do dia a dia do professor, esclarecendo os pressupostos metodológicos adotados, apresentando informações, textos de aprofundamento e sugestões de atividades que possam enriquecer o trabalho do professor.

As orientações foram organizadas da seguinte forma:

- Pressupostos metodológicos;
- Conteúdos deste Manual;
- Estrutura da obra;
- Blocos de conteúdos e orientações didáticas;
- Avaliação em Matemática;
- Conteúdos propostos em cada ano;
- Indicações para a formação continuada do professor;
- Resolução de algumas atividades.

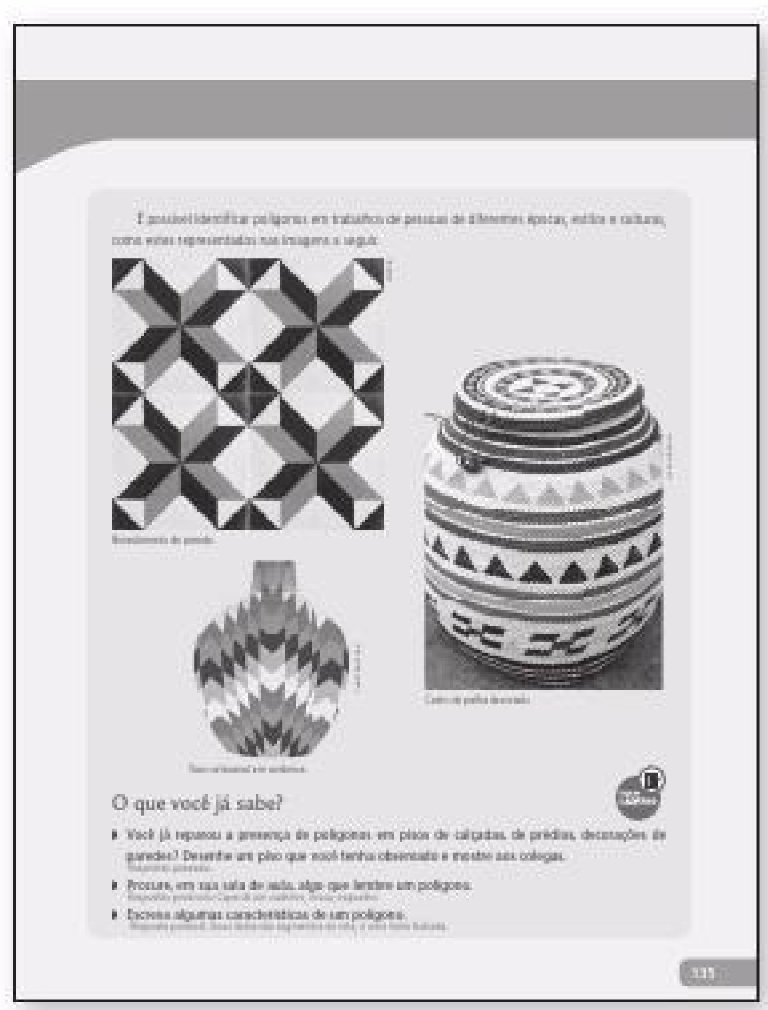
Pressupostos metodológicos

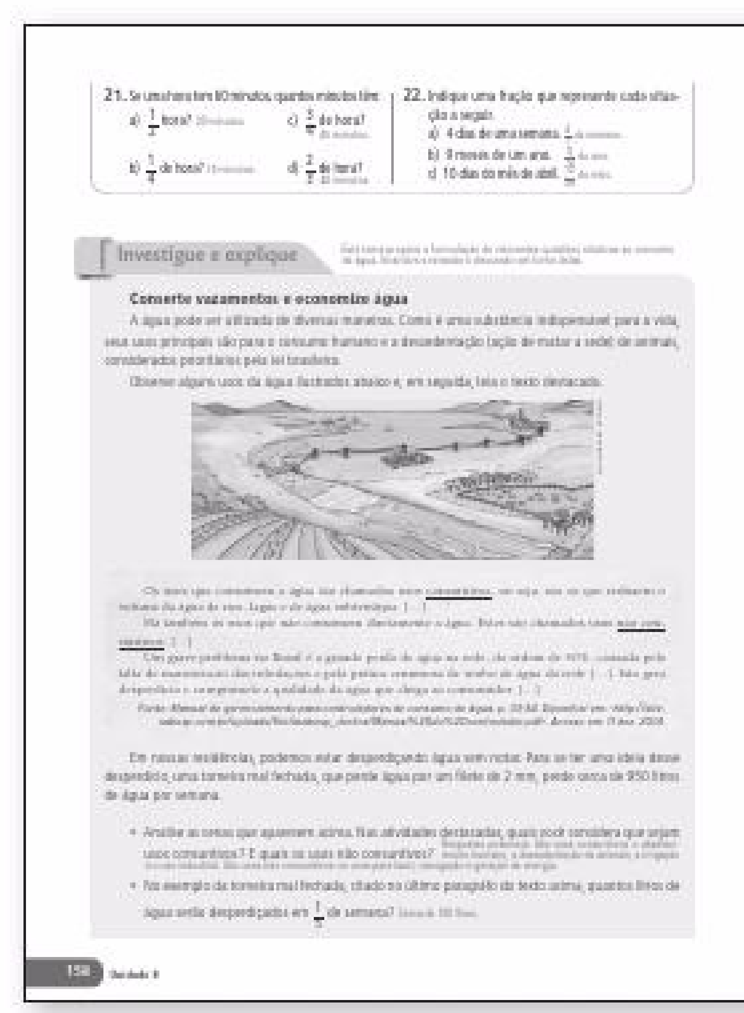
É consenso que não existe uma única metodologia identificada como a melhor para o ensino de qualquer disciplina e, em particular, da Matemática. Existem, sim, diversas possibilidades de trabalho em sala de aula. Mas, para que os alunos aprendam Matemática com significado, é importante que eles estabeleçam conexões entre os diferentes temas matemáticos e também entre estes e as demais áreas do conhecimento de maneira que possam mobilizar esses conhecimentos em situações escolares e no dia a dia.

Com esse propósito, esta coleção aborda temas relacionados a saúde, meio ambiente, sustentabilidade e pluralidade cultural, que são explorados e problematizados de forma a conduzir à reflexão, o que pode contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de exercício da cidadania.

A compreensão de questões sociais relacionadas à saúde, ao saneamento básico e às condições de trabalho, assim como o acompanhamento do próprio desenvolvimento físico, são alguns dos assuntos que poderão ser trabalhados para alcançar tal objetivo. É muito importante também o conhecimento de problemas envolvidos em questões ambientais, pois isso proporciona a conscientização e uma visão mais clara deles, além da tomada de decisões e de possíveis intervenções.

Esses temas, em geral, podem ser extraídos de jornais, revistas, internet e ampliados de acordo com o interesse dos alunos. Convide-os a selecionar os temas, permitindo que assumam responsabilidades e atuem de forma participativa, opinando, resolvendo conflitos e propondo possíveis soluções para os problemas encontrados.





Esta coleção procura desenvolver uma metodologia que almeja ser eficaz e atual, tanto em relação aos **conteúdos** do 6º ano ao 9º ano, quanto em relação à **abordagem metodológica** e às **atividades propostas**. Essa metodologia procura contemplar as necessidades dos alunos, tendo como pressupostos básicos os conhecimentos matemáticos e não matemáticos de que dispõem.

Espera-se que os alunos caminhem em direção a um processo constante de elaboração e reelaboração de conceitos, descoberta e redescoberta de conhecimentos matemáticos e de desenvolvimento de competências para analisar um problema ou desafio e tomar as decisões necessárias à sua resolução.

Com a elaboração e a reformulação desta coleção, procura-se responder a algumas questões:

- Qual Matemática é significativa na aprendizagem?
- O que é relevante no processo ensino-aprendizagem?
- Qual o encaminhamento metodológico?

Qual Matemática é significativa na aprendizagem?

A coleção tem como pressuposto que o conhecimento é resultado da compreensão e da vivência. Além disso, a Matemática também é resultado da resolução de situações-problema.

Os acontecimentos ao longo da história das ciências mostram que a produção teórica tem suas raízes nos problemas que surgem na prática, no dia a dia.

Atualmente, muitos matemáticos produzem conhecimentos puramente teóricos, mas não resta dúvida de que, muitas vezes, esses conhecimentos também subsidiam as soluções práticas, ainda que para o aluno isso venha a ocorrer apenas no futuro.

Um dos objetivos deste trabalho é a formação de um indivíduo autônomo, que externe suas opiniões e seja criativo, fruto da sua **capacidade** de pensar, raciocinar e resolver problemas. Busca-se a formação de um indivíduo que se apropria de um conhecimento matemático e usa esse conhecimento para **ler** o mundo à sua volta, **interferir** positivamente nesse mundo, **produzir** novos conhecimentos e também – por que não? – **produzir Matemática**, pois a Matemática tem pontos de conexão com todas as áreas do conhecimento humano, sejam elas de natureza física ou social.

O que é relevante no processo ensino-aprendizagem?

Partindo da premissa de que cabe ao professor pensar o planejamento didático das atividades e a avaliação do trabalho, em suas circunstâncias específicas, a coleção apresenta uma proposta metodológica em que:

- a técnica é desenvolvida com o apoio da **compreensão** e da **construção** dos procedimentos e conhecimentos matemáticos, aliadas a uma proposta metodológica que pode ser adequada a cada realidade;
- a resolução de problemas tem um destaque especial por meio da resolução de desafios e situações-problema;
- investe-se no desenvolvimento de algumas **ideias fundamentais**, como:
  - **padrões, regularidades e generalizações** – padrões que se repetem em fenômenos físicos, nas formas geométricas, em números e na Álgebra, resultando em propriedades matemáticas;
  - **proporcionalidade** – fundamental na análise da interdependência da variação de uma grandeza em relação a outra, em ampliações e reduções de figuras, mapas, plantas e especificamente no estudo da semelhança entre figuras;
  - **equivalência** – presente no estudo de números racionais, de equações, de áreas ou de volumes de figuras planas ou espaciais;
  - **ordem** – referência básica nos conjuntos numéricos, na construção de algoritmos, na representação geométrica de números;
  - **combinatória** – aparece especificamente na abordagem do princípio multiplicativo, nos problemas de contagem e de combinação. É um estudo inicial do bloco Estatística e Probabilidade.

Além disso, é recomendação atual que os alunos aprendam a **linguagem matemática** e seus **símbolos** e desenvolvam um procedimento de **comunicação de ideias matemáticas** por meio deles. Esse é um pressuposto básico que deverá compor qualquer planejamento conectado às tendências atuais em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

Qual o encaminhamento metodológico?

Uma listagem de conteúdos por ano não garante a apreensão desses conteúdos por parte da maioria dos alunos. Assim, a coleção apresenta uma proposta que poderá complementar o que já é feito em sala de aula, pois é possível adaptar à sua realidade.

Além disso, empregando uma linguagem simples e acessível, propõe um tratamento diferenciado tanto para os novos conteúdos como para os tradicionais, como os pontos destacados a seguir.

PROBLEMAS E OPERAÇÕES – cada tema é introduzido com a proposta de uma ou mais situações-problema, que têm como objetivo despertar o interesse do aluno para o assunto. Esse é um momento de socialização do conhecimento e de participação ativa do aluno na construção dos conceitos. Sempre que possível, são situações-problema que fazem parte da realidade dos alunos e que poderão ser adaptadas de acordo com a classe.

Assim, exploramos o significado das operações de várias maneiras.

Ao estudarmos os números naturais ($\mathbb{N}$), sistematizamos o conhecimento que os alunos adquiriram nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No trabalho com números inteiros ($\mathbb{Z}$), utilizamos a representação geométrica na reta numerada como auxiliar na compreensão e construção das regras de sinais das operações, a partir de situações-problema concretizadas por essa representação.

No estudo dos números racionais ($\mathbb{Q}$), recorremos à composição e à decomposição de figuras, enfatizando o todo-referência ou inteiro, fundamental para a compreensão das novas regras de cálculo com números racionais na forma de fração. Damos destaque especial à multiplicação e à divisão, em que apenas regras sem o significado não resultam em aprendizagem. Não há necessidade de enfatizar cálculos trabalhosos com a forma de fração, mas é preciso um trabalho mais longo e profundo com a escrita numérica decimal. Isso é decorrente do desenvolvimento da tecnologia nos tempos atuais.

Iniciamos o estudo dos números reais ($\mathbb{R}$) com a exploração do teorema de Pitágoras, em uma proposta que percorre o caminho histórico do surgimento dos números irracionais. Recorremos mais uma vez à representação geométrica na reta numerada de números como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ e $\sqrt{5}$, que têm uma representação decimal infinita e não periódica.

GEOMETRIA E MEDIDAS — mereceram um tratamento exploratório e bastante intuitivo no início e uma sistematização gradativa dos conceitos e das propriedades, visando a uma formalização ao longo dos quatro livros. Exploramos inicialmente objetos e formas do espaço e mais tarde trabalhamos com a Geometria Euclidiana Plana, sem explicitar os axiomas. É uma proposta na qual as propriedades surgem de um trabalho empírico que tem como pressuposto o axioma da medição.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE — foram abordadas, no início, partindo dos conhecimentos que os alunos possuem sobre o assunto, adquiridos por intermédio dos meios de comunicação. Em cada volume, esse conteúdo foi distribuído e interligado aos conteúdos propostos e às questões relacionadas aos Temas Transversais, como políticas públicas de saúde e educação, questões ambientais, consumo, migração e família.

O conteúdo foi desenvolvido de modo que os alunos percebam a importância desse tema atualmente, uma vez que favorece a integração com outras áreas e disciplinas.

ÁLGEBRA — iniciamos com a Pré-Álgebra no livro do 6º ano e a abordamos de forma gradativa a partir do volume do 7º ano, quando os alunos estão mais preparados para compreender e trabalhar uma Matemática mais formal. Demos ênfase à Álgebra como **generalização** da Aritmética, como **ferramenta** importante na resolução de problemas usando equações como **linguagem** que expressa com precisão o desenvolvimento do raciocínio no processo de resolução de um problema. É importante lembrar que o ser humano levou muitos séculos para generalizar a Aritmética e criar a Álgebra, mas, depois que ela foi criada, houve um grande avanço na Matemática e nas demais ciências.

CÁLCULO MENTAL, ESTIMATIVAS, ARREDONDAMENTOS E APROXIMAÇÕES — são abordados para oferecer aos alunos instrumentos e procedimentos de cálculo nas situações mais variadas do dia a dia e, também, para que possam desenvolver e sistematizar estratégias de verificação e controle de resultados. Pela diversidade dos caminhos possíveis, o uso frequente de procedimentos de cálculo mental, estimativas, arredondamentos e aproximações permite que os alunos desenvolvam ferramentas para manipular as propriedades das operações, apropriar-se delas e desenvolver instrumentos necessários às aquisições mais formalizadas.

Esperamos que esta proposta lhe permita — tendo diagnosticado sua realidade — aprofundar todas as ideias ou dar prioridade a uma em relação a outra. Cabe a você, professor, dirigir sua prática de sala de aula, tendo esta coleção como um material didático dentre outros, para que possa contribuir no processo de construção do conhecimento matemático dos alunos.

O conteúdo deste Manual

Aulas tradicionais versus *alunos sujeitos de sua aprendizagem*

Além das observações pedagógicas indicadas no Livro do Professor, expomos neste Manual:

- **estrutura da obra**, em que apresentamos cada seção do livro com comentários sobre suas funções;
- **blocos de conteúdo** e **orientações didáticas**, em que são abordados em espiral os temas desenvolvidos, ou seja, retomando-os várias vezes em níveis diferenciados de aprofundamento. Acreditamos que dessa forma os alunos poderão elaborar e reelaborar os conceitos, aprimorando seus conhecimentos matemáticos. Expomos, também, comentários sobre os pressupostos teóricos e algumas indicações metodológicas que poderão ser utilizadas com sucesso;
- **avaliação em Matemática**, em que apresentamos concepções teóricas e práticas sobre o tema, dentro de uma visão atual;
- **conteúdos propostos em cada ano,** em que sugerimos as expectativas de aprendizagem para cada unidade; orientações didáticas; resolução das seções **Desafios**, **Troque ideias e resolva, Investigue e explique**; textos de aprofundamento; sugestões de atividades complementares com subsídios específicos que esperamos que se somem ao seu trabalho;
- **indicações para a formação continuada do professor** e **contribuições para a ação em sala de aula**. Pensando na formação do educador como um processo que não termina com a graduação, mas se constitui em um contínuo aperfeiçoamento, recomendamos algumas obras de referência que contribuirão para sua prática de ensino, bem como algumas leituras complementares para os alunos.

Estrutura da obra

Para viabilizar esta proposta, cada volume da obra é composto por unidades: no volume 6, por exemplo, existem 12 unidades. Cada unidade começa com uma abertura em página dupla. De modo geral, na página par é apresentada uma imagem e a página ímpar é composta por um pequeno texto, ambos relacionados ao assunto que será desenvolvido, e a seção "O que você já sabe?".

No decorrer dessas unidades, os assuntos foram agrupados em **capítulos** e você encontrará as seções a seguir:

- Para refletir e responder
- Fazer e aprender
- Usando a calculadora
- Investigue e explique
- Troquem ideias e resolvam
- Exercícios complementares
- Desafio
- Leitura
- Revisão cumulativa e testes

Primeira seção de cada unidade

A seção **O que você já sabe?** é proposta na página ímpar após um pequeno texto e apresenta questões que têm como objetivo principal proporcionar espaço para que os alunos explicitem conhecimentos de que dispõem sobre o tema que será tratado ao longo da unidade. Essa seção poderá ser desenvolvida oralmente em forma de painel de discussões. Esse momento propicia um diagnóstico do conhecimento prévio dos alunos e, por consequência, um ajuste do seu planejamento, caso seja necessário.

Desenvolvimento dos conceitos

De modo geral, os conceitos matemáticos são abordados por meio de situações-problema que envolvem temas do dia a dia em uma seção denominada **Para refletir e responder**. Acreditamos que, dessa forma, propiciam-se a reflexão e a discussão sobre o conceito em questão. As resoluções desses problemas constituem o ponto de partida para a construção dos conceitos.

Em um primeiro momento, os alunos são convidados a opinar sobre as situações propostas. Se preferir, peça aos alunos que leiam os problemas com antecedência em casa, ou que façam uma leitura silenciosa em sala de aula, e depois promova uma discussão, encerrando com uma síntese do tema tratado.

Em seguida, o aluno encontrará um pequeno texto, escrito em uma linguagem clara e acessível, com as conclusões sobre o conceito que foi abordado.

Acreditamos que melhorar a capacidade de ler, interpretar e resolver problemas faz parte da construção do conhecimento matemático, além de contribuir para o desenvolvimento da comunicação de ideias matemáticas. Além disso, explorar assuntos do interesse dos alunos despertará sua curiosidade, envolvendo-os na busca por novos conhecimentos e enriquecendo os já adquiridos.

Vamos lembrar que, nessa fase de aprendizagem, os conceitos matemáticos não são necessariamente expressos em uma linguagem formal, podendo-se usar um vocabulário mais próximo e acessível, sem abrir mão do rigor matemático necessário. Além disso, esses conceitos serão retomados e consolidados ao longo do período escolar.

Fazer e aprender

Nessa seção, apresentamos exercícios de fixação, de aplicação da teoria estudada e atividades dispostas em grau crescente de complexidade.

Sempre que possível, acompanhe os alunos no momento em que estiverem resolvendo essas atividades e problemas. Dessa observação resultarão indicadores dos avanços quanto à apropriação dos conhecimentos, que contribuirão para uma avaliação qualitativa e para o encaminhamento de seu trabalho.

Usando a calculadora

Nessa seção, a calculadora é utilizada como uma ferramenta de apoio para a resolução de atividades que envolvem problemas significativos, propostos com o objetivo de introduzir e consolidar conceitos e procedimentos.

Além de ser útil na resolução de problemas relacionados a situações reais, há outras vantagens no uso desse equipamento:

- constatar que o cálculo, por si só, não é importante, mas uma parte fundamental na resolução de um problema;
- explorar propriedades numéricas;
- observar padrões ou regularidades numéricas;
- utilizar diferentes métodos de cálculos numéricos, como na resolução de equações;
- possibilitar a comparação entre procedimentos e o levantamento de hipóteses.

Investigue e explique

Essa seção tem como objetivo principal explorar situações de natureza investigativa, em que os estudantes são solicitados a formular conjecturas sobre o que está sendo investigado.

"As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura--teste-demonstração".

Fonte: PONTE, BROCARDO & OLIVEIRA, 2006, p. 10.

A realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais:

- reconhecimento da situação;
- formulação de conjecturas;
- realização de testes;
- argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

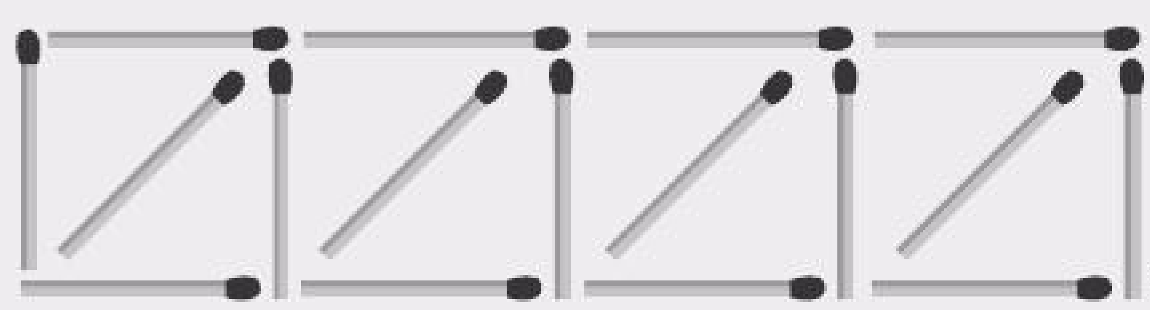
Veja um exemplo de uma situação de investigação com uma atividade proposta na página 19, do Volume do 6º ano.

Investigue e explique

Palitos e quadrados

Junte-se a um colega e reflitam sobre a questão a seguir:

Com 17 palitos de fósforo usados, pode-se montar quadrados com uma de suas diagonais como mostra a figura.



BIS

- Procedendo da mesma maneira, quantos quadrados como esses podem ser montados usando 85 palitos de fósforo? Expliquem como chegaram a esse resultado. Resposta possível: 21 quadrados.

Troquem ideias e resolvam

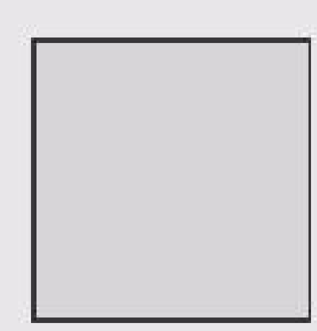
Essas seções aparecem intercaladas às atividades. Nelas, as atividades propostas assumem um caráter dinâmico e de socialização, uma vez que possibilitam uma discussão em grupo (ou com a classe) em que ocorram troca de conhecimentos e descobertas entre os alunos.

Um exemplo que ilustra essa seção pode ser visto na página 43 do volume do 6º ano.

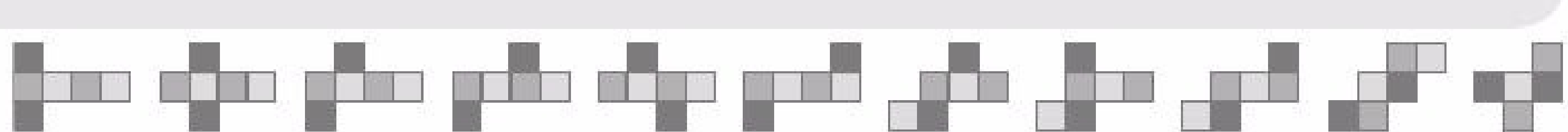
Troquem ideias e resolvam

Junte-se a um colega e experimentem:

- Desenhem 6 quadrados em folhas avulsas e, usando a tesoura, obtenham recortes como este.



- Montem um cubo, utilizando os recortes. Usem fita adesiva para fechá-lo.
- Mudando a posição dos recortes quadrados, podemos obter diversas planificações do cubo. É possível obter 11 planificações diferentes.
- Desenhem, em uma folha quadriculada, todas as planificações possíveis de um cubo. Usem três cores em cada uma e pintem da mesma cor as faces opostas do cubo.



Exercícios complementares

Nessa seção, são propostos atividades e problemas que ampliam o estudo dos temas estudados, bem como questões de aprofundamento dos conteúdos tratados. Quando possível, eles estão inter-relacionados a outras disciplinas que aplicam conceitos da Matemática. Algumas atividades dessa sequência propõem situações novas que, para serem solucionadas, requerem que o aluno utilize conhecimentos já adquiridos em outras situações.

As atividades dessa seção poderão ser feitas em sala de aula ou em casa, individualmente ou em grupo, com intervenções adequadas sempre que necessário.

É importante ressaltar que a seção tem por função complementar as atividades desenvolvidas, contribuindo para que todos os alunos adquiram os conhecimentos fundamentais para cada ano, considerados imprescindíveis para a formação conceitual dos estudantes de Matemática.

Desafio

Na seção **Desafio** são propostas atividades de cálculo mental e estimativas, problemas não rotineiros, brincadeiras e jogos.

Os problemas não rotineiros costumam exigir dos alunos mais reflexão, suscitar discussões em sala de aula ou instigar a curiosidade e o interesse. As resoluções podem percorrer caminhos diferentes, às vezes surpreendentes. Observe as estratégias de seus alunos e socialize aquelas que achar interessantes.

Sugerimos que crie um programa "Problemas do Mês", por exemplo. Nesse caso, prepare-se para aceitar problemas que seus alunos trarão de outras fontes. Não se preocupe em ter as soluções prontas, pois haverá tempo para pesquisar e resolvê-los.

As atividades dessa seção são apropriadas para o trabalho em grupo.

Leitura

Nessa seção, tratamos de assuntos extracurriculares e interdisciplinares com temas que contam um pouco a história de pessoas que criaram a Matemática, os processos de construção dos conceitos matemáticos, lendas e fatos curiosos, além de mostrar as aplicações da Matemática nas demais ciências. Tratamos também de assuntos que envolvem Temas Transversais.

É conveniente planejar situações coletivas em que os estudantes possam expor e trocar interpretações sobre os textos lidos.

A seguir, algumas sugestões de abordagem dessa seção que poderão auxiliá-lo.

Solicite aos alunos que façam:

- Leitura em grupo na sala de aula, seguida de ampla discussão com a classe.
- Leitura em casa.
- Leitura complementada por anotações resultantes de pesquisas em revistas, jornais, livros e na internet e desenvolvimento de amplo painel em sala de aula ou exposição dos resultados das pesquisas realizadas.
- Leitura complementada por palestras, vídeos ou visitas a exposições e museus.
- Leitura e aprofundamento do tema tratado, fazendo um trabalho integrado com outras disciplinas.

Seguem comentários sobre alguns temas abordados ao longo dos quatro volumes desta coleção, nas seções **O que você já sabe?, Desafio, Leitura, Troquem ideias e resolvam** e **Investigue e explique**.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A Matemática faz parte da história do ser humano, pois foi construída por ele ao longo dos séculos e está viva e em constante transformação. Ao revelar a Matemática como construção do ser humano ao longo da história da humanidade, e não como um conhecimento pronto e acabado, mostrando as várias necessidades e preocupações de diversas culturas, em diferentes momentos históricos, são criadas condições para uma aprendizagem mais significativa por parte dos alunos.

Assim, a História da Matemática pode ser usada em sala de aula, destacando-se as relações existentes entre ela e as outras ciências. Por exemplo, na arte, na cultura e na vida dos povos, podemos observar:

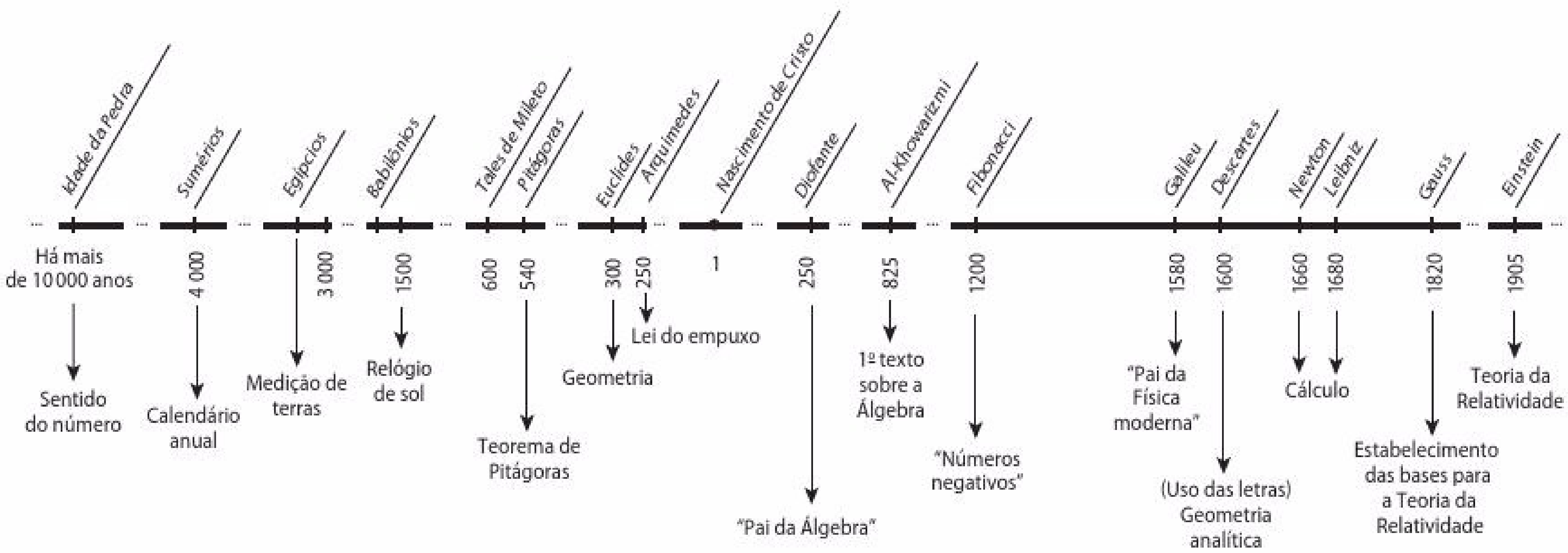
– os conhecimentos de Geometria na época das construções de templos e pirâmides;

– o uso das razões áureas pelos gregos e na arte renascentista;

– a utilização da Astronomia para a elaboração de calendários e para o planejamento das viagens marítimas etc.

Dessa forma, a abordagem por meio da História da Matemática pode contribuir para motivar os alunos a observar o modo como se deu a evolução das ideias matemáticas e procurar reproduzir nas aulas como ocorreram as passagens dessa evolução. Afinal, a Matemática é construída continuamente pelos alunos a cada novo aprendizado.

Veja o desenvolvimento do conhecimento matemático na linha do tempo a seguir:



- **"É preciso contar: filhos, ovelhas, objetos"** – o ser humano inventou o número e um processo rudimentar de contagem – é o começo da Matemática.
- **Há 5 000 anos** – **Egípcios** – As frequentes enchentes no rio Nilo fizeram com que fosse necessária a criação da medição de terras: é o começo da Geometria. Era uma Geometria preocupada apenas com as aplicações práticas.
- **Durante muitos séculos, a Aritmética** – a "ciência dos números" – **e a Geometria** – a "ciência das formas" – desenvolveram-se por meio de **padrões**, isto é, estudando as regularidades dos **fenômenos físicos**, das **formas** e das **ideias**, e foram os dois grandes eixos da Matemática.
- **Há mais de 3 000 anos**, os babilônios dividiram o ano em 360 dias. Para os egípcios, um ano tinha 365 dias. O ano bissexto, a cada quatro anos, surgiu mais tarde no calendário egípcio.
- **1500 a.C.** – já se conhecia o relógio de sol: era possível medir o movimento aparente do Sol observando a sombra de um pedaço de madeira colocado verticalmente no chão.
- **600 a.C.** – **Tales de Mileto**, vendedor de azeite e grande matemático, foi o primeiro grego a pensar uma Geometria que trilhasse o **caminho da abstração**, das **demonstrações** e da **dedução lógica**.
- **540 a.C.** – **Pitágoras**, discípulo de Tales de Mileto, deixou grandes contribuições à Geometria e à Matemática, desde o fundamento das escalas musicais até o teorema de Pitágoras, além de uma descoberta que ele mesmo e a escola que ele fundou tentaram ignorar: o número irracional.
- **300 a.C.** – **Euclides**, de Alexandria, o grande mestre da Geometria, reuniu pela primeira vez os conhecimentos existentes sobre a Geometria e os organizou, estabelecendo seus axiomas e postulados e demonstrando seus teoremas, realizando, assim, o sonho de Tales de Mileto.
- **250 a.C.** – **Arquimedes**, de Siracusa, fez descobertas tão fantásticas e criativas que é considerado o "pai da Engenharia prática". Calculou o volume da esfera, formulou a Lei do empuxo, a Lei das alavancas, os métodos para determinar o centro da gravidade de um corpo, entre outros feitos.
- **Ano 1** – **Nascimento de Cristo**.
- **250** – **Diofante**, matemático grego, foi o primeiro a abreviar sistematicamente seu pensamento com símbolos matemáticos, por meio de equações. É considerado o "pai da Álgebra".
- **825** – **Al-Khowarizmi**, matemático árabe, além de divulgar a escrita numérica decimal, que usamos hoje, escreveu o primeiro texto sobre a Álgebra – uma Álgebra que já havia sido vislumbrada pelos egípcios há mais de 4 000 anos.
- **1200** – **Fibonacci (Leonardo de Pisa)**, matemático italiano, desvendou os "mistérios dos números negativos". Admitiu a existência desses números como soluções de problemas que envolviam lucros e perdas.
- **1580** – **Galileu Galilei**, astrônomo e físico italiano, nasceu em Pisa. Sua grande contribuição à Ciência foi ter resgatado o método experimental, muito utilizado nos tempos de Arquimedes. É considerado por muitos o "pai da Física moderna". Seus estudos contribuíram decisivamente para as invenções do telescópio, do termômetro, do relógio de pêndulo etc. Fez grandes descobertas no campo da Astronomia e defendeu a teoria de Copérnico, na qual ele afirma que "a Terra não é o centro do universo".
- **1600** – **René Descartes**, filósofo e matemático francês, criou a notação de potência. Seu grande mérito foi unir a Aritmética, a Álgebra e a Geometria em um único campo de estudo – a **Geometria Analítica** –, o campo da representação dos números por meio de pontos em um plano, com a conversão de equações em gráficos e gráficos em equações. A partir disso, não houve mais limites para a produção do conhecimento matemático e da tecnologia: a Análise, o Cálculo, a Probabilidade, a Estatística, outras geometrias, a energia atômica, os computadores etc.
- **1660** – **Newton**, físico inglês, produziu uma das ideias mais fantásticas – o **Cálculo** –, que pela primeira vez permitiu medir e analisar os movimentos e as mudanças constantes de um mundo onde "nada escapa às mudanças". Elaborou as **Leis dos movimentos e da gravitação**, fundamentais na Física, e definiu a **aceleração** nos processos que envolvem movimentos físicos.
- **1680** – **Gottfried Leibniz**, matemático alemão, foi um gênio em várias áreas do conhecimento. Publicou sua versão do **Cálculo**, em 1684, sem conhecer os trabalhos de Newton.

- **1820 – Carl Friedrich Gauss**, gênio alemão, dominou a Matemática do século XIX e, segundo alguns estudiosos, foi o "último gênio a dominar todas as matemáticas". Inovou na Análise e na Geometria e estabeleceu as bases para a **relatividade** e a **Teoria Atômica** do século XX. Inventou o telégrafo, junto com Weber, e cerca de dois anos antes de Morse. Encheu páginas e páginas de seus cadernos com uma Matemática de criação própria.
- **Por volta de 1900 – Albert Einstein**, nascido na Alemanha, é considerado um dos maiores gênios da Física, "o fundador da Física moderna". Baseou-se nas ousadas ideias de Gauss e Riemann e produziu sua **Teoria da Relatividade** para descrever o universo real: "o tempo, o tamanho e o peso não são constantes, mas variam de acordo com a velocidade". Sugeriu, também, um universo com quatro dimensões, em que o **tempo** é a quarta dimensão. Criou a famosa equação da energia nuclear, $\mathbf{E = mc^2}$, em que "a energia **E**, em uma porção de matéria, é igual à massa **m** multiplicada pelo quadrado da velocidade da luz, **c**".
- **Do final do século XIX até os dias de hoje** – o ritmo da evolução das ciências foi tão fantástico que fica difícil citar apenas alguns gênios, pois são muitos os grandes: Jules Henri Poincaré, que estudou sobre probabilidade e equações diferenciais; David Hilbert, que estudou espaços abstratos; Giuseppe Peano, que fundou o simbolismo formal; além de outros nomes, como Augustin Louis, Cauchy, Bernard Bolzano, Georg Cantor e Kurt Gödel, por exemplo.

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Nesta coleção, a comunicação de ideias matemáticas foi feita de forma gradual e contextualizada. Diante das preocupações com a linguagem e a notação matemática, há a necessidade e a importância de os alunos compreenderem a notação científica, presente em textos e artigos que tratam de assuntos das ciências.

A necessidade de operar com números que, comparados com a unidade, são muito grandes ou muito pequenos e a inconveniência de representá-los com uma notação com muitas casas decimais levaram os cientistas a utilizar a notação científica. É uma forma de representação que usa um número entre 0 e 10 multiplicado por uma potência de base 10, que representa qualquer número real. Essa representação é vantajosa, pois ocupa menos espaço, elimina a necessidade de contar zeros e facilita os cálculos.

DESENHO GEOMÉTRICO

Além de sua contribuição no estudo da Geometria, o desenho geométrico é uma ferramenta importante para profissionais que, por exemplo, fazem projetos, desenham plantas e representam muitos objetos.

A construção de figuras geométricas requer o uso de materiais de desenho como régua, esquadro e compasso. Nesta coleção, são apresentadas diferentes atividades em que são necessários esses materiais, o que favorece a construção pelo aluno dos conceitos relacionados às noções básicas necessárias à aprendizagem de Geometria, além dos aspectos lúdicos que envolvem esse tipo de atividade.

CÁLCULO MENTAL, ESTIMATIVAS, ARREDONDAMENTOS E APROXIMAÇÕES

Os alunos podem se tornar aptos a efetuar rapidamente cálculos aproximados, medir, verificar se uma solução é razoável, examinar conjecturas ou tomar decisões, desenvolvendo habilidades de cálculo mental e recursos de estimativa.

Com isso, eles aprendem a conferir e validar suas respostas aos problemas. Às vezes, devido a erros aritméticos ou de outra natureza, os resultados de um problema matemático podem ser interpretados de forma equivocada.

Por meio de cálculo mental, estimativas, aproximações e arredondamentos, os alunos poderão rever os cálculos, constatar se as respostas são coerentes e decidir quando um resultado específico é suficientemente preciso para o objetivo desejado. Ao valorizarmos o hábito de verificar e controlar os resultados, podemos ajudá-los a ter confiança em suas possibilidades e a desenvolver a capacidade de perseverança na busca de resultados e uma postura crítica diante deles. Dessa maneira, conduzimos os alunos a um melhor desempenho em Matemática.

REGULARIDADES, PADRÕES NUMÉRICOS, ALGÉBRICOS E GEOMÉTRICOS – GENERALIZAÇÕES

A importância do trabalho com padrões e com a observação de regularidades é reconhecida pela sua contribuição na construção do conceito de número, dos conceitos geométricos e na apreensão das propriedades numéricas e geométricas. O trabalho com regularidades também representa uma estratégia útil e difundida de resolução de problemas. Explorar sequências numéricas é um caminho para introduzir a Pré-Álgebra, assim como observar padrões geométricos facilita a compreensão dessa parte da Matemática devido ao apelo visual. Modificar e estender os padrões são atividades que ajudam no desenvolvimento da Álgebra.

À medida que os alunos buscam regularidades, eles aprendem a fazer suas próprias investigações sobre os conceitos matemáticos, ensaiam possíveis organizações e tentam verificar se elas são válidas em todos os casos.

A descoberta de regularidades, a análise e o uso de padrões tornam disponíveis aos alunos recursos que permitem formular leis gerais em um processo de busca de generalizações.

Nesta coleção, há uma preocupação em atender a todos esses aspectos, o que é feito de modo significativo ao longo dos quatro volumes. Atividades com esses objetivos serão encontradas em diferentes seções, em especial na seção **Investigue e explique**, e em atividades que envolvem a observação e a criação de padrões de repetição numéricos ou geométricos.

Essas atividades são bastante criativas e enriquecedoras na medida em que os alunos participam, criam seus próprios padrões e os associam a mosaicos e às sequências.

RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS

A resolução de problemas deve ser o ponto de partida da atividade matemática. Conceitos, ideias e procedimentos são abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las. São situações que estimulam a curiosidade e a investigação, possibilitando que eles utilizem experiências anteriores e que adquiram novos conhecimentos ampliando, dessa forma, os que já possuem.

Resolver problemas é uma atividade complexa que envolve a coordenação de conhecimento, experiência anterior, intuição e confiança, entre outras habilidades. Não se reduz ao uso específico de um algoritmo pelo qual os alunos seguem regras preestabelecidas para chegar à solução. Envolve habilidades fundamentais como a capacidade de ouvir, discutir, escrever, ler ideias matemáticas, interpretar significados e pensar de forma criativa.

Nesta coleção, são propostos problemas que fazem parte do dia a dia dos alunos: alguns de aplicação imediata dos conceitos e procedimentos abordados, outros relacionados a vários conceitos e procedimentos já estudados, além dos problemas não convencionais. Estes se caracterizam como diferenciadores e têm extrema relevância no processo de aprendizagem, pois desenvolvem a capacidade de planejar e elaborar estratégias variadas, permitem que os alunos aceitem as diversas soluções dos colegas e compreendam a lógica de outras soluções.

APLICAÇÕES EM OUTRAS ÁREAS

Nos diferentes meios de comunicação, são comuns assuntos que envolvem conceitos e procedimentos matemáticos, como problemas de economia, gastos com produção, despesas e lucros, comparação de preços cobrados em lojas e dados estatísticos.

Temas como Meio Ambiente, Saúde e Educação podem ser utilizados para envolver os alunos na discussão de problemas sociais e provocar sua mobilização em busca de soluções.

Muitas vezes, essas buscas incentivam os alunos a aplicar os conhecimentos matemáticos adquiridos, favorecendo a interdisciplinaridade.

Sabemos que a instrumentação para a vida depende, em uma democracia, de uma preparação para o pleno exercício da cidadania e, para isso, é necessário desenvolver a capacidade de analisar e interpretar dados estatísticos, possuir noções de Economia, resolver situações de conflito e ser capaz de tomar uma decisão. Nesse sentido, esta coleção é permeada por problemas que possibilitam essas discussões e o desenvolvimento dessas habilidades.

ATIVIDADES LÚDICAS E JOGOS

Atualmente, tem-se dado relevância às atividades lúdicas e aos jogos no ensino e na aprendizagem da Matemática. Nessas atividades, os alunos passam a lidar com regras que lhes permitem a compreensão do conjunto de conhecimentos veiculados socialmente, fornecendo-lhes novos elementos para apreenderem os conhecimentos futuros. Os jogos favorecem o aprendizado, pois sabemos que, ao brincar, os alunos apreendem a estrutura lógica do material e, desse modo, a estrutura matemática presente.

As atividades lúdicas e os jogos também favorecem o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas. Eles dão aos alunos a oportunidade de estabelecer um plano de ação para atingir determinados objetivos, executar jogadas segundo esse plano e avaliar a eficácia dessas jogadas nos resultados obtidos.

Algumas atividades lúdicas e alguns jogos realizados em grupo privilegiam o tratamento de aspectos afetivos e podem contribuir para a formação de atitudes que valorizam o trabalho coletivo.

Revisão cumulativa e testes

Seção apresentada ao final de cada unidade com o objetivo principal de rever conteúdos estudados em unidades anteriores, na própria unidade e até mesmo em anos anteriores. As questões são apresentadas em duas formas: discursivas e testes. A proposição de testes tem como objetivo principal preparar os alunos para os vários tipos de avaliação a que são submetidos, atualmente, nos sistemas educacionais municipais, estaduais e nacional.

O livro do aluno não traz as respostas desses testes, o que possibilita seu uso para avaliação. Essa coleção de respostas se encontra nas últimas páginas do Manual.

Blocos de conteúdo e orientações didáticas

Ao longo dos quatro livros da coleção, são abordados os blocos de conteúdos:

- Números e Operações;
- Geometria;
- Grandezas e Medidas;
- Álgebra;
- Estatística e Probabilidade.

Números e Operações

Qual é a idade da nossa linguagem numérica?

É quase impossível responder a essa pergunta. Existem muitos indícios de que ela é milhares de anos mais antiga que a linguagem escrita: a gênese do número perde-se nas idades pré-históricas.

Em algum momento da História, o ser humano aprendeu a **contar**, e foi a **contagem** que produziu extraordinários efeitos na evolução dos conhecimentos científico e não científico acumulados ao longo do tempo. Os números constituem ferramentas fundamentais nessa evolução.

As pessoas estão cercadas de números: número da cédula de identidade, horário de trabalho, estatísticas diversas, impostos, distâncias, velocidade do automóvel, recordes de jogos etc.

Os números são empregados em diversas situações e também têm diferentes finalidades. As principais funções dos números são: **contar**, **medir**, **ordenar** e **codificar**. Para responder à pergunta "Quantos alunos há na sala?", utilizamos um **número cardinal** depois de realizar a **contagem**. O resultado de algumas **medidas** também é expresso com números cardinais: distâncias entre cidades, capacidades etc.

Já a posição dos pilotos vencedores de uma corrida automobilística é indicada com **números ordinais**.

Os números são empregados ainda como **código** e, nesse caso, podem identificar pessoas ou objetos. Esses números não expressam necessariamente uma quantidade, são números convencionais. Por exemplo, os números das placas dos automóveis, os números de telefones, os números de documentos de identidade, os números das contas bancárias e os códigos de barras.

Ao longo dos quatro livros desta coleção, organizamos os números dentro de uma estrutura (não explícita) de conjuntos numéricos, partindo dos números naturais até chegar aos números reais. Da contagem resultaram os números naturais, da medição resultaram os números racionais e os reais e da formalização das operações surgiram os números inteiros, formando os quatro conjuntos numéricos que estudamos no Ensino Fundamental e Médio.

O objetivo é fazer com que os alunos percebam uma extensão do conceito de número, adquirido ao longo dos anos iniciais de estudo, e a ampliação que se faz de um conjunto numérico para outro. Nessas ampliações, mantêm-se as propriedades já estudadas em cada conjunto numérico, e cada um deles é inserido em outro, como subconjunto.

Com essa abordagem, esperamos que os alunos construam o conceito de número, compreendam o Sistema de Numeração Decimal, construam os algoritmos, desenvolvam as habilidades com o cálculo escrito, o cálculo mental e o uso da calculadora, aprendam a estimar resultados e desenvolvam habilidades para resolver problemas.

Os procedimentos de cálculo permitem que os alunos os percebam como ferramentas na resolução de problemas, enquanto as atividades numéricas proporcionam ocasiões para o desenvolvimento de algumas estratégias gerais.

Esses temas são ampliados quanto à abordagem e à profundidade ao longo dos quatro livros da coleção. Alguns deles serão sistematizados até o final do Ensino Fundamental.

Os itens a seguir fornecem elementos para poder esclarecer os alunos quanto à importância do tema e das habilidades numéricas, geométricas e algébricas à medida que forem adquiridas. O objetivo é levar os alunos a ampliar as aplicações dessas habilidades no dia a dia.

O estudo das propriedades das operações propõe levar os alunos a descobrir as regularidades, em procedimentos (compor e decompor, arredondar, estimar) e na aplicação de estratégias de cálculo mental e escrito, sem dar ênfase à nomenclatura.

Ainda nesse tema, tratamos das operações com números inteiros, números racionais nas formas fracionária e decimal, números irracionais na forma de radical, sugerindo-se que leve em conta o ritmo e as experiências dos alunos.

Os problemas propostos nesta coleção são variados e exploram os diferentes significados das operações, além de possibilitar o reconhecimento das relações entre os diferentes tipos de números e entre as diversas operações.

Além do cálculo escrito, que favorece a compreensão dos algoritmos e das propriedades, destaca-se o cálculo mental, que está diretamente ligado a aspectos da vida cotidiana, assim como a estimativa, que permite fazer previsões e tomar decisões.

Nessas situações, é conveniente que os alunos saibam usar outros recursos, como as calculadoras, para auxiliá-los na análise e checagem de resultados e na resolução de problemas com dados reais que, de modo geral, são mais complexos, pois nem sempre trabalham com valores exatos. Pode-se, desse modo, usar o tempo que seria destinado aos cálculos para análise e discussão dos resultados.

Antecipando a introdução da linguagem algébrica, para que os alunos se sintam familiarizados com o sentido dos números e com o significado das operações, são propostas situações-problema para que eles identifiquem as operações estudadas, apliquem propriedades e determinem o elemento desconhecido, de modo que expressem a relação entre as operações.

Por exemplo:

$72 - 13 = \mathbf{n}$ quer dizer o mesmo que $13 + n = 72$ e

$21 : 7 = \mathbf{n}$ quer dizer o mesmo que $7 \cdot n = 21$.

Geometria

A Geometria é, inicialmente, o conhecimento imediato da nossa relação com o espaço. Começa com a visão e caminha em direção ao pensamento, vai do que pode ser percebido para o que pode ser concebido, e os problemas colocados por esse conhecimento nos levam à construção gradativa do saber geométrico.

Esse bloco está estruturado de modo a articular percepção e concepção, construção e representação, considerando a importância de uma inter-relação desses aspectos.

São realizadas atividades de manipulação, que se iniciam com formas tridimensionais.

Observando e experimentando objetos do mundo físico, idealizam-se esses objetos como formas geométricas. Descobrem-se relações e adquire-se um sentido espacial ao construir, desenhar, medir, visualizar, comparar, transformar e classificar formas geométricas.

As atividades geométricas proporcionam contextos adequados para o desenvolvimento de habilidades, procedimentos e estratégias de caráter geral, a partir:

- da percepção espacial, que é a habilidade de se orientar no espaço e coordenar diferentes ângulos de observação de objetos no espaço;
- da habilidade de observação do espaço tridimensional e da elaboração dos meios (representações) de se comunicar a respeito desse espaço;
- de habilidades do raciocínio lógico e de argumentação, buscando responder a questões como "o que acontecerá se...", que ajudam a aprender a analisar um argumento e a reconhecer os argumentos válidos e os não válidos no contexto das formas geométricas e, por extensão, nos problemas da vida diária;
- de habilidades de desenho e representações geométricas, utilizando modelos para visualizar certas propriedades, analisar e resolver problemas. As interpretações geométricas podem contribuir para que se entenda melhor uma representação abstrata (simbólica).

A integração e a aplicação da Geometria em outros campos do conhecimento permitem instigar ideias e propor aplicações práticas para que possamos enfrentar problemas reais, em geral, de natureza interdisciplinar. O trabalho feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, escultura e artesanato possibilitará que os alunos estabeleçam conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

O estudo de Geometria por meio das **construções geométricas** é desenvolvido a partir da resolução de problemas e com o uso de vários instrumentos e operações. A construção de figuras geométricas requer a manipulação de materiais de desenho como régua, esquadro e compasso.

É possível que essa manipulação subsidie a construção dos conceitos da Geometria, não de uma maneira axiomática, mas a partir de uma proposta que se inicia empiricamente — medindo, experimentando, analisando — até chegar a um trabalho que exige um raciocínio lógico-dedutivo.

É uma proposta que não implica uma falta de rigor conceitual, mas que tem como pressuposto básico que o conhecimento é adquirido em uma elaboração e reelaboração constante dos conceitos, como revela a própria história da Geometria.

Também é abordada a Geometria das transformações, que trata das translações, rotações, reflexões, enfim, dos movimentos, das isometrias e das homotetias.

O conceito de **transformação geométrica** é trabalhado com ênfase na intuição e na verificação experimental de algumas conjecturas. O trabalho proposto não se resume à transmissão de postulados, teoremas e definições logicamente organizados, apresentados de forma dogmática, sem possibilidade de discussão; ele é significativo e funcional no dia a dia.

Grandezas e Medidas

Medida é uma importante aplicação de número. Medir é uma habilidade que se origina nas atividades comuns do ser humano e está presente no pensamento matemático. Medir **grandezas** tem por objetivo quantificar o mundo que nos rodeia.

As atividades com medidas propostas nesta coleção são desenvolvidas por meio de relações com a proporcionalidade, os conceitos geométricos, as noções numéricas e as representações gráficas, vinculando, assim, Grandezas e Medidas com Números, com Geometria e com Estatística e Probabilidade, de modo simultâneo.

O trabalho com medidas também é desenvolvido de forma a ampliar a noção de números. Os números racionais (na forma decimal ou fracionária) estão ligados às medidas. As frações surgiram há muitos séculos para expressar medidas que não podiam ser indicadas por números naturais.

Para os pitagóricos, as frações eram apenas relações de tamanho entre grandezas de mesma espécie, pois consideravam números apenas os inteiros. Acreditavam que, dadas duas grandezas quaisquer, sempre seria possível encontrar uma unidade de medida que coubesse um número inteiro de vezes nas duas grandezas, ou seja, para eles só existiam grandezas comensuráveis. Mais tarde, descobriram que existiam grandezas incomensuráveis, não importando até que ponto fosse pequena a unidade de medida.

Os matemáticos da Antiguidade foram capazes de fazer medições de grandes distâncias, semelhantes às que são realizadas hoje por cientistas com seus poderosos e sofisticados instrumentos, obtendo resultados que surpreendem por sua exatidão. Para isso, era utilizada uma ideia simples, porém brilhante: a semelhança de triângulos.

Desde o momento em que o ser humano sentiu a necessidade de efetuar medidas, tentou estabelecer sistemas que possibilitassem medir comprimento, massa e volume.

De início, não se media, apenas comparavam-se volumes, comprimentos e massas. Com a evolução da humanidade, as necessidades foram mudando e buscou-se uma padronização de unidades, caracterizando o desenvolvimento da noção de medir.

Para unidades de comprimento usava-se o "pé", a "polegada" e a "jarda", unidades que na época derivavam do tamanho das partes do corpo do rei de cada região.

Essas unidades de medida não eram comuns a todos: o pé do rei de determinado lugar podia ser maior ou menor que o pé do rei de outro lugar. Isso acarretava uma série de dificuldades que prejudicavam tanto o comércio entre povos como as comparações de dados científicos já conhecidos na época. Começava-se, então, a pensar em unidades de medidas que fossem bem definidas e reconhecidas mundialmente.

Surge dessa forma a necessidade de se trabalhar com unidades convencionais relacionadas ao problema da comunicação. Para efetuar uma medição, escolhe-se uma unidade de medida de mesma natureza da grandeza que se deseja medir. Somente grandezas de mesma natureza são comparadas em situações de medição.

Ao construírem as unidades padrão, os alunos precisam perceber que certos comprimentos, ou outros tipos de medida, não são mensuráveis com apenas uma única unidade e que a partir de uma poderão ser criadas outras. Assim, eles começarão a perceber a adequação das unidades de medida às grandezas que se deseja medir e a descobrir as equivalências entre as unidades criadas em um mesmo sistema de medida.

As atividades propostas também procuram explicitar as diferenças de natureza entre medidas de comprimento, massa, capacidade, tempo, superfície e volume e levá-los a justificar a necessidade da unidade padrão. Ao apresentar as unidades padrão para essas grandezas, são propostas situações que possibilitam aos alunos estabelecerem relações entre unidades de medida e empregarem múltiplos e submúltiplos das unidades fundamentais. Procure enfatizar apenas as unidades mais comuns no dia a dia dos alunos.

As habilidades para o uso de instrumentos apropriados para medir diversas grandezas vão se refinando gradativamente.

Álgebra

A Álgebra caracteriza-se pelo conjunto de conceitos, propriedades e procedimentos que empregam letras e expressões literais para estabelecer relações e realizar operações.

Nas expressões algébricas, as letras desempenham funções muito diferentes: podem representar um número qualquer, um número desconhecido, uma variável ou uma relação entre conjuntos de números ou símbolos arbitrários de uma estrutura estabelecida por certas propriedades. As funções das expressões algébricas estão relacionadas com as várias interpretações possíveis da Álgebra:

- Álgebra como generalização da Aritmética;
- Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos problemas;
- Álgebra como estudo de relações entre quantidades;
- Álgebra como estudo das estruturas.

O uso das letras facilita pensar em ideias matemáticas e permite representar, para qualquer número, ideias ou relações que valem para números específicos. Por exemplo, sabemos que, se $10 + 6 = 16$, então $16 - 6 = 10$ ou $16 - 10 = 6$. Se usarmos **a**, **b** e **c** para representar quaisquer números, poderemos dizer que, se $a + b = c$, então $c - b = a$ ou $c - a = b$.

Em Aritmética, buscamos respostas numéricas particulares; em Álgebra, procuramos estabelecer procedimentos e relações e expressá-los em uma forma geral.

Na concepção da **Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos problemas**, o tema central é a resolução de equações. Nesse caso, as letras são incógnitas específicas.

Em seu manual de Álgebra *Aritmética universal*, Isaac Newton (1642-1727) escreveu: "O idioma da Álgebra é a equação. Para resolver um problema referente a números ou relações abstratas de quantidades, basta traduzir o tal problema, do inglês ou de outra língua, para o idioma algébrico".

No entanto, essa tradução não é tão simples, uma vez que exige uma explicitação prévia das relações matemáticas entre a incógnita e os demais dados do problema. Para resolvê-lo, depois de obtida a equação, é preciso aplicar sobre ela determinado algoritmo de cálculo para chegar ao valor da incógnita.

Por exemplo: "João tem 46 moedas. Se o dobro da quantidade de moedas de Mariana, adicionado à quantidade de moedas de João, for igual a 76, quantas moedas terá Mariana?".

Ao usarmos uma letra para representar a quantidade de moedas de Mariana, **x**, por exemplo, temos a equação:

$2x + 46 = 76$

Na concepção da **Álgebra como estudo de relações entre quantidades**, as letras não são incógnitas. Elas descrevem certos aspectos de um objeto ou um fenômeno, possibilitando compreender seu funcionamento ou mesmo deduzir novas propriedades.

Nessa interpretação, as letras assumem o sentido completo de variável, isto é, as variáveis "variam". Existem as noções de *variável independente* e *variável dependente*, e a relação entre elas pode ser uma função.

Por exemplo:

- a fórmula da área de um retângulo ($A = b \cdot h$) é uma relação entre as variáveis comprimento e largura;
- na função representada pela expressão $y = 5x - 3$, o valor de **y** depende de **x**.

Na concepção da **Álgebra como estudo das estruturas**, as letras são consideradas símbolos arbitrários de uma estrutura estabelecida por certas propriedades. Ou seja, elas constituem elementos pertencentes a estruturas algébricas, tais como grupos, anéis ou corpos, que fundamentam a teoria da Álgebra.

Nesta coleção, a Álgebra é explorada desde o 6º ano.

Estatística e Probabilidade

A importância de conteúdos de Estatística, Probabilidade e Combinatória é reconhecida hoje nos mais diversos campos, das pesquisas científicas e sociais ao mundo dos negócios, constituindo, assim, uma ferramenta para outras disciplinas.

Esse eixo de conteúdos permite que os professores tragam para a sala de aula o cotidiano presente nos diferentes meios de comunicação, como jornais, revistas e internet, e na vida dos cidadãos.

É possível que os alunos se sintam mais motivados a estudar as noções básicas de Estatística, já que a maioria dos assuntos referentes a esse bloco de conteúdos é veiculada pelos meios de comunicação e faz parte do cotidiano deles.

Como o mundo que nos rodeia é apresentado por meio de informações estatísticas, é indispensável que cada cidadão saiba selecioná-las e interpretá-las para desenvolver a capacidade de análise, crítica, tomada de decisões e intervenções. Disso depende a possibilidade de se obter um avanço na formação para a cidadania.

Com esse tema, esperamos subsidiar os alunos com uma pequena bagagem de conhecimentos para que possam fazer uma leitura mais crítica dos artigos que, muitas vezes, se utilizam da Estatística para manipular dados, induzindo o leitor a conclusões que interessam ao seu autor.

Nesse trabalho, são empregados gráficos e tabelas de textos jornalísticos e textos próprios para a formulação de questões e problemas.

Esse bloco de conteúdos envolve também possibilidades e chances, como elementos do estudo de Probabilidade, além de problemas de contagem que englobam o princípio multiplicativo.

Os problemas de contagem objetivam levar os alunos a lidar com situações que envolvem diferentes tipos de agrupamentos, possibilitando o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo.

Problemas que envolvem possibilidades são trabalhados desde o volume 6, como, por exemplo, o problema dos apertos de mãos, em que os alunos são levados a quantificar as possibilidades.

Com relação ao estudo de Probabilidade, a principal finalidade é a de que os alunos compreendam que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se pode identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da chance de ocorrência de um deles.

O ensino das noções sobre Probabilidade pode ser realizado mediante uma metodologia heurística e ativa, por meio de experimentação, como, por exemplo, lançando dados e moedas.

O que se pretende nessa etapa do Ensino Fundamental é que o conceito de Probabilidade seja entendido como a razão, nesta ordem, entre o número de resultados possíveis de um experimento e o número de todos os resultados possíveis, ao se realizar um experimento aleatório (espaço amostral).

A Teoria de Probabilidades é um assunto difícil, do ponto de vista teórico e do ponto de vista técnico.

Por causa das dificuldades inerentes ao estudo de Probabilidades, fazemos uma sugestão de trabalho em sala de aula com o objetivo de que as pessoas comecem a "pensar probabilisticamente".

Avaliação em Matemática

Avaliar significa ir além da busca de resultados, é um **processo** de observação e verificação de como os alunos apreendem os conhecimentos matemáticos e do que pensam sobre a Matemática.

Como parte do próprio processo de ensino/aprendizagem, o objetivo da avaliação é aprimorar a qualidade dessa aprendizagem. Ela deve ser contínua, dinâmica e, com frequência, informal, para que, por meio de uma série de observações sistemáticas, se possa emitir um juízo de valor sobre a evolução do aluno no aprendizado da Matemática e tomar as atitudes necessárias.

A avaliação do desempenho dos alunos tem como finalidades:

a) Em relação ao aluno:

- verificar e mensurar seu conhecimento matemático;
- acompanhar o desenvolvimento de seus procedimentos matemáticos;
- observar sua postura diante da Matemática;
- possibilitar a reflexão sobre seus êxitos e dificuldades.

b) Em relação ao professor:

- colher informações para orientação e tomada de decisões em relação à atuação docente;
- identificar as áreas em que alguns alunos apresentam dificuldades e reorientar o trabalho.

A avaliação centrada basicamente em provas, nas quais os alunos devem mostrar sua destreza nas técnicas adquiridas e a capacidade de memorizar regras, fatos e definições, tem função seletiva e promocional e não fornece todas as informações sobre a aprendizagem efetiva dos alunos.

Avaliar não é só construir um instrumento de verificação, mas também transformá-lo em registro adequado para acompanhar e comprovar o grau de aquisição da aprendizagem, tornando-se uma referência para a reflexão e a conscientização dos alunos e dos professores. Segundo essa concepção, destacamos os componentes da avaliação: conceitos matemáticos, procedimentos matemáticos, atitudes e raciocínios.

Componentes da avaliação	Espera-se que os alunos
Conceitos matemáticos	• nomeiem, identifiquem e definam os conceitos; • reconheçam os diversos significados e interpretações dos conceitos e os diferenciem; • identifiquem as propriedades; • apliquem os diversos conceitos em outras situações; • busquem interdependências entre conceitos.
Procedimentos matemáticos	Comunicação: • utilizem as mais variadas formas para representar situações matemáticas; • interpretem e utilizem diferentes linguagens: numérica, geométrica, gráfica e algébrica; • empreguem vocabulário matemático e notações para representar ideias e descrever relações. Algoritmos de cálculo: • estimem e comparem resultados; • utilizem os algoritmos tradicionais de cálculo; • reconheçam quando um algoritmo é adequado e eficaz. Construções geométricas: • estimem e comparem medidas; • utilizem de maneira correta os instrumentos de medida habituais; • realizem construções geométricas; • entendam os conceitos sobre os quais se apoia um processo de construção geométrica; • saibam quando aplicar as construções geométricas.

Componentes da avaliação	Espera-se que os alunos
Atitudes	Apreciação da Matemática: • reconheçam e valorizem os conhecimentos matemáticos para representar, comunicar ou resolver diferentes situações da vida cotidiana; • desenvolvam confiança na própria capacidade para resolver problemas matemáticos; • demonstrem curiosidade e interesse para resolver situações matemáticas; • desenvolvam a perseverança na busca de soluções; • demonstrem interesse em aprimorar a apresentação de seus trabalhos, de modo que facilitem a análise e a compreensão; • se interessem pelas diferentes estratégias de resolução de problemas; • desenvolvam a criticidade com relação ao seu trabalho e ao de seus colegas; • valorizem o trabalho coletivo.
Raciocínios	• realizem especulações; • busquem regularidades na ação existente por ocasião da apresentação ou construção de um conhecimento matemático; • analisem situações matemáticas e sintetizem fatos já analisados; • apliquem o método indutivo com o objetivo de buscar regularidades e generalizações; • apliquem o método dedutivo para determinar ou verificar resultados significativos; • formalizem conhecimentos por meio de evoluções dos códigos de linguagem criados ou construídos como um processo final na aquisição ou construção de um conhecimento.

E como avaliar?

PROCEDIMENTOS PARA COLETAR DADOS

É muito difícil observar diariamente todos os alunos de maneira sistemática. Porém, é necessário fazer observações com regularidade. Os registros precisam ser compreensíveis e ser mais do que um grupo de qualificações numéricas ou listagens. Podem incluir anotações breves ou amostras de trabalhos dos alunos.

O procedimento de registro precisa ser simples, rápido e ter como base:

- as respostas dos alunos, quando eles manifestarem de forma implícita ou explícita suas certezas, dúvidas e erros;
- as observações das ações e discussões efetuadas durante as tarefas individuais, em grupos pequenos ou com a classe toda;
- a análise de provas, tarefas feitas em casa, diários e trabalhos escritos.

No processo de construção do saber matemático, espera-se que os alunos façam inferências sobre o que observam, formulem hipóteses e não necessariamente encontrem uma resposta certa. Deve-se considerar na avaliação o processo, e não apenas o seu resultado. Nesta coleção, as aberturas e as seções **Desafio**, **Troquem ideias e resolvam**, **Investigue e explique** e **Revisão cumulativa e testes** podem proporcionar elementos para a avaliação continuada.

Instrumentos

A avaliação não pode se apoiar em um só instrumento ou em uma só técnica. O modo de avaliação pode ser escrito ou oral. As atividades que os alunos realizam proporcionam um amplo rol de possibilidades para demonstrar sua iniciativa e capacidade e, por isso, é conveniente que sejam utilizadas como fonte de informações para avaliá-los.

Tipos de instrumentos

- exercícios, problemas, pesquisas, resumos, esquemas, cadernos de classe;
- atividades extraclasse, como trabalhos em casa, projetos, dramatizações e exposições em feiras de ciências;
- provas de tipos variados com respostas discursivas curtas, abertas ou testes de múltipla escolha.

Conteúdos propostos em cada ano

Apresentaremos mais adiante os conteúdos, por unidades e expectativas de aprendizagem. Você encontrará também as seções:

Orientações didáticas

Nas orientações didáticas, sugerimos alguns cuidados que poderão ser tomados na introdução dos temas tratados em cada unidade. Também apontamos dificuldades que poderão ocorrer durante o processo de aprendizagem dos conteúdos propostos e sugerimos algumas alternativas que poderão auxiliá-lo a superá-las, favorecendo o desenvolvimento de atitudes positivas.

Textos de aprofundamento

Reunimos textos relacionados à Matemática no dia a dia, à história da Matemática, à fundamentação teórica, à aplicação em outras disciplinas e a temas da Matemática que serão tratados formalmente em níveis mais avançados.

Os textos são subsídios que poderão complementar as suas aulas, instigando a curiosidade e despertando o interesse dos alunos.

Comentários e resolução de atividades

Neste espaço, são resolvidas e comentadas as atividades das seções **Investigue e explique**, **Troquem ideias e resolvam** e **Desafio**, destacando propostas e alguns desdobramentos que poderão ocorrer a partir das propostas apresentadas: problemas parecidos, outros problemas, investigações, generalizações e fórmulas. Fica a critério do professor decidir pelo aproveitamento ou não das situações sugeridas.

Observe todas as sugestões apresentadas pelos alunos. Converse com a classe sobre os vários caminhos que existem na solução de um problema. Isso mostrará a eles que a criatividade e a imaginação não são limitadas, sobretudo em Matemática. A percepção e a consciência da liberdade de pensamento em Matemática poderão melhorar o desenvolvimento do raciocínio de seus alunos.

Sugestões de atividades complementares

Nesta seção são propostos, como sugestões complementares, problemas não rotineiros, jogos e quebra-cabeças que poderão ser utilizados de acordo com a disponibilidade de tempo.

Indicações para a formação continuada do professor

BALDINO, R. R. *Ensino de Matemática ou educação matemática? Temas e debates*. Blumenau, SBEM, vol. IV, n. 3, 1991.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. *Filosofia da Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher/Edusp, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais – Introdução. Temas transversais, 3º e 4º ciclos.* Brasília: MEC/SEF, 1998.

____. *Parâmetros curriculares nacionais – Matemática, 1º e 2º ciclos.* Brasília: MEC/SEF, 1997.

____.*Parâmetros curriculares nacionais – Matemática, 3º e 4º ciclos.* Brasília: MEC/SEF, 1998.

BUSHAW, D. *Aplicações da Matemática escolar*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gradiva, 1998.

CARRAHER, T. N. *Aprender pensando*. 19. ed. São Paulo: Vozes, 2008.

Coleção Matemática sem problemas. Rio de Janeiro/São Paulo: José Olympio/Melhoramentos, 1972.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Conteúdo e metodologia na formação de professores. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.). *Cultura, Formação e Desenvolvimento Profissional de Professores que Ensinam Matemática:* investigando e teorizando a partir da prática. 1. ed. São Paulo: Musa Editora, 2005.

D'AMBROSIO, U. *Da realidade à ação*: reflexões sobre Educação e Matemática. São Paulo: Summus, 1986.

DANTE, L. R. *Didática da resolução da Matemática*. 12. ed. São Paulo: Ática, 1999.

DANTZIG, T. *Número*: a linguagem da ciência. Trad. Sérgio Goes de Paula. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

DAVIS, P. J. *A experiência matemática*. Trad. João B. Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1986.

____; HERSH, R. *O sonho de Descartes*. Trad. Mário C. Moura. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1988.

FAINGUELERNT, E. K. *Educação matemática*: representação e construção em Geometria. Porto Alegre: Artmed, 1999.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. As concepções de educação algébrica. In: *Proposições*. São Paulo: Cortez, v. 4, n. 1 (10): 39-54, mar. 1993.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. (Org.). *Por trás da porta, que Matemática acontece?* Campinas: Unicamp, 2001.

FIORENTINI, D. *Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil*. Revista Zetetiké, Campinas, ano 3, n. 4, p. 1-37, 1995.

HOGBEN, L. *Maravilhas da Matemática*. São Paulo: Globo, 1970.

IFRAH, G. *Os números*: a história de uma grande invenção. 5. ed. Rio de Janeiro: Globo, 1992.

KARLSON, P. *A magia dos números*. Porto Alegre: Globo, 1961.

KRULIK, S.; REYS, R. E. *A resolução de problemas na Matemática escolar*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1998.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. *Aprendendo e ensinando Geometria*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

LINS, Romulo & GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI*. Campinas: Papyrus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática.)

LOPES, M. L. L.; NASSER, L. *Geometria na era da imagem e do movimento*. Rio de Janeiro: UFRJ, 1996.

MACHADO, N. J. *Matemática e língua materna*: análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1990.

____. *Matemática e realidade*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1987.

MOISE, E.; DOWNS, F. L. *Geometria moderna*. Trad. Renate Watanabe. São Paulo: Edgard Blücher, 1971.

MURRIE, Z. F (Org.). *Matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC/INEP, 2002.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 1988.

NIVEN, I. *Números*: racionais e irracionais. Trad. Renate Watanabe. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984. (Coleção Fundamentos da Matemática Elementar.)

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). *Educação Matemática* – pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

PIRES, C. M. C. *Currículos de Matemática*: da organização linear à idéia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

____. *Números naturais e operações*. São Paulo: Melhoramentos, 2013. (Coleção Como eu ensino.)

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. São Paulo: Interciências, 1978.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PROPOSTAS CURRICULARES PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA, 1º grau dos vários estados do Brasil.

SACRISTAN, J. G. *O currículo*: uma reflexão sobre a prática. Trad. Ernani F. da F. Rosa. 3. ed. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Experiências matemáticas*. São Paulo: SE/CENP, 1984.

____. *Prática pedagógica*: Matemática 1º grau. São Paulo: SE/CENP, 1993. v. 4.

SOARES, M. G. (Coord.). *Geometria experimental*. São Paulo: MEC/IMECC/PREMEN/SE/CENP, 1980.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *A Educação Matemática em Revista*. Publicações de 1993 a 2005.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. *Revista do Professor de Matemática*. Publicações de 1988 a 2005.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. de S. V. *Álgebra*: das variáveis às equações e funções. 2. ed. São Paulo: CAEM-IME/USP, 1996.

STRUIK, D. J. *História concisa das Matemáticas*. Trad. João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1992.

TAHAN, M. *As maravilhas da Matemática*. 6. ed. Rio de Janeiro: Bloch, 1987.

____. *Matemática divertida e curiosa*. 24. ed. Rio de Janeiro: Record, 2006.

TINOCO, L. A. A. (Coord.). *Razões e proporções*. Rio de Janeiro: Editora da UFRJ, 1996.

Centros de formação continuada

Caem – Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática. Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. Rua do Matão, 1010, Bloco B, sala 167, Cidade Universitária, São Paulo/SP, CEP 05508-900, tel./fax: (0xx11) 3091-6160; http://www.ime.usp.br/caem; e-mail: caem@ime.usp.br

Cempem – Centro de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. Rua Bertrand Russell, 801, Cidade Universitária, Campinas/SP, CEP 13083-970, tel.: (0xx19) 3788-5587; http://www.cempem.fae.unicamp.br; e-mail: cempem@grupos.com.br

CENP – Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Secretaria de Estado da Educação. Praça da República, 53, térreo, sala 63, São Paulo/SP, CEP 01045-903, tel.: (0xx11) 3237-2115; http://cenp.edunet.sp.gov.br; e-mail: cenpgabinete@edunet.sp.gov.br

FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento de Educação. Diretoria de Ações Educacionais. Coordenação Geral dos Programas do Livro, SBS, Quadra 2, Bloco F, Edifício FNDE, sala 1401, Brasília/DF, CEP 70070-929, tels.: (0xx61) 3966-4919/4915; http://www.fnde.gov.br; e-mail: cac@fnde.gov.br

Gepem – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática. Instituto de Educação da UFRRJ, sala 30, Rod. BR 465, km 7, Seropédica/RJ, CEP 23890-000, tel./fax: (0xx21) 2682-1841; http://www.gepem.ufrrj.br; e-mail: gepem@ufrrj.br

LEM – Laboratório de Ensino de Matemática. Universidade Estadual de Campinas. Caixa Postal 6065, Campinas/SP, CEP 13083-970, tel.: (0xx19) 3521-6017; http://www.ime.unicamp.br; e-mail: lem@ime.unicamp.br

MEC – Secretaria de Educação Básica. Esplanada dos Ministérios, Bloco L, 5º andar, sala 510, Brasília/DF, CEP 70047-901, tel.: (0xx61) 2104-8612/8617, fax: (0xx61) 2104-9269; http://portal.mec.gov.br

Centro de Referência Virtual – Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. Avenida Amazonas, 5855, CEP: 30510-000, tel: (0xx31) 3379-8429; http://crv.educacao.mg.gov.br; e-mail: crv@educacao.mg.gov.br

Proem – Programas de Estudos e Pesquisas no Ensino de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Rua Marquês de Paranaguá, 111, Consolação, São Paulo/SP, CEP 013013-050, tel.: (0xx11) 3256-1622 – ramal 215; http://www.proem. pucsp.br; e-mail: proem@pucsp.br

Projeto Fundão – Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Caixa Postal 68530, Rio de Janeiro/RJ, CEP 22295-900, tel.: (0xx21) 2562-7511; http://www.projetofundao.ufrj.br/matematica; e-mail: pfundao@im.ufrj.br

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Universidade de Brasília. *Campus* Darcy Ribeiro, Caixa Postal 4332 - AC UNB, CEP 70904-970; http://www.sbem.com.br; e-mail: sbem@sbem.com.br

SBM – Sociedade Brasileira de Matemática. Estrada Dona Castorina, 110, sala 109 - Fone: (0xx21) 2529-5095, Rio de Janeiro/RJ, CEP 22460-320; http://www.sbm.org.br

____ Revista Professor de Matemática Online (PMO); http://pmo.sbm.org.br/pmo-h.html

____ Revista Professor de Matemática; http://rpm.org.br/

____ Coleção Explorando o Ensino; http://rpm.org.br/

Sites

- www.apm.pt. *Site* da Associação de Professores de Matemática de Portugal, um grupo ativo de discussões sobre o ensino da Matemática.
- www.eduquenet.net/jogosmatematicos. Portal com jogos matemáticos.
- www.history.mcs.st-and.ac.uk/history/BiogIndex.html. Este *site* apresenta biografias de matemáticos.
- www.hsw.uol.com.br. *Site* que explica como tudo funciona. Além de texto, há infográficos e animações que analisam cada tópico de maneira clara, simples e objetiva.
- www.ibge.gov.br. *Site* do IBGE que apresenta seções voltadas ao uso de estatísticas.
- www.inep.gov.br/basica/saeb/matrizes/matematica. O *site* do Inep traz a Matriz de Referência de Matemática.
- www.pt.khanacademy.org. O *site* é estruturado para usuários individuais: crianças com conhecimentos iniciantes de Matemática, estudantes da educação básica, estudantes universitários, concurseiros e para professores usarem na sala de aula, acompanhando o progresso de cada aluno.

UNIDADE 1 Números e suas representações

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Registros numéricos Uso dos números Sistema de numeração de povos antigos **2. Sistema de numeração** Sistema de numeração decimal **3. Os números naturais** Sequência numérica Iguais ou diferentes? Quantos são? Representação em uma reta Arredondamento Par ou ímpar? **4. Estatística e probabilidade** Coleta e organização de dados **Leitura:** Os algarismos indo-arábicos	Espera-se que os alunos: • analisem e identifiquem os usos que fazemos dos números: contar, medir, ordenar e codificar; • consolidem os conhecimentos sobre os números naturais e construam novos significados da ideia de número a partir deles; • analisem e identifiquem características de sistemas de numeração usados por alguns povos antigos e comparem-nas com as existentes no sistema decimal de numeração; • identifiquem as características e os princípios inerentes ao sistema de numeração decimal; • representem números naturais na reta numerada; • desenvolvam procedimentos de arredondamentos e estimativas; • desenvolvam procedimentos de coleta, leitura e interpretação de dados expressos em tabelas e gráficos.

Orientações didáticas

O tema abordado nesta unidade tem sido estudado pelos alunos desde o 2º ano do Ensino Fundamental, mas esse é o momento ideal para uma análise mais profunda sobre as características do sistema de numeração decimal. Essa análise é feita a partir da observação de números inseridos em contextos sociais da vivência cotidiana do aluno e da análise de escritas numérica de povos antigos, em especial a dos romanos. Procure dar atenção especial à criação do **valor posicional**, que permite escrever qualquer número com apenas dez símbolos. A criação do **zero** é outro fato importante que deve ser percebido.

Espera-se que da observação de padrões presentes no sistema de numeração decimal os alunos estendam as regras da escrita numérica e criem as ordens decimais: décimos, centésimos, milésimos...

Para melhor compreensão do sistema de numeração decimal, e como forma de motivar os alunos, pode-se propor a construção de um ábaco. Esse instrumento não só remonta, historicamente, à origem da escrita numérica decimal, mas também propicia a reconstrução do processo de criação dessa escrita. A compreensão desse processo é fundamental para o entendimento e a construção dos algoritmos das várias operações com números.

Ao desenvolver o tema que envolve possibilidades e Estatística, permita que os alunos se familiarizem com o assunto. Esses temas fazem parte do dia a dia deles, pois estão presentes nos diversos meios de comunicação aos quais têm acesso, tais como TV, jornais, revistas e internet. Eles podem ser abordados por meio de trabalhos de coleta e organização de dados em tabelas e gráficos, levando o aluno a interpretar os dados apresentados e a familiarizar-se com as formas de quantificar próprias da Estatística.

Textos de aprofundamento

Origem da contagem

O ato de contar e o conceito de número possivelmente surgiram bem antes dos primeiros registros históricos, uma vez que são bastante vagas as hipóteses de como ocorreu esse processo. Acredita-se que o ser humano já era capaz de contar há aproximadamente 50 mil anos.

Há conjecturas de que a espécie humana, mesmo em épocas mais primitivas, tinha algum senso numérico, o que lhe conferia a noção de mais e menos quando se acrescentavam ou se retiravam alguns objetos de uma pequena coleção. Estudos têm comprovado esse mesmo senso também em outros animais.

Com a evolução gradual da sociedade, tornaram-se inevitáveis as contagens simples devido, inclusive, à necessidade de saber quantos eram os inimigos ou de controlar a quantidade de animais em um rebanho. Essas referências permitiram inferir que a maneira mais antiga de contar estava relacionada a registros simples, que empregavam o princípio da correspondência biunívoca. Esses registros podiam relacionar dedos da mão, ranhuras no barro ou em uma pedra, entalhes em um pedaço de madeira ou nós em uma corda ao objeto de contagem.

Mais tarde, sons vocais permitiram verbalizar o número de objetos de um pequeno grupo. Ainda com base em relatórios de antropólogos, supõe-se que com o aprimoramento da escrita surgiram os símbolos para representar os números.

As necessidades da vida cotidiana exigiram que, a todo momento, se fizessem contagens. O ser humano, ainda que isolado, tinha que contar, por exemplo, a sucessão dos dias ou determinar a quantidade de alimento necessário para seu sustento e o de seus familiares. Certamente ele se deparou com problemas, mesmo de ordem rudimentar, que necessitavam de contagens para sua resolução. À medida que as relações sociais aumentavam, surgiam problemas mais profundos e urgentes que demandavam respostas pelo uso de elementos próprios do domínio humano, como a linguagem, cujo desenvolvimento foi essencial para que surgisse o pensamento matemático abstrato.

Palavras que exprimem ideias numéricas aparecem lentamente. Os ***sinais*** *para números provavelmente precederam as* ***palavras*** *para números, pois é mais fácil fazer incisões num bastão do que estabelecer uma frase bem modulada para identificar um número. Se o problema da linguagem não fosse tão difícil, talvez sistemas rivais do decimal tivessem feito maiores progressos. A base cinco, por exemplo, foi uma das que deixaram a mais antiga evidência escrita palpável; mas quando a linguagem se tornou formalizada, já predominava o dez.*

Fonte: BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Blucher, 2010.

É importante ressaltar que o sistema decimal e a contagem são noções matemáticas que ajudam a resolver problemas. Esse processo será destacado nesta obra.

Sistema de numeração babilônio

Região: Mesopotâmia

Data: Primeiros escritos por volta do ano 3500 a.C.

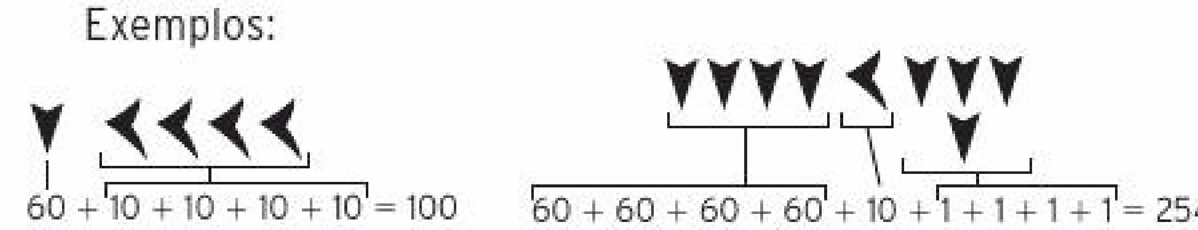
Símbolos		
Valores	1	10

Esses símbolos eram repetidos, conforme necessário, para representar os números até 59.

Exemplos:

O símbolo que representava o número 1 também era usado para representar o número 60. Assim, para representar os números de 60 em diante, eram utilizados os mesmo símbolos, mas, dependendo da posição, indicavam potências de 60.

Exemplos:



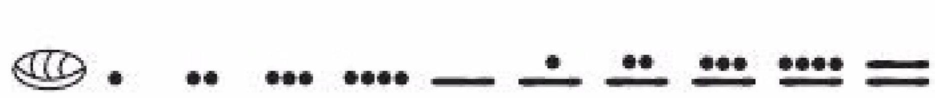
Esse sistema numérico utilizava dois tipos de agrupamentos: grupos de 10 e grupos de 60. Um espaço em branco era deixado para indicar a ausência de unidade em uma potência de 60, representando o zero.

Fonte: GUNDLACH, Bernard H. *História dos números e numerais*. São Paulo: Atual, 1992.

Sistema maia

Região: México e América Central

Data: Séculos III a X

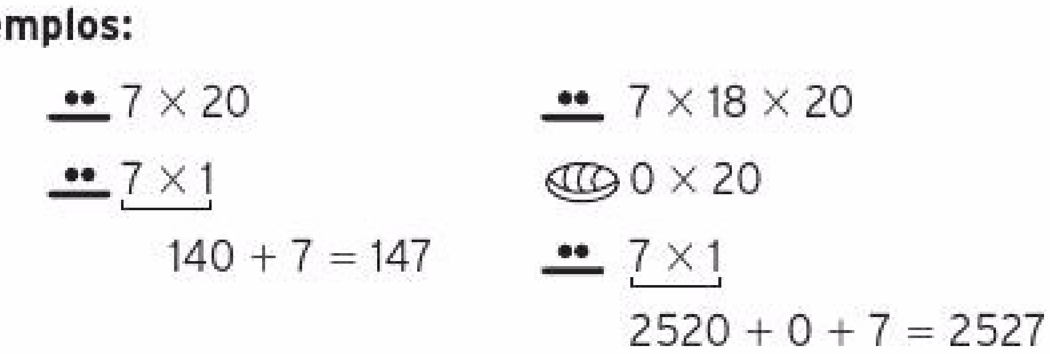
Símbolos											
Valores	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

"andares" na escrita

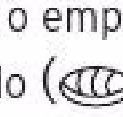
- 3º andar — 18 grupos de 20 (× 18 × 20)
- 2º andar — grupos de 20 (× 20)
- 1º andar — unidades (× 1)

Símbolos									
Valores	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Exemplos:



Fonte: Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Experiências matemáticas*. São Paulo: SE/CENP, 1984.

Esse é um sistema que usa vários tipos de agrupamentos: grupos de 5, de 18 e de 20. A repetição de símbolos caracteriza a adição. A utilização de andares evidencia o emprego do valor posicional e da multiplicação. Há um símbolo () para representar o zero.

Sistema sino-japonês

Região: China e Japão
Data: Registros em ossos que datam do século XVIII a.C.

Símbolos	一	二	三	四	五	六	七	八	九
Valores	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Símbolos	十	百	千
Valores	10	100	1 000

Exemplos:

十 10	二十 2 × 10	四千 4 × 1000
五 5	五 5	二十 2 × 10
10 + 5 = 15	20 + 5 = 25	五 5
		4000 + 20 + 5 = 4025

Fonte: KARLSON, Paul. *A magia dos números*. Porto Alegre: Globo, 1961.

Esse sistema é bem parecido com o indo-arábico usado hoje. A base é 10 e utiliza ideogramas (símbolos) na escrita dos nove primeiros números. Esses mesmos ideogramas representam unidades em outros reagrupamentos. Há ideogramas para representar as potências de dez: 10, 100, 1000, 10 000. Para cada novo reagrupamento de grupos de 10, há um novo ideograma. Isso evidencia a não utilização do valor de posição, não tendo havido, portanto, a necessidade de se criar um símbolo correspondente ao zero.

Comentários e resolução de atividades

Desafio – Jogando dardos (p. 20)

Resolução

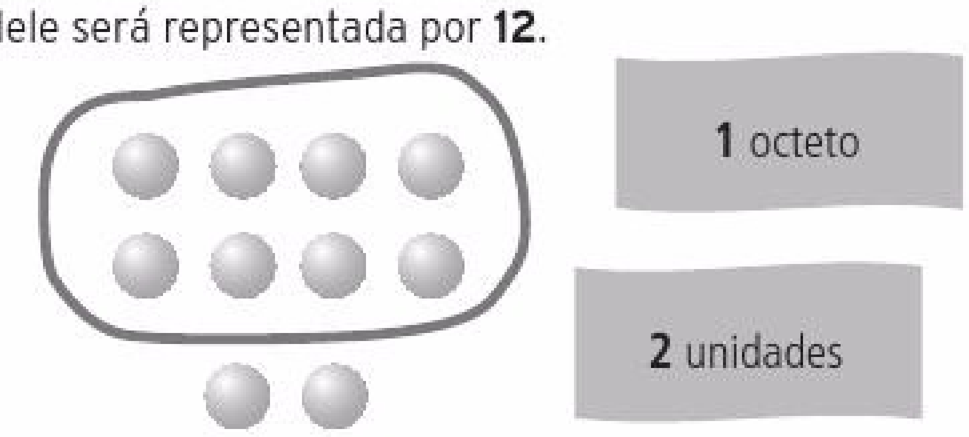
- Para obter o maior número de pontos jogando três dardos e acertando em faixas diferentes, é preciso acertar os dardos nas faixas de valores mais altos, ou seja, 1000 pontos (vermelha), 100 pontos (verde) e 10 pontos (amarela), perfazendo um total de (1000 + 100 + 10), ou seja 1 110 pontos.
- Para saber como obter 4 507 pontos jogando o menor número de dardos é preciso recorrer ao valor posicional (valor relativo) dos algarismos e à base do sistema de numeração decimal: 7 unidades simples, ou seja, 7 dardos na faixa azul; 0 dezena simples, ou seja, nenhum dardo na faixa amarela; 5 centenas simples, ou seja, 5 dardos na faixa verde; e 4 unidades de milhar, ou seja, 4 dardos na faixa laranja.

Desafio – A brincadeira dos octetos e oitoctetos (p. 20)

Esta atividade envolve agrupamentos, reagrupamentos e trocas de 8 em 8: 8 unidades formam 1 octeto, que é representado por 1 na 2ª ordem; 8 grupos de 8 octetos formam um oitocteto, que é representado por 1 na 3ª ordem, e isso deve ser feito da direita para a esquerda na escrita numérica.

Resolução

✓ Se um aluno tiver 10 anos, a idade dele será representada por **12**.



✓ Se uma pessoa tiver 19 anos, a idade dela será representada por **23**.

ILUSTRAÇÕES: BIS

✓ Se uma pessoa tiver 70 anos: 8 grupo de octetos (8 × 8 = 64), 64 anos formam 1 oitocteto e sobram 6 anos. A idade dessa pessoa será representada por **106**.

Investigue e explique (p. 23)

Esta é uma atividade de caráter pré-algébrico.

Resolução

- Atribuindo o valor 4 a **n**, n + 1 será 4 + 1, que é igual a 5;
- Para n = 100:
  n − 1 = 100 − 1 = 99
  n + 1 = 100 + 1 = 101
  A sequência é: 99, 100, 101.
- Para n = 10, a sequência é 9, 10, 11.
- Para n − 1 = 215, **n** é igual a 214 e a sequência é 215, 216, 217.
- Para n + 1 = 500, **n** é igual a 499 e a sequência é 498, 499, 500.
- Observando os resultados anteriores, as expressões **n − 1**, **n** e **n + 1** resultam em uma sequência de números naturais consecutivos para quaisquer valores naturais atribuídos a **n**.

Desafio – Triângulos e números (p. 27)

Este problema envolve possibilidades, estimativas e cálculo mental e poderá ser resolvido por meio de tentativa e erro.

O aluno precisa perceber inicialmente que precisa formar três grupos de quatro números sendo que cada dois grupos têm um elemento comum. Algumas soluções possíveis estão registradas no livro do professor. Procure socializar essas e outras respostas encontradas pelos alunos.

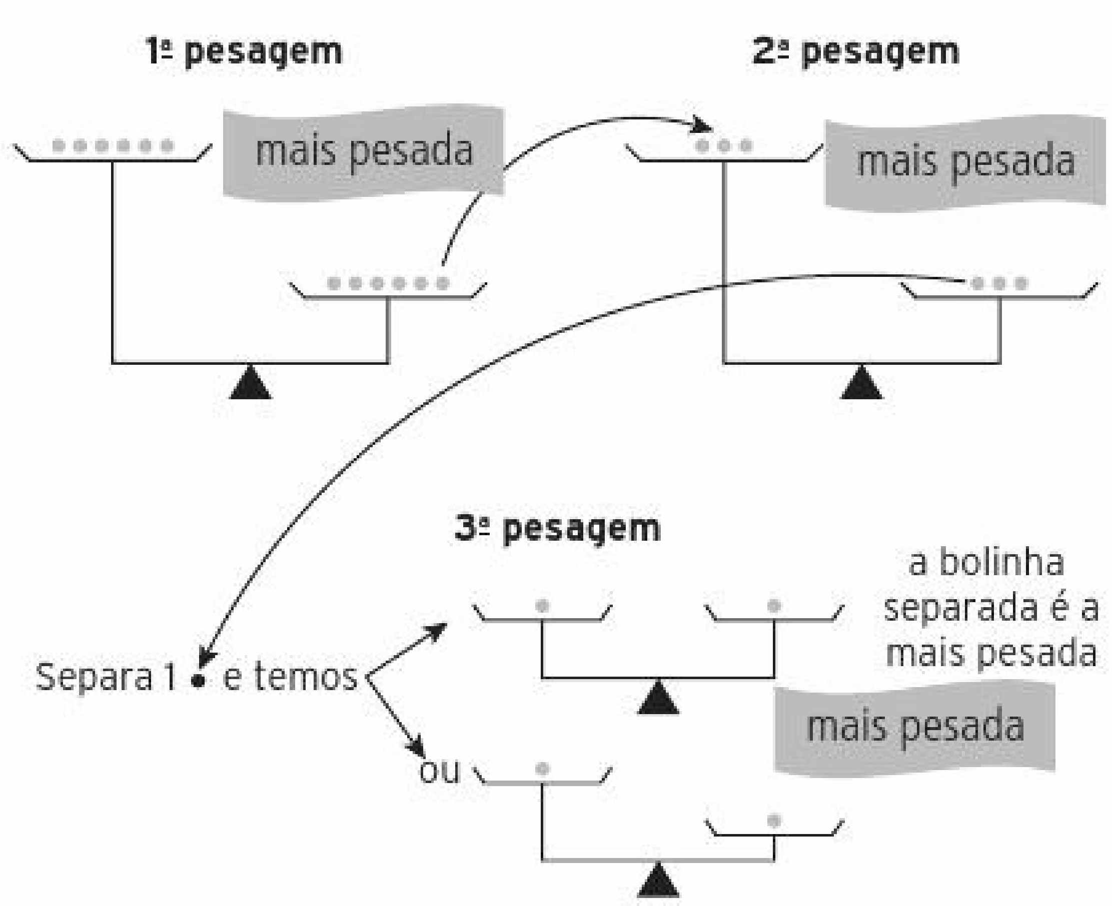
Desafio – Usando balanças (p. 27)

Esta atividade envolve um problema não convencional e possibilita ao aluno desenvolver estratégias próprias de resolução. Espera-se que ele reconheça procedimentos que recorrem a desenhos, a tabelas auxiliares e a problemas de mesma natureza, mas mais simples (diminuindo a quantidade de bolinhas).

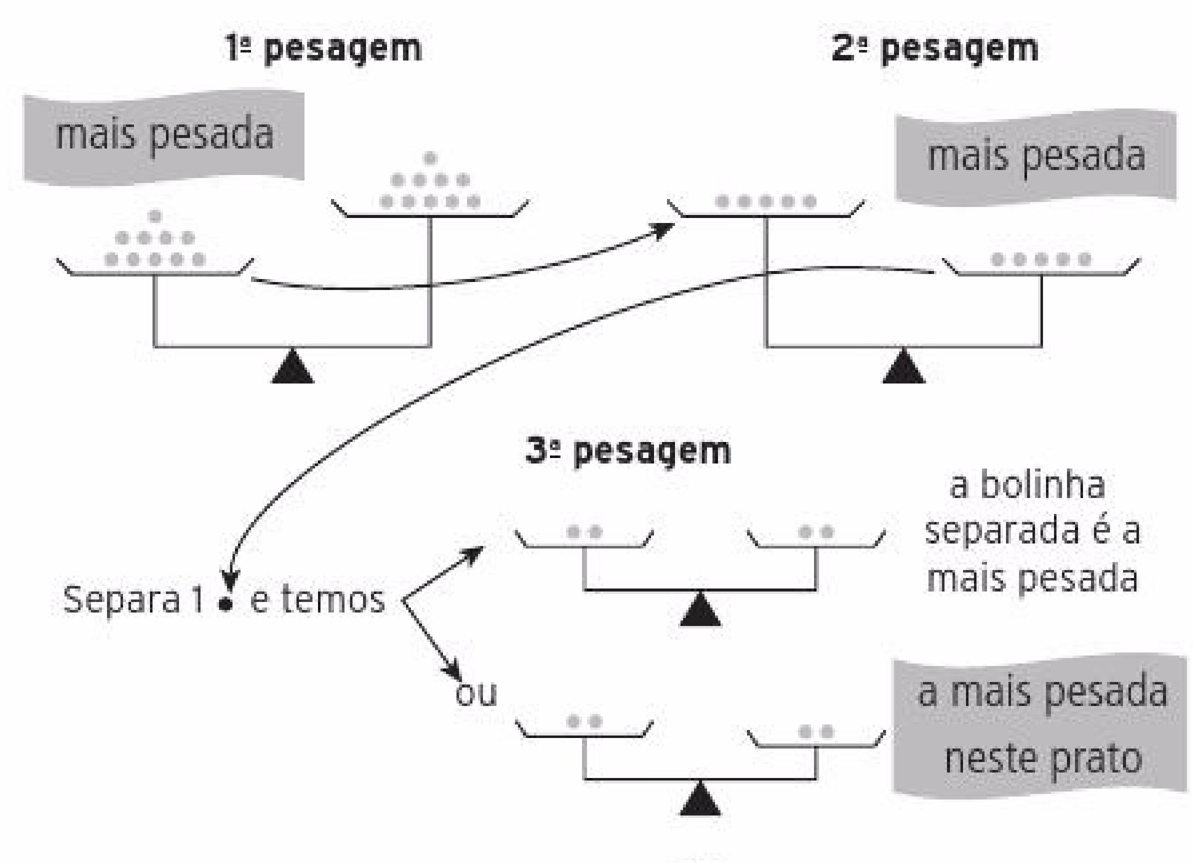
Resolução

Resolvendo por meio de tentativas:

É quase certo que os alunos comecem separando as bolinhas de gude em dois grupos de 6. Nesse caso, a bolinha de gude diferente poderá ser identificada após a terceira pesagem. Observe:



✓ Situação com um número maior de bolinhas: 20, por exemplo.



Desdobramento

✓ Situação com um número ímpar de bolinhas de gude: 25, por exemplo.

Resolução

Separa-se uma bolinha de gude; o restante é dividido em dois grupos de 12 e colocado nos pratos da balança. Se houver equilíbrio, a bolinha que foi separada será a diferente. Caso haja desequilíbrio, a bolinha de gude mais pesada estará entre as 12 que estiverem no prato mais baixo. Determina-se qual é essa bolinha seguindo as etapas.

Sugestões de atividades complementares

Construir e manipular um ábaco

Diz a lenda que o primeiro ábaco foi inventado por volta de 2000 a.C., por um mandarim, para facilitar ao povo fazer contas e pagar-lhe em mercadorias os impostos devidos. Diz-se também que esse ato de "generosidade" custou-lhe a vida, porque o povo ficou esperto demais para suportar os abusos do mandarim.

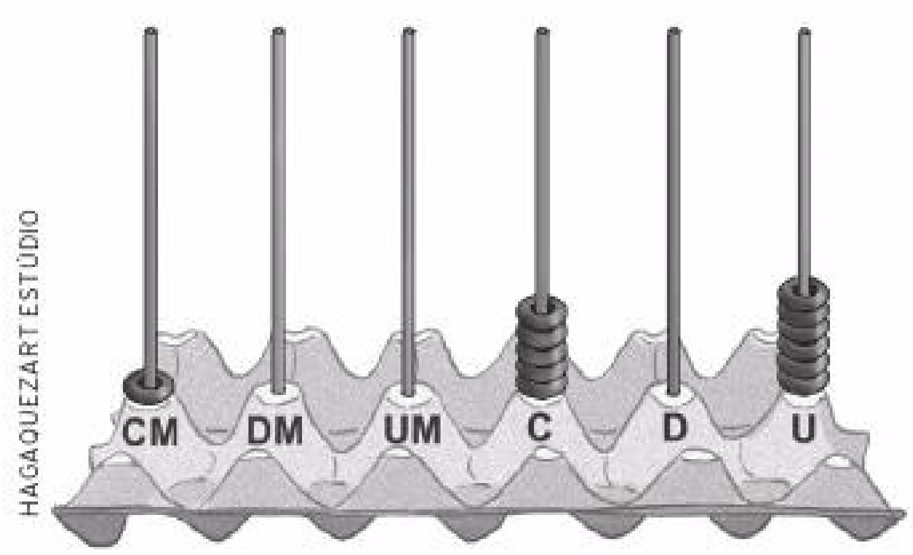
Os ábacos são instrumentos simples: um quadro (em grego, abax) que permite representar e operar os números por meio de argolas que são colocadas em hastes verticais (ou horizontais). Construir um ábaco e utilizá-lo para efetuar cálculos ajudará na compreensão do Sistema de Numeração Decimal e dos algoritmos, especialmente o da adição e o da subtração. Com o ábaco ficou evidente a necessidade de criação de um símbolo para representar a ausência de unidades em uma certa ordem: o zero.

Material necessário: peça retangular de madeira, isopor ou caixa de ovos; 6 varetas (como as usadas para churrasco ou hashis) e 100 argolas, ou mais, que tenham a forma de um anel.

Para um ábaco com 6 fileiras, faça 6 furos na peça retangular e fixe uma vareta em cada furo.

Nomeie cada casa decimal, da direita para a esquerda, com as letras que indicam cada ordem: U, D, C, UM, DM e CM.

Com um ábaco desse tipo, uma contagem poderá resultar em números com 6 ordens em sua escrita numérica.



Representação do número 100 506 no ábaco.

Comentário

Faça uma demonstração de como se manipula um ábaco em uma contagem separando, ao acaso, um grupo de argolas. Informe que se inicia sempre colocando as argolas na primeira vareta à direita (ordem das unidades simples):

- as argolas são colocadas, uma a uma, na primeira vareta à direita (ordem das unidades simples);
- quando houver 10 argolas nessa vareta elas são retiradas e 1 argola é colocada na segunda vareta à esquerda da vareta anterior (ordem das dezenas simples);
- a próxima argola deve ser colocada na primeira vareta das unidades simples;
- quando houver, novamente, 10 argolas na vareta das unidades simples, elas são retiradas e 1 argola é colocada na vareta das dezenas simples e assim sucessivamente;
- quando a vareta das dezenas simples tiver 10 argolas, elas são retiradas e 1 argola é colocada na terceira vareta à esquerda da vareta da ordem das dezenas simples (ordem das centenas simples). A argola seguinte que está sendo contada é colocada na vareta das unidades simples e assim sucessivamente, até esgotar as argolas separadas.

Pré-algebra

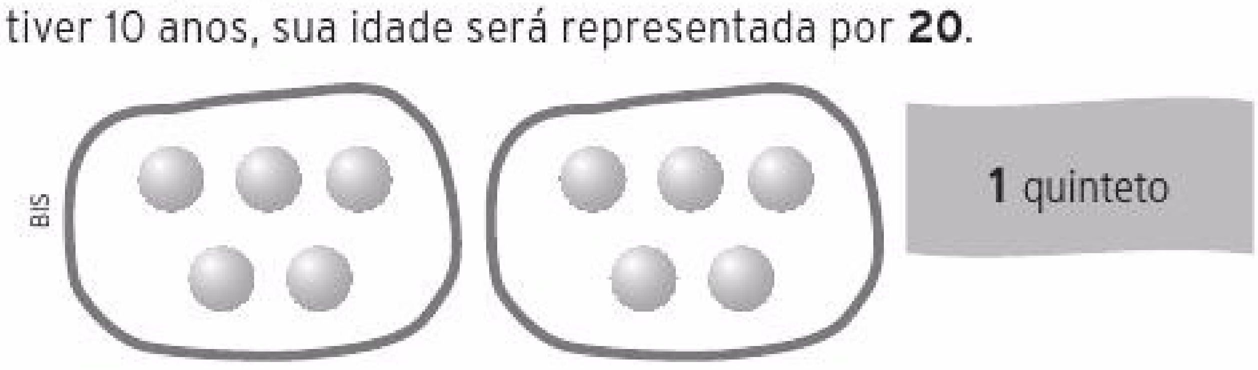
Se **n** representa um número natural, que tipo de número representa a expressão **2n**? E **2n + 1**?.

Brincadeira dos quintetos e quinquintetos

É parecida com a brincadeira dos octetos, mas realizando agrupamentos e reagrupamentos de 5 em 5:

- 5 unidades formam 1 quinteto;
- 5 grupos de 5 unidades formam 1 quinquinteto.

Por exemplo, se um aluno tiver 10 anos, sua idade será representada por **20**.



Resposta

Números pares. Números ímpares.

UNIDADE 2

Figuras geométricas

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Figuras geométricas espaciais e planas Observando figuras geométricas Sólidos geométricos Regiões planas e seus contornos Outras figuras geométricas **2. Prismas e pirâmides** Faces, arestas e vértices Planificações e moldes **3. Cilindro, cone e esfera** Explorando corpos redondos **Leitura:** Figuras geométricas, embalagens e reciclagem	Espera-se que os alunos: • reconheçam e diferenciem figuras geométricas planas e espaciais; • observem e relacionem as formas dos objetos que se encontram ao nosso redor; • identifiquem os elementos de prismas, pirâmides, cilindros e cones; • representem e nomeiem os elementos básicos da Geometria: ponto, reta e plano; • relacionem os sólidos geométricos e suas representações planas.

Orientações didáticas

Destaque a importância de observar as formas presentes na natureza, as formas dos objetos que nos rodeiam, as formas das embalagens que usamos e assim por diante. Incentive os alunos a pesquisá-las no dia a dia, nas construções e nas artes.

É importante utilizar diversos modelos concretos que representem uma mesma ideia geométrica, para auxiliá-los a reconhecer algumas propriedades. Um poliedro, por exemplo, pode ser visualizado por meio de um modelo concreto construído em acetato, com recortes em materiais como isopor ou sabão em pedra, madeira ou papel-cartão.

Os alunos poderão construir coleções de sólidos, utilizando diferentes materiais, como o acetato proveniente de radiografias inutilizadas. Após limpá-las com álcool, peça aos alunos que desenhem as planificações sobre elas, recortem e colem-nas cuidadosamente com cola especial.

Vivenciar atividades que envolvam representações de sólidos auxiliará na construção das relações espaço-plano e propiciará melhor compreensão das formas planas e espaciais. Também contribuirá para que os alunos criem representações mentais dos objetos de estudo.

Texto de aprofundamento

A casa da abelha que se transformou em um hexágono

Foi assim que começou a Geometria: da observação dos objetos que nos cercam, com suas variadas formas e tamanhos, surgiu a ideia de representá-los.

Ao tornar essas representações independentes dos próprios objetos, foram criadas as **figuras geométricas**...

... e foi assim que a casa da abelha transformou-se em um hexágono;
uma bola tornou-se uma esfera;
de um dado foi criado um cubo;
um raio de sol transformou-se em uma reta e...
uma estrela foi representada por um ponto...

Essas figuras têm propriedades gerais e específicas, que são estudadas na Geometria, como, por exemplo:

Quadrado	Retângulo
Os lados opostos são paralelos.	Os lados opostos são paralelos.
Os ângulos têm medidas iguais.	Os ângulos têm medidas iguais.
Os lados têm medidas iguais.	Os lados opostos têm medidas iguais.
As diagonais se interceptam no ponto médio.	As diagonais se interceptam no ponto médio.
As diagonais têm medidas iguais.	As diagonais têm medidas iguais.
As diagonais são perpendiculares.	As diagonais não são perpendiculares.

Podemos, com base nas três primeiras propriedades, verificar que um quadrado pode ser considerado um retângulo.

Houve um tempo em que a Geometria era um tanto diferente, pois era destinada exclusivamente à medida da terra.

geo = terra → **geometria**
metria = medida → medida da terra

Conta-se que um faraó ordenou que as terras à beira do rio Nilo fossem divididas entre os camponeses egípcios, para que pudessem cultivá-las. Como ele determinou o pagamento de um imposto pelo uso dessas terras, era preciso que elas fossem medidas o mais rigorosamente possível. E assim foi feito.

Porém, as constantes cheias do rio Nilo inundavam as terras, o que exigia novas demarcações. Logo surgiu a figura de um medidor e calculador de áreas dos lotes distribuídos aos camponeses. A necessidade obrigou esses calculadores a desenvolver alguns conhecimentos ligados a medidas e à Geometria.

Ao longo dos anos, os antigos egípcios fizeram grandes progressos no campo da Geometria. Um exemplo disso são as gigantescas pirâmides por eles construídas. A maior delas é a pirâmide de Quéops. Ela possui uma base quadrada com mais de 200 metros de lado, mede cerca de 150 metros de altura e foi construída há alguns milhares de anos.

Comentários e resolução de atividades

Troquem ideias e resolvam (p. 39)

Organize uma exposição do material coletado. Explore a nomenclatura desses sólidos pedindo aos grupos que confeccionem etiquetas para cada um deles. É conveniente que cada grupo construa a sua coleção de sólidos, pois as primeiras noções de representação e planificação começam a ser geradas nesse tipo de atividade.

A partir de critérios simples, como "pode rolar ou não", e da observação das superfícies dos objetos, os próprios alunos poderão formar as coleções de corpos redondos (esferas, cones, cilindros) e poliedros (pirâmides, prismas e outros).

Dessas discussões deverão surgir os primeiros conceitos de Geometria. Faça-os perceber que os entes geométricos são abstrações concebidas pelo ser humano em seu pensamento.

Investigue e explique (p. 40)

Convide os alunos para que, em duplas, realizem esta atividade. Comente que o objetivo da situação proposta é discutir, confrontar, selecionar e expor oralmente as ideias relevantes, buscar informações e registrá-las, bem como suas hipóteses e conclusões.

Procure identificar as eventuais dificuldades e ir retomando-as e problematizando-as. Nessa atividade, ao analisar a tabela, os alunos vão percebendo que o número de vértices de cada prisma é igual ao dobro do número de lados do polígono que é base do prisma.

Desdobramento

Solicite que respondam as seguintes questões:

- Qual relação existe entre o número de lados do polígono que é base do prisma e o número de suas faces?
- Qual relação existe entre o número de lados do polígono que é base do prisma e o número de suas arestas?
- Qual relação existe entre a soma de vértices e faces e o número de arestas?

Investigue e explique (p. 43)

O objetivo desta atividade é que os alunos desenvolvam a habilidade de visualização geométrica e estabeleçam relações entre formas espaciais e suas representações planas, sob diferentes pontos de vista, além de interpretar suas representações.

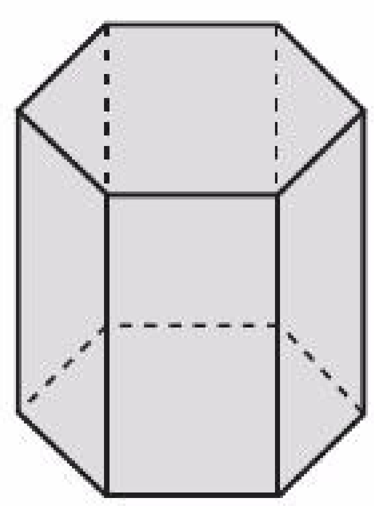
Após a identificação dos poliedros e de suas respectivas planificações, peça aos alunos que reproduzam os moldes em cartolina e construam a representação tridimensional de cada um deles. Solicite que se reúnam com outros colegas e, com suas palavras, descrevam algumas características desses poliedros: número de faces, número de arestas, número de vértices, as formas das faces e assim por diante. Mostre que o icosaedro não é prisma ou pirâmide.

Essa atividade constitui um rico recurso se, a partir dos desenhos das planificações, explorarmos os elementos da Geometria plana: ângulos, segmentos de reta e polígonos.

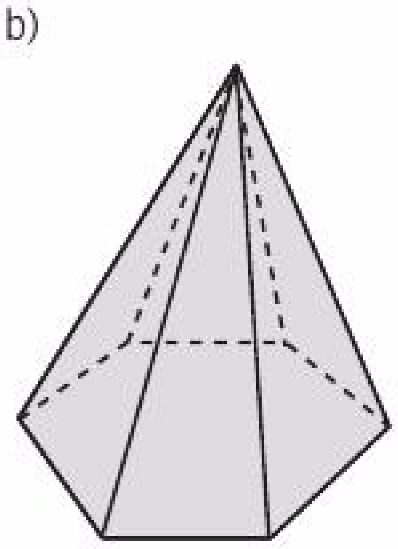
Desdobramento

Apresente os seguintes desenhos e peça que identifiquem quais são representações dos dois poliedros desta atividade. Resposta: a) prisma hexagonal; b) icosaedro.

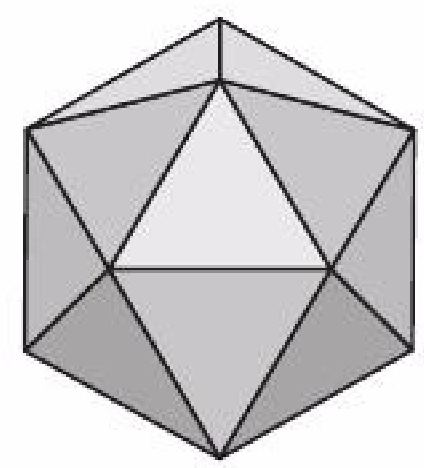
a)



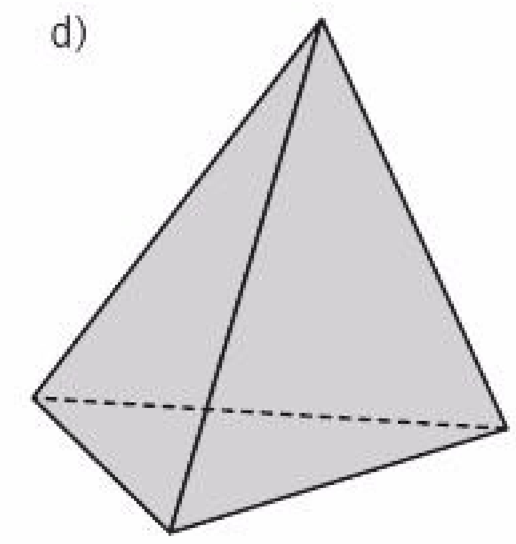
b)



c)



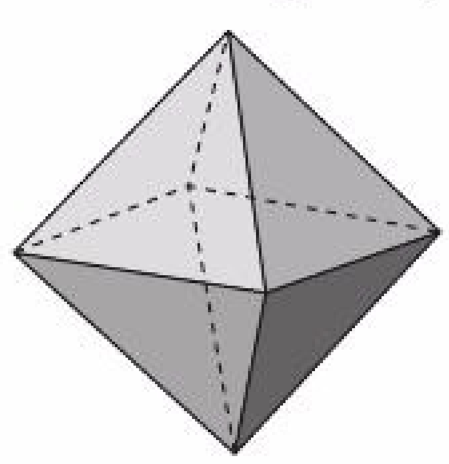
d)



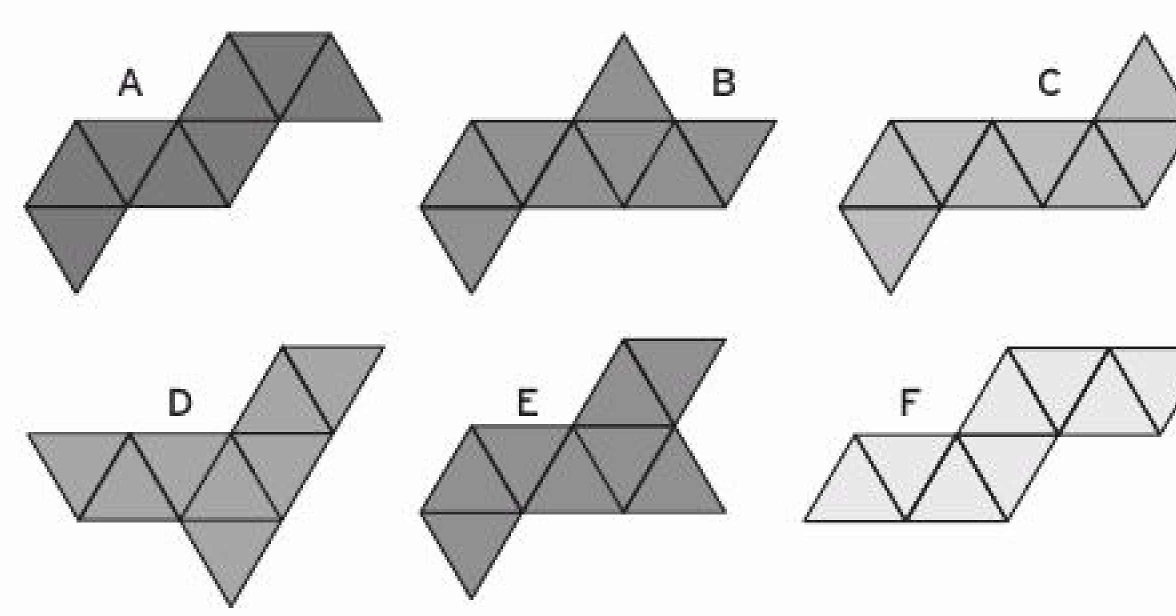
Desafio – Planificações surpreendentes (p. 45)

O sólido obtido é um octaedro.

Peça que os alunos observem as semelhanças e diferenças entre o octaedro e o icosaedro do **Investigue e explique** da página 43.



Solicite que identifiquem qual destes modelos não é uma planificação do octaedro.



Desdobramento

A partir das diferentes planificações e desenhos dos alunos, compare e discuta as várias possibilidades de planificações. Explore os elementos da Geometria plana: ângulos, segmentos de reta e polígonos.

Sugestões de atividades complementares

Confecção de um painel

Um painel é uma exposição, por meio de cartazes (textos e imagens), de uma pesquisa realizada e de suas conclusões. Decida, junto com os alunos, o local e o espaço que o painel ocupará.

Peça que pesquisem em revistas ou jornais imagens de objetos ou construções que lembram sólidos geométricos, recortando-os para confeccionar cartazes para compor o painel. Solicite que escrevam um pequeno texto como legendas das imagens, relacionando-as com que aprendeu na unidade.

Proponha diferentes temas aos grupos para que o painel fique bem diversificado. Algumas sugestões:

- recortar imagens de objetos que lembram sólidos geométricos, usados:
  - nas atividades domésticas;
  - nas atividades escolares;
  - nos jogos e brincadeiras;
  - nas diferentes profissões;
  - na música e na dança;
  - nos esportes.
- classificar as figuras;
- destacar elementos geométricos.

UNIDADE 3

Operações com números naturais

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Adição e subtração Juntar ou acrescentar? Tirar, comparar ou completar? Propriedades da adição As propriedades e suas aplicações no cálculo mental **2. Multiplicação e divisão** A multiplicação e a adição A multiplicação e a organização retangular Quantas possibilidades? A multiplicação e a proporcionalidade Propriedades da multiplicação Propriedade comutativa Propriedade associativa Propriedade distributiva Elemento neutro Ideias associadas à divisão Distribuir igualmente Quantos "cabem"? **3. Operações inversas** Adição e subtração Multiplicação e divisão Estimativa e outros procedimentos de cálculo Medidas de tempo Expressões numéricas Qual é o número desconhecido? Mais sobre resoluções de problemas **4. Estatística e probabilidade** Possibilidades **Leitura:** Um curioso algoritmo de multiplicação	Espera-se que os alunos: • efetuem cálculos que envolvem adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais; • identifiquem as diferentes ideias associadas às operações que envolvem números naturais; • compreendam as relações entre as operações de adição e subtração, e multiplicação e divisão; • selecionem e utilizem procedimentos de cálculo (mental, escrito e por estimativa) em função de uma situação--problema proposta; • resolvam problemas relacionados às operações com números naturais e, a partir deles, ampliem e construam os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão; • desenvolvam a habilidade de analisar e escolher um caminho para resolver problemas, optando por uma ou mais operações.

Orientações didáticas

O conteúdo desta unidade poderá ser desenvolvido como continuação da realizada na etapa anterior do Ensino Fundamental e tem como objetivos principais o avanço, a ampliação e a consolidação dos conhecimentos construídos naquela fase.

É fundamental que se faça um profundo diagnóstico sobre a aprendizagem já realizada pelos alunos para que se possa conduzir uma sequência satisfatória ao processo de ensino--aprendizagem que se segue.

É possível, por exemplo, que alguns de seus alunos não dominem satisfatoriamente o **algoritmo usual** (convencional) da divisão, mas isso não significa que ele não tenha conhecimentos sobre o **conceito de divisão**. É preciso identificar o nível de tais conhecimentos para que se possa dar a mais adequada sequência a eles.

É, também, importante lembrar que as técnicas operatórias são meios, e não um fim. Desse ponto de vista, as atividades devem ser situadas em contextos do dia a dia dos alunos e, quando possível, relacionadas a outras disciplinas. A resolução de problemas é, sem dúvida alguma, uma atividade que envolve o desenvolvimento sistemático das capacidades básicas do pensamento. É durante essa atividade que os alunos podem adquiri-las e aprimorá-las.

Recomenda-se que, associada à resolução de problemas, seja feita uma reelaboração do conceito de números e operações. A natureza do número nas diferentes operações sofre mudanças que precisam ser identificadas, pois essa compreensão é necessária para resolver vários tipos de problemas presentes no mundo atual.

Um poderoso instrumento auxiliar na aprendizagem é a calculadora, desde que corretamente usada. Como a régua e o compasso, a calculadora é mais um instrumento para promover a aprendizagem, com a vantagem de possuir um potencial bem mais amplo de aplicação em situações extraescolares.

Com ela, os alunos podem aperfeiçoar suas estratégias em resolução de problemas baseados em situações que motivam e despertam a curiosidade, além de envolver estimativas e cálculo mental. Sugere-se que seja usada em sala de aula quando o cálculo for uma etapa do trabalho, e não a atividade principal. Os alunos, quando liberados do cálculo, conseguem se concentrar melhor nas relações entre os dados, nas condições e nas variáveis do problema, canalizando suas energias para o raciocínio.

Lembre-se de que a habilidade de estimar resultados e de calcular mentalmente poderá, também, melhorar o desempenho nos cálculos e auxiliar no desenvolvimento do raciocínio.

Texto de aprofundamento

Cálculo mental

Pode-se dizer que se calcula mentalmente quando se efetua uma operação, recorrendo-se a procedimentos confiáveis, sem os registros escritos e sem a utilização de instrumentos. Nas situações do dia a dia, dizemos que "resolvemos de cabeça" os cálculos com que nos deparamos.

Os procedimentos para esse tipo de cálculo podem variar de pessoa para pessoa. Cada uma escolhe aquele que melhor se adapta a uma situação particular.

No entanto, existem algumas "dicas" que permitem calcular com eficiência e rapidez. Eis algumas delas:

1) Adicionar um número terminado em 9.

Adicionar 199 a 48 é o mesmo que adicionar 200 a 48 e depois subtrair 1.

Justificativa: $199 = 200 - 1$. Portanto $199 + 48 = 200 + 48 - 1 = 247$

2) Subtrair 11, 21, 31...

Subtrair 31 de 100 é o mesmo que subtrair 30 de 100 e depois subtrair 1.

Justificativa: $31 = 30 + 1$. Portanto $100 - 31 = 100 - (30 + 1) = 100 - 30 - 1 = 69$

3) Multiplicar por dezenas ou centenas exatas.

Multiplicar 130 por 3 é o mesmo que multiplicar 13 por 3 e acrescentar 0 ao resultado.

Justificativa: $130 = 13 \cdot 10$. Portanto, $130 \cdot 3 = 13 \cdot 10 \cdot 3 = 13 \cdot 3 \cdot 10 = 390$

4) Dividir por 5

Dividir 420 por 5 é o mesmo que multiplicar 420 por 2 e dividir o resultado por 10.

Justificativa: $420 \div 5 = 420 \cdot 2 \div 5 \cdot 2 = 420 \cdot 2 \div 10$

Comentários e resolução de atividades

Investigue e explique (p. 52)

Esta atividade envolve uma situação de investigação sobre padrões (regularidades), o que levará à descoberta de uma solução. É, também, uma atividade na qual a utilização de uma calculadora simples poderá evitar a preocupação dos alunos em realizar cálculos por meio de algoritmos usuais e incentivá-los a raciocinar durante seu desenvolvimento.

Resolução

Oriente os alunos para que realizem um registro organizado dos cálculos que são efetuados, pois isso auxiliará durante a observação dos resultados obtidos e na identificação de um padrão entre eles. Espera-se que eles percebam a presença da sequência, crescente, dos números naturais à medida que a quantidade das parcelas do tipo 1, 11, 111... envolvidas na soma indicada aumenta.

Investigue e explique (p. 60)

Esta atividade possibilita a observação de padrões (regularidades) numéricos e geométricos e o desenvolvimento da habilidade de realizar generalizações.

Inicie a atividade lendo o texto apresentado, fazendo comentários e registros no quadro de giz. É importante destacar o procedimento descrito no texto para encontrar o total de 20 garrafas em uma pilha do tipo apresentado. A seguir, calcule pedindo sugestões aos alunos, o total de garrafas em uma pilha em que a base é composta por 6 garrafas, 7 garrafas, 8 garrafas.

Lance a pergunta: "Existe algum padrão nos cálculos efetuados?" e consolide as opiniões emitidas pelos alunos.

Espera-se que eles generalizem o procedimento apresentado no início da atividade e encontrem uma maneira de contar o total de garrafas em pilhas desse tipo sem recorrer ao desenho e contá-las uma a uma.

Resolução 1

Se a pilha tiver 20 garrafas na base:

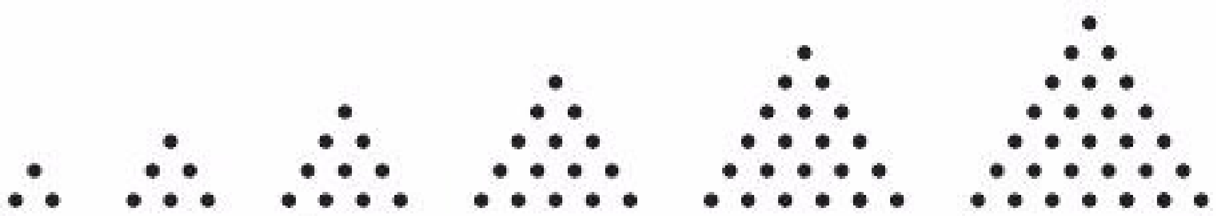
$$\begin{array}{r} 1 + \ \ 2 + \ \ 3 + \ldots + 18 + 19 + 20 \\ 20 + 19 + 18 + \ldots + \ \ 3 + \ \ 2 + \ \ 1 \\ \hline \underbrace{21 + 21 + 21 + \ldots + 21 + 21 + 21} \end{array}$$

$20 \cdot 21 \longrightarrow$ é o dobro do total de garrafas

$$\text{total de garrafas} = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

Resolução 2

Outra maneira de os alunos resolverem o problema é começando com pilhas com duas garrafas na base e ir aumentando o número delas. Em cada situação, eles deverão fazer as observações convenientes. Construir uma tabela, anotando essas observações, poderá auxiliá-los a perceber as regularidades ocorridas e chegar à solução do problema proposto.



Número de garrafas na base	Soma dos números de garrafas em cada linha	Total de garrafas
2	$1 + 2$	3
3	$1 + 2 + 3$	6
4	$1 + 2 + 3 + 4$	10
5	$1 + 2 + 3 + 4 + 5$	15
6	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$	21
7	(repete a situação anterior) $+ 7 =$ $= 21 + 7$	28

Nessa resolução, espera-se que os alunos percebam que, para um número qualquer de garrafas na base, eles deverão recorrer ao total de garrafas da pilha com um número de garrafas anterior a esse na base (uma a menos).

Desdobramento

É interessante discutir a inconveniência da estratégia da segunda resolução.

Para números muito grandes de garrafas na base e também a possibilidade de se fazer uma generalização que permita a determinação de uma fórmula que não dependa do total de garrafas de uma pilha. Isso evidencia um procedimento próprio dos cientistas, em especial dos matemáticos. Será uma forma de reconhecer que o procedimento encaminhado no livro leva certa vantagem sobre a contagem de garrafas.

Dependendo do nível de conhecimento de seus alunos, eles estarão aptos a escrever uma fórmula generalizando o procedimento proposto no livro:

$$(\text{total de garrafas}) = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{garrafas}\\ \text{da base}\end{array}\right) \times \left(\begin{array}{c}\text{garrafas}\\ \text{da base}\end{array} + 1\right)}{2}$$

Se você julgar conveniente, represente o número de garrafas da base por uma letra, **n**, por exemplo, e peça aos alunos que escrevam novamente a fórmula:

$$(\text{total de garrafas}) = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

Se seus alunos chegarem a uma fórmula, proponha esta questão para eles:

"A fórmula funciona?"

Eles poderão experimentá-la para os números já calculados e também para outros números.

Desafio – O quadrado mágico (p. 61)

Esta é uma atividade lúdica que envolve cálculo mental e estimativas.

Observe seus alunos durante o desenvolvimento dela e faça anotações para sua avaliação sobre eles.

Resolução

A soma mágica é a soma dos números que compõem a diagonal do quadrado mágico: $16 + 11 + 6 + 1 = \mathbf{34}$.

- ✓ O número que completa a 1ª linha do quadrado mágico: $16 + 2 + 3 = 21$ e $34 - 21 = \mathbf{13}$;
- ✓ O número que completa a 4ª coluna do quadrado mágico: $13 + 12 + 1 = 26$ e $34 - 26 = \mathbf{8}$;
- ✓ O número que completa a 2ª linha do quadrado mágico: $5 + 11 + 8 = 24$ e $34 - 24 = \mathbf{10}$;
- ✓ O número que completa a 3ª coluna do quadrado mágico: $3 + 10 + 6 = 19$ e $34 - 19 = \mathbf{15}$;
- ✓ O número que completa a 2ª coluna do quadrado mágico: $2 + 11 + 14 = 27$ e $34 - 27 = \mathbf{7}$;
- ✓ O número que completa a 3ª linha do quadrado mágico: $7 + 6 + 12 = 25$ e $34 - 25 = \mathbf{9}$;
- ✓ O número que completa a 4ª linha do quadrado mágico: $14 + 15 + 1 = 30$ e $34 - 30 = \mathbf{4}$.

Desafio – Adições e fichas (p. 61)

Esta é uma atividade lúdica que envolve cálculo mental e estimativas e poderá ser resolvida por meio de tentativa e erro.

Resolução

Veja duas soluções possíveis:

1, 5 e 9	3, 4 e 8	2, 6 e 7
3, 5 e 7	2, 4 e 9	1, 6 e 8

Troquem ideias e resolvam (p. 72)

Essa atividade envolve um problema não convencional e poderá ser resolvido por meio de tentativa e erro. Dentre as maneiras de desenvolver as tentativas, observe duas delas a seguir.

Resolução 1

Escolhendo um número para a quantidade de amigos e validando as condições apresentadas no problema. Nesse caso, as escolhas e a validação poderão ser registradas por meio de uma tabela de dupla entrada.

Nº amigos / Miniaturas	5	10	11	12
Distribuindo 3, sobram 14	$3 \times 5 = 15$ $15 + 14 = \mathbf{29}$	$3 \times 10 = 30$ $30 + 14 = \mathbf{44}$	$3 \times 11 = 33$ $33 + 14 = \mathbf{47}$	$3 \times 12 = 36$ $36 + 14 = \mathbf{50}$
Distribuindo 5, faltam 10	$5 \times 5 = 25$ $25 - 10 = \mathbf{15}$	$5 \times 10 = 50$ $50 - 10 = \mathbf{40}$	$5 \times 11 = 55$ $55 - 10 = \mathbf{45}$	$5 \times 12 = 60$ $60 - 10 = \mathbf{50}$

São, portanto, 12 amigos.

Resolução 2

Recorrendo aos múltiplos de 3 e aos múltiplos de 5 e validando as condições apresentadas no problema. Nesse caso, as escolhas e a validação também poderão ser registradas por meio de uma tabela de dupla entrada.

✓Múltiplos de 3: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, ...

✓Adicionando 14: 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, **50**, 53, 56, 59, 62, 65, ...

✓Múltiplos de 5: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, ...

✓Subtraindo 10: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, **50**, 55, 60, ...

50 é o primeiro número comum à segunda e à quarta sequências. Validamos as condições apresentadas e descobrimos o número de amigos:

✓calculando $(50 - 14)$ e dividindo o resultado por 3, ou seja, são **12** amigos ($\mathbf{36 \div 3} = \mathbf{12}$);

✓calculando $(50 + 10)$ e dividindo o resultado por 5, ou seja, são **12** amigos ($\mathbf{60 \div 5} = \mathbf{12}$).

Desafio – Quantas de 10 e quantas de 20? (p. 72)

Esta atividade envolve um problema não convencional e poderá ser resolvida por meio de tentativa e erro.

Resolução

Observe uma das maneiras de desenvolver as tentativas em que as escolhas e a validação das condições apresentadas no problema são registradas por meio de uma tabela de dupla entrada.

Centavos / Nº de moedas (em centavos)	**Teria:**	**Trocando os valores:**	**Teria a mais (em centavos):**
5 de 10 15 de 20	$5 \times 10 = 50$ $15 \times 20 = 100$ $50 + 100 = 150$	$10 \times 20 = 200$ $15 \times 10 = 150$ $200 + 150 = 350$	$350 - 150 = 200$
10 de 10 10 de 20	$10 \times 10 = 100$ $10 \times 20 = 200$ $100 + 200 = 300$	$10 \times 20 = 200$ $10 \times 10 = 100$ $200 + 100 = 300$	$300 - 300 = 0$
15 de 10 5 e 20	$15 \times 10 = 150$ $5 \times 20 = 100$ $150 + 100 = 250$	$15 \times 20 = 300$ $5 \times 10 = 50$ $300 + 50 = 350$	$350 - 250 = 100$

Analisando as tentativas feitas, é preciso perceber que a quantidade de moedas de cada tipo deve estar entre 10 e 15 moedas de 10 centavos.

Centavos / Nº de moedas (em centavos)	Teria (em centavos):	Trocando os valores (em centavos):	Teria a mais (em centavos):
11 de 10 9 de 20	$11 \times 10 = 110$ $9 \times 20 = 180$ $110 + 180 = 290$	$11 \times 20 = 220$ $9 \times 10 = 90$ $220 + 90 = 310$	$310 - 290 = 20$
12 de 10 8 de 20	$12 \times 10 = 120$ $8 \times 20 = 160$ $120 + 160 = 280$	$12 \times 20 = 240$ $8 \times 10 = 80$ $240 + 80 = 320$	$320 - 280 = 40$
13 de 10 7 de 20	$13 \times 10 = 130$ $7 \times 20 = 140$ $130 + 140 = 270$	$13 \times 20 = 260$ $7 \times 10 = 70$ $260 + 70 = 330$	$330 - 270 = 60$

São, portanto, 13 moedas de 10 centavos e 7 moedas de 20 centavos.

Desafio – Comemoração de fim de ano (p. 82)

Esta atividade envolve um problema não convencional.

Resolução

Custo do almoço: 4 vezes o valor pago por Vinícius.
$4 \times 63 = 252$ — R$ 252,00;
Total de pratos: $3 + 2 + 2 = 7$ pratos;
Custo de cada prato: $252 \div 7 = 36$; R$ 36,00;

✓ Renato levou 3 pratos:
- gastou: $3 \times 36 = 108$, ou seja R$ 108,00;
- paga R$ 63,00, recebe de volta **R$ 45,00** ($108 - 63$);

✓ Maurício levou 2 pratos:
- gastou: $2 \times 36 = 72$, ou seja R$ 72,00;
- paga R$ 63,00, recebe de volta **R$ 9,00** ($72 - 63$);

✓ Sérgio levou 2 pratos como Maurício, então recebe **R$ 9,00** de volta.

Verificação: $45 + 9 + 9 = 63$, ou seja, R$ 63,00 foi o valor pago por Vinícius.

Desafio – Vermelha ou azul? (p. 82)

Esta atividade envolve probabilidades e espera-se que o aluno desenvolva, ainda que intuitivamente, a análise de chances de ocorrência de um evento.

Resolução

- Como há mais bolinhas vermelhas do que bolinhas azuis, a chance de retirar uma bolinha vermelha é maior do que a de retirar uma bolinha azul.
- Esta questão tem infinitas respostas possíveis. O aluno poderá responder que "basta fazer com que a quantidade das bolinhas vermelhas seja igual à quantidade das azuis". Outras soluções que poderão ser dadas devem verificar as condições apontadas na resposta anterior. Por exemplo, acrescentar 2 bolinhas azuis, ou retirar 2 bolinhas vermelhas, ou acrescentar 4 bolinhas vermelhas e 6 azuis, e assim por diante.

Sugestões de atividades complementares

Observando regularidades

$1 \times 1 = 1$
$1 \times 11 = 11$
$11 \times 11 = 121$
$11 \times 111 = 1221$
$11 \times 1111 = 12221$

- Observe as igualdades no quadro ao lado. O que os produtos apresentam em comum?
- Qual é o resultado de 11×11111? E de 11×111111?
- Descubra um padrão entre os produtos apresentados.
- Utilize o que você descobriu e, sem efetuar cálculos, encontre o resultado de 11×111111111.

Resolução

- O primeiro e o último algarismo do produto é igual a 1 e os demais algarismos (quando existirem) são iguais a 2.
- 122 221; 1 222 221.
- O produto do número 11 por um número que apresenta somente algarismos iguais a 1, tem como resultado um número com o primeiro e o último algarismo igual a 1 e os demais algarismos iguais a 2. A quantidade de algarismos 2 é igual à quantidade de

algarismos 1 no fator que multiplica o número 11, subtraindo uma unidade. Ou seja, a quantidade de algarismos 2 no produto de 11 por 11 111 é 4 $(5 - 1 = 4)$. Assim, $11 \times 11\,111 = 122\,221$.

- $11 \times 111\,111\,111 = 1\,222\,222\,221$

Outros quadrados mágicos

- Quais são os números que compõem este quadrado mágico?

4			1
	7	6	
5		10	
16	2		13

- O quadrado mágico a seguir é composto pelos números 1, 2, 3, 4, 5,... , 23, 24, 25 e a soma mágica é igual a 65. De que maneira esses números estão posicionados nele?

1		22		5
18	7		9	
10		13	2	16
	17		19	8
	3	4		25

Resolução

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

1	14	22	23	5
18	7	20	9	11
10	24	13	2	16
15	17	6	19	8
21	3	4	12	25

Cara ou coroa?

Uma moeda de R$ 1,00 tem um lado que é chamado de **cara** e outro que é chamado de **coroa**. Supondo que ela seja perfeita e lançando-a, o que tem mais chance de estar na face superior quando ela parar: cara ou coroa? Explique a resposta.

Resposta

A face cara tem a mesma chance de estar na face superior que a face coroa.

Par ou ímpar?

No lançamento de um dado não viciado, o que tem mais chance de estar na face superior quando ele parar: um número par ou um ímpar? Explique a resposta.

Resposta

A chance de sair um número par ao se lançar um dado é a mesma de sair um número ímpar, porque há a mesma quantidade de faces com números pares e ímpares.

Menor que 2 ou maior que 2?

No lançamento de um dado não viciado, o que tem mais chance de estar na face superior quando ele parar: um número menor que 2 ou maior que 2? Explique a resposta.

Resposta

No lançamento de um dado, tem mais chance de sair um número maior que 2 do que de sair um número menor que 2, porque há mais faces com números maiores que 2 do que menores que 2.

UNIDADE 4 Potência e raiz quadrada

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Potências O que é potência Potências de expoente 2 Potências de expoentes 1 e 0 Potência de base 10 na decomposição de um número **2. Raiz quadrada** Raiz quadrada exata **Leitura:** Uma curiosidade matemática O xadrez e suas histórias	Espera-se que os alunos: • compreendam potência como produto reiterado de fatores iguais; • construam o conceito de potenciação ampliando o conjunto de operações conhecidas até o momento; • desenvolvam a habilidade de reconhecer situações em que a potenciação é a operação mais indicada a ser utilizada e aplicá-la; • relacionem potências com situações que envolvem a multiplicação; • desenvolvam habilidades e técnicas de cálculo em potenciação.

Orientações didáticas

Estudar as potências sem conhecer suas aplicações pode ser desestimulante para alguns alunos. Para que isso não ocorra, peça que realizem uma ampla pesquisa sobre matérias que representam números utilizando potências. Eles poderão consultar todas as fontes disponíveis: jornais, revistas, internet e coleções que tratam de assuntos como Astronomia, Universo, Física, Biologia e outros. Utilize o material coletado para proporcionar um primeiro contato dos alunos com as potências, que, nesse início, representarão apenas números "grandes". Outra atividade que poderá despertar o interesse dos alunos é representar um diagrama do tipo "árvore" da situação apresentada no item "O que é potência", utilizando botões e palitos de churrasco. Espera-se que os alunos percebam que, em uma estrutura multiplicativa como essa, o crescimento dos números é muito maior que em uma estrutura aditiva. Dito de outra forma, que $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ é muito maior que $4 + 4 + 4 + 4$.

Texto de aprofundamento

Zeros × potências

"De um astrônomo para outro:

— Que tal dar um pulinho até Plutão? Voltaremos já, já...

— É... são apenas 12 000 000 000 de quilômetros, ida e volta, aproximadamente...

Se você aceitar o convite de nosso astrônomo, prepare-se para dar cerca de 300 mil voltas em torno da Terra.

Essa viagem de ida e volta a Plutão levará cerca de 24 milhões de dias, o que ocupará 65 753 anos, aproximadamente!"

Números desse tipo e outros maiores que esses aparecem com frequência nos estudos e pesquisas realizados pelos astrônomos. As potências e suas propriedades simplificaram não somente a escrita como também os cálculos que envolvem esses números. Observe:

12 000 000 000 pode ser escrito como: $12 \cdot 10^9$ ou $1{,}2 \cdot 10^{10}$.

Quando esse número aparece nos cálculos, são usadas as propriedades das potências de mesma base para encontrar os resultados.

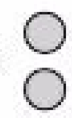
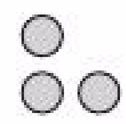
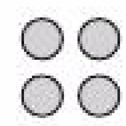
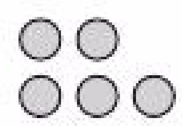
Comentários e resolução de atividades

Troquem ideias e resolvam (p. 90)

Esta atividade relaciona padrões numéricos a padrões geométricos e possibilita aos alunos desenvolverem uma generalização a partir de regularidades observadas.

Resolução

- Oriente seus alunos a encontrarem outros números naturais que podem ser representados por meio de um arranjo quadrangular, iniciando a análise com 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9...

2 não tem representação quadrangular; 2 não é um número quadrado;		Ou 
3 não tem representação quadrangular; 3 não é um número quadrado;		
4 tem representação quadrangular; **4** é um número quadrado;		
5 não tem representação quadrangular; 5 não é um número quadrado;		Ou 

E assim por diante.

Espera-se que, ao verificar se 5 (ou 6, 7, 8) poderá ser representado por um arranjo quadrangular, o aluno descubra, mesmo sem compor o desenho, que o próximo arranjo quadrangular deverá ter 3 bolinhas em cada lado, ou seja, o total de bolinhas será **9** (3×3), que será o número quadrado que vem imediatamente após o 4. Por consequência, o próximo número quadrado será **16** (4×4), como informa o texto, o seguinte será **25** (5×5) e assim por diante.

- Para responder, o aluno precisa perceber que, depois de 6×6, o próximo produto que resultará em um número quadrado é 7×7, ou seja, **49** é um número quadrado e entre 36 e 49 não existe outro número quadrado. Ou seja, 40 não é um número quadrado. Em outras palavras, não existe um número natural que multiplicado por ele mesmo resulte em 40.

Desdobramento

Incentive os alunos a perceberem que um número é um **número quadrado** quando ele é igual ao produto de um número natural por ele mesmo.

Dessa forma, como **36** é igual a 6×6, ele é um número quadrado e será representado por um arranjo quadrangular com 6 bolinhas em cada lado.

Sugestões de atividades complementares

Números quadrados perfeitos

- Encontre todos os números quadrados, ou números quadrados perfeitos, menores que 100.
- 100 é um número quadrado?
- Copie as frases abaixo substituindo o ☐ de modo que elas sejam verdadeiras:
  a) A potência de qualquer número natural elevado a 1 é ☐.
  b) A potência de qualquer número natural, diferente de zero, elevado a zero é ☐.

Respostas

- 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, e 81.
- Sim, pois tem representação quadrangular com lado 10.
- a) Ele mesmo.
  b) 1.

UNIDADE 5

Ângulos

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Giros, mudança de direção e ângulos O que é ângulo? **2. Medidas de ângulos** Grau **3. Posições relativas entre duas retas em um plano** Retas paralelas, concorrentes e perpendiculares Mapas e localização Desenhando com régua e esquadro **4. Estatística e probabilidade** Contagem e possibilidade **Leitura:** Será que as abelhas conhecem Matemática?	Espera-se que os alunos: • compreendam o significado de ângulos associados a giros e mudança de direção; • identifiquem entre diversas representações de figuras bidimensionais os ângulos e os vértices; • meçam ângulos usando transferidor; • classifiquem ângulos em relação às suas medidas; • diferenciem posições relativas de retas (paralelas e concorrentes) em um plano; • utilizem os instrumentos de Desenho Geométrico para traçar retas paralelas e retas perpendiculares; • representem e façam a contagem de possibilidades em situações combinatórias.

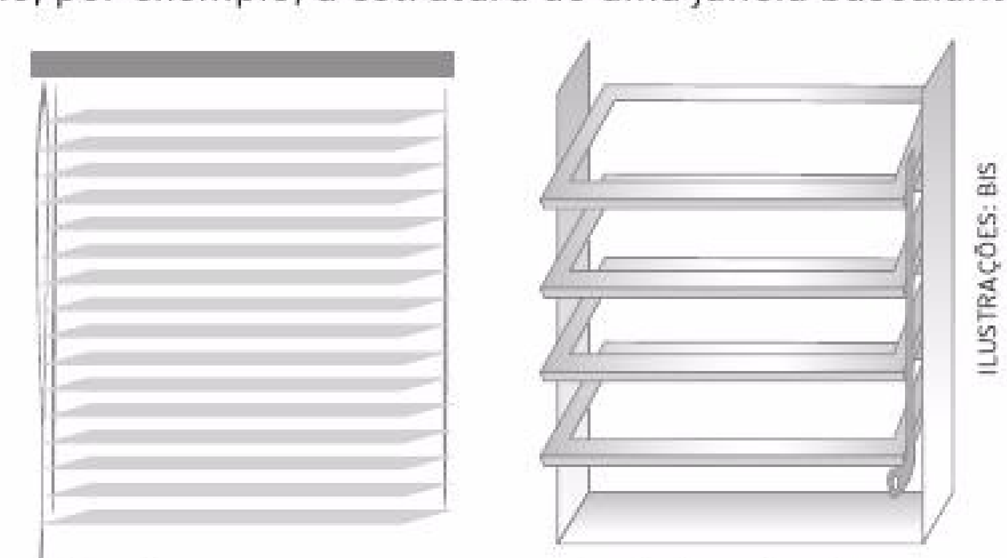
Orientações didáticas

O estudo de Geometria se apoia em alguns conceitos fundamentais, entre os quais o de ângulo. A compreensão desse conceito requer um trabalho de visualização em que os alunos poderão utilizar dobraduras, observar mudanças de direção, descrever algumas trajetórias ou girar o próprio corpo.

Os alunos também poderão reconhecer no ambiente que os rodeia elementos que dão a ideia de ângulo, localizados, por exemplo, nos cantos das paredes da sala de aula, nos armários e nas portas.

Comente com eles, que quando abrimos ou fechamos uma persiana, uma porta ou uma janela basculante, realizamos um movimento que dá ideia de variação das medidas de ângulos.

Peça aos alunos que observem elementos da sala de aula que dão a ideia de posição relativa entre duas retas em um plano, como, por exemplo, a estrutura de uma janela basculante.



Persiana Janela basculante

Texto de aprofundamento

Um pouco da história da Astronomia e da navegação

Os gregos foram os primeiros a realizar um estudo sistemático sobre ângulos. Existem indícios de que Eudoxo de Cnido (c. 408-355 a.C.), matemático do período helênico, tenha usado razões e medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e as distâncias relativas do Sol e da Lua.

Astrônomos da Idade Alexandrina, como Eratóstenes de Cirene (c. 276-194 a.C.) e Aristarco de Samos (c. 310-230 a.C.), estudaram problemas que abrangiam relações sistematizadas entre ângulos e cordas.

Entre 1492 e 1700, ocorreu a expansão marítima europeia em busca das riquezas ultramarinas. Os europeus já sabiam o formato da Terra e tinham conhecimentos aproximados sobre sua circunferência e informações sobre o contorno da Europa, da Ásia e da África.

Espanha e Portugal, os poderosos pioneiros na expansão ultramarina, utilizavam, para orientação, a bússola, inventada no século X pelos chineses. Com a ajuda desse instrumento podiam se orientar quanto às mudanças de rota e sentido e, assim, chegar aos seus destinos.

Comentários e resolução de atividades

Troquem ideias e resolvam (p. 99)

Para que a compreensão da noção de ângulo aconteça efetivamente e seu estudo seja mais interessante e estimulante, sugere-se o trabalho desse conceito com material concreto e situações práticas, como esta atividade em que se propõe de forma lúdica explorar a localização e o deslocamento de pontos no plano, reconhecendo as noções de direção e sentido, de giros, medidas de giros e de ângulo.

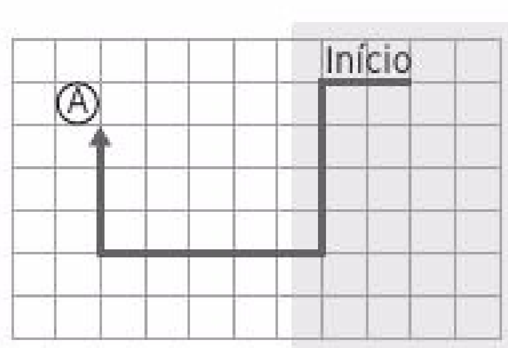
Antes do início da atividade, dê exemplos de situações, objetos que sugerem a ideia de giro, ou seja, mudança de direção, desenvolvendo assim um conceito de ângulo, sob o ponto de vista dinâmico.

Solicite aos alunos que utilizem o próprio corpo, andem ao redor da sala ou tracem trajetos de movimentos variados e representem os giros usando palitos ou canudos. Com alguns recursos didáticos simples, podemos estimular nos alunos esse modo de olhar dinâmico.

Nesta atividade há várias respostas possíveis, variando de acordo com a escolha de um ponto de partida e uma direção inicial. As respostas apresentadas são apenas algumas delas.

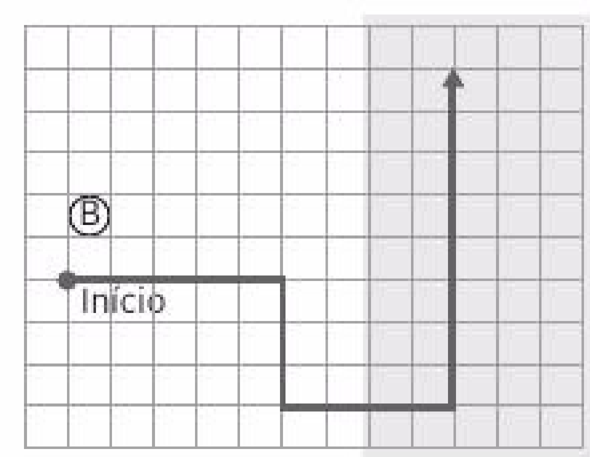
A

✓Avance 2
✓Esquerda, um quarto de volta
✓Avance 4
✓Direita, um quarto de volta
✓Avance 5
✓Direita, um quarto de volta
✓Avance 3



B

✓Avance 5
✓Direita, um quarto de volta
✓Avance 3
✓Esquerda, um quarto de volta
✓Avance 4
✓Esquerda, um quarto de volta
✓Avance 8



Um percurso que forma um quadrado pode ser:

✓Avance 3
✓Direita, um quarto de volta
✓Avance 3
✓Direita, um quarto de volta
✓Avance 3
✓Direita, um quarto de volta
✓Avance 3

Investigue e explique (p. 106)

Em um bloco retangular, todos os ângulos são retos, então as arestas concorrentes são perpendiculares e as demais, consideradas duas a duas em um mesmo plano, são paralelas.

a) a e c são concorrentes ou perpendiculares.
b) c e d são paralelas.
c) a e b são paralelas.
d) b e d são concorrentes ou perpendiculares.
e) a e d são concorrentes ou perpendiculares.
f) c e b são concorrentes ou perpendiculares.

Se possível, tire cópias do molde da página 368 deste Manual do Professor.

Sugestões de atividades complementares

Paralelas e perpendiculares com dobraduras e esquadros

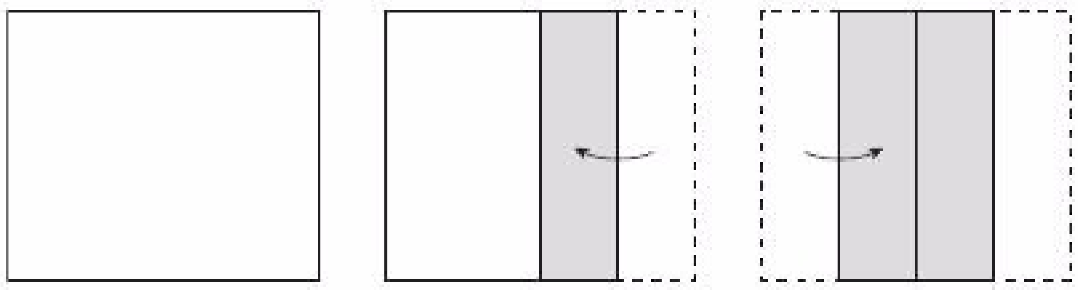
A análise dos procedimentos utilizados na construção geométrica de retas paralelas e perpendiculares com régua e compasso propicia a compreensão das propriedades geométricas.

No texto foram abordadas as construções de retas paralelas e retas perpendiculares, com o auxílio de uma régua e um esquadro. No entanto, para iniciar este trabalho, pode-se propor uma forma lúdica e experimental, por meio de dobraduras.

Veja os exemplos a seguir:

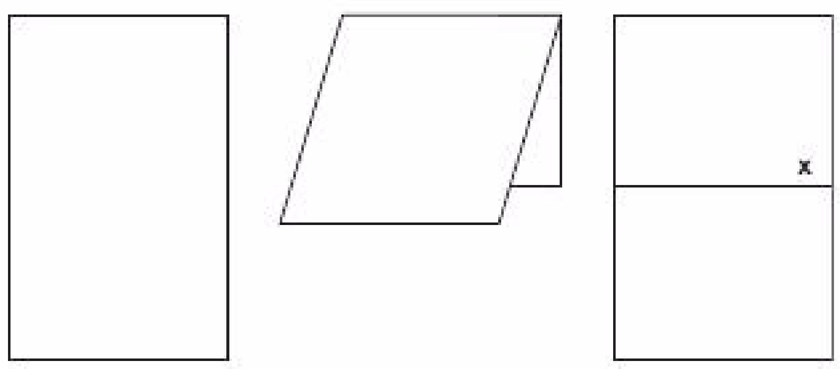
✓ Construção de retas paralelas com dobraduras.

Dobre uma folha de papel, conforme indicado na figura a seguir, de modo que suas margens coincidam. Repita esse procedimento. Desdobre a folha e trace as retas paralelas correspondentes aos vincos.

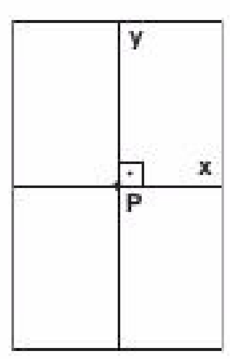


✓ Construção de retas perpendiculares com dobraduras.

1. Dobre uma folha de papel retangular ao meio. Em seguida, abra-a e trace uma reta **x** sobre a dobra.

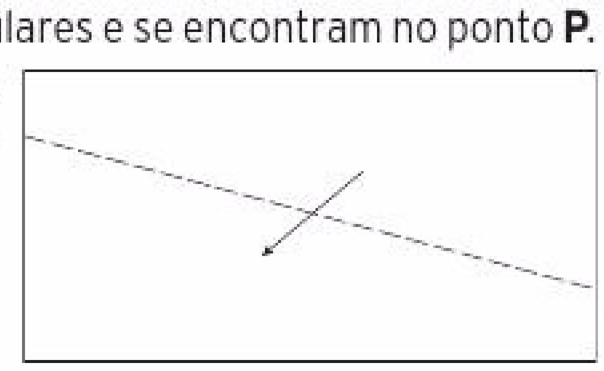


Dobre a folha novamente ao meio, no outro sentido. Abra-a e trace uma reta **y** sobre a nova dobra.

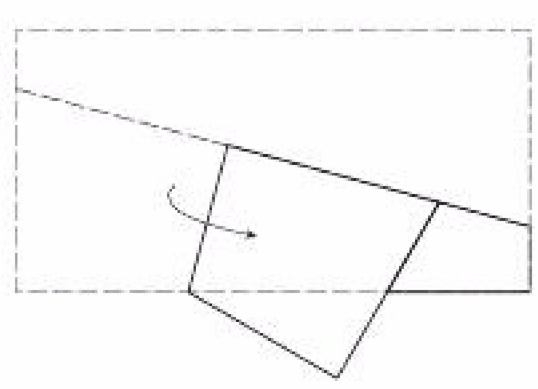


As retas **x** e **y** são perpendiculares e se encontram no ponto **P**.

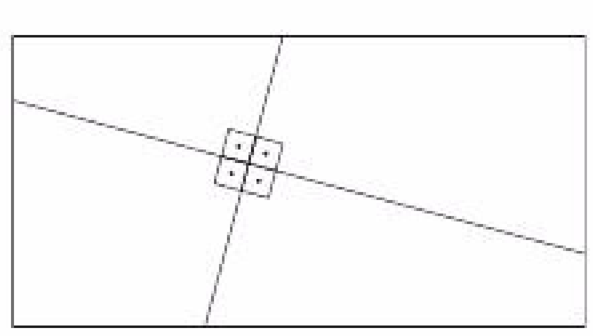
2. Dobre uma folha de papel qualquer, pela linha tracejada, como mostra a figura.



Em seguida, dobre-a novamente, de modo que as linhas se sobreponham.



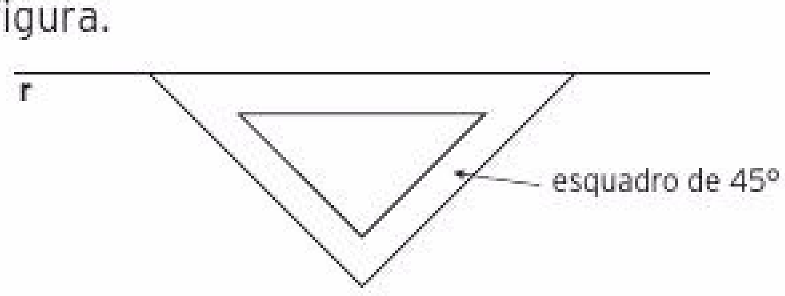
Trace as retas correspondentes aos vincos, obtendo, assim, retas perpendiculares.



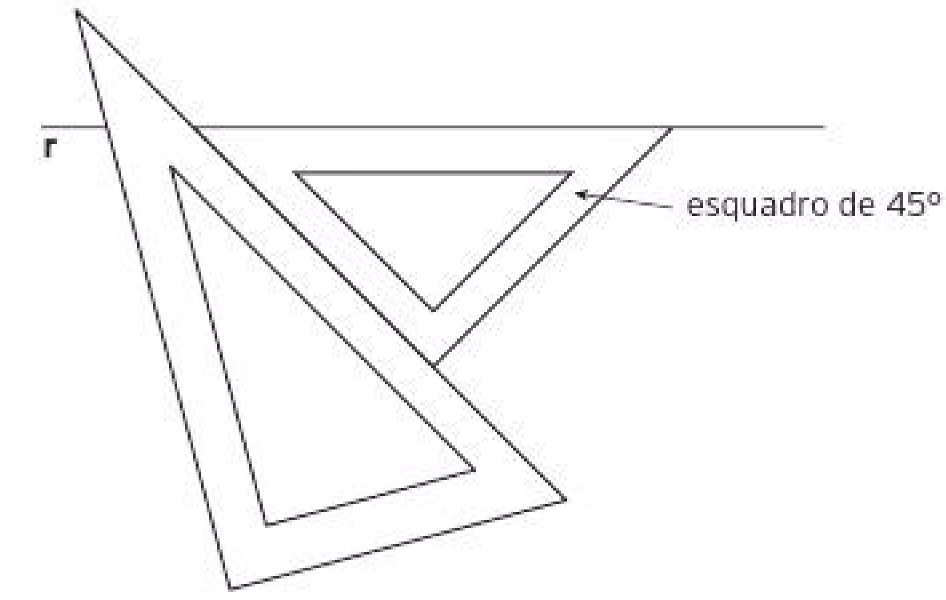
Os desenhos de retas paralelas e perpendiculares podem ser executados com dois esquadros. Observe os procedimentos a seguir:

✓ Construção de retas paralelas com um par de esquadros.

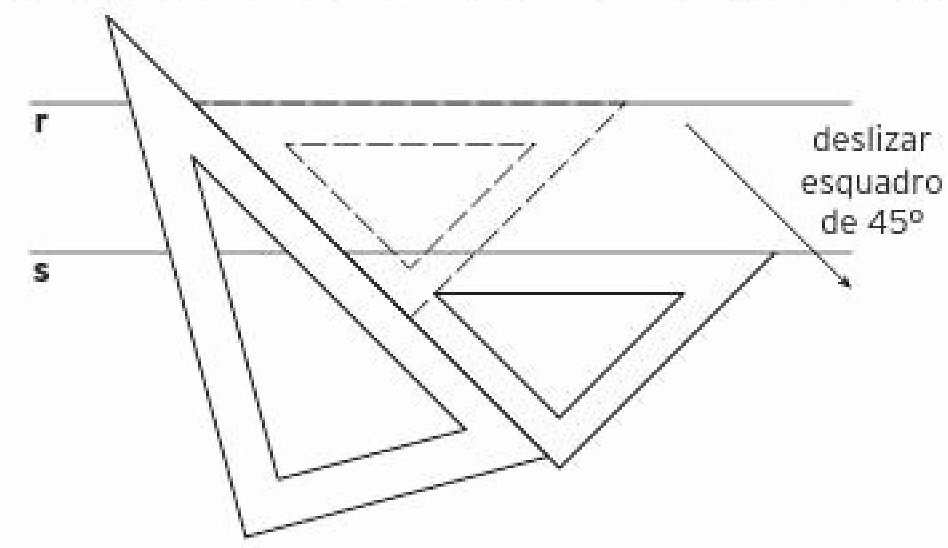
Trace uma reta **r** e coloque o esquadro de 45° na posição indicada na figura.



Utilize o outro esquadro como apoio, mantendo-o fixo.

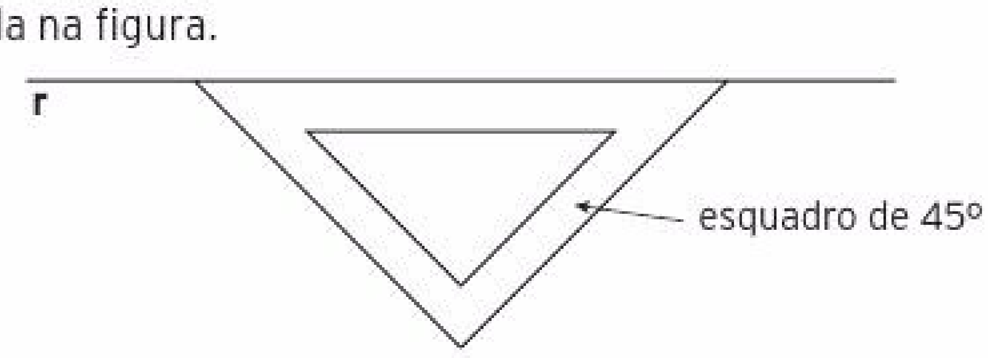


Deslize o esquadro de 45° e trace a reta **s** paralela à reta **r**.

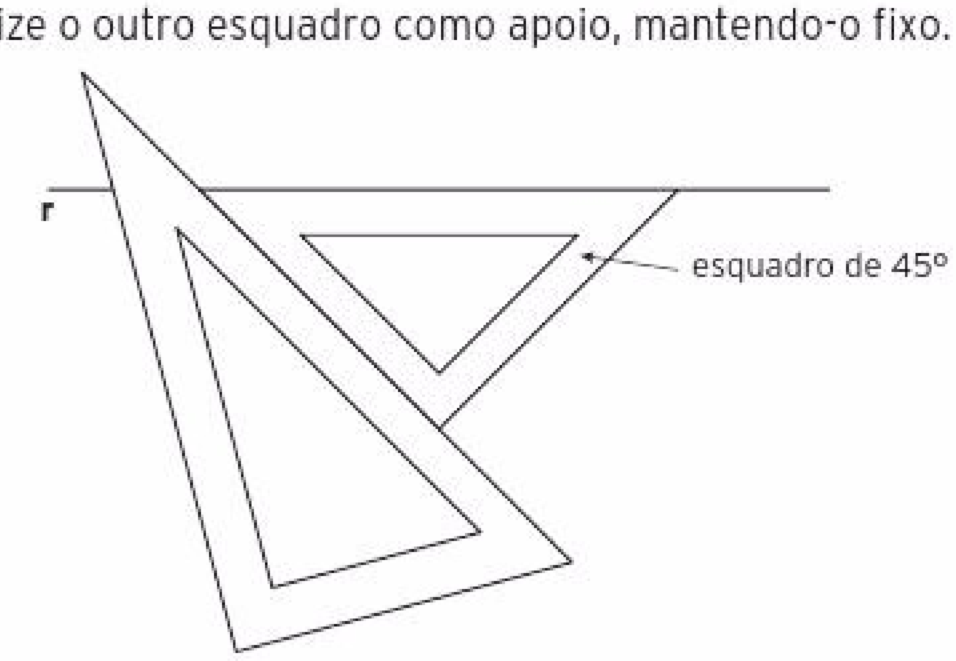


✓ Construção de retas perpendiculares com um par de esquadros.

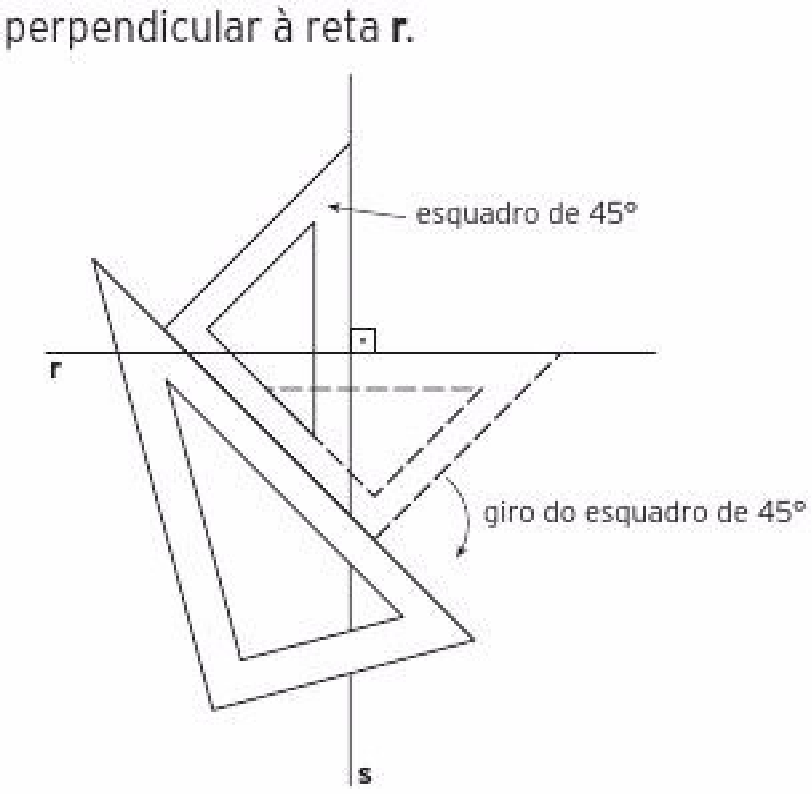
Trace uma reta **r** e coloque o esquadro de 45° na posição indicada na figura.



Utilize o outro esquadro como apoio, mantendo-o fixo.



Gire o esquadro de 45°, como indicado abaixo, e trace a reta **s** perpendicular à reta **r**.



UNIDADE 6

Múltiplos e divisores

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Divisibilidade e padrões Padrões Divisibilidade e divisão estão relacionadas? **2. Critérios de divisibilidade** Divisibilidade por 2 Outros critérios de divisibilidade Divisibilidade por 5 Divisibilidade por 10 Divisibilidade por 3 Divisibilidade por 9 Um pouco mais sobre critérios de divisibilidade Um número é divisível por 2 e por 3. Ele é divisível por 6? Divisibilidade por 4 Divisor de um número natural **3. Números primos** Números naturais e seus divisores Como reconhecer um número primo? **4. Fatoração** Decomposição em fatores primos A decomposição de um número em fatores primos e a raiz quadrada Máximo divisor comum **5. Múltiplos de um número natural e o m.m.c.** Múltiplos de um número natural Mínimo múltiplo comum ou m.m.c.	Espera-se que os alunos: • compreendam o conceito de sequências numéricas; • identifiquem um padrão em uma sequência numérica; • identifiquem uma lei de formação de uma sequência numérica e adquiram habilidades para construí-las; • compreendam os conceitos de divisor e de múltiplo de um número natural; • estabeleçam as relações "ser múltiplo de", "ser divisível por" e "ser divisor de" entre os números naturais; • identifiquem divisores e múltiplos de um número natural; • desenvolvam técnicas e habilidades na determinação de divisores e múltiplos de um número; • desenvolvam técnicas e habilidades na determinação de divisores comuns, múltiplos comuns, maior divisor comum e menor múltiplo comum de dois ou mais números naturais; • conheçam e apliquem alguns critérios de divisibilidade; • desenvolvam habilidades e técnicas na decomposição de um número em fatores (primos ou não); • resolvam problemas que envolvam divisores e múltiplos de um número natural; • reconheçam números primos; • desenvolvam habilidades no cálculo do m.m.c.

Orientações didáticas

A habilidade de compor e decompor é fundamental em várias situações do nosso dia a dia. Decompor e compor são, também, estratégias muito úteis na resolução de problemas: é como separar o problema em partes, fragmentando as dificuldades.

Em Matemática, a decomposição também está relacionada aos números naturais e é utilizada como um recurso de cálculo na resolução de problemas de diferentes naturezas. Podemos citar, como exemplos, o conceito de números primos e a decomposição de um número em um produto de fatores primos e a divisibilidade.

A "árvore de fatores", como chamamos a decomposição de um número natural em um produto nesta unidade, é um procedimento pelo qual se obtém a fatoração de um número. Espera-se que os alunos observem que é possível utilizar qualquer tipo de decomposição até chegar a um produto de números primos. É comum pensar que é necessário iniciar a decomposição pelo menor número primo que seja divisor do número que está sendo fatorado. A utilização da "árvore de fatores" mostrará que é possível fatorar um número percorrendo caminhos diferentes. Os alunos poderão até perceber que essa decomposição é única, pois, qualquer que seja o caminho escolhido, eles obterão sempre a mesma decomposição.

Texto de aprofundamento

Um pouco da história dos números primos

Por sua importância na evolução do conhecimento, os números foram cultuados ao longo da história da Matemática. Os números primos, por exemplo, foram objeto de muitas indagações, e vários problemas relacionados a eles continuam sem solução até hoje. Um deles é que ainda não foi possível encontrar uma regra (fórmula) que pudesse gerar números primos, apesar das inúmeras tentativas feitas. Um dos métodos mais interessantes para encontrar números primos, porém limitado, foi criado há 2000 anos por Eratóstenes de Alexandria, matemático e astrônomo.

O maior número primo determinado até hoje é escrito com 25962 algarismos e pode ser representado por $2^{86243} - 1$.

$2^{86\,243} - 1$ é um número grande? Para obter esse número primo multiplica-se o número 2 por si próprio 86243 vezes e depois subtrai-se 1.

Para termos uma ideia do quanto esse número representa, vamos investigar, primeiro, alguns números menores:

$2^3 = 8$ $2^7 = 128$ $2^{12} = ?$

Imagine uma pequena planta com 2 mm de altura, que duplica todos os dias seu tamanho. Ao fim de 12 dias, que altura ela terá? E ao fim de um mês? E de dois meses? Como termo de comparação, a Lua fica a apenas 400 000 km da Terra e o Sol, a 150 milhões de quilômetros.

Procurar saber o tamanho do maior número primo até agora descoberto é como responder à questão: "Que tamanho teria a planta passados 86243 dias?". Bem, 86243 dias são mais de 236 anos: a planta teria crescido tanto e ultrapassado os limites da Terra muito antes disso!

Fonte: LANGDON, Nigel; SNAPE, Charles. *Viva a Matemática!* Lisboa: Gradiva, 1993.

Comentários e resolução de atividades

Desafio – CDs e promoções (p. 119)

Este problema poderá ser resolvido por meio de tentativa e erro. Oriente os alunos a organizem as tentativas fazendo registros em uma tabela.

Resolução

Quantidade de CDs	1	2	3	4
Preço na Som Brasil (R$)	$24 \cdot 1 = 24$	$24 \cdot 2 = 48$	$24 \cdot 3 = \mathbf{72}$	$24 \cdot 4 = 96$
Preço na Bom Som (R$)	$18 \cdot 1 = 18$	$18 \cdot 2 = 36$	$18 \cdot 3 = 54$	$18 \cdot 4 = \mathbf{72}$

- O menor número de CDs que podemos comprar em cada loja gastando a mesma quantidade são 3 CDs na Som Brasil e 4 CDs na Bom Som. Essa quantia é de R$ 72,00.

Troquem ideias e resolvam (p. 125)

Resolução

- Para responder essa questão, o aluno precisa perceber que se fosse 1 caixa, seriam 24 pacotes; 2 caixas, seriam 2×24, ou seja, 48 pacotes, assim por diante. A quantidade de pacotes de macarrão colocada em promoção deve ser divisível por 24. O número 100 não é divisível por 24, mas 480 é divisível. Assim, poderiam ser vendidos 480 pacotes, mas não poderiam ser vendidos 100 pacotes.
- Faltam dados para que se possa determinar a quantidade de pacotes de macarrão que foi colocada em promoção.
- Supondo que todas as caixas continham 24 pacotes de macarrão:
  - o total de pacotes deve ser múltiplo de 5, porque cada 5 pacotes compõem 1 promoção;
  - o total de pacotes deve ser múltiplo de 24, porque cada caixa contém 24 pacotes;
  - o total de pacotes de pacotes de macarrão vendidos nessa promoção deve ser múltiplo comum de 5 e 24;
  - a **menor quantidade** vendida nessa promoção deve ser o **menor múltiplo comum de 5 e 24**, que é 120.

Portanto, a menor quantidade de pacotes que poderá ser vendida nessa promoção é 120 pacotes de macarrão.

Desdobramento

Complete o problema apresentado nesta seção com outros dados de maneira que a segunda questão tenha uma solução.

Desafio – Empilhando CDs (p. 126)

Resolução

Nesta questão é interessante orientar os alunos para que elaborem um **plano de resolução**, como, por exemplo:

- ✓ Da informação "quando ele forma pilha com 7 CDs não sobra nenhum" conclui-se que o **número de CDs é divisível por 7**.
- ✓ Da informação "quando ele forma pilha com 3 ou 4 CDs sempre sobra 1" conclui-se que o, **número de CDs é múltiplo comum de 3 e 4 mais 1**.
- ✓ Considerando que o número de CDs é maior que 120, listamos:
  - os múltiplos de comuns de 3 e 4 maiores que 120;
  - os múltiplos comuns anteriores mais 1;
  - as soluções estarão nessa segunda lista e são números múltiplos de 7.

Desenvolvendo o plano

- m.m.c. (3,4) = 12, então a sequência de múltiplos comuns de 3 e 4 começa com 12 e cada número a partir do segundo é o anterior mais 12;

- múltiplos comuns de 3 e 4 maiores que 120: 132 (120 + 12), 144 (132 + 12), 156, 168, 180, 192, 204, 216, 228, 240...

- múltiplos comuns de 3 e 4 mais 1:

133 (132 + 1), 145 (144 + 1), 157, 169, 181, 193, 205, **217**, 229, 241 ...

Então:

- **133** é uma solução;

Verificação: 133 é divisível por 7; 133 ÷ 3 é igual a 44 e tem resto 1; 133 ÷ 4 é igual a 33 e tem resto 1;

- **217** é outra solução;

Verificação: 217 é divisível por 7; 217 ÷ 3 é igual a 72 e tem resto 1; 217 ÷ 4 é igual a 54 e tem resto 1.

Note que é possível obter 217 a partir de 133 acrescentando o produto 7 × 12, ou seja, 84, ao número 133.

Desdobramento

Acrescente à situação proposta:

- ✓ Como encontrar 217, sabendo que 133 é solução do problema proposto? Encontre cinco soluções possíveis.

Investigue e explique (p. 129)

Nesta atividade incentive os alunos a trabalharem na investigação de padrões numéricos, composta por números naturais, como esta apresentada.

Quando se apresenta uma sequência de múltiplos de 2, um dos padrões presentes é "os números aumentarem de 2 em 2". Se a sequência é composta de múltiplos de 3, um dos padrões presentes é "os números aumentarem de 3 em 3", se forem múltiplos de 4, "aumentam de 4 em 4" e assim por diante.

Mas uma sequência composta por números naturais poderá aumentar de 3 em 3, e seus elementos não serem múltiplos de 3, como nesta que foi apresentada, por exemplo.

Resolução

- 5 não é divisível por 3 (tem resto 2); 8 não é divisível por 3 (tem resto 2) e assim por diante.
- Para esta questão há infinitas respostas possíveis. Basta que a sequência comece por um número não múltiplo de 10, como, por exemplo, 5, 15, 25, 35, 45...

Desafio – Grande prêmio (p. 131)

Oriente os alunos na identificação das informações apresentadas neste problema.

Depois, convide um aluno para que conte aos demais o que está acontecendo nessa situação. Espera-se que ele identifique o tipo de promoção anunciada no jornal e relacione-as à fala do garoto.

Resolução

- O selo que foi chamado de "econômico", e que a promoção pede, precisa ser um **único** selo que poderá ser usado em qualquer dos três tipos de correspondência anunciados no guichê.

- O selo deve ter um valor que seja "divisor de 0, 48; 0, 60 e 0, 72" e para que seja "econômico" o valor dele precisa ser o maior divisor comum desses três valores (m.d.c.);

- Note que o conceito de m.d.c. só se aplica a números naturais e por isso oriente os alunos a trabalharem com os números 48, 60 e 72 e encontrarem o valor de tal selo dividindo o resultado calculado por 100.

- m.d.c. (48, 60, 72) = 12

- o valor do selo "econômico" é R$ 0,12.

- Quantidade de selos necessários para:

- a carta simples: 0, 48 ÷ 0,12 = 4. São necessários 4 selos de R$ 0,12;

- a carta registrada: 0,60 ÷ 0,12 = 5. São necessários 5 selos de R$ 0,12;

- para a carta expressa: 0,72 ÷ 0,12 = 6. São necessários 6 selos de R$ 0,12.

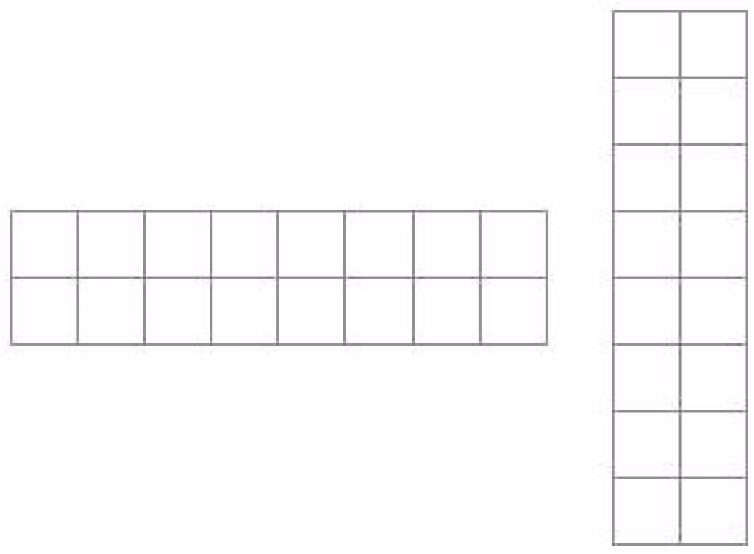
Sugestões de atividades complementares

Descobrindo divisores

Material: 36 (ou mais) peças quadradas, em cartolina, iguais e recortadas.

✓Divisores de 16

Separe 16 peças e arrume-as formando uma peça retangular. Encontre todos os arranjos possíveis, anote a quantidade de peças que compõem o comprimento e a largura da peça formada.



- Que padrão existe entre números encontrados para a medida do comprimento e da largura das figuras retangulares construídas?

Resposta

Os números encontrados para a medida do comprimento e da largura das figuras retangulares são divisores de 16.

✓Divisores de 36

Separe 36 peças e repita o que foi feito no item anterior.

Resposta

Os números encontrados são divisores de 36.

UNIDADE 7

Polígonos

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Linhas poligonais e polígonos Linhas poligonais Polígonos Polígonos convexos e polígonos não convexos **2. Estudo dos triângulos** Uso de triângulos Classificação dos triângulos Alturas de um triângulo **3. Estudo dos quadriláteros** Uso de quadriláteros Classificação dos quadriláteros **4. Ladrilhamentos e simetria** Ladrilhamento, a geometria dos padrões Simetria **Leitura:** O *tangram*	Espera-se que os alunos: • identifiquem linhas abertas e fechadas; • diferenciem linha poligonal de polígono; • identifiquem polígonos convexos e não convexos; • utilizem conhecimentos sobre elementos e propriedades dos triângulos e quadriláteros; • estabeleçam critérios de classificação para os polígonos e, em particular, para os triângulos e quadriláteros; • realizem ladrilhamentos e identifiquem um padrão em ladrilhamentos; • reconheçam polígonos com simetria e seus eixos de simetria.

Orientações didáticas

As figuras geométricas desenhadas nos livros são objetos estáticos. Utilizando palitos de sorvete e tachinhas ou outros recursos didáticos, podemos estimular os alunos a vê-los de forma dinâmica.

Com esse material simples, podemos trabalhar conceitos, propriedades e ideias importantes.

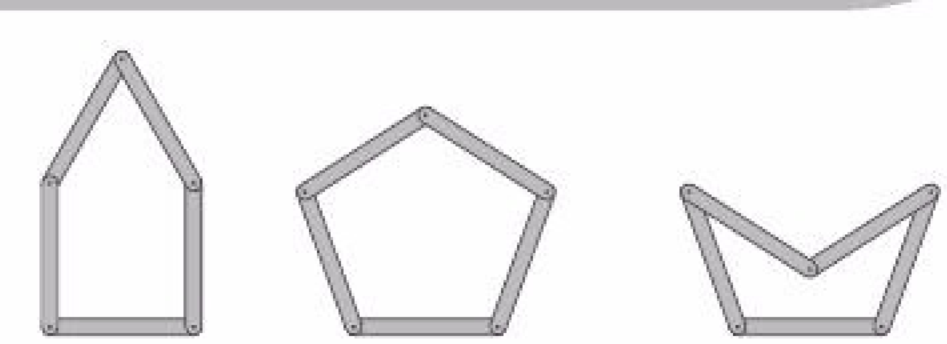
Experimentar, explorar intuitivamente, visualizar e contextualizar auxiliam no processo da construção do raciocínio lógico-dedutivo e na explicitação formal desse raciocínio.

Com palitos de sorvete e tachinhas, proponha a construção de polígonos variados: triângulos, quadriláteros, pentágonos etc. Em seguida, solicite aos alunos que reflitam sobre algumas questões, como:

- Construindo triângulos com os palitos de sorvete e as tachinhas, é possível mover algum triângulo, sem quebrar a madeira ou despregar as tachinhas? Isso ocorre com outros polígonos?

A rigidez dos triângulos fundamenta-se nesta propriedade: os três lados determinam o triângulo. Com exceção deles, todos os demais polígonos não têm rigidez. Os quadriláteros, os pentágonos, os hexágonos etc. são deformáveis.

Os quadriláteros podem ser quadrados que se transformam em losangos. Os polígonos de cinco lados podem ser pentágonos não regulares, que se tornam regulares e depois podem ficar não convexos.



A ausência de rigidez dos demais polígonos corresponde ao fato de que um polígono, com quatro lados ou mais, não fica determinado apenas pelos seus lados.

- É comum ver nos portões uma ripa transversal. Que relação existe entre esse fato e um triângulo?
- É possível construir dois triângulos diferentes com lados de mesma medida? E dois polígonos quaisquer?

Como todos os palitos têm o mesmo comprimento, cada um dos polígonos construídos é equilátero, isto é, tem todos os lados de medidas iguais. Mas, com exceção do triângulo, a congruência dos lados não acarreta a igualdade dos ângulos. Em outras palavras, com exceção do triângulo, um polígono equilátero não é necessariamente equiângulo.

- Pegando três pedaços de madeira de medidas variadas, sempre é possível obter um triângulo? Por quê?

Podemos mostrar quais as condições necessárias para a existência de um triângulo. Não basta apenas que tenha três lados: a medida de um lado não pode ser maior que a soma das medidas dos outros dois.

Texto de aprofundamento

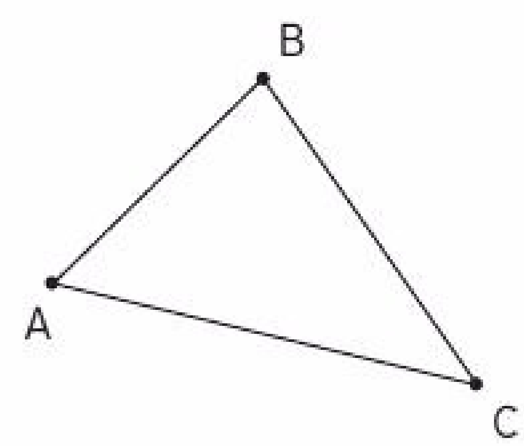
Uma abordagem de polígonos

Um caminho possível para caracterizar o que é um polígono consiste em exibir alguns que já fazem parte do cotidiano dos estudantes.

Assim, pode-se começar com polígonos como os triângulos. Para isso:

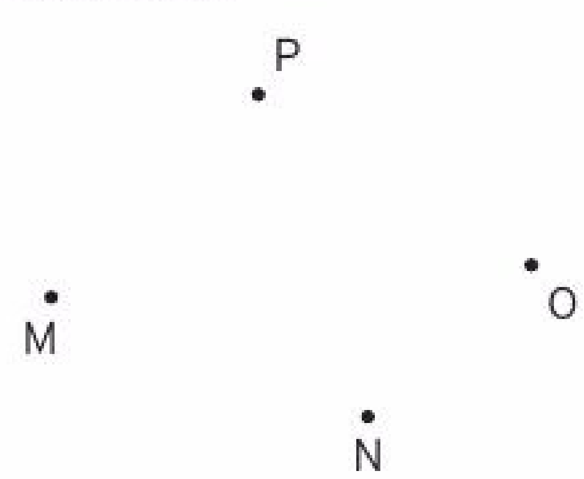
- Pedir aos estudantes que marquem sobre uma folha de papel 3 pontos, nomeando-os, por exemplo, por A, B e C. A única exigência que deve ser feita é que eles não estejam sobre uma mesma reta.

  Em seguida, pedir-lhes que tracem os segmentos de reta AB, BC e CA.

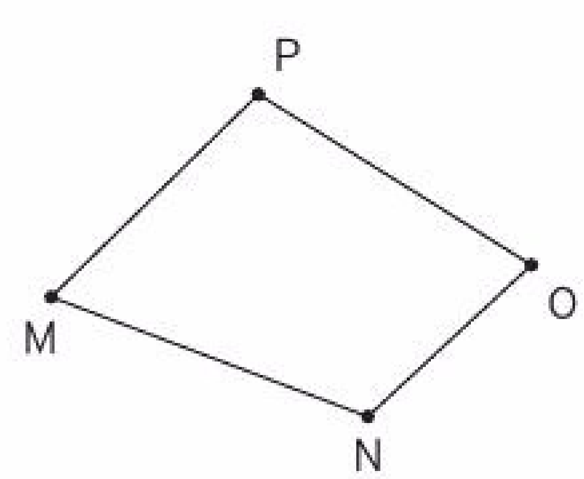


- Solicitar que marquem sobre uma folha de papel 4 pontos, nomeando-os por M, N, O e P. A exigência, agora, é que 3 desses pontos nunca estejam sobre uma reta.

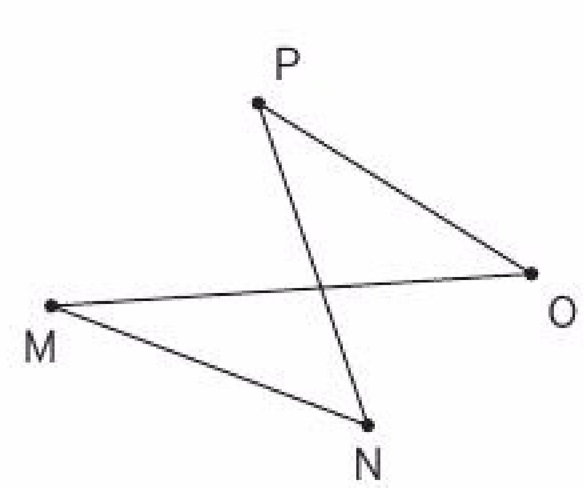
  Uma solução possível é:



  Nesse caso, traçando os segmentos de reta MN, NO, OP e PM, tem-se:



  Porém, traçando os segmentos de reta MN, NP, PO e OM, tem-se:

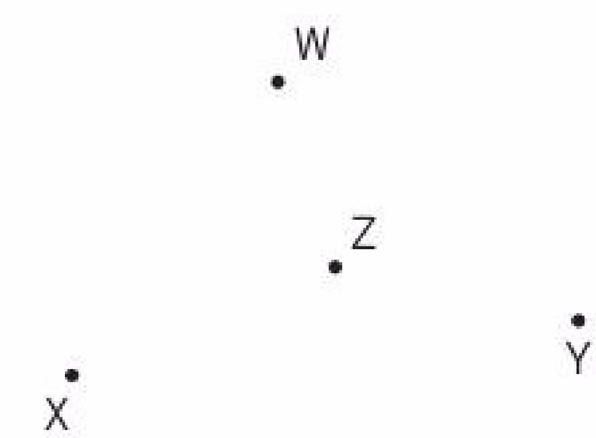


Neste momento, cabe uma pertinente pergunta: a figura formada pelos segmentos MN, NP, PO e OM é um polígono?

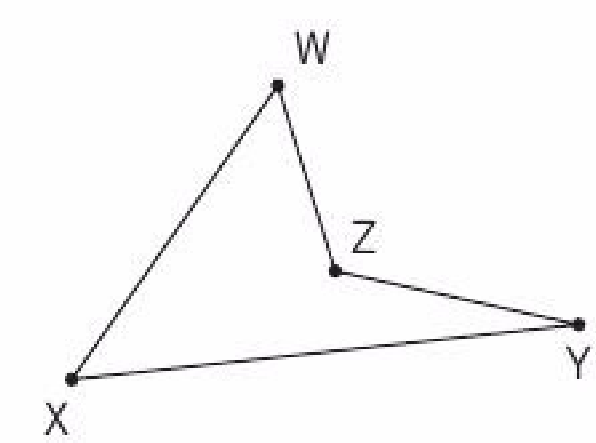
Este é um momento rico do ponto de vista de um processo de ensino-aprendizagem, pois é possível fazer um "acordo" com os estudantes do seguinte tipo:

- O primeiro quadrilátero é um polígono;
- A última figura não é um polígono.

Quando se pediu a estudantes que marcassem 4 pontos sobre uma folha de papel, uma outra solução possível é a seguinte, em que os pontos são nomeados por X, Y, W e Z.

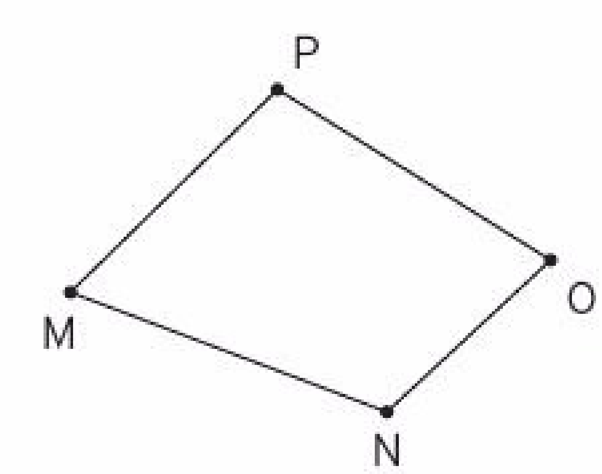


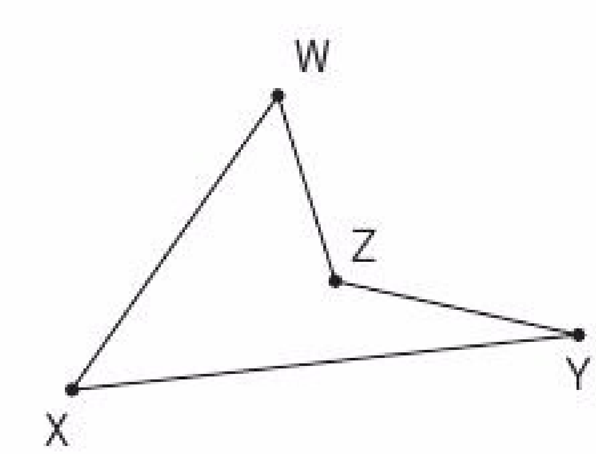
Traçando os segmentos de reta: XY, YZ, ZW e WX, tem-se:



Neste momento, cabe a pergunta: a figura formada pelos segmentos de reta XY, YZ, ZW e WX é um polígono?

Para pensar: Qual diferença visível há entre os polígonos seguintes?





- Ao trabalhar nesta linha proposta, o próximo passo é pedir que marquem 5 pontos em uma folha de papel. A exigência agora é que não pode haver 3 pontos consecutivos sobre uma mesma reta.

Comentários e resolução de atividades

Investigue e explique (p. 138)

Esta é uma atividade de investigação em que é dada ênfase a processos matemáticos tais como descobrir regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar.

Enquanto os alunos procuram as soluções, circular pela classe. Se solicitarem sua atenção, verificar se são capazes de:

✓ especificar em detalhes o seu plano de resolução ou as dúvidas que possuem;

✓ justificar a razão da escolha de determinados caminhos.

É possível que os estudantes, ao decompor os polígonos, encontrem várias decomposições. A questão é encontrar aquela que torne mais simples a contagem dos triângulos.

Se os alunos encontrarem dificuldades para estabelecer uma conclusão, peça que completem uma tabela com mais polígonos como a seguinte:

Polígono	Número de lados	Menor número de triângulos
Quadrilátero	4	$2 = 4 - 2$
Pentágono	5	$3 = 5 - 2$
Hexágono	6	$4 = 6 - 2$
Heptágono	7	$5 = 7 - 2$
Octógono	8	$6 = 8 - 2$
Eneágono	9	$7 = 9 - 2$
Decágono	10	$8 = 10 - 2$

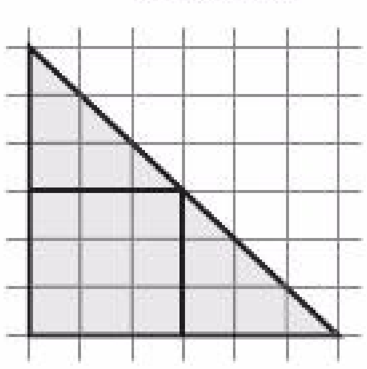
Troquem ideias e resolvam (p. 141)

Nesta atividade pretende-se que os alunos obtenham alguns polígonos utilizando procedimentos de decomposição e composição. Peça que descrevam o modo como os polígonos foram obtidos e desenhem cada um deles em uma folha quadriculada.

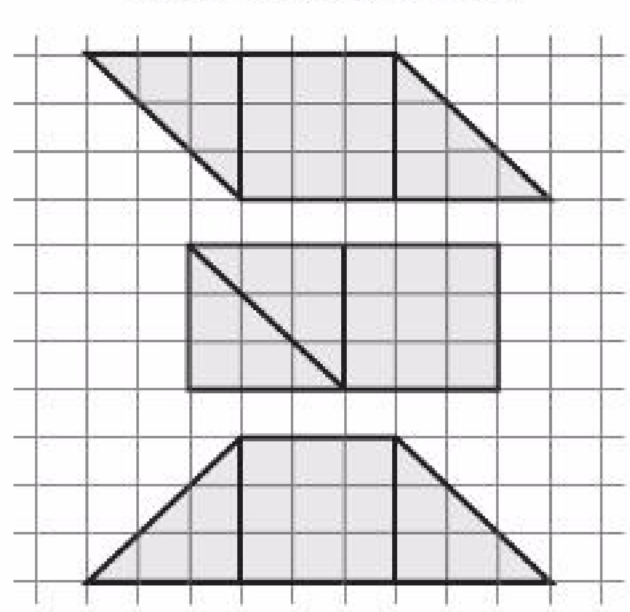
Por meio das manifestações orais dos alunos, é possível verificar se eles conseguem identificar as figuras planas e reconhecer suas características.

Respostas possíveis

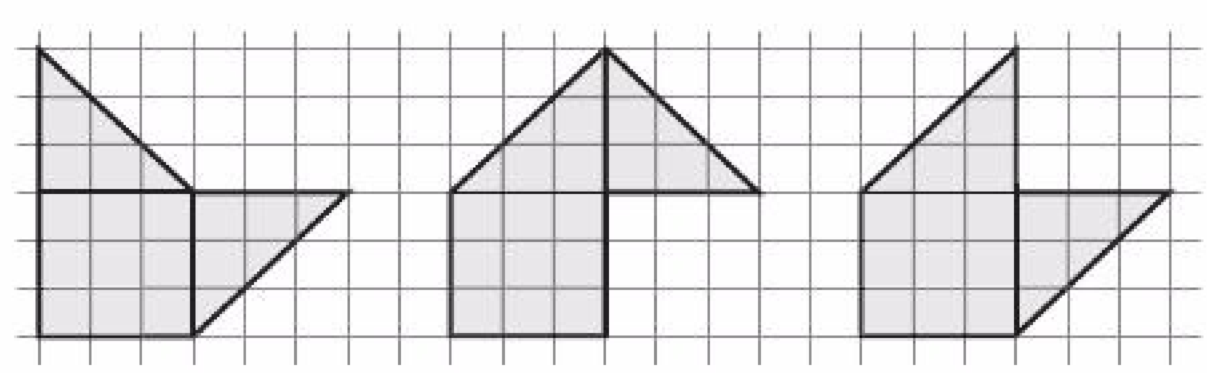
Triângulo



Quadrilátero convexo



Quadrilátero não convexo



Desafio – Identificando polígonos (p. 144)

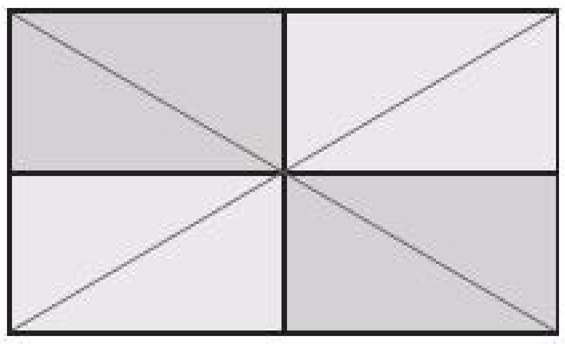
Esta atividade tem uma característica exploratória e investigativa. Os alunos têm de formular estratégias próprias, ao mesmo tempo em que mobilizam conhecimentos e capacidades.

Os alunos podem chegar ao mesmo resultado por caminhos distintos, sendo conveniente que o professor comente os aspectos positivos e negativos de cada resolução. O importante é valorizar os erros construtivos e sempre incentivar o aluno a tentar, sem medo de errar.

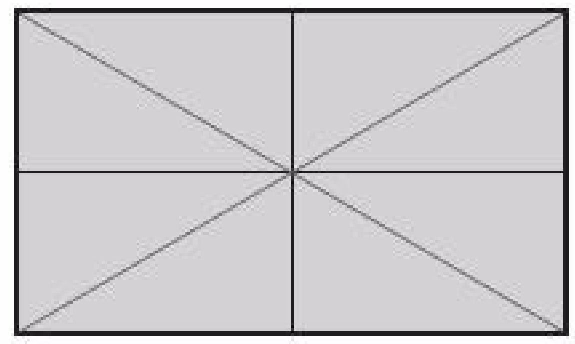
Também explora a composição e a decomposição de figuras planas. Esta noção é fundamental para a construção de procedimentos relativos ao cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas, pois possibilita que os alunos, através da experimentação, criem estratégias para a construção de generalizações a partir de casos particulares.

Pretende-se que os alunos obtenham retângulos e triângulos retângulos por decomposição e composição, como pode ser observado a seguir:

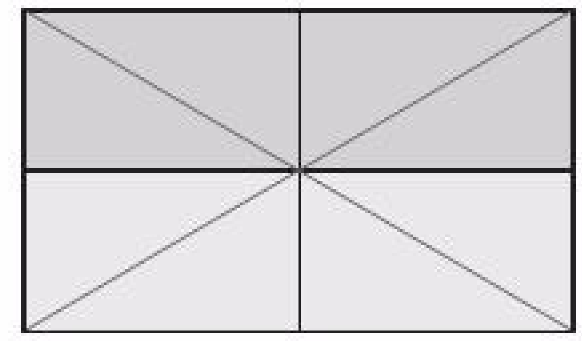
- 9 retângulos



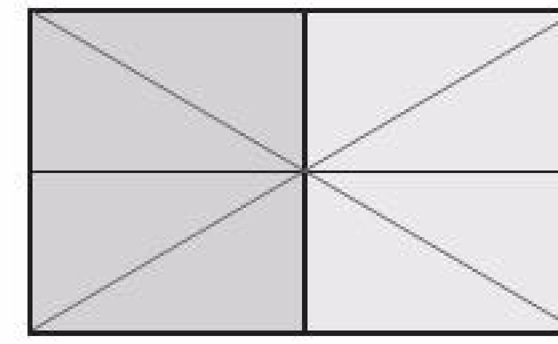
4 retângulos



1 retângulo

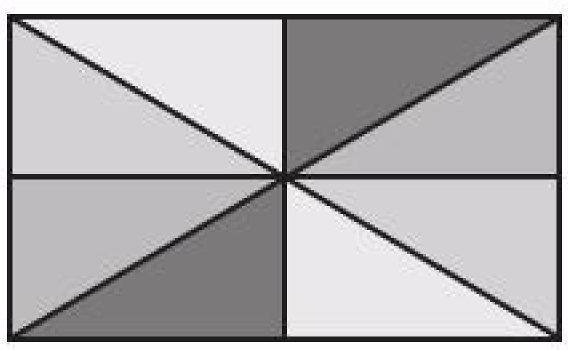


2 retângulos

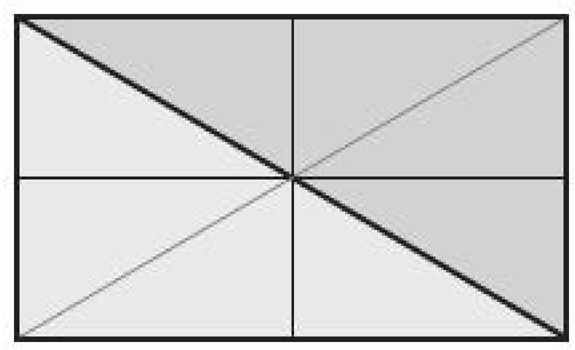


2 retângulos

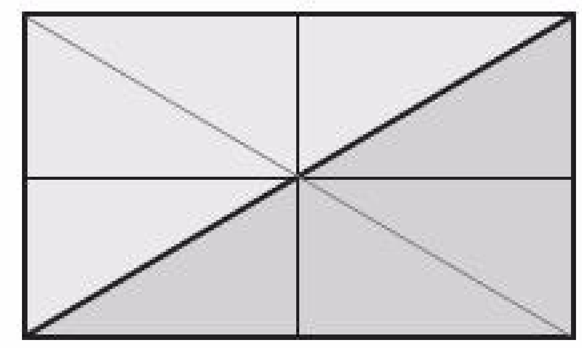
- 12 triângulos retângulos



8 triângulos retângulos



2 triângulos retângulos



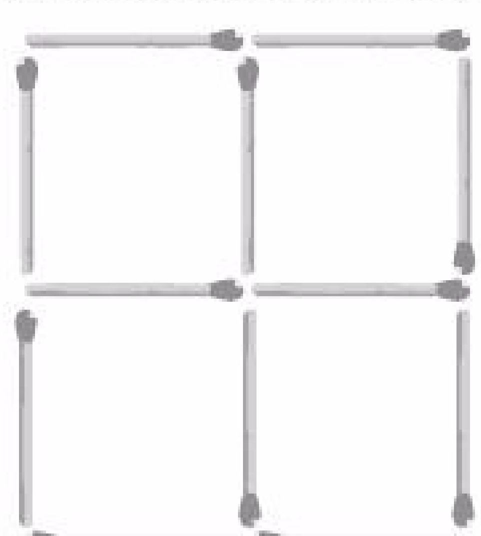
2 triângulos retângulos

Sugestões de atividades complementares

Brincando com palitos de fósforos

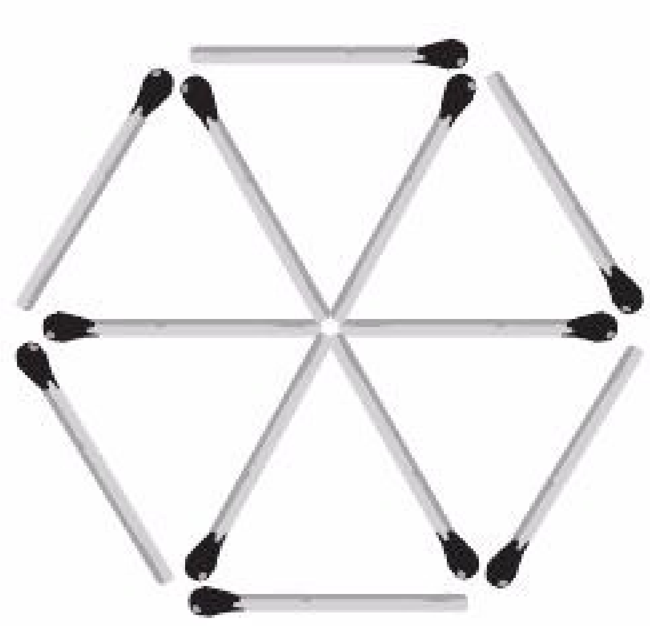
Para estas atividades, você vai precisar de alguns palitos de fósforo. Construa com eles as figuras desenhadas em cada caso.

- Observe a construção e faça o que se pede a seguir.



a) Responda: quantos quadrados há na figura?
b) Desloque 2 palitos e forme 7 quadrados.
c) Desloque 3 palitos e forme 3 quadrados.
d) Retire 2 palitos para deixar só 2 quadrados.

- Agora, observe esta construção e faça o que se pede.



a) Responda: quais polígonos diferentes você observa na figura?
b) Retire 3 palitos e forme 3 triângulos equiláteros.
c) Desloque 4 fósforos e forme 3 triângulos equiláteros.

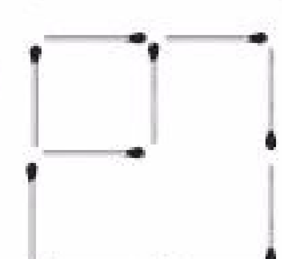
Respostas

- a) 5 quadrados.

  b)

  c)

  d)



- a) Exemplo de resposta: triângulo, hexágono e quadrilátero.

  b) Exemplo de resposta.

  c) Exemplo de resposta.

UNIDADE 8 Números racionais: representação fracionária

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Frações Significados de fração Leitura de frações Número racional: significados Tipos de fração Frações e medidas Frações e problemas **2. Equivalência e simplificação de frações** Frações equivalentes Propriedade fundamental das frações Simplificação de frações **3. Comparação de frações** **4. Estatística e probabilidade** Porcentagem Gráfico de barras **Leitura:** Racional vem de razão?	Espera-se que os alunos: • compreendam o significado de fração nos mais diversos contextos; • reconheçam frações equivalentes; • apliquem o conceito de equivalência de frações em várias situações; • utilizem o significado das frações e realizem comparações entre elas; • utilizem o conceito de fração em cálculos com porcentagens e resolvam problemas que envolvam esse conceito; • interpretem porcentagens expressas em gráficos; • calculem porcentagens relacionadas a dados estatísticos.

Orientações didáticas

Ao retomar o trabalho com as frações, parta do princípio de que é o primeiro contato de seus alunos com esse assunto. Mesmo que, nos anos anteriores, os alunos tenham adquirido uma boa bagagem conceitual, em geral eles aprendem pouco sobre esse conteúdo. Isso é comum e não é motivo para desânimo; ao contrário, faça com que eles não só compreendam o significado de fração, mas também percebam que há outros números além daqueles que são resultados de contagens: os **números racionais**.

Uma das grandes dificuldades de trabalhar com frações está no fato de que os alunos não percebem um número racional representado por uma fração como um número. Muitas vezes, consideram isoladamente o numerador e o denominador, o que mostra dificuldade de apropriação desse conceito.

As situações didáticas propostas neste livro têm como objetivo evitar possíveis dificuldades encontradas no processo de aprendizagem do conceito de número racional representado por uma fração.

Nesta unidade, tratamos da ampliação do conceito de números cuja origem está nas representações fracionárias criadas desde há muito tempo.

Ao dividir sua caça, o ser humano primitivo tinha a noção intuitiva de partes de um inteiro, e a evolução do conhecimento construído ao longo da História permitiu a criação de um novo campo numérico: o conjunto dos números racionais.

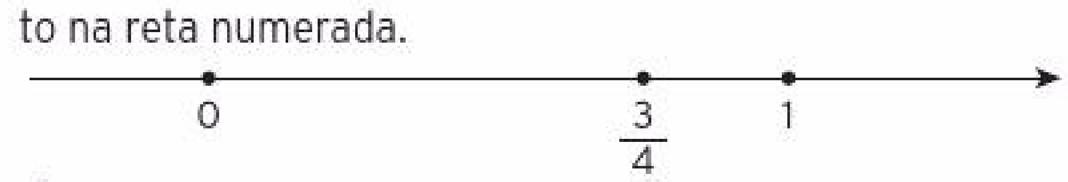
Para isso, estendeu-se o conceito de número e fez-se uma ampliação (matemática) do conjunto dos números naturais. É sob esse aspecto que o conteúdo desta unidade é trabalhado, que parecerá, por vezes, muito teórico e de difícil compreensão.

Os diferentes significados associados a esse tipo de número são explorados convenientemente para que os alunos possam compreender essas interpretações e perceber as inter-relações entre elas.

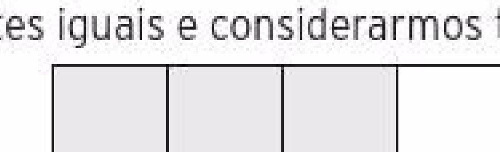
Por exemplo, a fração $\frac{3}{4}$ pode ser, em algumas situações, um número ou um quociente, em outras, uma razão entre dois números, ou ainda representar, em alguns casos, uma relação parte-todo.

Ao observarem situações como estas, os alunos poderão compreender que:

- $\frac{3}{4}$ é um número racional, uma vez que representa um ponto na reta numerada.



- $\frac{3}{4}$ será o quociente se dividirmos igualmente três folhas de cartolina iguais entre quatro alunos.
- $\frac{3}{4}$ será uma razão se considerarmos que de cada quatro alunos de uma classe três são meninas.
- $\frac{3}{4}$ será uma relação parte-todo se dividirmos o todo em quatro partes iguais e considerarmos três delas.



Texto de aprofundamento

O Papiro de Rhind

O Papiro de Rhind é um dos documentos mais famosos da história da Matemática. Acredita-se que ele foi encontrado pelo escocês Henry Rhind, em 1858, no Egito. O Papiro de Rhind foi escrito pelo escriba Ahmes, no antigo Egito, por volta de 1650 a.C. Apesar da pretensão contida nas primeiras palavras desse documento ("... um estudo completo e minucioso de todas as coisas..."), ele é considerado por muitos a cartilha de calcular mais antiga do mundo. Provavelmente, era usado pelos aprendizes do escriba da mesma forma como são usados os livros didáticos hoje, pois Ahmes colocou nesse documento vários problemas, exercícios e quebra-cabeças, muitos deles envolvendo frações. É interessante lembrar que, na época em que foi escrito, o conhecimento sobre as frações, como sobre os números, era muito restrito. Por volta de 1650 a.C. os egípcios já haviam criado representações para algumas frações. Para representarem as frações unitárias (frações de numerador 1), eles colocavam o símbolo  sobre o símbolo que representava o denominador. Por exemplo, $\frac{1}{13}$ era representado por . Com exceção da fração $\frac{2}{3}$, que tinha um símbolo próprio (), qualquer fração não unitária era representada por somas de frações unitárias. Por exemplo, a fração $\frac{3}{5}$ era pensada como soma de três frações unitárias: $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$.

O Papiro de Rhind fornece uma tabela para a transformação de frações gerais em somas de frações unitárias.

O tipo de combinação de frações escolhidas não é explicado. O porquê de uma certa combinação e não outra fica sem resposta.

Fonte: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_icap2.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2015.

Comentários e resolução de atividades

Investigue e explique (p. 158)

O papel da escola na conscientização dos problemas da água que enfrentamos atualmente é importante, pois esse tema, além de fazer parte do dia a dia das pessoas, envolve atenção à qualidade de vida em todos os aspectos.

Comece perguntando por que a água é um bem comum a toda a humanidade e porque esse recurso natural está comprometido em várias regiões do País, embora o Brasil seja o primeiro país em disponibilidade hídrica em rios do mundo.

Considere a possibilidade de desenvolver um projeto integrado com outras disciplinas sobre a importância de cuidar da água.

Resolução

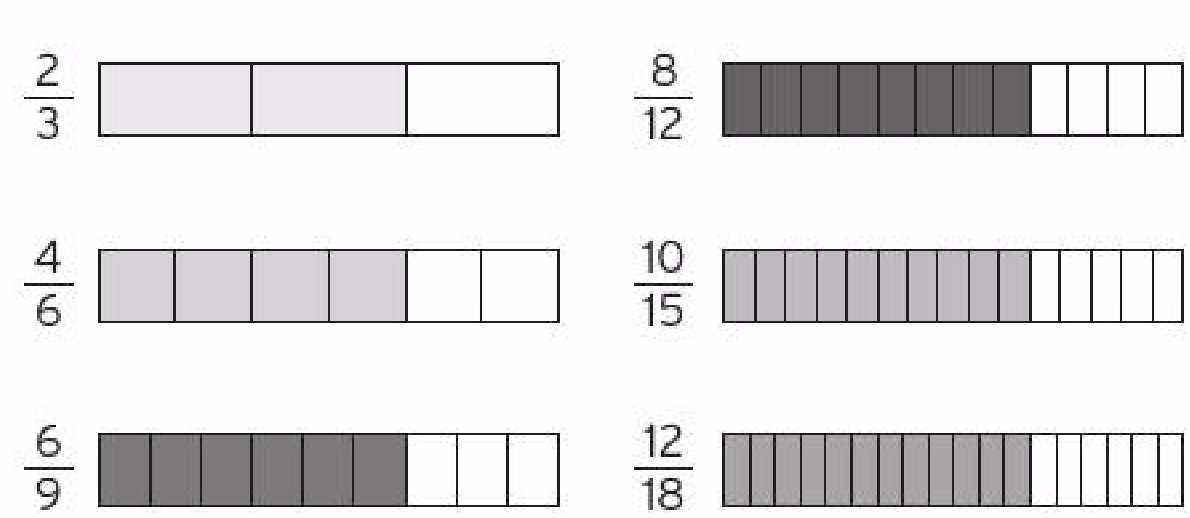
Em 1 semana são desperdiçados 950 L. Podemos dividir 950 por 5 para descobrir quanto de água se desperdiça em $\frac{1}{5}$ de semana: 950 L ÷ 5 = 190 L.

Para calcular, por exemplo, o desperdício em $\frac{3}{5}$ de semana, multiplica-se 190 L por 3, que dá 570 L.

Troquem ideias e resolvam (p. 162)

Trabalhar com dobraduras e material concreto poderá auxiliar a instigar o interesse dos alunos. Ao utilizar material concreto ou desenhos, identifique o todo-referência (inteiro) da fração que está sendo trabalhada, para chegar a resultados e conclusões verdadeiros.

Após confeccionar as tiras, peça também que as coloquem uma embaixo da outra, para concluírem sobre a equivalência das frações representadas:



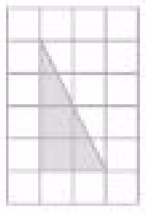
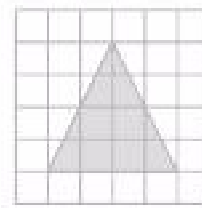
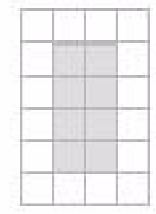
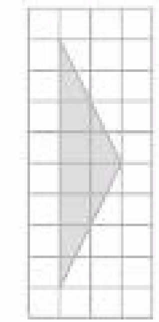
Desafio – Compondo inteiros com figuras geométricas (p. 168)

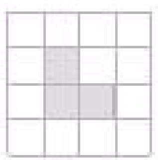
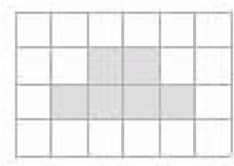
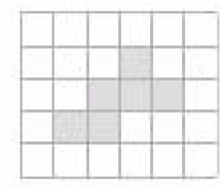
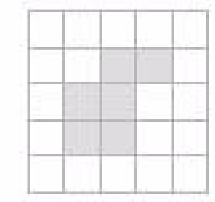
Esta atividade possibilita que os alunos:

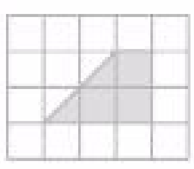
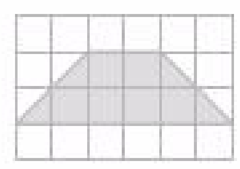
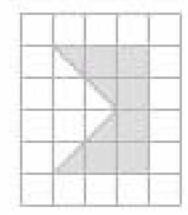
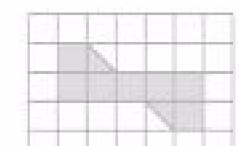
✓ compreendam e construam a equivalência de figuras;

✓ observem e construam a ideia de número racional.

Ao realizarem esta atividade, os alunos perceberão que figuras diferentes podem produzir metades $\left(\frac{1}{2}\right)$ iguais. Veja:

 pode ser $\frac{1}{2}$ de  ou  ou 

 pode ser $\frac{1}{2}$ de  ou  ou 

 pode ser $\frac{1}{2}$ de  ou  ou 

(Existem outras respostas.)

Se forem instigados, os alunos poderão encontrar várias soluções diferentes. É importante incentivá-los a verificar quais foram as soluções encontradas pelos colegas.

Desdobramento

✓ Peça a cada aluno que crie duas ou três figuras em uma malha quadriculada e troque com um colega. Cada um deles deverá produzir uma figura que seja $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{3}$ da figura que recebeu do colega.

Desafio – Os torcedores (p. 172)

Partindo da análise de exemplos, os alunos têm a oportunidade de estabelecer relações e chegar a conclusões com autonomia.

Nesta atividade, a equivalência de frações foi explorada de modo a favorecer a compreensão dos alunos na elaboração de regras práticas de porcentagens em lugar de receitas prontas, sem significado.

Assim,

✓ determinamos 50% de uma quantidade, dividindo-a por 2;

✓ determinamos 25% de uma quantidade, dividindo-a por 4;

✓ determinamos 10% de uma quantidade, dividindo-a por 10.

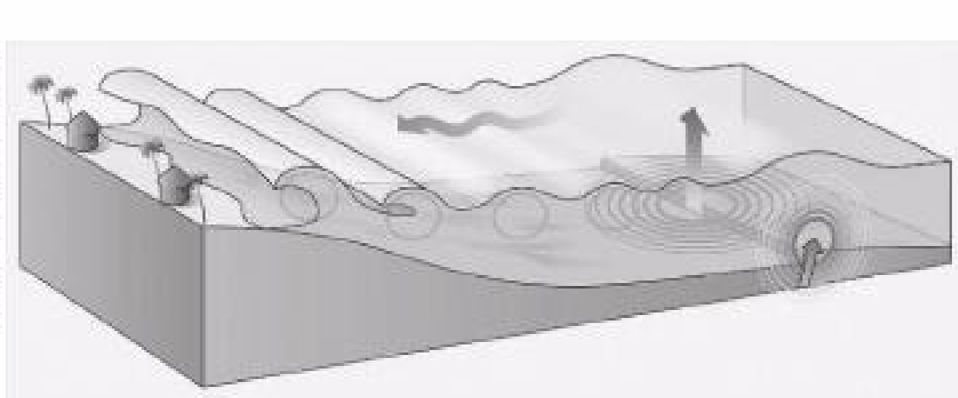
Sugestões de atividades complementares

Este é um tema que permite trazer para a sua sala de aula o cotidiano presente nos jornais e televisão. Subsidiar os alunos com uma pequena bagagem de conhecimento para que eles possam interpretar as informações que são veiculadas nos meios de comunicação.

Comparando altura de tsunami

A palavra *tsunami*, em japonês, significa literalmente "onda de porto" e é usada para designar as ondas gigantes associadas aos abalos sísmicos. As ondas são geradas pelos tremores no fundo do oceano e possuem um enorme poder destrutivo quando chegam à região costeira, como mostram as figuras seguintes:

HAGAQUEZART ESTÚDIO



Formação de *tsunami*.

a) Um dos maiores *tsunamis* aconteceu no Japão, em 1707. Sabendo-se que $\frac{1}{5}$ da altura máxima dessa grande onda tinha cerca de 5 metros, qual era a altura aproximada desse *tsunami*?

b) A altura máxima do *tsunami* que atingiu a costa nordeste do Japão em março de 1933 chegou a superar a altura de um prédio de 9 andares. Considerando que um andar tem em torno de 3 metros de altura, compare as alturas máximas dos *tsunamis* de 1707 e 1933.

Respostas

a) 25 m

b) A altura máxima do *tsunami* de 1933 era 2 m maior que a do *tsunami* de 1707.

UNIDADE 9 Operações com frações

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Adição e subtração Frações com denominadores iguais Frações com denominadores diferentes Operações com frações na forma mista Expressões numéricas Mais sobre resolução de problemas **2. Multiplicação e divisão** Partes de partes de um inteiro Inverso multiplicativo Regra de cancelamento Dividir igualmente **3. Operações inversas** Adição e subtração Multiplicação e divisão **4. Potência e raiz quadrada** Potenciação Expressões numéricas Raiz quadrada	Espera-se que os alunos: • resolvam situações-problema envolvendo números racionais na forma fracionária e decimal e a partir delas ampliem e construam os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação; • selecionem e utilizem procedimentos de cálculo em função da situação-problema proposta; • efetuem cálculos com números racionais na forma de fração, envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potências e raízes; • compreendam as relações entre as operações.

Orientações didáticas

Após a conceituação de números racionais, iniciam-se os procedimentos de cálculos com esses números, que são introduzidos considerando-se um contexto e um significado que contribua para a constatação dos algoritmos.

Os algoritmos da adição e da subtração de números racionais, na forma de fração, são explorados a partir da equivalência de frações, o que favorece a compreensão das técnicas utilizadas.

Tanto a multiplicação quanto a divisão na forma de fração, de modo geral, não são iguais às operações que os alunos conheciam até este momento. As técnicas operatórias são muito diferentes.

É importante lembrar que as novas maneiras de efetuar os cálculos vale também para os números que ele já conhecia. Isso faz com que as propriedades estudadas para os números naturais sejam preservadas nessa ampliação, mas é importante lembrar que algumas propriedades específicas foram criadas para esse tipo de número e que são fundamentais para a realização das operações, tal como a propriedade da equivalência das frações.

Texto de aprofundamento

Densidade × completividade

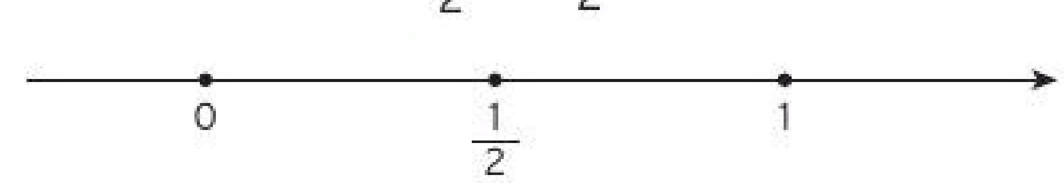
Podemos desenhar uma reta numerada, destacar um dos pontos e, com uma unidade arbitrária, marcar pontos (à direita) nessa reta, fazendo com que o número zero corresponda ao primeiro ponto destacado e os números 1, 2, 3, 4, ..., aos demais pontos.

É possível observar que entre dois números naturais sucessivos, por exemplo, 3 e 4, não existe nenhum outro número natural.

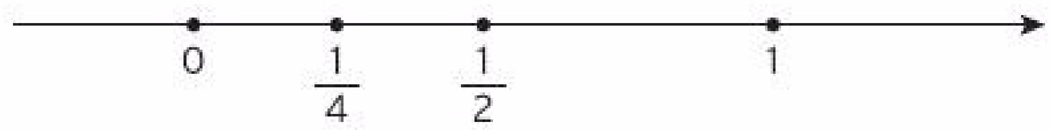
Esse fato ocorre com os números racionais?

Observe:

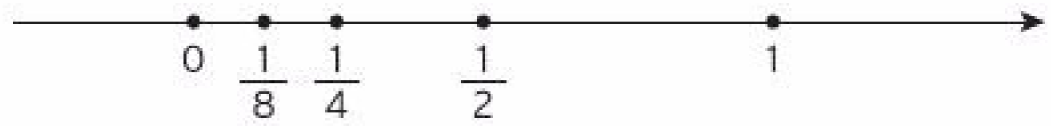
• entre 0 e 1 temos $\frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$;



• entre 0 e $\frac{1}{2}$ temos $\frac{0+\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$;



- entre 0 e $\frac{1}{4}$ temos $\frac{0 + \frac{1}{4}}{2} = \frac{1}{8}$;



... e assim por diante.

É possível demonstrar, em Álgebra, que entre dois números racionais quaisquer sempre há outro número racional. Ou seja, em uma reta numerada, apesar de dois pontos que representam números racionais parecerem "tão próximos", ainda há infinitos números racionais entre esses dois números. Por isso, dizemos que os números racionais formam um conjunto **denso**.

De modo geral, se **a** e **b** representam dois números racionais quaisquer, com $a < b$, é possível demonstrar que $\frac{a + b}{2}$ é um número racional, maior que **a** e menor que **b**.

Pode-se dizer que os números racionais preenchem completamente a reta? Esta afirmação aparentemente justa é falsa.

É verdade que a reta numerada já está "cheia" de números racionais, mas ainda apresenta "vagas" suficientes para uma quantidade infinita de números de nova natureza: os **números irracionais**.

Comentários e resolução de atividades

Desafio – Do tempo dos faraós (p. 181)

Na Matemática egípcia, o uso de frações restringia-se quase totalmente às chamadas frações unitárias, aquelas cujo numerador é 1.

Neste desafio, procura-se 4 frações unitárias tal que a soma delas seja $\frac{27}{24}$, ou seja:

$$\frac{1}{*} + \frac{1}{*} + \frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{27}{24}$$

Uma das maneiras de resolver este desafio é usar o método de "tentativa e erro", que consiste em tentar várias sequências de decisões até encontrar uma que funcione.

Uma decisão plausível é começar com frações unitárias em que os denominadores são divisores de 24.

- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{12 + 8 + 6 + 4}{24} = \frac{30}{24}$ ———— não é solução
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{24} = \frac{12 + 8 + 6 + 1}{24} = \frac{27}{24}$ ———— é solução
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{12 + 8 + 4 + 3}{24} = \frac{27}{24}$ ———— é solução

Investigue e explique (p. 192)

Esta é uma situação que mostra a presença da ideia de proporcionalidade no dia a dia das pessoas, seja no trabalho, seja em casa. O conceito nada mais é do que a relação entre duas variáveis e é importante para o desenvolvimento do raciocínio.

Como 1 copo contém $\frac{1}{4}$ L, então 4 copos contêm $4 \times \frac{1}{4}$ L $= \frac{4}{4}$ L $= 1$ L.

Um modo de observar a proporcionalidade entre as variáveis é por meio de uma tabela:

Quantidade de leite	1 L	2 L	3 L	4 L	5 L	72 L
Número de copos	4 copos	8 copos	12 copos	16 copos	20 copos	288 copos

Para calcular a quantidade de copos para certa quantidade de leite, multiplica-se essa quantidade por 4. Assim, $72 \times 4 = 288$.

Desafio – O testamento (p. 195)

Este desafio possibilita que os alunos pressuponham uma conjectura que será analisada. Como esta é uma estratégia comum em investigações, procure incentivar a utilização desse tipo de raciocínio.

Lembrando que *conjectura* é uma afirmação matemática que ainda não foi demonstrada que pode ser verdadeira ou falsa.

Como os alunos ainda não conhecem equações, espera-se que eles recorram ao raciocínio aritmético para resolver este problema. É possível que o conhecimento que eles possuem permita recorrer a uma estratégia que envolva equações "disfarçadas".

Veja como desenvolver o raciocínio:

✓ Pensar com frações é mais complicado que pensar com números naturais...

✓ ... então, faz-se de conta que se trata de números naturais.

✓2 é o dobro de 1.

✓Como 2 é o dobro de 1, então:

- a filha de seu Oliveira receberá o dobro que o neto dele receber, isto é, a filha receberá 2 partes e o neto, 1 parte;
- a esposa de seu Oliveira receberá o dobro do que sua filha recebeu, isto é, a filha receberá 2 partes e a esposa de seu Oliveira, 4 partes.

Como esposa, neto e filha estão todos no mesmo testamento (todo-referência), temos:

esposa: 4; filha: 2; neto: 1

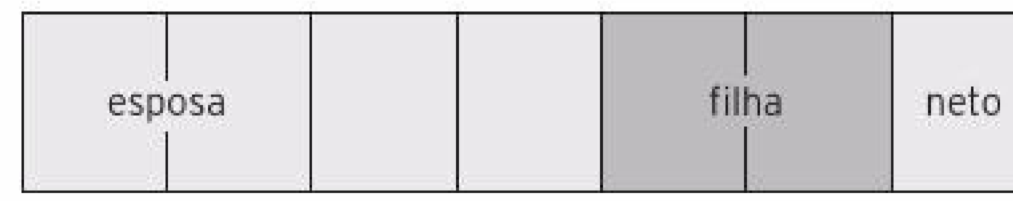
$$4 + 2 + 1 = 7$$

Portanto, o testamento deverá ser dividido em 7 partes iguais e distribuído na proporção indicada.

Assim, a distribuição será:

esposa: $\frac{4}{7}$; filha: $\frac{2}{7}$; neto: $\frac{1}{7}$

Desenho:



Troquem ideias e resolvam (p. 198)

Esta atividade explora a composição e a decomposição de frações em forma de potências para aplicar propriedades de potências de base iguais.

- Podemos escrever: $\left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2}$. Como $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$, temos: $\frac{1}{1024} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2} = \frac{1}{1024} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{1024 \cdot 4} = \frac{1}{4096}$.
- Podemos escrever: $x^8 = (x^4)^2$. Como $x^4 = \frac{1}{16}$, temos: $x^8 = \left(\frac{1}{16}\right)^2 = \frac{1}{256}$.

Desafio – Quadrados e raízes quadradas (p. 199)

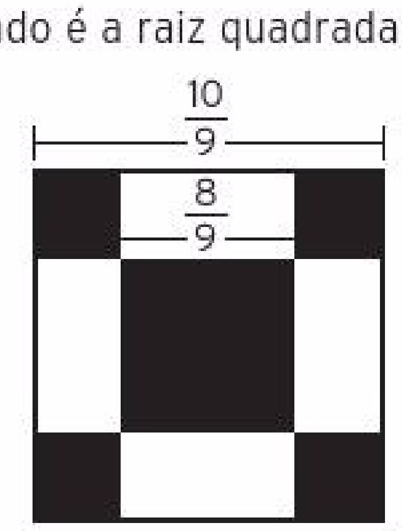
Em um quadrado, a área é igual à medida de um lado elevado ao quadrado. Portanto, a medida de um lado é a raiz quadrada da área.

Área do quadrado maior:

$\frac{100}{81}$ m² —— Lado $= \sqrt{\frac{100}{81}} = \frac{10}{9}$

Área do quadrado amarelo:

$\frac{64}{81}$ m² —— Lado $= \sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{8}{9}$



2 vezes a medida do lado do quadrado azul:

$\frac{10}{9} - \frac{8}{9} = \frac{2}{9}$

Medida do lado do quadrado azul:

$\frac{2}{9} \div 2 = \frac{\cancel{2}}{9} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = \frac{1}{9}$

A medida dos lados dos quadrados azuis é $\frac{1}{9}$ m.

Sugestões de atividades complementares

Mistura legal

Manuel inventou uma mistura muito boa para fazer refresco. Veja como é.

$\frac{1}{4}$ de litro de groselha; $\frac{1}{2}$ litro de soda limonada;

$\frac{1}{3}$ de litro de água gaseificada

- Que quantidade de refresco resulta da mistura inventada por Manuel?
- Essa quantidade cabe em um jarro de 1 litro? Por quê?

FRANCISCO VILACHÃ

Respostas

- $1\frac{1}{12}$ L
- Não, porque a mistura ultrapassa 1 litro.

UNIDADE 10

Números racionais: representação decimal

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. A escrita decimal Números com vírgula Frações decimais Das frações à escrita decimal e da escrita decimal às frações **2. Medidas e decimais** Os decimais e nosso dinheiro Medidas de tempo **3. Ordenação de números racionais** Decimais equivalentes Comparação de números decimais Números racionais e a reta numerada Ordem crescente e ordem decrescente **4. Adição e subtração** Calculando gastos Quanto falta para...? Arredondamento, cálculo mental e estimativa Aproximação por arredondamento Recursos para cálculo mental e estimativa **5. Multiplicação e divisão** Como multiplicar decimais? A divisão e as ideias associadas Quociente aproximado **6. Operações inversas** Adição e subtração Multiplicação e divisão **7. Potência e raiz quadrada** Usando potências Calculando raiz quadrada **8. Estatística e probabilidade** Porcentagens e problemas Decimais e possibilidades Média aritmética Tabelas e gráficos **Leitura:** Os decimais e a comunicação	Espera-se que os alunos: • compreendam os diferentes significados de número racional dentro de uma variedade de situações-problema; • representem números racionais na forma decimal; • interpretem a representação de números racionais na forma decimal; • estabeleçam relações entre a representação decimal e a fracionária de números racionais; • comparem e ordenem números racionais na forma decimal; • localizem, na reta numerada, números racionais na forma decimal; • efetuem cálculos com números racionais na forma decimal, envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potências e raiz quadrada; • compreendam as relações existentes entre as operações; • calculem porcentagens relacionadas a dados estatísticos.

Orientações didáticas

Nesta unidade, abordamos a representação decimal de números racionais, com diferentes formas de representação: decimal, fracionária e porcentual.

Alguns alunos poderão encontrar dificuldades com o conceito, a escrita, a leitura e as operações com números racionais na forma decimal. Trabalhar as frações decimais simultaneamente com a ampliação do conceito de número e também do Sistema de Numeração Decimal, para a escrita desses números, poderá auxiliá-los a superar algumas dessas dificuldades.

Pesquisas em jornais, revistas e internet poderão revelar a frequência com que os números decimais são utilizados no dia a dia e a importância de se aprender um pouco mais sobre esses números no contexto atual.

Uma abordagem concomitante das representações fracionárias e decimais, em contextos reais, também é feita nesta unidade, o que leva os alunos a perceber que os números racionais aparecem no dia a dia muito mais na forma decimal que na forma de fração. Embora o contato com representações fracionárias seja menos frequente, seu estudo se justifica, entre outras razões, por ser fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos, como proporções, equações, cálculo algébrico e assim por diante.

Após a conceituação de números racionais na forma decimal, iniciam-se os procedimentos de cálculo, introduzidos a partir de um contexto e de um significado que contribuam para a constatação dos algoritmos.

Os algoritmos da adição e da subtração de números racionais na forma decimal são muito semelhantes aos que os alunos já conhecem. Ampliar o estudo do Sistema de Numeração Decimal para a escrita desses números poderá auxiliar os alunos na compreensão desses conceitos.

Esta unidade apresenta situações propícias para o uso de calculadoras. Incentive os alunos a operar com elas e estimule-os a fazer estimativas e não simplesmente a aceitar os resultados mostrados no visor da calculadora.

Texto de aprofundamento

As muitas rupturas

A abordagem dos números racionais tem como um primeiro objetivo levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas. Explorando situações em que, usando apenas números naturais, não conseguem expressar a medida de uma grandeza ou o resultado de uma divisão, os alunos identificam nos números racionais a possibilidade de respostas a novos problemas.

A aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada.

Ao raciocinar sobre os números racionais como se fossem naturais, os alunos acabam tendo que enfrentar vários obstáculos:

- um deles está ligado ao fato de que cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$ e $\frac{4}{12}$ são diferentes representações de um mesmo número;
- outro diz respeito à comparação entre racionais: acostumados com a relação $3 > 2$, terão que construir uma relação que pode lhes parecer contraditória, como, por exemplo, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$;
- se o "tamanho" da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza no caso de números naturais ($5\,383 > 53$), a comparação entre 5,3 e 5,231 já não obedece o mesmo critério;
- se, ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1), a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar $\frac{1}{2}$ por 10, se surpreenderão ao verificar que o resultado é menor que 10;
- se a sequência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os números racionais, na ordem usual, isto não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro número racional. Por exemplo, entre 0,8 e 0,9, estão os números como 0,81 ou 0,87.

Fonte: CAMPOS, T. M. (coordenadora). *Transformações no Ensino da Matemática*: a experiência positiva de professores do Polo 4. Coleção Proem. São Paulo: PUC, 1998.

Comentários e resolução de atividades

Desafio – Cesta básica e estimativa (p. 224)

Antes da atividade, procure fazer um levantamento do conhecimento prévio sobre o tema, fazendo as seguintes perguntas: Você sabe o que significa estimativa? E aproximação? O que é necessário para fazermos estimativas e aproximações?

As habilidades de estimar resultados e de calcular mentalmente poderão melhorar o desempenho nos cálculos e auxiliar na compreensão do funcionamento dos algoritmos.

Faça outras perguntas aos alunos para estimulá-los a fazer suposições e comparações em relação aos preços de mercadorias que compõem uma cesta básica. Exemplos: Quanto você acha que custa um quilo de arroz? Quantos quilos de feijão são consumidos na sua casa mensalmente?

Investigue e explique (p. 227)

Por seu caráter instigante, a investigação matemática motiva o aluno a aprender e descobrir regularidades e padrões, proporcionando generalizações que propiciam as primeiras algebrizações e noções.

Após os cálculos, auxilie os alunos a elaborar a regra prática de multiplicação de números decimais por 10, 100 e 1000. Essa habilidade adquirida nesta atividade é pré-requisito para a divisão de números decimais.

É importante que os alunos assimilem que o deslocamento da vírgula para a esquerda ou direita decorre da multiplicação ou divisão por 10, 100 ou 1000.

Desafio – Pesos na Lua (p. 233)

Peso de um corpo é uma força gravitacional que atua sobre esse corpo. Podemos dizer que o peso é a intensidade do "puxão" gravitacional sobre um corpo.

O peso muda conforme o local em que um corpo se encontra, além de depender do valor local da aceleração da gravidade e variar, ainda que pouco, de um local para outro na Terra, pois, na superfície terrestre, a aceleração da gravidade aumenta do Equador para os polos.

Este desafio possibilita que os alunos desenvolvam algumas habilidades na utilização de algoritmos e técnicas de cálculo das várias operações com números racionais na forma decimal. Proponha, também, o uso de calculadoras, estimulando os alunos a fazer estimativas, e não simplesmente a aceitar os resultados mostrados no visor da calculadora.

Troquem ideias e resolvam (p. 233)

Esta situação proporciona que os alunos, ao construir os conceitos matemáticos, possam discutir, confrontar, selecionar e expor oralmente e por escrito ideias relevantes.

Resolução

- Quantidade de bilhetes unitários:

$$\begin{array}{r|l} 50{,}00 & 3{,}40 \\ \cline{2-2} 16{,}00 & 14 \\ 240 & \end{array}$$

  Poderia comprar 14 bilhetes unitários e lhe restaria R$ 2,40.

- Quantidade de bilhetes múltiplos de 10:

$$\begin{array}{r|l} 50 & 32 \\ \cline{2-2} 18 & 1 \end{array}$$

  Rodrigo poderia comprar 1 bilhete múltiplo de 10 e receberia R$ 18,00 de troco.

- Quantidade de bilhetes unitários após comprar um bilhete múltiplo de 10:

  50,00 − 32,00 = 18,00

$$\begin{array}{r|l} 18{,}00 & 3{,}40 \\ \cline{2-2} 100 & 5 \end{array}$$

  Comprando 1 bilhete múltiplo de 10, sobrariam R$ 18,00. Com essa quantia, ainda poderiam ser comprados 5 bilhetes unitários e sobraria R$ 1,00.

Sugestões de atividades complementares

"Pirâmides" de números

Esta "pirâmide" de números tem um segredo.

Descubra qual segredo foi usado para organizar os números na "pirâmide" à esquerda. Utilize o mesmo segredo para obter os valores de A, B e C na "pirâmide" à direita.

18,7
13,1 | 5,6
10,2 | 2,9 | 2,7
7,8 | 2,4 | 0,5 | 2,2

A
4,8 | B
2,3 | C | 2,7
1,8 | 0,5 | 2 | 0,7

Resposta

A = 10; B = 5,2 e C = 2,5.

UNIDADE 11 Grandezas e medidas

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Medidas de comprimento Como se mede? O metro Medidas e estimativas Outros múltiplos do metro Transformação de unidades **2. Medidas de massa** Quilograma Outras unidades de massa Come se mede? **Leitura:** Povos antigos e as unidades de medida	Espera-se que os alunos: • desenvolvam e ampliem o conceito de medida de comprimento e de massa associadas às grandezas; • reconheçam a necessidade de criar múltiplos e submúltiplos das unidades-padrão fundamentais de medida de uma grandeza; • estabeleçam relações de semelhança entre o Sistema Métrico Decimal e o Sistema de Numeração Decimal; • utilizem as medidas de comprimento, seus múltiplos e submúltiplos; • resolvam problemas que envolvam medidas de comprimento e de massa, selecionando unidades de medida e instrumentos adequados à precisão requerida; • estabeleçam relações de conversões entre as unidades de medida em resolução de problemas.

Orientações didáticas

Avalie a possibilidade de recorrer à história da Matemática informando aos alunos que, partindo da necessidade em demarcar e quantificar as superfícies alagadas às margens do rio Nilo, o povo egípcio desenvolveu uma Geometria utilitária, caracterizada pelo traçado de desenhos de formas, pelo estabelecimento de fórmulas e pelo cálculo de medidas de comprimento, de área e de volume.

O estudo de medidas poderá ser enriquecido com atividades que envolvam medições com unidades não padronizadas: o pé, o palmo, o polegar, um pedaço de barbante, entre outros. É importante que os alunos saibam que muitos padrões mencionados, como o pé, a polegada, a braça e a milha, foram transformados em barras de pedra ou de madeira com os respectivos comprimentos, que também foram modificados com o tempo, de acordo com a vontade do rei.

Ao desenvolver algumas atividades, incentive os alunos a perceberem a necessidade de padronização das unidades utilizadas devido a questões de comunicação e uniformização delas.

Como atividade complementar, os alunos poderão, também, fazer uma pesquisa sobre outras unidades padronizadas que foram criadas ao longo dos anos, algumas delas ainda usadas atualmente. Entre os sistemas de medidas existentes, utilizamos o Sistema Internacional de Unidades (SI), estabelecido pelo Bureau Internacional de Pesos e Medidas, obrigatório no Brasil desde 1962.

Se for possível, inicie o conceito de massa por meio de uma atividade em que se faz um levantamento e o registro da massa de cada aluno da classe. Espera-se que um trabalho a partir da realidade próxima possa contribuir para a construção dos conceitos aqui envolvidos.

Massa e **peso** são grandezas distintas. A **massa** de um corpo físico está relacionada à quantidade de matéria. As massas dos corpos são medidas em balanças, que são instrumentos que comparam massas. Entre as unidades mais usadas para medir massas estão o **grama** (**g**) e o **quilograma** (**kg**).

O peso é a força exercida em um corpo pela atração gravitacional da Terra. Podemos dizer que o peso é a intensidade do "puxão" gravitacional sobre um corpo. No espaço sideral, o peso de um corpo poderá ser zero, mas a massa desse corpo não desaparecerá. Vale lembrar que, no dia a dia, muitas pessoas usam o termo "peso" em lugar de massa.

Texto de aprofundamento

A necessidade de medir

A necessidade de medir surgiu há muito tempo.

Os primeiros indícios do uso de medidas deram-se no Egito, por volta de 4000 a.C. As primeiras medidas que surgiram tinham como referência partes do corpo humano, como o côvado ou cúbito, a polegada, o palmo e a passada.

O cúbito egípcio era uma medida de comprimento que correspondia à distância do cotovelo à ponta do dedo médio, com o braço e o antebraço formando um ângulo reto e a mão esticada. Seu nome se deve a um dos ossos do antebraço.

Como o cúbito variava de uma pessoa para outra, os egípcios resolveram fixar essa medida em barras de pedra com mesmo comprimento. Com isso surgiu o cúbito-padrão.

Por causa do peso das barras, eles passaram a usar madeira para construir o cúbito-padrão, o que facilitava seu transporte pelos comerciantes. Mais tarde, gravaram comprimentos equivalentes ao cúbito nas paredes dos principais templos.

Segundo Heródoto, o pai da História, o rei Sesótris do Egito repartiu as terras às margens do rio Nilo em lotes retangulares e as distribuiu aos habitantes para que as cultivassem. Como uma de suas tarefas, os proprietários deveriam medir grandes extensões de terra com bastões de comprimento igual ao cúbito.

Os agrimensores do faraó usavam cordas, divididas por nós em intervalos iguais, para conferir as medidas. O intervalo entre dois nós podia corresponder a mais ou menos cinco cúbitos. Com esse método, ficou mais fácil medir comprimentos: bastava esticar as cordas — por isso, os agrimensores do faraó receberam o nome de estiradores de corda. As trenas usadas atualmente são originadas dessas cordas.

Com o crescimento demográfico e o surgimento das cidades, o comércio se expandiu, o que levou o ser humano a sentir necessidade de fixar unidades que permitissem uma comparação mais precisa entre dois objetos ou mercadorias.

Com o passar do tempo, as civilizações definiram seus padrões e estabeleceram suas próprias unidades de medidas, às vezes até mais de uma para a mesma grandeza.

Comentários e resolução de atividades

Troquem ideias e resolvam (p. 254)

O objetivo principal desta atividade é desenvolver a leitura e a compreensão de textos. Inicie convidando um aluno para que leia o texto do problema apresentado. Convide outro aluno e peça que dê uma sugestão de como responder às questões apresentadas. Espera-se que ele note que é necessário encontrar a idade de cada personagem citada no texto. Note que é preciso que o aluno perceba que as medidas apresentadas no texto devem estar na mesma unidade, ou seja, que os cálculos podem ser desenvolvidos com todas as medida em metros ou em centímetros.

Resolução

- "Laura tem 1,51 m (151 cm) de altura e 26 cm a menos que Jane".

  Altura de Jane: (151 + 26) cm, ou seja, 177 cm, ou 1,77 m;
- "Alice é 11 cm mais alta que Laura".

  Altura de Alice: (151 + 11) cm, ou seja, 162 cm, ou 1, 62 m;
- "Jane é 15 cm mais alta do que Cláudia."

  Altura de Cláudia: (177 − 15) cm, ou seja, 162 cm, ou 1,62 m;
- "Cláudia é 10 cm mais baixa que Maria".

  Altura de Maria: (162 + 10) cm, ou seja, 172 cm, ou 1,72 m.

• Então, Maria tem 1,72 m;

• Diferença de altura entre Jane e Maria é de (1,77 − 1,72) m, ou seja, 0,05 m, ou 5 cm;

• Laura é a mais alta da turma.

Desafio – Enfeitando pipas (p. 254)

Comprimento de cada tira: (5 × 36) cm, ou seja, 180 cm.

a) Como o cartaz tem forma triangular, com lados de medidas iguais (equilátero), cada lado tem (180 ÷ 3) cm, ou seja, 60 cm de medida.

b) A outra pipa tem forma de losango, então são 4 lados com medidas iguais. Cada lado mede (180 ÷ 4) cm, ou seja, 45 cm.

Desafio – Segurança no elevador (p. 259)

a) Veja duas resoluções possíveis

• utilizando a divisão:

$$\begin{array}{r|l} 450 & 38 \\ \cline{2-2} 70 & 11 \\ 32 & \end{array}$$

O número máximo de caixas de 38 kg que podem ser levadas ao terceiro andar em uma única viagem é 11.

• fazendo estimativas:

$38 \times 10 = 380$

$380 + 38 = 418$

$418 + 38 = 456$ (passa de 450)

Podem ser transportadas no máximo 11 caixas de cada vez.

b) Número de caixas a serem transportadas: 39.

Número de viagens:

$$\begin{array}{r|l} 39 & 11 \\ \hline 06 & 3 \end{array}$$

$39 = 11 \cdot 3 + 6 = 33 + 6$

Em 3 viagens o elevador transportará 33 caixas e restarão 6 caixas a serem transportadas em uma quarta viagem.

O número mínimo de viagens necessárias para transportar 39 caixas de 38 kg cada uma é 4.

Na quarta e última viagem serão levadas 6 caixas ao terceiro andar.

Investigue e explique (p. 260)

Esta atividade envolve combinações e possibilidades. Inicie convidando alguns alunos a apresentarem combinações de pesagens que podem ser feitas com os instrumentos apresentados, como foi feito no exemplo que está no livro-texto. Depois, prossiga desenvolvendo as questões propostas.

Resolução

- Como a massa dos peixes mais um peso de 2 kg são equilibrados por um peso de 9 kg, pode-se concluir que os peixes pesam $(9 - 2)$, ou seja, 7 kg. É possível que algum aluno represente o equilíbrio da balança por $\square + 2 = 9$ e determine o valor de $\square$ para que a sentença seja verdadeira.
- Pode ser resolvida examinando as combinações possíveis entre pesos e massa dos peixes.
  Com 7kg de peixe em um dos pratos: o peixeiro não tem como determinar a massa dos peixes colocando pesos no outro prato, pois não há como combinar os pesos para que tenham um total de 7 kg: $1 + 2 = 3$; $1 + 9 = 10$; $2 + 9 = 11$. Além disso, utilizando apenas um peso não há como ter um total de 7 kg.
  Com os peixes e um peso de 1 kg em um dos pratos: $7 + 1 = 8$, o peixeiro não tem como colocar uma massa total de 8 kg no outro prato (veja combinações no item anterior).

Peixes ou pesos Prato A		Pesos (kg) Prato B
Peixes (kg)	Pesos (kg)	

Conclusão: não há outra possibilidade de pesar 7 kg de peixes com os instrumentos de que ele dispõe.

- Pode ser resolvida como a 2ª questão.
  Colocando o peixe em um dos pratos e os pesos de 9 kg e de 1 kg no outro prato.
  Colocando o peixe mais um peso de 1 kg em um dos pratos e os pesos de 2 kg e 9 kg no outro prato.
- As soluções podem ser encontradas fazendo combinações entre a massa dos peixes e a dos pesos disponíveis. As combinações possíveis podem ser organizadas em uma tabela como a mostrada a seguir. Oriente os alunos em relação aos números que podem ser registrados da coluna da massa dos peixes. Espera-se que eles percebam que não é possível pesar 4 kg de peixes colocando somente peixes em um dos pratos, por exemplo, porque não há combinação de pesos que totalize uma massa de 4 kg. Além disso, $4 + 1 = 5$ e com os pesos de 2 kg e 9 kg não é possível equilibrar a balança; $4 + 2 = 6$ e com os pesos de 1 kg e 9 kg não é possível equilibrar a balança. Então, o número 4 não faz parte da coluna dos peixes, e assim por diante.

Sugestões de atividades complementares

Escolha alguns percursos que você realiza em seu dia a dia e faça estimativas sobre as medidas deles em passos seus e depois em metro. Construa uma tabela como a do exemplo a seguir e anote suas observações. Depois compare suas anotações com as de um colega.

Percurso	Em passo	Em metro
Casa à escola		
Perímetro da quadra de esporte da escola		

UNIDADE 12 Área

Conteúdos	Expectativas de aprendizagem
1. Medida de superfície Área Unidades-padrão de área Relação entre km², m² e cm² Unidades agrárias Arredondamentos e estimativas **2. Área de figuras planas** Área do retângulo Área do quadrado Área do paralelogramo Área do triângulo **Leitura:** Quantos somos? Que área ocupamos?	Espera-se que os alunos: • construam o conceito de área; • estabeleçam relações entre o cálculo de área e as unidades de medida de superfície; • desenvolvam habilidades em cálculo de área de regiões planas por meio da composição e decomposição de figuras planas; • utilizem a unidade fundamental de medida de superfície, seus múltiplos, submúltiplos e identifiquem relações entre eles.

Orientações didáticas

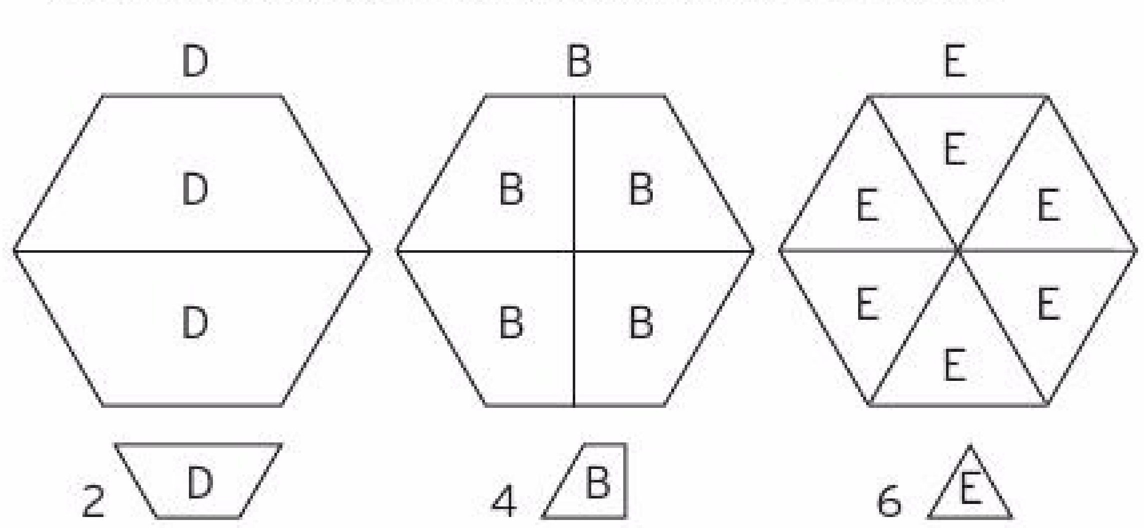
Nesta fase foram exploradas áreas de regiões contornadas por formas planas básicas mais utilizadas: quadrado, retângulo, paralelogramo e triângulo. Note que a expressão "área de quadrado", por exemplo, refere-se à área da região quadrangular. O uso de tal expressão justifica-se pelo uso comum que se faz dela, o que poderá proporcionar melhor compreensão do conceito em destaque.

Incentive os alunos a desenvolverem o hábito de utilizar estimativas em situações de cálculo de áreas de figuras planas com formas geométricas não definidas e áreas de regiões geográficas próximas do local em que vivem. Calcular áreas de superfícies de interesse do aluno poderá ser um atrativo a mais para que ele se envolva com a exploração deste tema. Oriente-os na utilização da composição e da decomposição de figuras planas como recursos que possibilitam a determinação de uma figura plana. Espera-se que os alunos percebam a possibilidade de calcular a área de uma figura plana mesmo sem recorrer a fórmulas usuais.

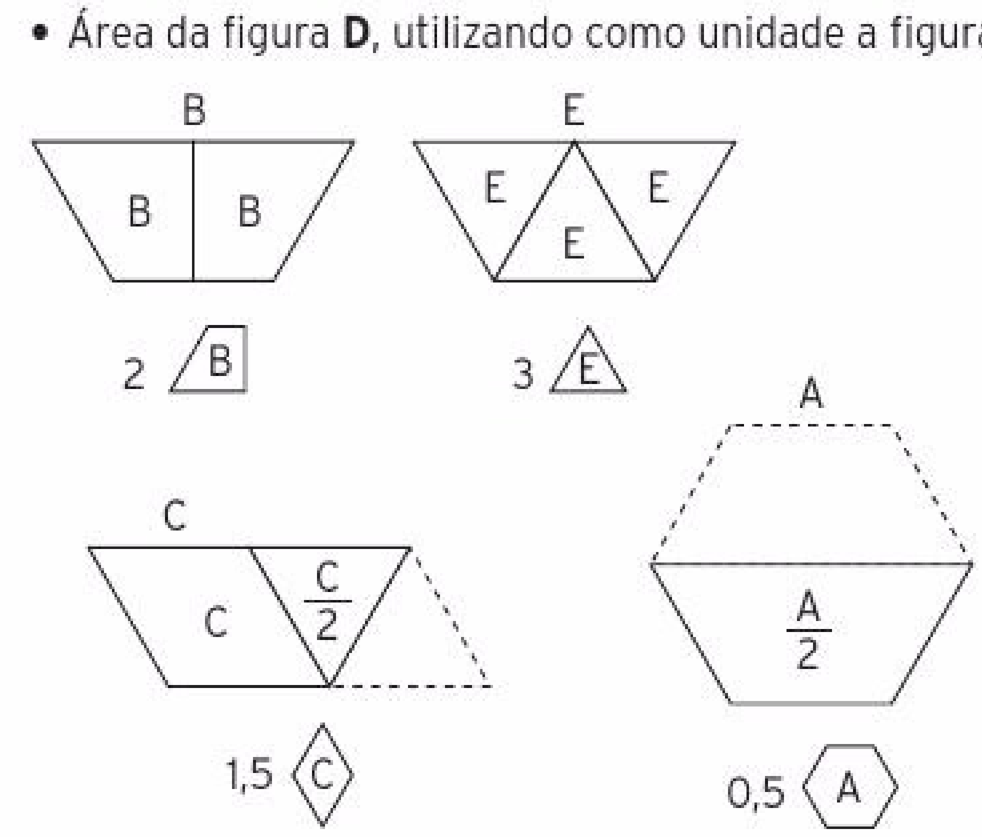
Comentários e resolução de atividades

Investigue e explique (p. 267)

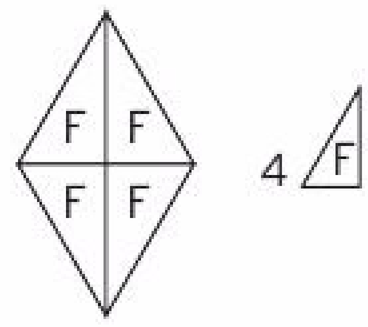
• Área da figura **A**, utilizando como unidade a figura:



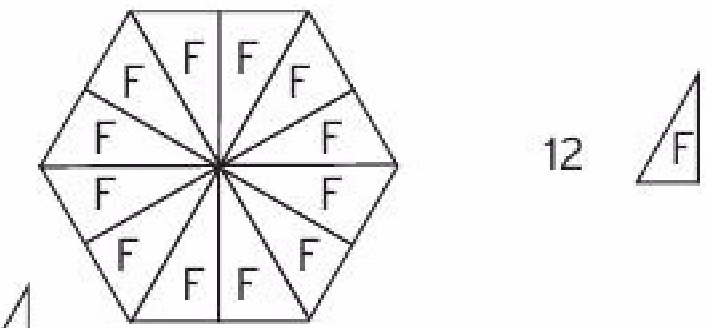
• Área da figura **D**, utilizando como unidade a figura:

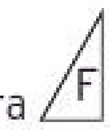


- Área da figura **C**, utilizando como unidade a figura **F**.



- Área da figura **A** igual a 12 unidades.



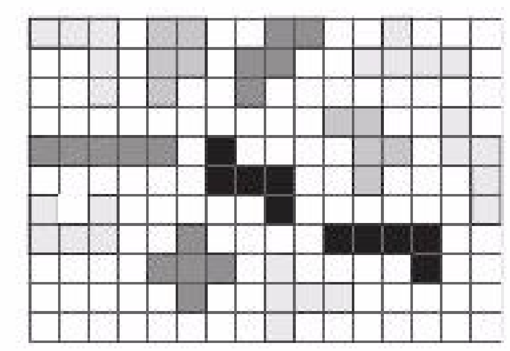
A figura  teria sido escolhida como unidade.

Desafio – Pentaminós, perímetros e áreas (p. 273)

Esta é uma atividade lúdica que possibilita aos alunos aplicarem os conceitos de área e de perímetro explorando diferentes formas de ladrilhamentos (pavimentações).

É interessante que cada aluno tenha os diferentes pentaminós confeccionados em cartolina formando um jogo de peças. Espera-se que os alunos encontrem 12 pentaminós diferentes.

Veja quais são:



Troquem ideias e resolvam (p. 275)

Na primeira figura:
- área da região quadrangular maior: (10×10) cm^2, ou seja, 100 cm^2;
- área da região quadrangular menor: (4×4) cm^2, ou seja, 16 cm^2;
- área da região em laranja: $(100 - 16)$ cm^2, ou seja, 84 cm^2.

Na segunda figura:
- área da região retangular maior: (20×8) cm^2, ou seja, 160 cm^2;
- área da região retangular menor: (16×4) cm^2, ou seja, 64 cm^2;
- área da região marrom: $(160 - 64)$ cm^2, ou seja, 96 cm^2.

Sugestões de atividades complementares

Tangram

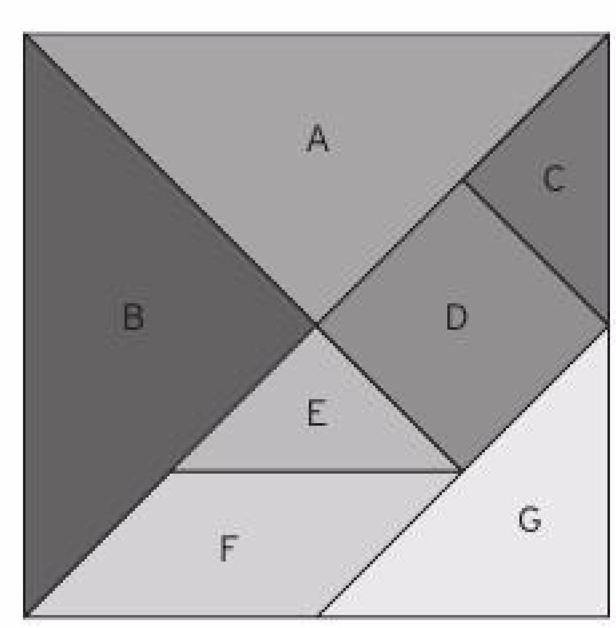
Em uma folha de cartolina, copie o molde do tangram e recorte as 7 peças:

a) Calcule a área do quadrado D, utilizando como unidade a área de um triângulo pequeno.

b) Calcule a área do paralelogramo F, utilizando como unidade a área de um triângulo pequeno.

c) Calcule a área do triângulo médio G, utilizando como unidade a área do quadrado.

d) Calcule a área de um triângulo grande A, utilizando como unidade a área do quadrado.

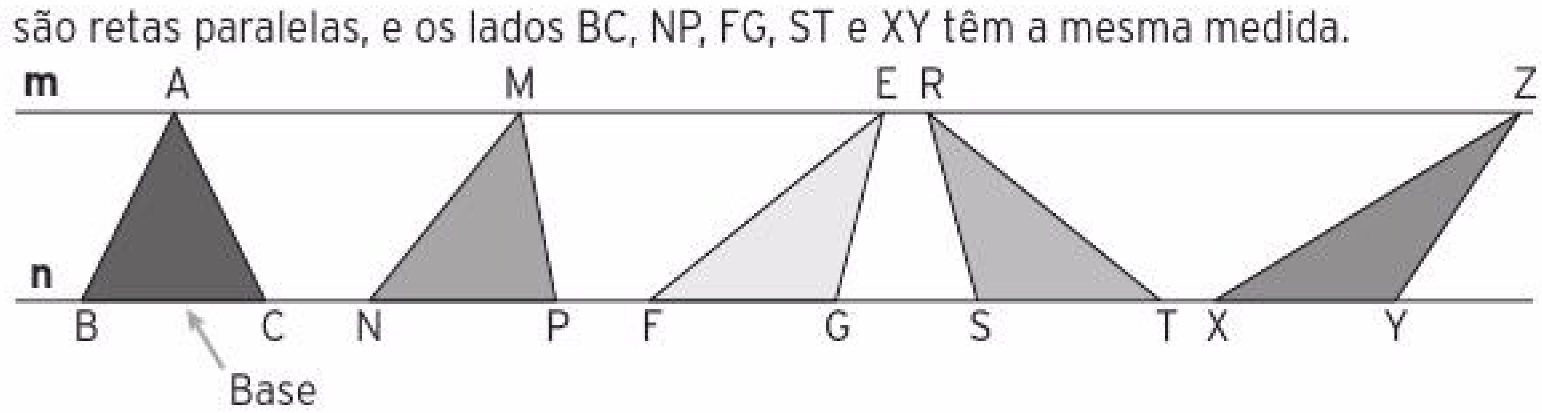


Respostas

a) 2C ou 2E.
b) 2C ou 2E.
c) 1D.
d) 1D.

Área dos triângulos

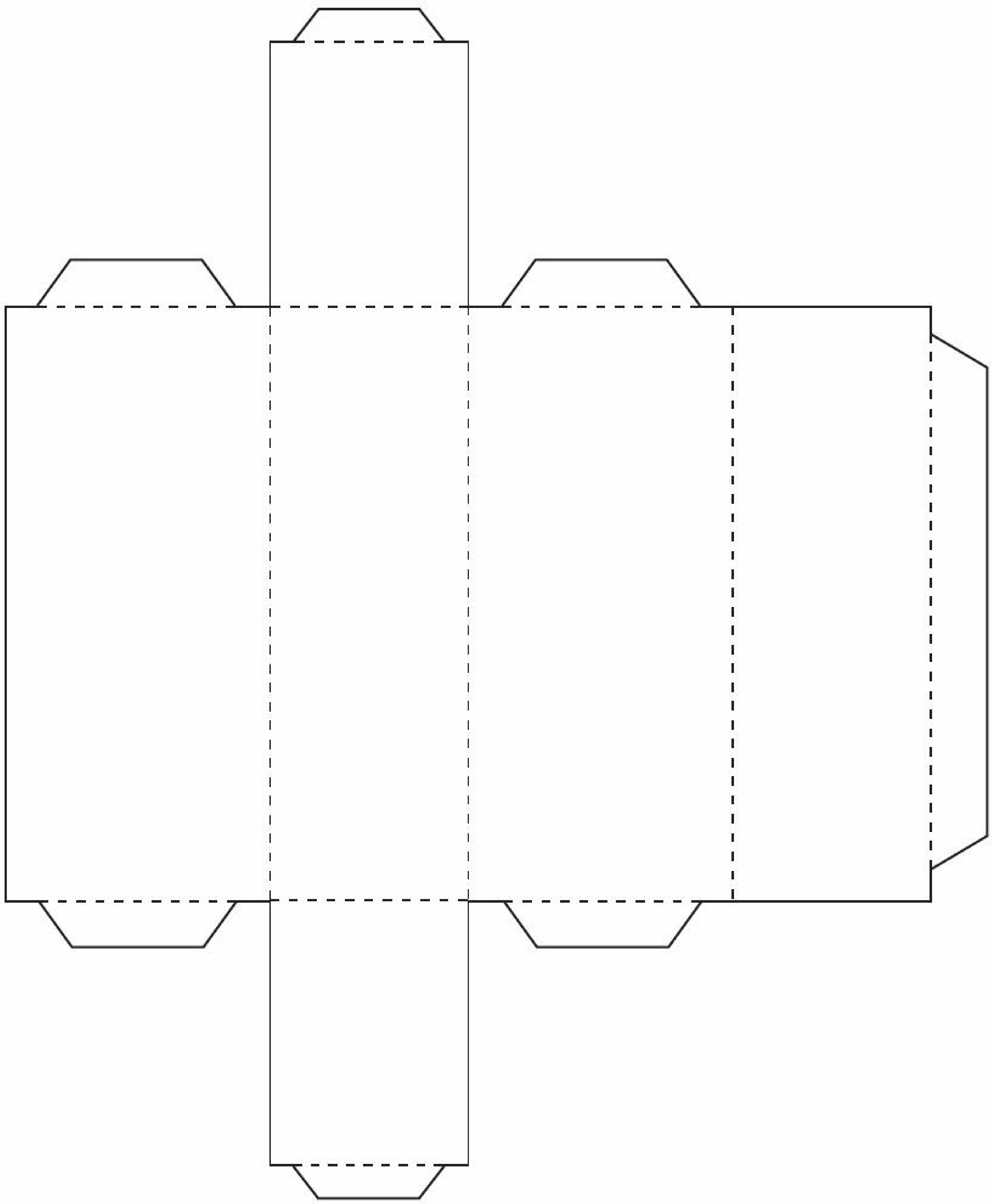
Na figura a seguir, **m** e **n** são retas paralelas, e os lados BC, NP, FG, ST e XY têm a mesma medida.



- Se o triângulo ABC tem 40,8 cm^2 de área, qual é a área de cada um dos outros triângulos? Justifiquem suas respostas.

Resposta

A área dos triângulos MNP, EFG, RST e ZXY é igual à área do triângulo ABC (40,8 cm^2), pois todos os triângulos têm bases e alturas com as mesmas medidas do triângulo ABC.



dobre

recorte