MANUAL DO PROFESSOR

Coleção
Linguagens
e Aplicações

Matemática

Antonio Nicolau
Clarice Fonseca
Heloisa Hessel

6º
ano
Ensino Fundamental

Cereja editora

Coleção
Linguagens
e Aplicações

Matemática

MANUAL DO PROFESSOR

Antonio Nicolau Youssef
Licenciado em Física pela Universidade de São Paulo
Professor de Matemática no Ensino Fundamental e no Ensino
Médio da rede privada e pública em São Paulo.

Clarice Gameiro da Fonseca Pachi
Licenciada em Matemática pela Universidade de Taubaté com
aperfeiçoamento em Estatística pelo IME – Universidade de São Paulo.
Professora de Ensino Fundamental e de Ensino Médio, Técnico Profissionalizante e
Curso Superior nas redes públicas e privadas no estado de São Paulo.

Heloísa Maria Hessel
Licenciada e Bacharel em Matemática pela Pontifícia Universidade
Católica de São Paulo. Professora de Ensino Fundamental e de
Ensino Médio na rede privada no estado de São Paulo.

1ª edição
São Paulo, 2015

Cereja editora

6º ano
Ensino Fundamental

Título original: Matemática – Linguagens e Aplicações

Responsabilidade editorial: Ana Mortara
Edição: Antonio Nicolau Youssef
Revisão: Ana Cristina Mendes Perfetti
Iconografia: Elaine Bueno
Capa: A+ Comunicação
Projeto gráfico: Alexandre Romão
Editoração eletrônica: Lauro Takayuki Akamatsu
Alfredo Pereira de Santana
Juliana Cristina Silva
Vivian Trevizan
Ilustrações: Fernanda Youssef
Cinthia Yamasaki
Luyse Costa

Imagem da capa: Documento sumério com escrita cuneiforme sobre
rocha, datado de 2 600 a.C. Museu do Louvre, Paris, França

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

Y831 Youssef, Antonio Nicolau; Pachi, Clarice Gameiro da Fonseca; Hessel, Heloísa Maria
Linguagens e aplicações: Matemática. Ensino Fundamental – Anos Finais – 6º. Ano – Livro do Aluno / Antonio Nicolau Youssef, Clarice Gameiro da Fonseca Pachi e Heloísa Maria Hessel. – São Paulo: Cereja Editora, 2015. (Coleção Linguagens e Aplicações).
xxx p.: il.

ISBN 978858777993-9 (livro do aluno)
ISBN 978858777996-0 (manual do professor)

1.Matemática. 2. Linguagens da Matemática. 3. Aplicações da Matemática. 4. História da Matemática. 5. Números. 6. Geometria. 7. Álgebra. 8. Tratamento da Informação. 9. Medidas. I. Título. II. Série. III. Matemática: linguagens e aplicações. IV. Números naturais. V. Operações com números naturais. VI. Geometria: conceitos iniciais. VI. Múltiplos e divisores. VII. Frações. VIII. Números decimais. IX. Perímetros e áreas. X. Tabelas e gráficos. XI. Medidas. XII. Youssef, Antonio Nicolau. XIII. Pachi, Clarice Gameiro da Fonseca. XIV. Hessel, Heloísa Maria.
CDU 51 CDD 510

Catalogação elaborada por Ruth Simão Paulino

São Paulo, 1ª edição, 2015

Cereja editora

Endereço: Av. Marques de São Vicente, 1011
Barra Funda – São Paulo – SP
CEP: 01139-003
Telefone: (011) 2157-3687
E-mail: editora@cerejaeditora.com.br
www.cerejaeditora.com.br

Apresentação

Caro aluno,

Ao escrever os livros desta coleção, procurei, em todos os momentos, trazer para você conteúdos interessantes, que mostram as relações existentes entre a Matemática e o mundo que nos cerca, além de sua beleza e riqueza histórica.

O principal objetivo do curso de Matemática apresentado nos quatro livros desta coleção é mostrar a você que aprender Matemática é muito mais que saber resolver uma série de problemas e cálculos complicados. É, sobretudo, aprender a utilizar as interessantes ferramentas que ela nos apresenta para que, juntamente com raciocínio e criatividade, você possa solucionar as mais diversas situações concretas onde ela se aplica no mundo que nos cerca.

É importante que você aprenda e domine os principais conceitos aqui apresentados, uma vez que a Matemática será sempre uma poderosa linguagem de estudo e desenvolvimento, seja qual for a área do conhecimento à qual você pretende se dedicar.

Os conceitos são apresentados de forma objetiva, mantendo, no entanto, o rigor necessário para que sua aprendizagem se processe de forma coerente, garantindo que você perceba suas aplicações e possa utilizá-los nos mais diversos contextos de resolução de problemas em sua vida futura como estudante e na vida adulta como profissional.

Observe atentamente as seções que compõem seu livro e faça um bom uso dele, preservando sua integridade, para que outros alunos também possam utilizá-lo.

Bom estudo!

Conheça seu livro

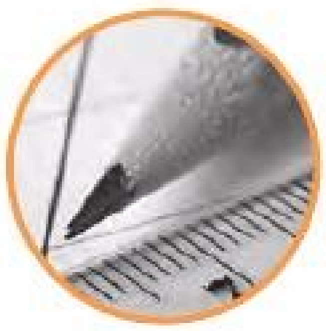
Os conteúdos da coleção estão organizados em cinco eixos temáticos identificados ao longo dos capítulos pelos seguintes ícones:


Números


Geometria


Álgebra


Tratamento da informação


Medidas

Seções

Os capítulos estão organizados pelas seguintes seções, que têm a finalidade de apresentar as diversas linguagens e aplicações do universo da Matemática:

Conversa Inicial

Momento inicial onde procuramos recuperar o que você já sabe sobre o assunto e quais os objetivos específicos do capítulo.

Curiosidade

Informações curiosas sobre os diversos conceitos que você irá estudar.

Para ler

Textos e informações complementares que ilustram e enriquecem sua aprendizagem.

Na prática

Oficinas e atividades nas quais você e seus amigos observam na prática o que aprenderam.

Quando, quem e onde

Os aspectos mais interessantes sobre a história da Matemática e seus criadores.

Conexão

Ao longo dos capítulos, esta seção apresenta aplicações da Matemática nas mais diversas áreas de atividades, assim como nas diversas disciplinas que são estudadas no Ensino Fundamental.

Atividades

Problemas e exercícios de aplicação dos conceitos desenvolvidos no capítulo.

Desafio

Situações que desafiam você a quebrar a cabeça e usar sua criatividade para resolver problemas.

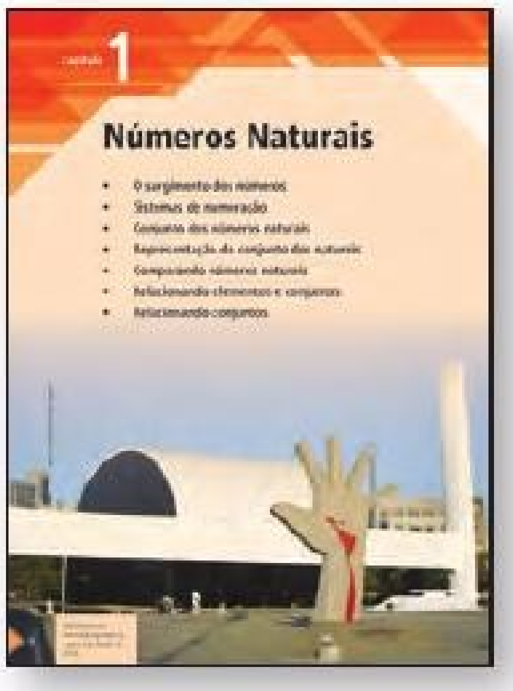
Para estudar

Lista complementar com problemas e exercícios para você estudar em casa.

Resolução das atividades

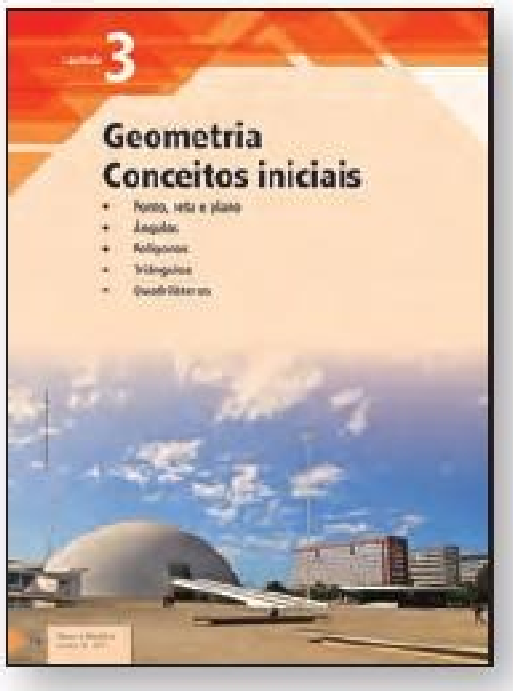
Resolução integral de todas as atividades propostas no livro, para que você possa conferir as respostas e fixar melhor os conceitos envolvidos.

Seu livro do 6º ano é composto de nove capítulos, que tratam de quatro dos cinco grandes temas que compõem a coleção: **Números**, **Geometria**, **Tratamento da informação** e **Medidas.**



Números Naturais

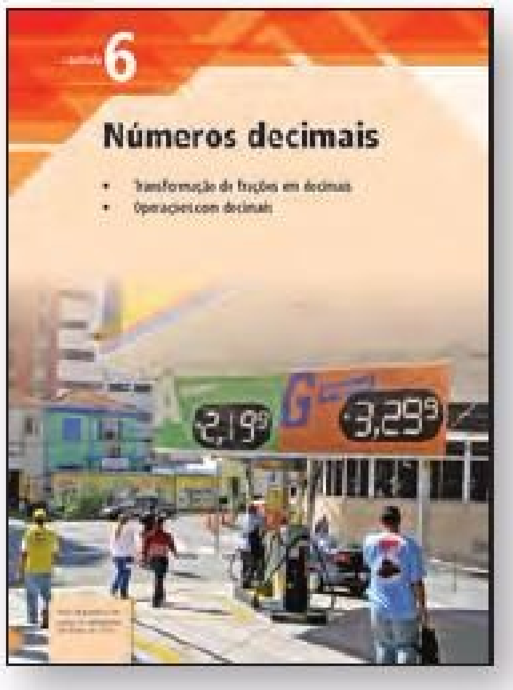
Operações com números naturais



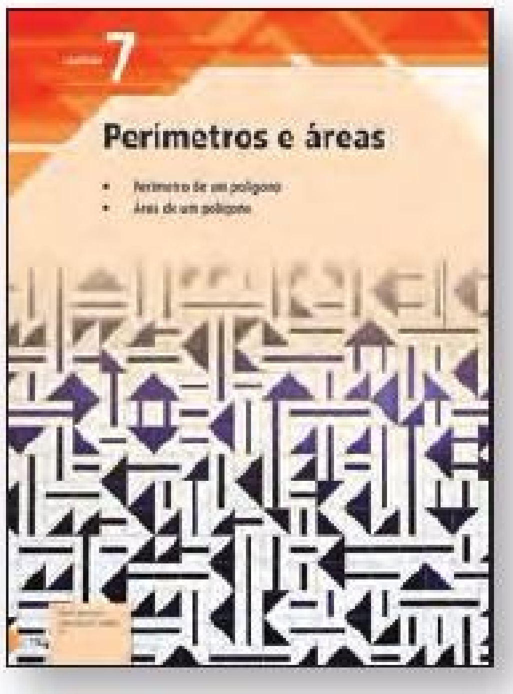
Geometria Conceitos iniciais

Múltiplos e Divisores

Frações



Números decimais

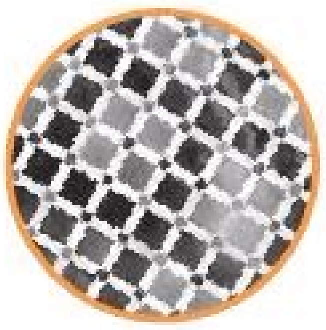


Perímetros e áreas

Tabelas e gráficos

Medidas

Sumário



capítulo 1

Números Naturais

- O surgimento dos números
- Sistemas de numeração
- Conjunto dos números naturais
- Representação do conjunto dos naturais
- Comparando números naturais
- Relacionando elementos e conjuntos
- Relacionando conjuntos


Daniel Cymbalista/Pulsar Imagens

Monumento no Memorial da América Latina, São Paulo, SP, 2013.

Conversa Inicial

! Utilize o texto inicial para despertar a percepção do uso dos números no cotidiano. Solicite aos alunos exemplos de utilização dos números e escreva no quadro. Vários estudos apresentados em importantes revistas científicas mostraram que alguns animais, aves e até insetos demonstram habilidades para contar.

Vivemos cercados de números. Nós os utilizamos para quantificar nosso dinheiro, fazer contagens, indicar uma posição numa lista, medir os objetos mais diferentes, verificar as horas e criar os endereços. A todo momento estamos fazendo perguntas como: qual sua altura?, quanto você calça?, quanto custa?, que horas são? ou qual a distância?, esperando números como resposta.

Reflita um pouco sobre o que seria nossa vida sem os números. Estamos tão acostumados a contar, fazer cálculos e medir, que é quase impossível imaginar nossa vida sem eles.

Para você, o que é contar? Por que razões temos a necessidade de criar símbolos e sistemas que nos ajudem a operar com os números? Antes de iniciarmos, leia com atenção a pequena história de tradição oral a seguir.

! Aproveite a abordagem do texto “O fazendeiro e o corvo” para sugerir pesquisas aos seus alunos. Veja no manual do professor algumas sugestões de pesquisa e promova o debate em sala de aula.

! Ler e interpretar textos

O Fazendeiro e o Corvo

Um fazendeiro desejava capturar um corvo que havia feito um ninho no alto da torre de um celeiro. Porém, sempre que o fazendeiro entrava no celeiro para capturá-lo, o corvo voava para uma árvore próxima de onde podia observar a torre. Quando o fazendeiro saía, o corvo voltava para seu ninho na torre.

Observando que o corvo voltava quando ele saía, o fazendeiro resolveu enganá-lo. Entrou no celeiro acompanhado de uma pessoa e pediu que ela saísse logo em seguida, permanecendo na torre para capturar o corvo. Não deu certo. O corvo que havia voado para a árvore quando os dois entraram, só voltou ao ninho depois que o fazendeiro saiu.

O fazendeiro tentou então com três pessoas entrando e duas saindo. Não deu certo! Tentou com quatro entrando e três saindo. Nada! O corvo esperava que todos saíssem para então retornar ao ninho. No entanto, quando entraram cinco pessoas e saíram quatro, o corvo retornou ao ninho e o fazendeiro, que havia permanecido dentro do celeiro, o apanhou.


Fernanda Youssef

Em todas as épocas da evolução humana, mesmo nas mais primitivas, encontra-se no homem a ideia intuitiva de número. É possível reconhecer que alguma coisa se altera num conjunto quando um dos elementos desse conjunto é retirado ou acrescentado. O texto da pequena fábula do corvo mostra exatamente isso.

Além do homem, alguns animais também têm essa capacidade de perceber alterações num conjunto de elementos. Porém, provavelmente, apenas o ser humano é capaz de fazer contagens, organizar agrupamentos e criar uma linguagem para expressar números.

Professor: comente que, para chegar à forma atual da representação numérica, a humanidade passou por um longo processo de adaptações, todas inseridas no contexto histórico de seu tempo. Saliente que o homem sentiu que era necessário sistematizar o processo de contagem e, assim, os povos de diversas partes do mundo desenvolveram diferentes tipos de sistemas de contagem. Desta forma, povos diferentes desenvolveram processos e regras diferentes, regras que permitiram contar, representar e enunciar os números. Alguns desses conjuntos de números continham cinco, outros dez, doze, vinte ou até sessenta símbolos, chamados de "símbolos básicos".

O surgimento dos números

Há milhares de anos, os homens viviam em pequenos grupos, moravam em cavernas e se alimentavam do que podiam encontrar ao seu redor. Com o passar do tempo o homem evoluiu, desenvolvendo a agricultura e o comércio. Assim, a necessidade de fazer contagens para controlar o que produzia se tornou maior.

Os primeiros métodos de contagem baseavam-se na comparação de objetos. Os pastores, por exemplo, controlavam seu rebanho, comparando a quantidade de animais que tinham com uma quantidade de pedras.

Cada pedra correspondia a um animal. Foi essa utilização de pedras que deu origem ao termo **cálculo**, pois, em latim, *calculus* significa pedra.

Mais tarde, com a diversificação do comércio, os cálculos tornaram-se mais complexos e surgiu a necessidade de se utilizar grupos de objetos para fazê-los. Ao invés de se relacionar cada animal, por exemplo, com uma pedra, passaram a contá-los de 10 em 10 e a usar uma única pedra para representar um grupo de dez.


Fernanda Youssef

Quando contamos de 10 em 10, dizemos que estamos usando a **base 10**.

Com o passar do tempo, cada povo foi criando uma forma sistematizada de expressar quantidades, que chamamos de **sistema de numeração**.

Maps World

Com base em ARRUDA, José Jobson de A. *Atlas histórico básico*. São Paulo: Ática, 2009. p. 7

Os algarismos indo-arábicos

As primeiras notações numéricas são encontradas na civilização suméria, que se desenvolveu na região sul da Mesopotâmia, entre os rios Eufrates e Tigre, onde hoje se encontra o Iraque.

Habitaram esta região, conhecida como Suméria, que atingiu seu auge entre os anos 4000 a.C. e 1950 a.C.

Os sumérios destacaram-se na elaboração de sistemas de controle da água dos rios Tigre e Eufrates, para favorecer a irrigação e o abastecimento de suas cidades. No entanto, a maior contribuição cultural deste povo foi a criação do sistema de escrita cuneiforme.

Neste sistema, os sinais representavam ideias e objetos. Eles usavam placas de argila, onde marcavam com cunhas sua escrita e seus números, daí o nome de **escrita cuneiforme**.

Na Índia, os hindus foram os responsáveis pelo sistema de notação decimal que conhecemos atualmente. Entretanto, pelo fato de ter sido difundido pelos árabes, ele é chamado de **sistema de numeração indo-arábico**. Veja a correspondência entre os algarismos hindus e os arábicos:

Museu do Louvre, Paris, França

Rocha com escrita cuneiforme. Shuruppak, 2600 a.C.
Dimensões da peça: 8,5cm x 8,5cm x 2,0cm.

Algarismos Hindus e Arábicos			
O 1 indiano	١	tornou-se	١
O 2 indiano	२	tornou-se	٢ ... ٢ ... ٢
O 3 indiano	३	tornou-se	३ ... ٣ ... ٣
O 4 indiano	४	tornou-se	۴ ... ۴ ... ٤
O 5 indiano	५	tornou-se	۵ ... ۵ ... ٥
O 6 indiano	६	tornou-se	۶ ... ۶ ... ٦
O 7 indiano	७	tornou-se	٧ ... ٧ ... ٧
O 8 indiano	८	tornou-se	٨ ... ٨ ... ٨
O 9 indiano	९	tornou-se	٩ ... ٩ ... ٩

Quando, quem e onde

Muslim Heritage

Al-Khowarizm

Os algarismos que utilizamos para representar os números foram inventados por volta do século VI pelos hindus. Inicialmente, eles criaram apenas nove símbolos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. O zero só apareceu mais tarde, quando os hindus perceberam que era necessário um símbolo para representar um grupo vazio.

No século IX, o matemático árabe Al-Khowarizmi foi um dos responsáveis pela divulgação dos algarismos hindus na Europa.

A palavra algarismo vem do latim *algorismus* que se originou do nome de Al-Khowarizmi.

! Professor: é a primeira oportunidade em que aparecem informações sobre a história da Matemática. Comente com os alunos a relação entre a história da Matemática e a cuvilização.

Sistemas de numeração

Professor: estudar a história dos sistemas de numeração é uma boa oportunidade de criar momentos diferenciados para que o aluno vivencie experiências na construção dos números e entenda que o sistema usado hoje por diversas culturas é uma criação de toda a humanidade. Se achar conveniente, detalhe mais uma vez o processo de construção desse sistema de numeração romano. É uma boa oportunidade para mencionar a dificuldade para operar com o sistema de numeração romano e, por isso, foi necessário que essa civilização criasse uma forma diferente de calcular. Nesse sentido, é interessante destacar a eficiência do Sistema Indo-arábico para executar as operações quando comparado a outros sistemas.

Como vimos que foram criadas linguagens específicas para se representar quantidades por meio de símbolos. Surgiram, assim, os primeiros **sistemas de numeração**.

Sistema de numeração é um conjunto de símbolos e regras utilizado para escrever os números e realizar contagens.

Sistema de numeração romano

O sistema de numeração romano ainda é usado em algumas situações conhecidas por você. Lembre-se da maneira como se faz a indicação de capítulos de livros, de séculos, dos nomes de reis e papas, dos mostradores de alguns relógios etc. Por isso, vale a pena conhecermos suas características.

No sistema de numeração romano, são utilizados os sete símbolos apresentados no quadro a seguir.

Símbolo	I	V	X	L	C	D	M
Equivalência	1	5	10	50	100	500	1 000

Os números são representados escrevendo esses símbolos uns ao lado dos outros, seguindo quatro regras básicas:

Aravind Teki/Dreamstime

Relógio com mostrador em algarismos romanos.

1ª regra: Os símbolos **I**, **X**, **C** e **M** podem ser repetidos até três vezes seguidas e, nesse caso, os seus valores são adicionados. O símbolo **I** só pode ser escrito antes dos símbolos **V** ou **X**, o símbolo **X** só pode ser escrito antes dos símbolos **L** ou **C** e o símbolo **C** só pode ser escrito antes dos símbolos **D** ou **M**.

Exemplos: IX = 9, XC = 90, CM = 900

2ª regra: Todo símbolo colocado à direita de outro de valor igual ou maior é somado ao seu valor.

Exemplo: C = 100 → CX = 110

3ª regra: Um símbolo colocado à esquerda de outro de valor maior é subtraído deste, respeitando-se a primeira regra.

Exemplo: C = 100 → XC = 90

4ª regra: A partir de 4000, usa-se: um traço horizontal colocado sobre um símbolo (ou sobre um grupo de símbolos) para multiplicá-los por 1000, dois traços por 1000000, e assim por diante.

Exemplo: IV = 4 → $\overline{\text{IV}}$ = 4000

Atividades

Transcreva para o seu caderno e faça o que se pede.

1. Escreva o valor de cada número no sistema decimal:

a) II a) 2
d) CXIII d) 113
b) MMX b) 2010
e) XIX e) 19
c) MMCCC c) 2 300
f) MMMCCXXIII f) 3223

2. Escreva o valor de cada número no sistema decimal:

a) VI a) 6
d) LXXIII d) 73
b) DCL b) 650
e) XVII e) 17
c) CLXI c) 161
f) MCCXXXII f) 1 232

3. Passe para o seu caderno e escreva o valor de cada número no sistema de numeração romano:

a) 1 500 a) MD
d) 2 018 d) MMXVIII
b) 1 558 b) MDLVIII
e) 1 789 e) MDCCLXXXIX
c) 1 853 c) MDCCCLIII
f) 1 822 f) MDCCCXXII

4. Transcreva as frases em seu caderno e complete as lacunas com o sistema de numeração romano: Resposta pessoal

a) Eu nasci no dia __________ do mês __________ e do ano __________.

b) Um dos meus colegas de classe nasceu no dia __________ do mês __________ e do ano __________.

5. Anote o valor de cada número no sistema decimal:

a) IV a) 4
d) XL d) 40
b) CD b) 400
e) IX e) 9
c) XC c) 90
f) CM f) 900

6. Qual é o maior número do sistema de numeração romana que é possível escrever, usando somente os símbolos **L**, **X** e **I**.
LXXXIII = 83

7. Escreva cada número no sistema decimal.

a) $\overline{\text{IV}}$ a) 4000
c) $\overline{\text{LXX}}$ c) 70000
b) $\overline{\text{X}}$ b) 10000
d) $\overline{\text{C}}\text{DX}$ d) 1510

! Ler e interpretar textos

8. O texto a seguir é parte de uma reportagem da revista *Veja*, edição 2079, de 24 de setembro de 2008, sobre a "Origem do Homem". Leia-o atentamente e responda as questões que se seguem.

> A Igreja Católica jamais condenou formalmente a teoria de Darwin, embora tenha mostrado certa relutância em aceitá-la nas primeiras décadas após a publicação de *A Origem das Espécies*, em 1859. A retomada das descobertas genéticas do monge austríaco Gregor Mendel, no século XX, permitiu à ciência comprovar a teoria evolucionista – até então controversa e puramente abstrata. Em 1950, o papa Pio XII afirmou que não há contradição entre a evolução e a doutrina cristã, posição reforçada por João Paulo II, em 1996 e por Bento XVI em 2007.

a) Nessa reportagem, aparecem alguns números escritos com símbolos romanos. Identifique-os e escreva em seu caderno como se lê cada um. Século XX = Século vinte
Pio XII = Pio doze
João Paulo II = João Paulo segundo
Bento XVI = Bento dezesseis

b) Escreva, utilizando símbolos romanos, os anos que correspondem à publicação da *Origem das Espécies* e à posição dos papas Pio XII, João Paulo II e Bento XVI.
1859 = MCCMLIX 1950 = MCML
1996 = MCMXCVI 2007 = MMVII

9. Escreva cada alternativa a seguir como se lê.

a) Século XIX
século dezenove

d) Cláusula LXXVII
claúsula setenta e sete

b) Ano MCMXLII
ano de mil novecentos e quarenta e dois

e) Capítulo XXIV
capítulo vinte e quatro

c) Papa João XXIII
Papa João vinte e três

f) Artigo LIX
artigo cinquenta e nove

Desenvolver atividade lúdica

10. A seguir, você encontra três igualdades falsas, onde os números estão em algarismos romanos. Copie todas em seu caderno e mude a posição de um único palito em cada uma, de tal maneira que se tornem verdadeiras.

a)

a) IX + I = X

b)

b) IV + I = V

c)

c) IV + V = IX

Sistema de numeração decimal

O sistema de numeração que utilizamos diariamente é o **decimal** e suas principais características são:

- As quantidades são contadas em **grupos** de 10;
- Cada algarismo ocupa uma posição no número;
- Cada grupo de três posições, a partir da unidade simples é uma **classe**;
- O valor de um algarismo depende da posição que ele ocupa no número.

Professor: escreva no quadro os principais pontos do texto. Destaque a organização do sistema decimal em classes e ordens e, principalmente, o valor relativo e absoluto que um algarismo pode assumir. Os conceitos numéricos são construções intelectuais extremamente complexas e engenhosas e seu desenvolvimento faz parte da história da civilização. Na alta Idade Média, na Europa, usava-se ainda o sistema de numeração romana. Levou mais de 400 anos até que os europeus reconhecessem as limitações do sistema de numeração romana e aceitassem as vantagens do sistema de numeração decimal.

Classes e ordens no sistema decimal

No sistema decimal, os números são organizados em classes e ordens.

As classes são divididas sempre em três ordens: unidades, dezenas e centenas.

A primeira classe é a das **UNIDADES**, que se divide em unidades, dezenas e centenas.

Em seguida, temos a classe dos **MILHARES**, que se divide em unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar.

Depois, vem a classe dos **MILHÕES**, dividida em unidades de milhões, dezenas de milhões e centenas de milhões, a dos **BILHÕES**, dos **TRILHÕES** e assim por diante.

Observe nos exemplos a seguir como os números são organizados em classes e ordens. Faremos isso para UNIDADES, MILHARES e MILHÕES, mas a organização será a mesma para as demais classes.

- **1ª classe: UNIDADES**

  223 = 2 centenas + 2 dezenas + 3 unidades = 200 + 20 + 3

- **2ª classe: MILHARES**

  61 567 = 6 dezenas de milhar + 1 unidade de milhar +
  + 5 centenas + 6 dezenas + 7 unidades

  61 567 = 60 000 + 1 000 + 500 + 60 + 7

- **3ª classe: MILHÕES**

  24 568 742 = 2 dezenas de milhão + 4 unidades de milhão + 5 centenas de milhar + 6 dezenas de milhar + 8 unidades de milhar + 7 centenas + 4 dezenas + 2 unidades 24 568 742 = 20 000 000 + 4 000 000 + 500 000 + 60 000 + 8 000 + + 700 + 40 + 2

Agora, observe os exemplos escritos numa tabela que mostra as classes e as ordens:

Professor: O sistema indo-arábico reúne três características que já eram observadas em outros sistemas da antiguidade:
1) Usa base dez (decimal) assim como o egípcio, o romano e o chinês;
2) É posicional, assim como o babilônio;
3) Tem o zero que é um símbolo para representar o nada.
A reunião dessas três características tornou este sistema o mais prático de todos e, por esse motivo, o sistema usado quase em todo o mundo.

Exemplos	Milhões			Milhares			Unidades		
	1ª Ordem	2ª Ordem	3ª Ordem	1ª Ordem	2ª Ordem	3ª Ordem	1ª Ordem	2ª Ordem	3ª Ordem
	centenas	dezenas	unidades	centenas	dezenas	unidades	centenas	dezenas	unidades
223							2	2	3
61 567					6	1	5	6	7
24 568 742		2	4	5	6	8	7	4	2

Valor relativo de um algarismo

Quando escrevemos um número, os algarismos se colocam em diferentes ordens e possuem diferentes valores. Ao valor atribuído ao algarismo, em função da ordem que ele ocupa, damos o nome de **valor relativo**. Por exemplo: no número 85, o 5 vale 5 unidades e o 8 vale 80 unidades.

Valor absoluto de um algarismo

O valor absoluto de um algarismo é o número de unidades simples que ele representa quando é considerado isoladamente dos outros algarismos que formam um número. No número 5 587, o valor absoluto do algarismo 8 é 8 e o valor relativo desse algarismo é 80.

Veja no exemplo abaixo a diferença entre valor absoluto e valor relativo de um algarismo.

- No número **234 586**, temos:

  algarismo 2 → valor absoluto 2 e valor relativo 200 000
  algarismo 3 → valor absoluto 3 e valor relativo 30 000
  algarismo 4 → valor absoluto 4 e valor relativo 4 000
  algarismo 5 → valor absoluto 5 e valor relativo 500
  algarismo 8 → valor absoluto 8 e valor relativo 80
  algarismo 6 → valor absoluto 6 e valor relativo 6

Conexão

Professor: A seção Conexão objetiva apresentar aos alunos situações do cotidiano que podem ser melhor compreendidas com os conhecimentos matemáticos que ele está aprendendo.

Dígito de controle do **RG**

Atualmente, as carteiras de identidade possuem um dígito de controle. A necessidade desse dígito de controle relaciona-se a questões de segurança, pois, segundo estatísticas, a maioria dos erros cometidos na digitação de números extensos como os de RG são de dois tipos: erros simples, como por exemplo, digitar 4356 ao invés de 4357, ou de posicionamento de algarismos, como digitar 6789 ao invés de 6798.

Para identificar erros de um desses dois tipos, os sistemas modernos de informação propõem o acréscimo de um dígito de controle capaz de identificar se o número digitado contém ou não algum erro.

No caso do RG brasileiro, o cálculo do dígito de controle é feito da seguinte maneira:

Somam-se os produtos da multiplicação do último algarismo por 9 com o penúltimo por 8 e assim sucessivamente até o primeiro algarismo. Em seguida:

- Divide-se a soma obtida por 11;
- Subtrai-se de 11 o resto da divisão efetuada;
- O número obtido é o dígito de controle.

Vamos tomar como exemplo um RG cujo número é 12.340.917-2 e verificar como se calcula o dígito de controle, que neste caso é 2.

1 2 3 4 0 9 1 7

$$\boxed{1\cdot\mathbf{2}} + \boxed{2\cdot\mathbf{3}} + \boxed{3\cdot\mathbf{4}} + \boxed{4\cdot\mathbf{5}} + \boxed{0\cdot\mathbf{6}} + \boxed{9\cdot\mathbf{7}} + \boxed{1\cdot\mathbf{8}} + \boxed{7\cdot\mathbf{9}} = \mathbf{174}$$

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{174} & 11 \\ \cline{2-2} 6 & 15 \\ \cline{1-1} 64 & \\ \mathbf{9} & \end{array}$$

$$11 - \mathbf{9} = \textcircled{2}$$

1 2 3 4 0 9 1 7 – ②

Se este processo fornecer resto 10 para o dígito de controle, utiliza-se o símbolo X (10 em algarismos romanos). Tente agora verificar o dígito de controle de sua carteira de identidade utilizando o processo descrito aqui.

Pavel Losevsky/PhotoXpress

Conjunto dos números naturais

O conjunto dos números naturais é formado por: 0, 1, 2, 3, 4, 5 e assim por diante. Agora, vamos estudar algumas características importantes desse conjunto.

Podemos colocar todos os números naturais em ordem crescente, do menor para o maior:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 etc.

Nessa sequência, dois números seguidos são chamados **consecutivos**. Por exemplo: 51 e 52 são números consecutivos.

Agora, considere dois números consecutivos como 49 e 50. Dizemos que 49 é **antecessor** de 50, ou que 50 é **sucessor** de 49.

Como todo número natural tem seu sucessor, percebemos que existem infinitos números naturais. Para indicar isso, usamos reticências quando escrevemos a sequência dos naturais:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...

Observe que o **zero** é o único número natural que não tem antecessor.

Professor: Escreva no quadro o conjunto dos números naturais e destaque os principais pontos do texto. Reforce o significado de consecutivo, antecessor e sucessor. O conjunto dos números naturais é infinito e ordenado, pois cada número pode ser representado pelo anterior adicionado de uma unidade e essa sequência pode ser formada indefinidamente.

Representação do conjunto dos números naturais

Para representar um conjunto, escrevemos seus elementos entre chaves, separados por vírgula ou por ponto e vírgula, quando necessário. Para dar nome aos conjuntos, é comum usarmos uma letra maiúscula do nosso alfabeto.

O conjunto dos números naturais é representado pela letra **N**.

Veja, então, como fica a representação do conjunto dos números naturais:

N = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ... }

As reticências indicam que a sequência dos números naturais nunca termina, ou seja, é infinita.

O uso do asterisco

Por convenção, o símbolo ***** (asterisco) é utilizado para indicar a **exclusão do número zero** de qualquer conjunto numérico. Assim, o conjunto dos naturais, excluindo-se o 0, será escrito da seguinte forma:

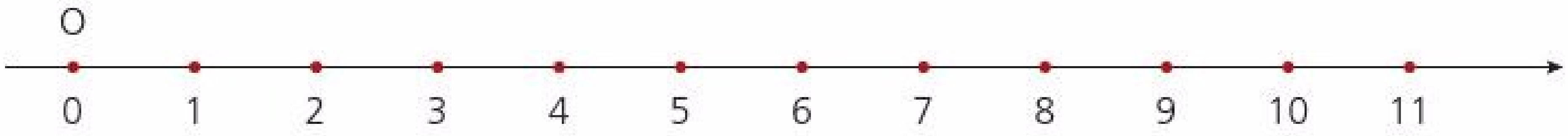
N* = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... }

O conjunto dos números naturais pode, também, ser representado em uma reta, que é chamada **reta numérica**.

Desenhamos uma reta e marcamos um ponto O sobre ela para representar o número 0 (zero):

Professor: escreva no quadro a reta numérica e estimule que os alunos o ajudem a escrever os pontos consecutivos, enquanto destaca a distância entre eles e o sentido de crescimento dos números.

À direita do zero, marcamos pontos consecutivos, mantendo uma mesma distância entre eles. Cada novo ponto marcado representa o próximo número natural. A seta indica o sentido de crescimento dos números que, nesse caso, é para a direita:



Atividades

Ver no Manual do Professor orientações sobre as atividades.

Copie em seu caderno o diagrama abaixo (sem os traços) e faça as atividades a seguir:

Bilhões			Milhões			Milhares			Unidades		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
						6	7	5	3	4	4
	1	2	5	6	8	7	0	0	1	1	2
					3	0	1	4	1	8	4

11. Represente no diagrama os números:

a) 675 344 b) 12 568 700 112 c) 3 014 184

12. De acordo com o estudo sobre o sistema de numeração decimal, escreva em seu caderno usando algarismos, os números representados a seguir:

a) Três mil e dez 3010
b) Duzentos mil e dois 200 002
c) Quatro milhões, trezentos e quinze mil 4 315 000
d) Cinco bilhões e seiscentos e três milhões 6 603 000 000
e) Trinta e cinco mil e duzentos e vinte 35 215
f) Oito trilhões e novecentos e vinte e cinco mil 8 000 000 925 000

13. Escreva agora em seu caderno, com palavras, os números representados a seguir:

a) 1 346 um mil trezentos e quarenta e seis
b) 1 000 000 um milhão
c) 5 742 001 cinco milhões, setecentos e quarenta e dois mil e um
d) 32 435 000 trinta e dois milhões, quatrocentos e trinta e cinco mil
e) 1 500 000 000 um bilhão e quinhentos milhões
f) 8 500 000 400 000 oito trilhões, quinhentos bilhões e quatrocentos mil

14. Escreva um número de 4 algarismos no qual os valores absolutos somam 36.

9999

15. Escreva o valor relativo do algarismo 7 em cada número a seguir.

a) 7 024
valor relativo 7 000

b) 27 189
valor relativo 7 000

c) 1 124 725
o valor relativo 700

d) 71
o valor relativo 70

16. Escreva um número de seis algarismos no qual o algarismo 4 assuma o valor relativo apontado em cada item. Respostas possíveis:

a) 400 a) 107 428

b) 4 000 b) 254 301

c) 40 000 c) 742 853

d) 40 d) 120 842

17. Podemos decompor um determinado número expresso no sistema decimal através de uma expressão que relaciona a quantidade de unidades, dezenas, centenas, milhares e as demais ordens que este número possui.

Analise como fazemos a decomposição do número 54 739.

$$54\,739 = 5 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 9 \cdot 1$$

Usando este raciocínio, faça em seu caderno a decomposição dos números a seguir.

a) 127 085
a) $127\,085 = 100\,000 + 2 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1000 + 8 \cdot 10 + 5 \cdot 1$

b) 3 023 133
b) $3\,023\,133 = 3 \cdot 1\,000\,000 + 2 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 3 \cdot 1$

c) 5 437
c) $5437 = 5 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7 : 1$

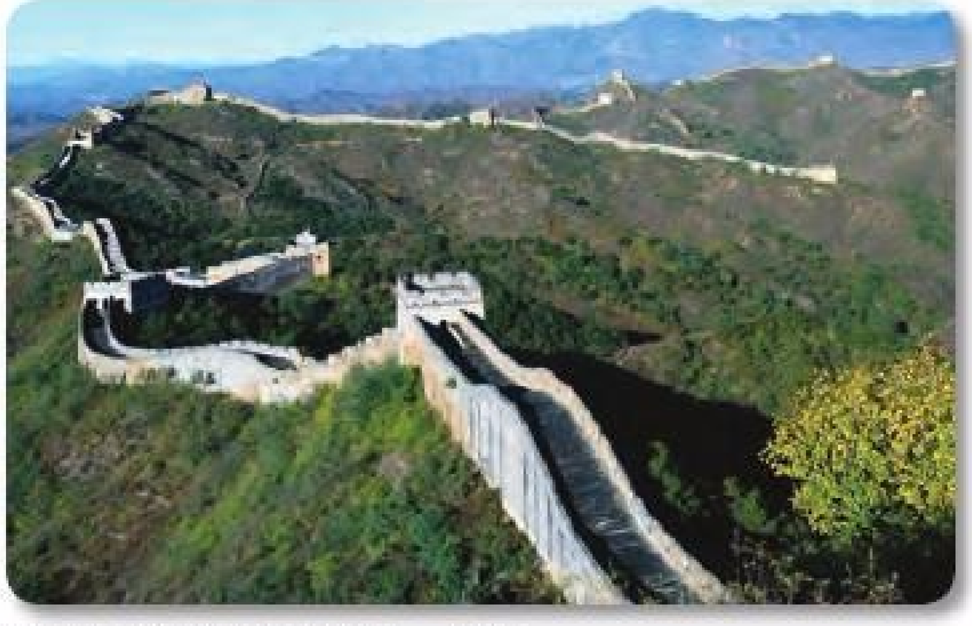
18. Escreva por extenso, em seu caderno, cada um dos números que aparecem nas informações a seguir:

a) A Muralha da China é tão extensa que pode ser vista do espaço. Sua extensão é de 3 460 km.
três mil e quatrocentos e sessenta quilômetros

b) O ponto mais elevado do mundo é o pico do Everest, com 8 848 m de altura.
oito mil e oitocentos e quarenta e oito quilômetros

c) O Burj Khalifa, em Dubai, é atualmente o edifício mais alto do mundo com 828 m de altura.
oito centos e vinte e oito metros

d) O Amazonas é um dos rios mais extensos de nosso planeta, com 6 514 km.
seis mil e quinhentos e catorze quilômetros



Grace Yang/SXC

Muralha da China. China – 2011

Noamfein/Dreamstime

Pico do Everest. Tibete – 2011

Aleksandar Kamas/Dreamstime

Burj Khalifa. Dubai – 2014

Urbanhearts/Fotolia

Rio Amazonas. Brasil – 2013

19. No dia 12 de junho acorreu o evento de abertura do Campeonato Mundial FIFA (COPA 2014), na cidade de São Paulo. Além de São Paulo, outras 11 cidades sediaram os jogos do evento, assistido por um público de 3 165 000 pessoas. Esse número foi superior ao previsto inicialmente que era de 3 100 000 pessoas. Escreva por extenso o número de pessoas que assistiu ao evento, o previsto e o que excedeu à previsão inicial.Três milhões, cento e sessenta e cinco mil pessoas que assistiram ao evento, três milhões e cem mil pessoas era o previsto. Então, sessenta e cinco mil pessoas foi o total que excedeu a previsão.

Agência Brasil

Abertura da Copa de 2014, São Paulo, SP, 12 jun. 2014.

Três milhões, cento e sessenta e cinco mil pessoas que assistiram ao evento, três milhões e cem mil pessoas era o previsto. Então, sessenta e cinco mil pessoas foi o total que excedeu a previsão.

20. A distância de Salvador ao Rio de Janeiro, pela rodovia BR-101, é de 1 722 km, enquanto que em linha reta é de 1 213 km.

Maps World

Fonte: *Atlas Geográfico Escolar*, São Paulo: Editora Esfera, 2013.

Escreva por extenso as duas distâncias e a diferença entre elas. Um mil, setecentos e vinte e dois quilômetros; um mil duzentos e treze quilômetros. Isso resulta em quinhentos e nove quilômetros de diferença entre as duas rotas.

Um mil, setecentos e vinte e dois quilômetros; um mil duzentos e treze quilômetros. Isso resulta em quinhentos e nove quilômetros de diferença entre as duas rotas.

21. Determine o valor absoluto e o valor relativo do algarismo 5 em cada número.

a) 657 a) valor absoluto = 5; valor relativo = 50

b) 25 312 b) valor absoluto = 5; valor relativo = 5 000

c) 522 316 c) valor absoluto = 5; valor relativo = 500 000

d) 1 000 050 d) valor absoluto = 5; valor relativo = 50

22. Analise as seguintes afirmações e diga qual é verdadeira (V) e qual é falsa (F):

F I. O número 3 094 608 possui duas classes.

V II. O valor relativo do algarismo 2 em 725 631 é 20 000.

F III. O maior número escrito com três algarismos diferentes é o 789.

V IV. O zero é o único número natural que não tem antecessor.

23. Qual o sucessor do número 9 999?
10 000

24. Você pode utilizar uma calculadora para conferir se acertou ao decompor um número natural. Observe o exemplo:

Número: 5683

Decomposição: 5000 + 600 + 80 + 3

Para conferir basta você digitar: 5 000 + 600 + 80 + 3, e, depois, a tecla $\boxed{=}$.

Se você acertou, o visor irá mostrar $\boxed{5683}$

Agora é sua vez. Use o mesmo procedimento e decomponha os números a seguir:

a) 1785 a) 1000 + 700 + 80 + 5

b) 53 896 b) 53 000 + 800 + 90 + 6

c) 9 000 305 c) 9000000 + 300 + 5

25. Escreva o número 5,891 bilhões, usando apenas algarismos.

5 981 000 000

26. Escreva o número cinco bilhões e oitocentos e noventa e um milhões, usando apenas algarismos.

5 891 000 000

27. Escreva de forma abreviada o número 658 800 000 000.

6,588 bilhões

28. No sistema de numeração decimal, quantos números diferentes de duas ordens podemos escrever, utilizando os algarismos 1, 2 e 3?

9 números.

29. Escreva com algarismos:

a) duzentos mil e trezentos e dois
200 302

b) quatro milhões, trezentos e quinze mil e vinte
4 315 020

30. Escreva por extenso:

a) 7 000 000
sete milhões

b) 4 752 017 quatro milhões setecentos e cinquenta e dois mil e dezessete

c) o sucessor de novecentos e nove
novecentos e dez

d) o antecessor de sete mil e dez
sete mil e nove

31. Leia com atenção cada sentença a seguir e diga quais delas são verdadeiras (V) e quais são falsas (F).

V a) 4075 é maior que 4000

F b) 6792 é menor que 5700

V c) 78 é igual a $2 \cdot 39$

F d) 1 000 015 é menor que 1 000 007

32. Quais sentenças são verdadeiras? (> significa "maior" e <, "menor")

V a) $4\,015 > 4\,000$

F b) $6\,792 < 6\,700$

V c) $78 = 2 \cdot 39$

F d) $1\,000\,015 < 1\,000\,007$

Comparar

33. Considere todos os números de três algarismos diferentes, formados por 2, 3 e 4. Responda:

Professor: escrevam no quadro as sentenças e solicite que seus alunos falem a resposta. Mostre a decomposição dos números justificando a resposta.

a) Quais começam por 2?
234 e 243

b) Quais começam por 3?
324 e 342

c) Quais começam por 4?
423 e 432

d) Quantos são no total?
6

34. Para escrever todos os números naturais de 0 até 60, quantas vezes você deve utilizar o algarismo 5?

16 vezes

35. Existem quatro números naturais de dois algarismos, escritos apenas com os algarismos 5 e 6. Quais são? 55, 56, 65 e 66.

Cálculo mental

36. Faça tentativas e descubra quais são:

a) os dois números consecutivos que, somados, dão 101 50 e 51

b) os dois números consecutivos que, somados, dão 535 267 e 268

37. Descubra quais são os dois números naturais menores que 104 que têm 3 algarismos diferentes.

102 e 103

38. Escreva com algarismos:

a) o antecessor de quatro mil e cem 4 099

b) o sucessor de nove mil novecentos e dezenove 9 920

39. Pense nos números naturais que são escritos com três algarismos diferentes e responda:

a) Qual é o maior desses números? 987

b) Qual é o menor desses números? 102

40. Em cada caso, descubra qual é o número natural descrito.

a) É maior que 51 e menor que 53. 52

b) É maior que 200 e menor que 300 e seus algarismos são consecutivos, em ordem crescente. 234

41. Como o conjunto dos números naturais é infinito, podemos concluir que existem números com infinitas ordens e, consequentemente, com infinitas classes.

Pesquise e escreva como são lidos os seguintes números:

a) 1 000 000 000 000 um trilhão

b) 1 000 000 000 000 000 um quatrilhão

c) 1 000 000 000 000 000 000 um quinquilhão

d) 1 000 000 000 000 000 000 000 um sextilhão

Comparando números naturais

Em muitas situações, precisamos comparar dois ou mais números para tomarmos alguma decisão. Para compará-los, geralmente usamos um dos símbolos seguintes.

=	Igual	>	Maior que	≥	Maior que ou igual a
≠	Diferente	<	Menor que	≤	Menor que ou igual a

Professor: escreva no quadro o quadro com os símbolos e seus respectivos significados. Se achar conveniente, faça um quadro com cartolina ou algum outro material e escreva os símbolos construindo um pôster com deus alunos e deixe-o exposto na sala de aula para destacar o tema.

Atividades

42. Uma pessoa pesquisou os preços de um fogão, uma geladeira e de um forno de micro-ondas, todos de mesmas marcas e modelos, em quatro lojas A, B, C e D e anotou os preços numa tabela. Analise a tabela e faça em seu caderno o que se pede em cada item a seguir.

José Cruz/ABr

Loja de departamentos, São Paulo, 2014.

Ler tabela

	Loja A	Loja B	Loja C	Loja D
fogão	424 reais	420 reais	426 reais	428 reais
geladeira	980 reais	970 reais	968 reais	970 reais
micro-ondas	200 reais	210 reais	190 reais	212 reais

a) Usando o sinal < (menor que), escreva os preços do fogão em ordem crescente.
420 < 424 < 426 < 428

Comparar

b) Usando o sinal > (maior que), escreva os preços do micro-ondas em ordem decrescente.
212 > 210 > 200 > 190

c) Responda às questões a seguir.

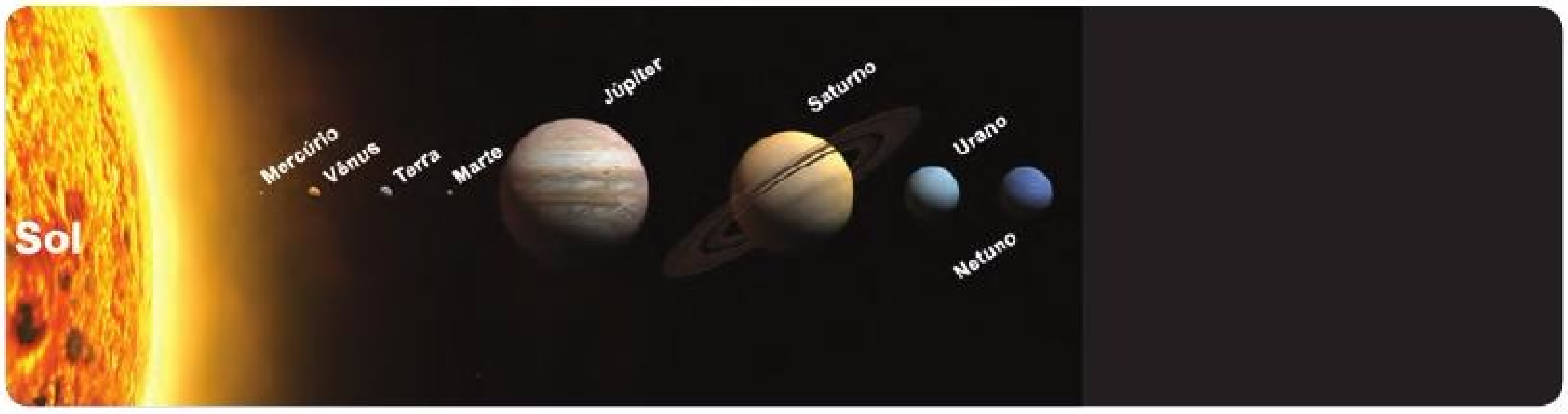
- Em quais lojas os preços das geladeiras são iguais?
  lojas B e D
- Em quais lojas uma pessoa deve comprar cada um desses aparelhos da forma mais econômica?
  fogão: loja B geladeira: loja C micro-ondas: loja C

43. Descubra sem fazer contas dois números consecutivos que, somados, resultam 35. 17 e 18

Cálculo mental

44. O diâmetro de Mercúrio é 4 878 km; o de Vênus, 12 103 km; o da Terra, 12 756 km e o de Marte, 6 786 km. Esses quatro planetas são chamados de planetas interiores, por sua posição em relação ao Sol. Coloque-os considerando o diâmetro de cada um.
4 878 < 6 786 < 12 103 < 12 756 < 142 984

As imagens não são proporcionais entre si.



NASA

Esquema do Sistema Solar.

45. Na reta numérica abaixo, cada letra representa um número natural. Copie a reta numérica em seu caderno e responda as questões a seguir.

Localizar valores na reta

a) Qual é o sucessor do número representado pela letra **A**? E pela letra **E**?
sucessor de A = 3 e sucessor de E = 12

b) Qual é o antecessor do número representado pela letra **B**? E pela letra **F**?
antecessor de B = 4 e antecessor de F = 13

c) Quais das letras assinaladas nessa reta representam números com dois algarismos?
E e F

46. Observe novamente a reta da atividade anterior e classifique como V (verdadeira) ou F (falsa) cada afirmativa a seguir.

V a) A + B = C F b) B + D > F V c) A + E < F V d) 3 · B > E

Relacionando elementos e conjuntos

Utilizaremos dois símbolos diferentes para estabelecer as relações possíveis entre um elemento e um conjunto: um elemento pode *pertencer* ou *não pertencer* ao conjunto.

Para indicar que um elemento pertence a um conjunto, usamos o símbolo $\in$ (**pertence a**), e, em caso contrário, o símbolo $\notin$ (**não pertence a**).

Observe os exemplos:

a) Para o conjunto $D = \{12, 14, 18, 20, 24\}$ podemos escrever:
$14 \in D$, $16 \notin D$, $24 \in D$ e $22 \notin D$.

b) Se M for o conjunto dos números naturais ímpares, teremos:
$4 \notin M$, $160 \notin M$, $241 \in M$ e $3\,025 \in M$.

Relacionando conjuntos

Quando comparamos dois conjuntos é possível estabelecer algumas relações entre esses conjuntos.

A natureza dos elementos desses dois conjuntos pode determinar a relação existente entre eles.

Quando todos os elementos de um conjunto **A** também pertencem a um outro conjunto **B**, dizemos que "**A está contido em B**" ou que "**B contém A**" e representamos essas relações, respectivamente, pelos símbolos $\subset$ (**está contido**) ou $\supset$ (**contém**). Para indicar que isto não ocorre utilizamos os símbolos $\not\subset$ (**não está contido**) ou $\not\supset$ (**não contém**).

Observe os exemplos:

a) $A = \{2, 4, 6\}$ e $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ → $A \subset B$ e $B \supset A$

b) Seja M o conjunto de todos os números naturais ímpares. Nesse caso, podemos escrever que $M \subset N$.

c) $W = \{10, 11, 12, 13\}$ e $Y = \{12, 13, 14, 15, 16\}$ → $W \not\subset Y$

Quando um conjunto **A** está contido num conjunto **B**, dizemos que **A** é um **subconjunto** de **B**.

$A \subset B \Leftrightarrow$ A é subconjunto de B

Atividades

Professor: se achar conveniente sugira que seus alunos desenvolvam as atividades em grupos. Aproveite para circular entre os grupos e verificar a condução do trabalho, orientando quando necessário.

47. Represente em seu caderno o conjunto **A** dos números naturais maiores que 5 e menores que 12, escrevendo seus elementos entre chaves. Depois, responda ao que se pede. $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

a) O número 7 é um elemento do conjunto **A**? sim, $7 \in A$

b) O número 12 é um elemento do conjunto **A**? não, $12 \notin A$

48. Sendo **A** o conjunto dos números naturais maiores que 4 e menores que 12 e **B** o conjunto dos números naturais menores ou iguais a 9, escreva cada um dos conjuntos.
$A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
$B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

49. Se **A** = { x, 6, 8, 10 } e **B** = { 4, 5, 6, 7, y }, determine os valores de **x** e **y**, sabendo que os elementos 4, 6 e 8 pertencem a **A** e **B** e que y > x. $x = 4$ e $y = 8$

Professor: enfatize que 0 é par ao trabalhar com a atividade **50.** Por ser um número neutro, muitos acreditam que 0 não é um número par nem ímpar.

50. Considere os conjuntos:

A, dos números naturais pares menores que 10;

B, dos números naturais maiores que 4 e menores que 10.

I) Represente esses conjuntos, escrevendo entre chaves seus elementos.
$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

II) Usando os símbolos ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence), relacione os seguintes elementos e conjuntos.

a) 0 ||||||| A a) $0 \in A$
b) 0 ||||||| B b) $0 \notin B$
c) 6 ||||||| A c) $6 \in A$
d) 6 ||||||| B d) $6 \in B$
e) 7 ||||||| A e) $7 \notin A$
f) 7 ||||||| B f) $7 \in B$
g) 8 ||||||| A g) $8 \in A$
h) 8 ||||||| B h) $8 \in B$

51. Considere os conjuntos:

A, dos números naturais menores que 11;

B, dos números naturais ímpares menores que 10.

Represente os conjuntos **A** e **B**, escrevendo entre chaves seus elementos.
$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

52. Observando os conjuntos **A** e **B** da atividade anterior, responda às questões seguintes.

a) Todos os elementos que pertencem aos conjuntos **A** e **B** são números naturais?
sim

b) É correto afirmar que os conjuntos **A** e **B** estão contidos no conjunto dos números naturais? Por quê?
sim, pois todos os elementos de A e todos os elementos de B são números naturais. Argumentar

53. Copie em seu caderno ecomplete corretamente as sentenças, usando os símbolos ⊂ ou ⊄.

a) {5} ||||||| {4, 5, 6} ⊂
b) {5, 7} ||||||| {4, 5, 6} ⊄
c) {1, 3, 5, 6, 7, 8, 9} ||||||| {números ímpares} ⊂
d) { 246, 248} ||||||| {números pares} ⊂
e) {0, 1, 2, 3} ||||||| N* ⊄

54. Considere os conjuntos **A**, **B** e **C** a seguir.

A = {2, 4, 6, 8, ...}

B = {8, 10, 12, 14, ...}

C = {1, 3, 5, 7, 9, ...}

Diga se é verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das afirmações:

a) todo elemento que pertence a **B**, também pertence a **A**.
Verdadeira

b) nenhum elemento de **C** pertence a **B**.
Verdadeira

c) **B** e **C** têm infinitos elementos comuns.
Falsa

Conexão

Professor: A seção Conexão objetiva apresentar aos alunos situações do cotidiano que podem ser melhor compreendidas com os conhecimentos matemáticos que ele está aprendendo.

Código de BARRAS

Nas embalagens de produtos, é comum encontrarmos uma etiqueta, normalmente branca com uma série de barrinhas pretas paralelas, de diferentes espessuras. Essa etiqueta é o código de barras do produto.

O código de barras surgiu nos Estados Unidos em 1970. A primeira ideia era usá-lo em mercadinhos para fazer com que o processo de pagamento no caixa ficasse mais rápido e as filas diminuíssem. Hoje, o código de barras é uma unanimidade mundial, pois ele armazena informações sobre o produto no computador. Esse fato permite que o proprietário faça maior controle do estoque e do que é vendido no seu estabelecimento comercial.

O código de barras é usado, também, em boletos bancários, que nos permitem efetuar pagamentos em caixas rápidos.

9 788420 532318

A informação do código de barras pode ser lida por um escâner óptico (a *laser*) que é ligado a um computador. Esse leitor pode ser uma caneta óptica, um escâner de mão ou mesmo os terminais de consultas que encontramos em livrarias, supermercados e outras lojas. Quando o escâner lê o código, ele passa os dados para o computador, que vai procurar em seu sistema as informações correspondentes àquele código.

Professor: leia o texto com seus alunos e ilustre a discussão sobre os códigos de barra mostrando os diferentes tipos destacados em contas de consumo e produtos. Veja na Assessoria Pedagógica mais detalhes de atividades.

Mariana Bertoldi

Os milhares de itens à venda em um supermercado possuem códigos de barras.

Para estudar

55. Escreva o correspondente decimal para os seguintes números em algarismos romanos:

a) MMIX
b) DCXXIII
c) XLVII
d) MMMDXX
e) CXCI

56. Escreva cada número abaixo utilizando algarismos romanos:

a) 2 344
b) 5 446
c) 2 014
d) 20 000
e) 300 000

57. Copie a tabela ao lado em seu caderno. Represente os números abaixo nesta tabela:

a) 2 345 557
b) 1 000 876
c) 8 009
d) 2 009 996 541

Bilhões			Milhões			Milhares			Unidades		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u

! Ler e interpretar textos

58. O texto a seguir foi extraído de um relatório da ONU (Organização das Nações Unidas) sobre a população mundial, apresentado em 2004. Ele traça um cenário da evolução da população da Terra até o ano de 2300. Leia o texto e responda as questões.

Público assistindo transmissão de jogo da Copa 2014 no Vale do Anhangabaú, São Paulo, 2014.

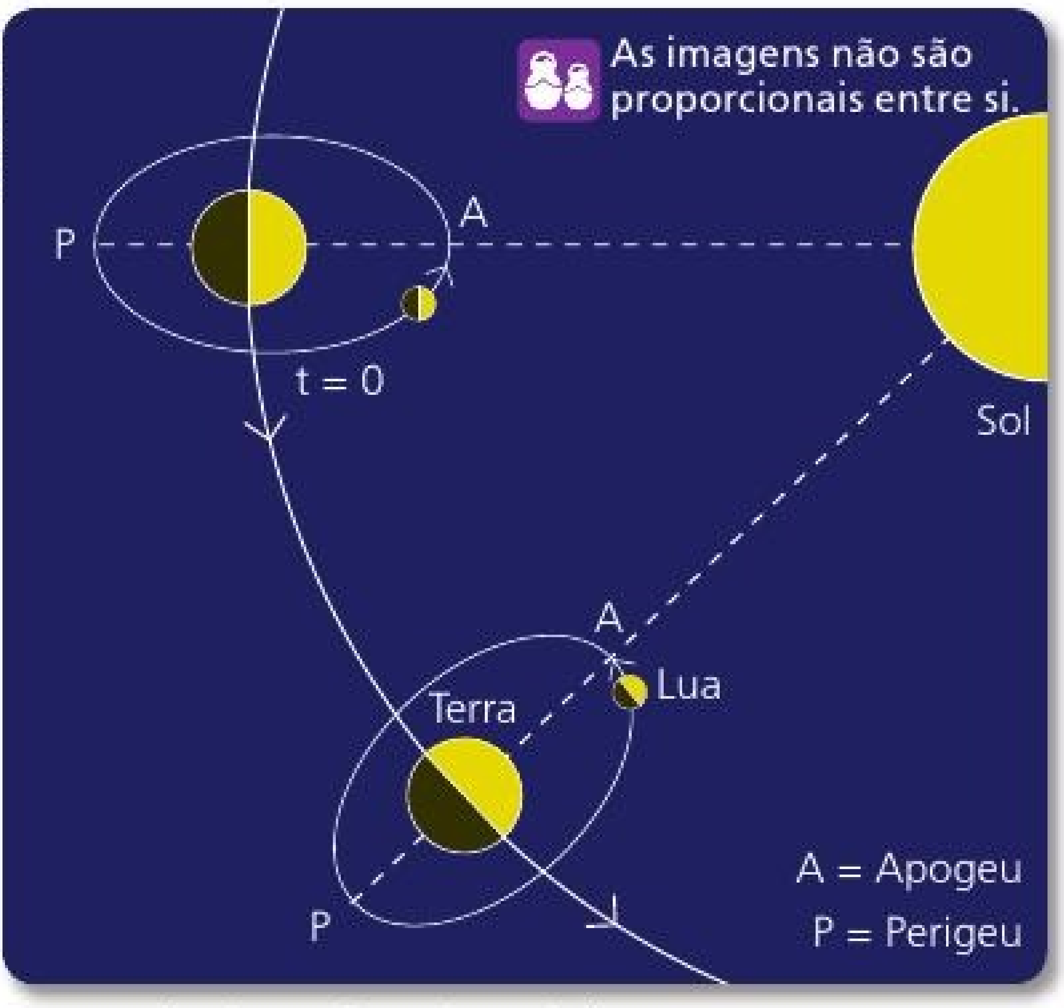
Griszka Niewiadomski/SXC

> De acordo com o cenário de médio prazo, a população mundial aumenta de 6,1 bilhões de pessoas em 2000 para um máximo de 9,2 bilhões de pessoas em 2075 e declina em seguida até chegar a 8,3 bilhões em 2175. Após 2175, um retorno à fertilidade de substituição (taxa de nascimento que repõe a de mortes), juntamente com o aumento da longevidade, produzem um constante aumento da população que chega a 9 bilhões em 2300. A maioria da população que aumenta entre 2000 e 2300 será de regiões menos desenvolvidas, cuja população aumentará de 4,9 bilhões no ano 2000 para 7,7 bilhões em 2300.

a) Escreva em seu caderno como devem ser lidos os números 8,3 bilhões, 4,9 bilhões e 7,7 bilhões.
b) Escreva esses mesmos números apenas com algarismos.
c) Escreva os números na forma crescente, utilizando o sinal de menor (<).

Professor: se achar conveniente sugira que seus alunos desenvolvam as atividades em grupos. Aproveite para circular entre os grupos e verificar a condução do trabalho, orientando quando necessário.

59. A Lua é o único satélite natural da Terra. Ela descreve uma órbita em forma de elipse ao redor da Terra. Veja na figura o formato da elipse. Interpretar figura



Maps World

Esquema do sistema Terra, Lua e Sol.

No ponto **A**, mais distante da Terra, chamado **apogeu**, a Lua está a 406 655 quilômetros. No ponto **B**, mais próximo, que se chama **perigeu**, ela está a 356 577. Os astrônomos costumam se referir à distância média da Lua à Terra como sendo de 384 045 quilômetros.

a) Escreva como se lê as distâncias da Lua à Terra apresentadas no enunciado.

b) Coloque as distâncias em ordem crescente, utilizando o sinal de menor (<).

60. Escreva com algarismos:

a) cem mil e dois

b) cinco milhões, duzentos e vinte três mil

c) dois bilhões, setecentos e vintes e seis milhões e quinhentos mil

d) noventa mil e um

e) quinhentos e quarenta e quatro mil e seiscentos e vinte e dois

61. Escreva por extenso:

a) 3 000 000

b) 2 767 809

c) o sucessor de setecentos e dezenove

d) o antecessor de sete mil e dez

62. Escreva por extenso:

a) 262

b) 6 891

c) 93 732

d) 1 455 000

63. Escreva com algarismos:

a) o antecessor de quatro mil e cem

b) o sucessor de nove mil novecentos e dezenove

64. Quantos números naturais menores que 1000 podem ser escritos usando-se apenas o algarismo 5? Justifique sua resposta com exemplos.

65. Assinale verdadeiro (V) ou falso (V) para cada sentença a seguir.

a) 7 015 > 6 000

b) 3 792 < 9 700

c) 45 677 < 45 399

d) 1 000 018 < 1 000 001

Comparar

66. Considere todos os números naturais de dois algarismos diferentes, formados por 3 e 4.

Responda:

a) Quais começam por 3?

b) Quais começam por 4?

c) Quantos são no total?

67. Existem quatro números naturais de dois algarismos, que podem ser escritos com os algarismos 8, 9 ou ambos.

Quais são eles?

68. Faça tentativas e descubra quais são:

a) os dois números consecutivos que, somados, dão 1 001

b) os dois números consecutivos que, somados, dão 2 003

Cálculo mental

69. Em cada caso, descubra qual é o número natural descrito.

a) É maior que 57 e menor que 59.

b) É maior que 300 menor que 400 e seus algarismos são consecutivos, na ordem decrescente.

Desafio

Professor: comente com seus alunos que essa é uma estrofe do poema de Cecília Meireles, intitulado "Ou isso ou aquilo". Se achar interessante, leia o poema completo para seus alunos. Ele está disponível na Assessia Pedagógica.

1. Observe atentamente o quadro abaixo e as sequências escritas em cada linha. Em seguida, copie o quadro em seu caderno e complete as casas que faltam de acordo com o padrão correto em cada caso.

2	4	6		10	12			18	
1	1	2	3	5	8				
1	2	2	3	3	3				
5	7	9				17		21	

2. Observe o quadro a seguir, nele temos cada letra do alfabeto associada a um número.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23

a) Decodifique a mensagem abaixo, de acordo com a tabela anterior:

16-20-5-12	18-14-2-5	13-14-18	1-17-5-18	13-1-14	6-9-3-1	13-14	3-8-1-14

b) Escreva agora uma frase codificada de sua autoria e desafie um colega para decifrá-la.

Curiosidade

O teclado QWERTY, cujo nome deriva das seis primeiras letras da segunda fila superior esquerda, utilizado nos computadores, *tablets* e *smartphones*, foi criado por volta de 1860 pelo inventor americano Christopher Sholes, para ser utilizado nas máquinas de escrever que construía. Supõe-se que a distribuição das téclas surgiu para evitar problemas de encavalamento das hastes quando se fazia a digitação, pois as letras cujas combinações são mais comuns na língua inglesa foram dispostas em lados diferentes do teclado.

Shutterstock

Teclado de máquina de escrever de 1927.

Resolução das atividades

1. a) II = 2

b) MMX = 2010

c) MMCCC = 2300

d) CXIII – 113

e) XIX = 19

f) MMMCCXXIII = 3223

2. a) VI = 6

b) DCL = 650

c) CLXI = 161

d) LXXIII = 73

e) XVII = 17

f) MCCXXXII = 1232

3. a) 1 500 = MD

b) 1 558 = MDLVIII

c) 1 853 = MDCCCLIII

d) 2 018 = MMXVIII

e) 1 789 = MDCCLXXXIX

f) 1 822 = MDCCCXXII

4. Resposta pessoal

5. a) IV = 4

b) CD = 400

c) XC = 90

d) XL = 40

e) IX = 9

f) CM = 900

6. LXXXIII = 83

7. a) 4 000

b) 10 000

c) 70 000

d) 1 510

8. a) Século XX = Século vinte
Pio XII = Pio doze
João Paulo II = João Paulo segundo
Bento XVI = Bento dezesseis

b) 1859 = MCCMLIX
1950 = MCML
1996 = MCMXCVI
2007 = MMVII

9. a) século dezenove

b) ano de mil novecentos e quarenta e dois

c) Papa João vinte e três

d) claúsula setenta e sete

e) capítulo vinte e quatro

f) artigo cinquenta e nove

10. a) IX + I = X

b) IV + I = V

c) IV + V = IX

11.

Bilhões			Milhões			Milhares			Unidades		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
						6	7	5	3	4	4
	1	2	5	6	8	7	0	0	1	1	2
					3	0	1	4	1	8	4

12. a) Três mil e dez → 3 010

b) Duzentos mil e dois → 200 002

c) Quatro milhões, trezentos e quinze mil → 4 315 000

d) Cinco bilhões e seiscentos e três milhões → 6 603 000 000

e) Trinta e cinco mil e duzentos e vinte → 35 215

f) Oito trilhões e novecentos e vinte e cinco mil → 8 000 000 925 000

13. a) 1 346 → um mil trezentos e quarenta e seis

b) 1 000 000 → um milhão

c) 5 742 001 → cinco milhões, setecentos e quarenta e dois mil e um

d) 32 435 000 → trinta e dois milhões, quatrocentos e trinta e cinco mil

e) 1 500 000 000 → um bilhão e quinhentos milhões

f) 8 500 000 400 000 → oito trilhões, quinhentos bilhões e quatrocentos mil

14. 9 999

15. a) 7 024 → o sete tem valor relativo 7000

b) 27 189 → o sete representa a unidade milhar. Portanto, seu valor relativo é 7 000

c) 1 124 725 → o valor relativo é 700

d) 71 → o valor relativo é 70

16. Respostas possíveis:

a) 107 428
b) 254 301
c) 742 853
d) 120 842

17. a) 127 085 = 100 000 + 2 · 10 000 + 7 · · 1 000 + 8 · 10 + 5 · 1

b) 3 023 133 = 3 · 1 000 000 + 2 · 10 000 + + 3 · 1 000 + 1 · 100 + 3 · 10 + 3 · 1

c) 5 437 = 5 · 1 000 + 4 · 100 + 3 · 10 + 7 · 1

18. a) 3 460 → três mil e quatrocentos e sessenta quilômetros

b) 8 848 → oito mil e oitocentos e quarenta e oito quilômetros

c) 828 → oito centos e vinte e oito metros

d) 6 514 → seis mil e quinhentos e catorze quilômetros

19. Três milhões, cento e sessenta e cinco mil pessoas que assistiram ao evento, três milhões e cem mil pessoas era o previsto. Então, sessenta e cinco mil pessoas foi o total que excedeu a previsão.

20. Um mil, setecentos e vinte e dois quilômetros; um mil duzentos e treze quilômetros. Isso resulta em quinhentos e nove quilômetros de diferença entre as duas rotas.

21. a) valor absoluto = 5; valor relativo = 50

b) valor absoluto = 5; valor relativo = 5 000

c) valor absoluto = 5; valor relativo = 500 000

d) valor absoluto = 5; valor relativo = 50

22. F, V, F, V

23. O sucessor é 99 999 + 1 = 10 000

24. a) 1785 → 1000 + 700 + 80 + 5

b) 53896 → 53 000 + 800 + 90 + 6

c) 9000305 → 9000000 + 300 + 5

25. 5,981 bilhões = 5 981 000 000

26. cinco bilhões e oitocentos e noventa e um milhões → 5 891 000 000

27. Contamos as classes a partir da unidade

658 800 000 000 = 6,588 bilhões

28. Com apenas duas ordens e com os algarismos 1,2 e 3, teremos:

11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32 e 33. Ou seja, podemos escrever 9 números.

29. a) 200 302

b) 4 315 020

30. a) sete milhões

b) quatro milhões setecentos e cinquenta e dois mil e dezessete

c) novecentos e dez

d) sete mil e nove

31. a) 4075 é maior que 4000 → V

b) 6792 é menor que 5700 → F

c) 78 é igual a 2 · 39 → V

d) 1 000 015 é menor que 1 000 007 → F

32. V, F, V, F

33. a) 234 e 243
- b) 324 e 342
- c) 423 e 432
- d) 6

34. 5, 15, 25, 35, 45, 50 a 59 → 16 vezes
(Contando duas vezes no 55)

35.

	5	**6**
5	55	56
6	65	66

A partir da tabela, concluímos que os números são 55, 56, 65 e 66.

36. a) 50 e 51
- b) 267 e 268

37. 102 e 103

38. a) 4 099
- b) 9 920

39. a) 987
- b) 102

40. a) 52
- b) 234

41. a) um trilhão
- b) um quatrilhão
- c) um quinquilhão
- d) um sextilhão

42. a) $420 < 424 < 426 < 428$
- b) $212 > 210 > 200 > 190$
- c)
  - lojas B e D
  - fogão: loja B
    geladeira: loja C
    micro-ondas: loja C

43. 17 e 18

Professor: sugira que o aluno calcule, por aproximação, a partir da metade do número 35.

44. $4\,878 < 6\,786 < 12\,103 < 12\,756 < 142\,984$

45. a) sucessor de A = 3 e sucessor de E = 12
- b) antecessor de B = 4 e antecessor de F = 13
- c) E e F:

46. a) V
- b) F
- c) V
- d) V

47. $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
- a) sim, $7 \in A$
- b) não, $12 \notin A$

48. $A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
$B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

49. $x = 4$ e $y = 8$

50. I) $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
II) a) $0 \in A$
b) $0 \notin B$
c) $6 \in A$
d) $6 \in B$
e) $7 \notin A$
f) $7 \in B$
g) $8 \in A$
h) $8 \in B$

51. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

52. a) sim
- b) sim, pois todos os elementos de A e de B são números naturais.

53. a) $\subset$
b) $\not\subset$
c) $\subset$
d) $\subset$
e) $\not\subset$

54. a) Verdadeira
- b) Verdadeira
- c) Falsa

Respostas da seção Para estudar

55. a) 2009
- b) 623
- c) 47
- d) 3700
- e) 911

56. a) MMCCCXLIV
- b) $\overline{\text{V}}$CDXLVI
- c) MMXIV
- d) $\overline{\text{XX}}$
- e) $\overline{\text{CCC}}$

57.

Bilhões			Milhões			Milhares			Unidades		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
					2	3	4	5	5	5	7
					1	0	0	0	8	7	6
								8	0	0	9
		2	0	0	9	9	9	6	5	4	1

58. a) oito bilhões e trezentos mil; quatro bilhões e novecentos mil e sete bilhões e setecentos mil.
- b) 8 300 000; 4 900 000; 7 700 000
- c) 4 900 000 < 7 700 000 < 8 300 000

59. a) Apogeu: quatrocentos e seis mil e seiscentos e cinquenta e cinco quilômetros

Perigeu: trezentos e cinquenta e seis mil e quinhentos e setenta e sete quilômetros
- b) 356 577 < 384 945 < 406 655

60. a) 100 002
- b) 5 223 000
- c) 2 726 500 000
- d) 91 000
- e) 544 622

61. a) três milhões
- b) dois milhões e setecentos e sessenta e sete mil e oitocentos e nove
- c) setecentos e vinte
- d) sete mil e nove

62. a) duzentos e sessenta e dois
- b) seis mil e oitocentos e noventa e um
- d) noventa e três mil e setecentos e trinta e dois
- e) um milhão e quatrocentos e cincquenta e cinco mil

63. a) quatro mil e nove
- b) nove mil e novecentos e vinte

64. Os números são: 5, 55 e 555. Portanto, são três.

65. a) Verdadeira
- b) Verdadeira
- c) Falsa
- d) Falsa

66. a) 34
- b) 43
- c) dois

67. 88, 89, 98, 99

68. a) 500 e 501
- b) 1001 e 1002

69. a) 58
- b) 321

capítulo 2

Operações com números naturais

- Adição e subtração
- Multiplição
- Divisão
- Potenciação com números naturais
- Raiz quadrada com números naturais


Masterfile/Other Images

Feirante dando troco em feira livre, 2011

Conversa Inicial

Vários povos desenvolveram formas diferentes de ler e escrever os números. Com o desenvolvimento do comércio, a necessidade de contar e representar quantidades se tornou ainda maior, pois as pessoas começaram a trocar suas mercadorias nos mercados, grandes quantidades de carga eram transportadas de uma cidade para outra e passou a ser necessário registrar tudo o que acontecia no comércio.

Foi preciso, então, criar formas de usar os números para fazer cálculos do dia a dia, tais como:

- **juntar quantidades;**
- **tirar uma quantidade de outra;**
- **juntar várias vezes uma mesma quantidade;**
- **repartir uma quantidade em partes iguais.**

Professor: Leia o texto com seus alunos em sala de aula. Comente que o soroban é originalmente um dispositivo chinês, que foi levado para o Japão em torno de 1600 e, ainda hoje, diversos profissionais preferem usá-lo no lugar de uma calculadora. Os especialistas garantem que depois de dominada a técnica, seu uso é muito rápido. As escolas japonesas apresentam o soroban às crianças dos 5 aos 8 anos.

Muitos dispositivos foram criados para ajudar as pessoas a fazer contas. Desde os mais simples, como o *soroban*, milenar instrumento japonês de fazer contas, passando pela Pascaline, construída em 1640 pelo filósofo e matemático francês Blaise Pascal, até as calculadoras, computadores e *tablets* atuais.

Todos estes dispositivos nos ajudam a expandir cada vez mais nossa capacidade de cálculo e garantir a precisão dos números obtidos com as operações que fazemos com eles.

Juntamente com o desenvolvimento dos sistemas de numeração, foi necessário também organizá-los com a criação de inúmeras regras e processos destinados a se operar com os números.

Você, com certeza, já teve contato com as operações fundamentais de **adição**, **subtração**, **multiplicação** e **divisão**, na escola, em casa e em diversas situações no dia a dia. A partir de agora, porém, vamos estudá-las detalhadamente e conhecer as principais propriedades de cada uma das quatros operações matemáticas fundamentais.

As imagens não são proporcionais entre si.


AGE Fotostock/Grupo Keystone

Soroban japonês


The Bridgeman Art Library/Glow Images

A Pascaline criada por Pascal


AGE Fotostock/Grupo Keystone

Tablet


Dinostock/PhotoXperss

Calculadora atual

Adição e Subtração

Você já sabe que **adicionar** significa **juntar**, **somar** ou **reunir** e que **subtrair** significa **tirar** ou **retirar**. Em matemática, essas ações são representadas pelas operações de **adição** cujo o sinal é **+** e **subtração** representada pelo sinal **–**.

Assim, se tivermos, por exemplo, um carro com uma quilometragem de 5 350 km e fizermos uma viagem de 250 km, estaremos **adicionando** esta quantidade à quilometragem anterior, de tal forma que ela atingirá 5 600 km. Por outro lado, se tivermos R$ 60,00 no bolso e fizermos uma compra de R$ 16,00, estaremos **subtraindo** esta quantia do total que tínhamos, ficando com R$ 44,00. Veja como se denominam as parcelas envolvidas nesta subtração:

$$\begin{array}{r l} \mathbf{40} & \leftarrow \text{minuendo} \\ \mathbf{-\ 16} & \leftarrow \text{subtraendo} \\ \hline \mathbf{24} & \leftarrow \text{diferença} \end{array}$$

Professor: é interessante recordar o método do empréstimo, que representa os processos "vai um" e "empresta um", justamente porque é o mais utilizado nas escolas. Normalmente, os alunos os aplicam automaticamente, sem compreendê-los totalmente. Se achar necessário, veja na Assessoria Pedagógica exemplos para recordar.

A subtração também representa situações em que temos uma quantidade ou valor e desejamos saber **quanto falta**, para se chegar a um outro valor.

Suponha, por exemplo, que o odômetro (aparelho que mede a quilometragem rodada por um veículo) acoplado ao velocímetro de um automóvel marque 7 777 km e que o proprietário deseja calcular quantos quilômetros faltam para a revisão dos 10 000 km. A diferença 10 000 – 7 777 = 2 223 representa a quilometragem que falta para a revisão.

Professor: saliente para os alunos a diferença entre **odômetro** e **velocímetro**.

shutterstock

O odômetro do automóvel está marcando 7 777 km.

A subtração também é muito utilizada em situações em que precisamos calcular quantidades excedentes, ou seja, saber **quanto se tem a mais** em relação a uma determinada quantidade ou valor.

Se a população de uma cidade variou de 26 500 habitantes para 29 200, no último censo realizado, podemos dizer que ela tem agora:

29 200 – 26 500 = 2 700 habitantes a mais.

Atividades

1. Analise a seguinte situação:

   Roberto tinha algumas figurinhas. Ele deu 13 para Carlos, ficando com 18. Quantas figurinhas Roberto tinha?

   Para resolver esse problema, o amigo Felipe armou a seguinte operação, na qual a ★ representa o valor desconhecido.

$$\begin{array}{r} \star \\ -\ 13 \\ \hline 18 \end{array}$$

   Observe o que Felipe escreveu e responda às questões propostas, em seu caderno.

   a) Qual operação está indicada?
   A subtração.

   b) Para determinar o número de figurinhas que Roberto tinha, qual operação Felipe deve fazer?
   A inversa da subtração: adição.

   c) Faça em seu caderno essa operação e indique o resultado final.
   18 + 13 = 31

2. Segundo os dados do Ministério da Saúde, até o início de março de 2015, haviam sido confirmadas 1 554 pessoas com febre Chikungunya na cidade de Oiapoque, no estado do Amapá. Dentre essas pessoas, apenas 107 tiveram o resultado confirmado por exames de laboratório. As demais tiveram a confirmação da doença por exames clínicos feito pelos médicos nos próprios hospitais e postos de saúde. Quantas pessoas tiveram a confirmação pelos médicos?
   1 447 pessoas

3. Um ônibus percorreu uma estrada do quilômetro 108 até o quilômetro 240. Quantos quilômetros ele percorreu?
   132 km

4. Você está no quilômetro 380 da rodovia que liga Rio de Janeiro a Salvador. Passará pelo quilômetro 395 e de lá ainda percorrerá 22 quilômetros para chegar ao posto de gasolina favorito e descansar um pouco. Quantos quilômetros o separam do posto?
   37 km

5. Paulo tinha R$ 132,00 e gastou R$ 68,00 na compra de um tênis. Além disso, deve pagar R$ 35,00 que devia para a Gisele.

   a) Depois de comprar o tênis, com quantos reais Paulo ficou? R$ 64,00

   b) Para pagar Gisele, faltou ou sobrou dinheiro? Quanto? Sobrou R$ 29,00

Relação fundamental da subtração

Nas atividades realizadas até aqui, pudemos perceber que existe uma equivalência entre as operações de adição e subtração, que são operações inversas. Essa equivalência é chamada **relação fundamental da subtração**:

minuendo – subtraendo = diferença ↔ diferença + subtraendo = minuendo

Em outras palavras, adicionando a diferença ao subtraendo obtemos o minuendo. O símbolo ↔ deve ser lido como “equivale”. Observe o exemplo:

$$\mathbf{15 - 3 = 12 \quad \leftrightarrow \quad 12 + 3 = 15}$$

Atividades

6. Resolva, no seu caderno, as operações a seguir e confira os resultados, usando a propriedade fundamental da subtração.

a) 58 693 – 14 966 = ★ 43 727

b) 14 900 – 8 963 = ★ 5 937

c) 10 963 – 1 800 = ★ 9 163

7. Resolva os problemas.

a) Diogo completou 19 anos em 1997. Em que ano ele nasceu? 1978

b) Michele nasceu em 1997. Quando ela fará 25 anos? 2022

8. Faça os cálculos e determine: quantos anos você terá em 2020? E em que ano você fará 50 anos? Resposta pessoal.

9. Quanto vale ▼ nas operações a seguir?

a) 471 + ▼ = 875 404

b) ▼ + 104 = 1 244 1 140

10. Numa adição, uma parcela é 2 177 e a soma é 3 840. Qual é a outra parcela? 1 663

11. Numa subtração, o minuendo é 755 e a diferença é 383. Qual é o subtraendo? 372

12. As figuras a seguir são **quadrados mágicos**, nos quais **a soma dos números nas colunas é igual à soma nas linhas e à soma das diagonais**. Nos três casos, preencha os números faltantes.

a)

▥	1	6
3	5	▥
4	▥	2

8	1	6
3	5	7
4	9	2

b)

4	▥	8
▥	5	1
2	▥	6

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Atividade lúdica e Cálculo mental

c)

1	▥	▥	4
12	6	7	9
▥	10	11	5
13	3	2	▥

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	8	2	16

Desafio

Descubra os algarismos que faltam em cada uma das subtrações a seguir e escreva em seu caderno a resposta:

a)

$$\begin{array}{r} 8\ \bigstar\ \bigstar \\ -\ \bigstar\ 7\ 6 \\ \hline 1\ 7\ 7 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} \bigstar\ 3\ \bigstar\ 4 \\ -\ 1\ \bigstar\ 5\ 2 \\ \hline 3\ \bigstar\ 6\ 2 \end{array}$$

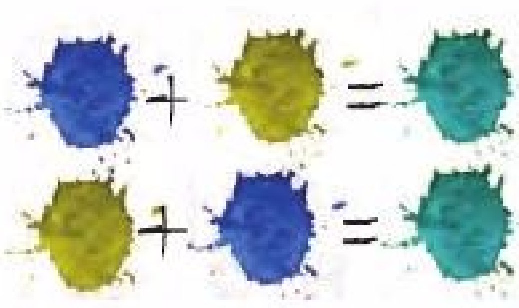
c)

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 2\ \bigstar \\ -\ \bigstar\ \bigstar\ \bigstar\ 7 \\ \hline 1\ 8\ \bigstar\ 4 \end{array}$$

Propriedades da Adição

Propriedade comutativa

Observe bem as duas adições a seguir:



Fernanda Youssef

$$\left.\begin{array}{r} 3 + 4 = 7 \\ 4 + 3 = 7 \end{array}\right\} 3 + 4 = 4 + 3$$

É fácil perceber que essa igualdade ocorre com quaisquer dois números naturais, pois é uma propriedade da adição.

A ordem das parcelas não altera a soma.

O termo ***comutar*** é sinônimo de ***trocar***.

Propriedade associativa

Observe agora as duas adições, onde ocorre a variação da posição dos parênteses:

$$\left.\begin{array}{r} (3 + 9) + 15 = 12 + 15 = 27 \\ 3 + (9 + 15) = 3 + 24 = 27 \end{array}\right\} (3 + 9) + 15 = 3 + (9 + 15)$$

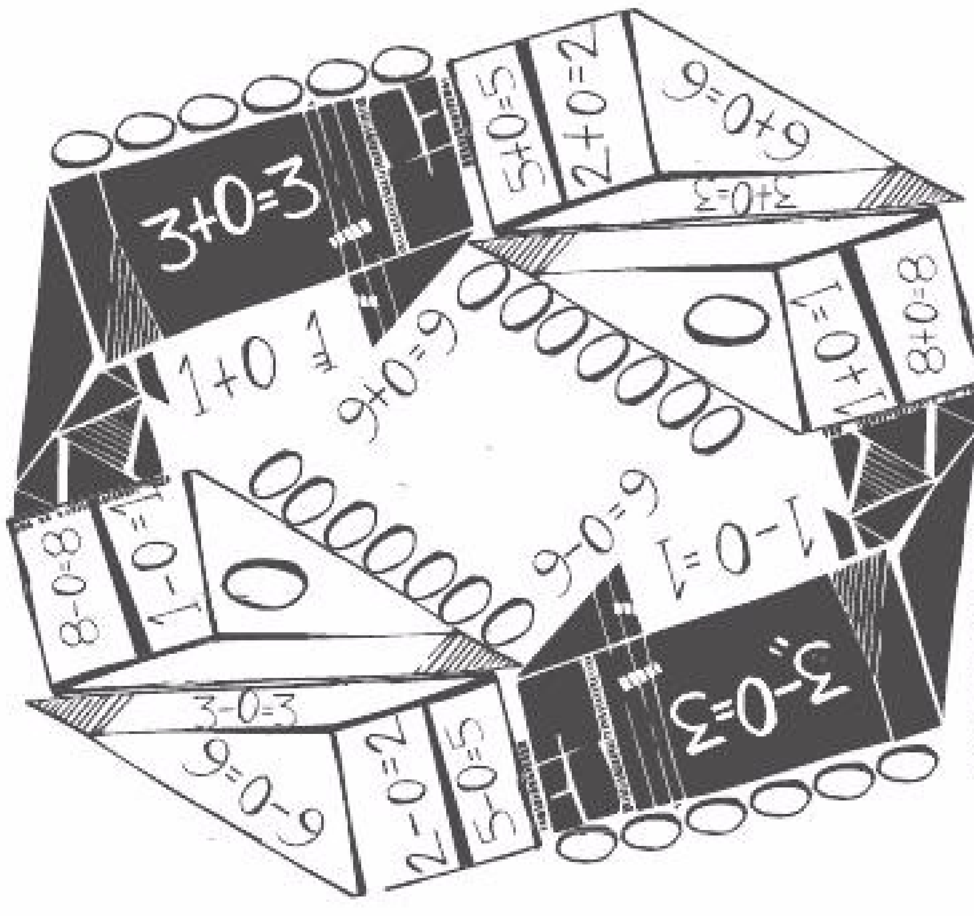
Em (3 + 9) + 15, associamos primeiro 3 com 9, e só depois associamos essa soma com 15. Já no caso de 3+ (9 + 15), associamos 9 com 15 e depois com 3.

A igualdade das somas obtidas deve-se a uma propriedade denominada **associativa**.

Uma soma de números naturais não se altera se associarmos as parcelas de formas distintas.

Propriedade da existência do elemento neutro

É intuitivo que se fizermos, por exemplo, 23 + 0 = 23, a parcela 0 não altera a soma. Isso acontece com qualquer número natural, pois o zero é o **elemento neutro** da adição. A palavra neutro significa indiferente. Isso significa que é indiferente somar ou não somar zero a qualquer número natural.



Fernanda Youssef

Quando adicionamos zero a um número qualquer, a soma será o próprio número.

Atividades

13. Que número natural deve ser colocado no lugar de ★?

a) 27 + 26 = 26 + ★ 27

b) (14 + 26) + 32 = 14 + (★ + 35) 23

c) 29 + ★ = 37 8

d) 0 + ★ = 315 315

14. Resolva mentalmente e diga qual é o número natural que deve ser colocado no lugar de ★?

a) 27 + 96 = 28 + ★ 95

b) 27 + 96 = 29 + ★ 94

c) 27 + 96 = 40 + ★ 83

15. Com o uso da calculadora, efetue e verifique a propriedade comutativa da adição em cada caso.

a) 56 + 32 = 88
32 + 56 = 88

b) 987 + 78 = 1065
78 + 987 = 1065

c) 1 356 + 789 = 2 145
789 + 1 356 = 2 145

d) 1 459 + 654 = 2 113
654 + 1 459 = 2 113

16. Copie em seu caderno e calcule o valor da soma dos números naturais de 1 a 9 da forma como indicamos a seguir:

a) 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 =
45

b) Associando, duas a duas, as parcelas dos extremos:

(0 + 9) + (1 + 8) + (2 + 7) + (3 + 6) + (4 + 5) =
45

! Professor: Destaque a prática de estimativas nessas atividades com cálculo mental. Além disso, o uso da calculadora só faz sentido se os alunos conseguirem estimar, caso contrário torna-se pouco útil. É importante observar que as atividades dessa página não devem se resumir à mera verificação de resultados. O desenvolvimento em sala de aula deve também incluir as justificativas matemáticas desses resultados. Explore isso.

17. Observe como foi feita a soma abaixo.

$$842 + 368 = \underbrace{800 + 40 + 2}_{842} + \underbrace{300 + 60 + 8}_{368} = 1\,100 + 100 + 10 = 1\,210$$

Utilizando o mesmo tipo de decomposição, faça as somas a seguir:

a) 963 + 447 = 1410

b) 1 258 + 852 = 2 110

c) 749 + 654 + 521 = 1 924

18. Calcule mentalmente 6 525 + 2 175.
8 700

19. Calcule mentalmente:

a) 940 + 250 = 1 190

b) 1 974 + 3 = 1977

c) 6 + 2 753 = 2759

d) 99 + 2 = 101

e) 3 + 999 = 1002

! Cálculo mental

20. Resolva, mentalmente, os problemas a seguir.

a) Uma padaria recebeu uma encomenda de 250 pãezinhos. Já estão prontos 120. Quantos ainda faltam ser feitos?
130

b) Para um coquetel, foram encomendadas 4 centenas de salgados, entre empadas, coxinhas e pastéis. Foram encomendadas: 150 empadas e 100 coxinhas. Quantos pastéis foram encomendados?
150

c) A diferença entre as idades de Ana Maria e Bruna, hoje, é de 8 anos. Se Ana Maria e Bruna têm mais que 15 anos, qual era a diferença entre essas idades há 10 anos?
8 anos

d) Se Gustavo tivesse mais 58 reais, ele poderia comprar um tênis, que custa 132 reais e ainda lhe sobrariam 20 reais. Quanto ele tem?
94 reais

21. Num certo jogo de videogame doméstico, Frederico, André e Bruna disputaram um torneio de três partidas. ! Ler tabela

	Partida 1	Partida 2	Partida 3
Frederico	12 060	12 200	1 580
André	11 960	11 900	13 500
Bruna	8 020	12 180	14 590

Diga quem venceria o torneio se eles tivessem combinado que:

a) vence quem ganhar maior número de partidas Frederico

b) vence quem fizer o maior número de pontos numa só partida (ou seja, desprezam-se os dois piores resultados) Bruna

c) vence quem somar maior número de pontos nas três partidas. André

Expressões numéricas envolvendo a adição e a subtração

Chamamos de expressão numérica toda expressão matemática que envolve números e operações.

As expressões numéricas são utilizadas para traduzir e resolver diversas situações do nosso dia a dia.

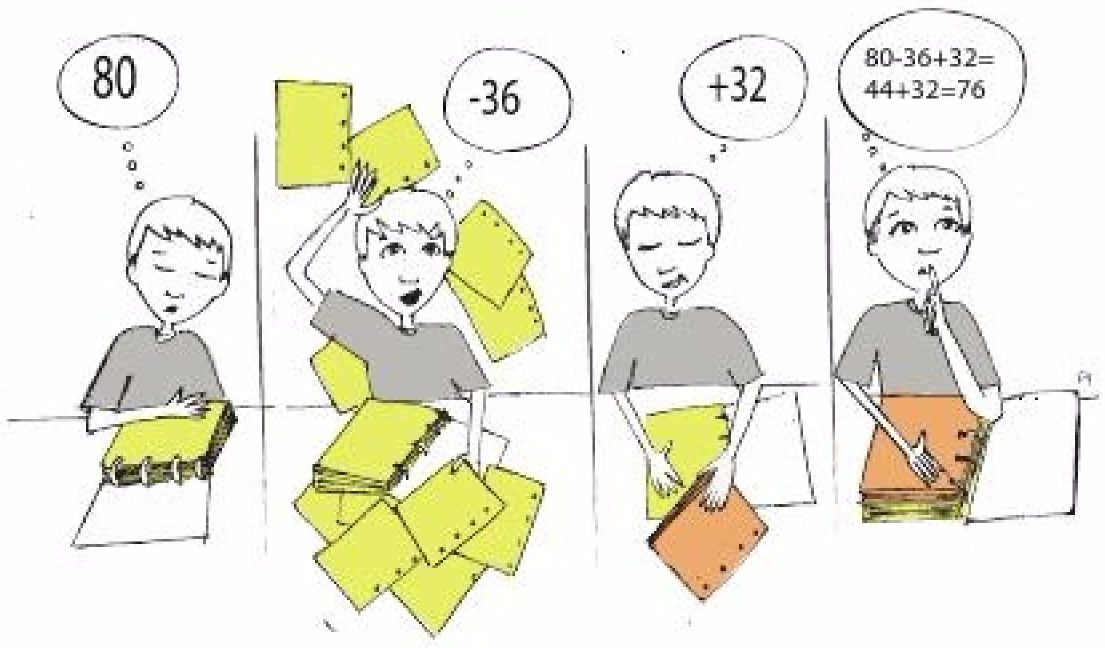
Leia com atenção cada situação apresentada a seguir para entender como cada uma delas foi traduzida e resolvida através de uma expressão numérica.

1ª situação

Pedro tinha 80 folhas no seu fichário. Ele retirou 36 dessas folhas que já estavam usadas e colocou outras 32 em branco. Quantas folhas o fichário de Pedro tem agora?

80 **– 36 + 32 = 44 + 32 = 76**

O fichário de Pedro tem agora 76 folhas.



Fernanda Youssef

2ª situação

Um trem partiu para uma viagem com 372 passageiros. Na primeira estação em que parou, desceram 28 passageiros e subiram outros 46. Na segunda estação, não subiu ninguém e desceram 19 passageiros. Quantos passageiros ficaram nesse trem após a segunda estação?

372 – 28 + 46 – 19 = 344 + 46 – 19 = 390 – 19 = 371

Após a segunda estação, ficaram no trem 371 passageiros.

Analisando as duas situações, podemos perceber que nas expressões que envolvem apenas adições e subtrações efetuamos as operações na sequência em que elas aparecem na expressão.

Existem, porém, algumas expressões numéricas onde, para traduzirmos de forma mais organizada a situação a que elas se referem, é necessário agrupar operações, indicando uma hierarquia dentro da expressão. Nesses casos, são utilizados os sinais de associação: **parênteses ( ), colchetes [ ] e chaves { }**.

Quando uma expressão numérica contém sinais de associação a ordem que deve ser seguida para efetuarmos as operações por eles indicadas é:

1º → parênteses ( )
2º → colchetes [ ]
3º → chaves { }

Observe nos exemplos a seguir como resolvemos duas expressões numéricas que contêm sinais de associação.

Professor: proponha aos alunos o cálculo mental dos passos executados na resolução dos exercícios.

a) $41 - [\,27 - \underbrace{(\,4 + 8\,)}\,] =$

1º passo: eliminação dos parênteses

$= 41 - \underbrace{[\,27 - 12\,]} =$

2º passo: eliminação dos colchetes

$= 41 - 15 =$

$= 26$

b) $83 - \{\,42 + [\,28 - \underbrace{(\,9 - 3\,)} + 1\,]\,\} =$

1º passo: eliminação dos parênteses

$= 83 - \{\,42 + \underbrace{[\,28 - 6 + 1\,]}\,\} =$

simplificação no interior dos colchetes

$= 83 - \{\,42 + \underbrace{[\,22 + 1\,]}\,\} =$

2º passo: eliminação dos colchetes

$= 83 - \underbrace{\{\,42 + 23\,\}} =$

3º passo: eliminação das chaves

$= 83 - 65 =$

$= 18$

Professor: destaque a importância das expressões numéricas para solução de problemas cotidianos. Mencione que por meio do conhecimento das operações básicas da matemática, bem como da interpretação dos dados contidos nas expressões, podemos organizar o problema, extrair suas informações principais, transformá-lo num modelo matemático e efetuar os cálculos para obter sua resolução.

Nesse caso, antes da eliminação dos colchetes procedemos à simplificação das operações indicadas em seu interior. Isso pode ocorrer também na eliminação de parênteses ou de chaves.

Atividades

22. Calcule o valor de cada expressão a seguir.

a) 49 – 28 + 9 30

b) 63 + 45 – 6 – 3 99

c) 113 – 57 + 16 – 9 63

d) 71 – 39 – 15 17

e) 107 – 63 –18 + 24 50

f) 231 – 94 + 39 176

23. As expressões seguintes são formadas pelos mesmos números e os mesmos sinais de operações. Resolva estas expressões em seu caderno e analise os resultados.

a) 39 – 23 – 8 + 3 11

b) 39 – (23 – 8 + 3) 21

c) 39 – 23 – (8 + 3) 5

d) 39 – [23 – (8 + 3)] 27

Argumentar

Em seguida, explique por que os resultados encontrados foram diferentes.

24. Abaixo, temos algumas igualdades falsas. Copie cada uma dessas igualdades em seu caderno e acrescente só **parênteses** ( ) ou **parênteses** ( ) e **colchetes** [ ] a essas igualdades, de tal maneira que elas se tornem verdadeiras.

a) 20 – 8 + 7 = 5 20 – (8 + 7) = 5

b) 12 + 18 – 10 + 4 = 16 12 + 18 – (10 + 4) = 16

c) 26 – 10 + 6 – 5 = 15 26 – (10 + 6 – 5) = 15

d) 30 + 12 – 5 + 3 = 40 30 + 12 – 5 + 3 = 40

e) 26 – 18 + 4 – 1 + 3 = 8 26 – 18 + 4 – (1 + 3) = 8

f) 30 – 18 + 3 – 15 – 2 = 22
[30 – (18 + 3 – 15)] – 2 = 22

25. A mãe de Laura decidiu preparar todos os doces e salgadinhos em casa para economizar no custo de sua festa de aniversário. No cardápio terá 1 centena de brigadeiros, 7 dezenas de beijinhos, 60 cajuzinhos, 6 dezenas de balas de coco, 5 dezenas coxinhas, 1 centena de bolinhas de queijoe 5 dezenas de mini cachorros quentes.

a) Quantos salgados serão preparados pela mãe de Laura para essa festa?
200 salgados

b) E quantos doces serão preparados?
290 doces

26. Resolva as expressões:

a) 45 – (7 + 8) – 30 0

b) 40 – (30 – 10) – (8 + 4) 8

c) 28 – [(8 + 7) – 9] 22

d) [80 – (18 + 50) – 2] – 4 6

e) 51 – { 24 – [(13 + 15) – 20]} 35

f) { 8 + [(10 + 12) – (8 + 6)]} – 7 9

27. Escreva a expressão numérica correspondente às operações indicadas em cada caso. Se necessário, utilize parênteses.

a) Somei 12 com 35 e subtraí 7 do resultado.
(12 + 35) – 7

b) Dividi 10 000 pela diferença entre 750 e 250. 1000 : (750 – 250)

c) Somei 80 ao triplo de 20 e subtraí a diferença entre 10 e 8.
(80 + 3 · 20) – (10 – 8)

28. Nesta atividade, as letras A, B , C, D, E e F devem representar algarismos diferentes.

a) Substitua cada letra por um algarismo de modo que se obtenha a maior soma possível ACE + BDF

$$\begin{array}{r} \text{ACE} \\ +\ \text{BDF} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 975 \\ +\ 864 \\ \hline 1839 \end{array}$$

b) Substitua cada letra por um algarismo diferente de zero de modo que, nesse caso, se obtenha a menor soma possível ACE + BDF

$$\begin{array}{r} \text{ACE} \\ +\ \text{BDF} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 135 \\ +\ 246 \\ \hline 381 \end{array}$$

Multiplicação

Multiplicar significa somar um determinado número de vezes um mesmo número. Vamos calcular, por exemplo, quantas laranjas existem numa caixa com 5 dúzias de laranja.

Cada dúzia possui 12 laranjas. Assim, a caixa com 5 dúzias, possuirá 60 laranjas. Observe:

Onion/Dreamstime

Caixas com laranjas.

$$\underbrace{12 + 12 + 12 + 12 + 12}_{\text{5 vezes o número 12}} = 5 \cdot 12 = 60$$

- O sinal de multiplicação é **×** ou • (a partir deste ponto, utilizaremos o sinal • para representar a mutiplicação).
- Costumamos usar expressões especiais em algumas multiplicações. Veja alguns exemplos:

expressão	significado	exemplo
O dobro de	2 vezes	dobro de 5 = 2 · 5 = 10
O triplo de	3 vezes	triplo de 9 = 3 · 9 = 21
O quádruplo de	4 vezes	quádruplo de 25 = 4 · 25 = 100

Professor: explore muito este exemplo, pois ele tem aplicações práticas em nosso cotidiano. Proponha ao aluno a compra de uma moto, carro, casa, computador ou qualquer outro bem nas seguintes condições: R$ 0,01 no 1º dia; R$ 0,02 no 2º dia; R$ 0,04 no 3º dia; e assim sucessivamente, com as prestações dobrando a cada dia, por 30 dias. Pergunte ao aluno se a compra é vantajosa. Veja nas Orientações Pedagógica a solução desse exemplo e outras sugestões.

Desafio

Atividade lúdica

Afirmam os pacientes matemáticos que é possível escrever, com quatro quatros, todos os números inteiros, desde 0 até 100.

(Adaptado de *O homem que calculava*. Malba Tahan- Record 1999)

Organize um grupo de três colegas e faça a atividade proposta a seguir.

Veja alguns exemplos:

1 = 44 ÷ 44	7 = (4 + 4) - (4 ÷ 4)
3 = (4 + 4 + 4) ÷ 4	12 = (44 + 4) ÷ 4
5 = [(4 · 4) + 4] ÷ 4	15 = (44 ÷ 4) + 4
6 = 4 + [(4 + 4) ÷ 4]	36 = [4 · (4 + 4)] + 4

Fernanda Youssef

Escreva, com quatro quatros, utilizando as quatro operações, uma expressão que seja igual a cada um dos números a seguir:

2, 8, 9, 16, 17, 20, 28, 43 e **88**

Atividades

29. Um caderno de 100 páginas tem 28 linhas por página. Quantas linhas tem esse caderno?
2 800 linhas

30. Utilizando uma calculadora, como seria possível calcular a soma abaixo digitando o menor número de teclas?

$$127 + 127 + 127 + 127 + 127 + 127 + 127 =$$

Fazendo $7 \cdot 127 = 889$

31. Numa gaveta há 13 notas de R$ 10,00, 6 notas de R$ 50,00 e 8 notas de R$ 100,00. Qual o maior valor que uma pessoa poderia conseguir retirando 15 notas da gaveta?
R$ 1 110,00

32. Quantos azulejos inteiros foram gastos para cobrir a parede atrás da pia e do fogão na cozinha da foto abaixo? Desconsidere a última fileira à direita, atrás do fogão, formada por frações de azulejos. $25 \cdot 6 = 150$ azulejos

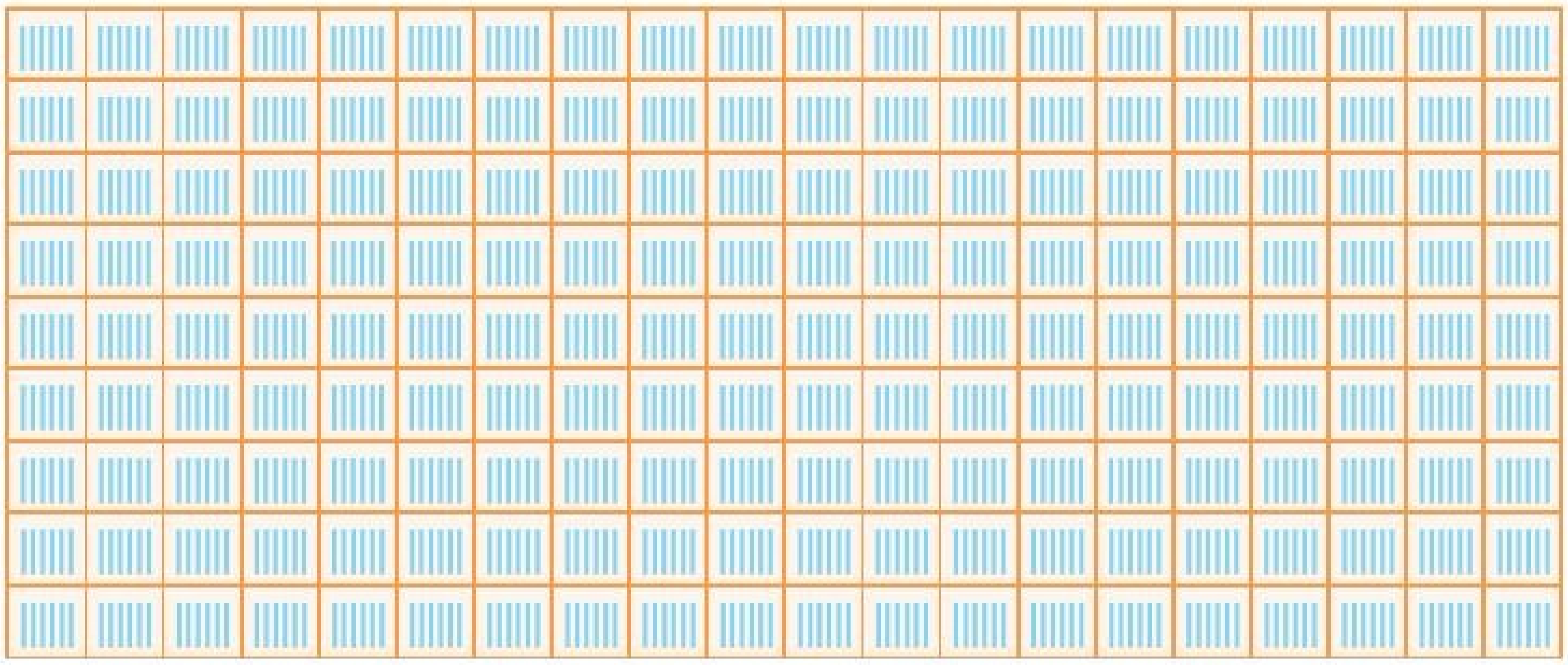
Interpretar figura


Alexandre Zveiger/Fotolia

Pia com parede de azulejos.

Professor: verifique se os alunos compreenderam bem as atividades 32 e 33, pois cálculos de áreas e volumes são excelentes para entender as propriedades da multiplicação, que serão tratadas no próximo tópico.

33. Na malha quadriculada abaixo, cada quadradinho representa um azulejo. Copie a malha em seu caderno e desenhe 3 retângulos diferentes, usando 24 azulejos para cada um deles. Pinte cada retângulo com uma cor diferente. Depois, escreva uma multiplicação que indique a quantidade de azulejos que cobre cada retângulo que você desenhou. Resposta pessoal.



Conexão

Professor: O princípio multiplicativo constitui a ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar seus elementos. Leia o texto e escreva no quadro os exemplos, explicando cada etapa do raciocínio multiplicativo.

O princípio multiplicativo

Suponha que um rapaz em viagem possua em sua mala duas calças (uma lisa e uma estampada), duas camisas (uma de manga comprida e outra de manga curta) e dois pares de sapatos (um preto e um marrom). Observe na figura abaixo, que este rapaz tem oito possibilidades diferentes de combinar as calças, camisas e sapatos que possui.

Cinthia Yamasaki

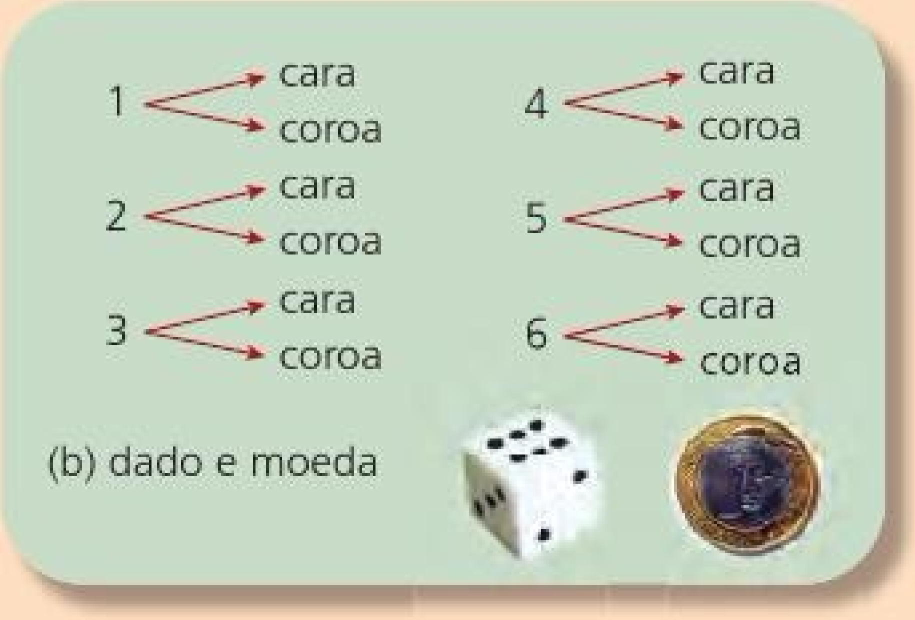
Percebe que o cálculo das combinações possíveis entre 2 calças, 2 camisas e 2 pares de sapato se faz por meio da multiplicação:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Considere agora que tenhamos uma moeda e um dado, e que nos interessa determinar quantas combinações são possíveis ao lançarmos a **moeda** (que pode nos fornecer cara ou coroa), e, em seguida o **dado** (que pode nos fornecer as faces 1, 2, 3, 4, 5 e 6).

(a) moeda e dado

ou



(b) dado e moeda

Cinthia Yamasaki

Note que as duas figuras, que descrevem o lançamento da moeda e depois do dado e vice-versa, apresentam 12 combinações possíveis, uma vez que o número de combinações não depende da ordem de lançamentos que utilizarmos. Essas duas possibilidades se obtêm escrevendo:

$$2 \cdot 6 = 6 \cdot 2 = 12$$

Propriedades da multiplicação

Professor: Escreva no quadro os exemplos de cada propriedade da multiplicação.

Acompanhe cada um dos exemplos a seguir para compreender a validade das principais propriedades da multiplicação.

1º exemplo

- **Propriedade comutativa**

Considere o quadro abaixo, onde estão representadas as igualdades de alguns produtos.

$14 \cdot 3 = 42$	$3 \cdot 14 = 42$
$120 \cdot 2 = 240$	$2 \cdot 120 = 240$
$10 \cdot 272 = 2720$	$272 \cdot 10 = 2720$

Observe que os produtos representados numa mesma linha do quadro são iguais mesmo trocando-se a ordem dos fatores.

Em uma multiplicação, a ordem dos fatores não altera o produto. Essa propriedade é chamada de **propriedade comutativa da multiplicação.**

2º exemplo

- **Propriedade associativa**

Observe, agora, a igualdade dos produtos constantes de uma mesma linha no quadro abaixo.

$3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$	$(3 \cdot 4) \cdot 5 = 60$	$3 \cdot (4 \cdot 5) = 60$
$5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 120$	$5 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4) = 120$	$(5 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 4) = 120$

Nas multiplicações expressas em uma mesma linha do quadro, os fatores foram agrupados de formas distintas sem que o produto fosse alterado.

Em uma multiplicação de três ou mais fatores, a maneira de agruparmos os fatores não altera o produto. Essa é a **propriedade associativa da multiplicação**.

3º exemplo

- **Propriedade da exixtência do elemento neutro**

Quando multiplicamos um número por **1** o produto obtido é igual ao próprio número. Observe no quadro:

$\mathbf{9} \cdot 1 = 1 \cdot \mathbf{9} = \mathbf{9}$
$\mathbf{36} \cdot 1 = 1 \cdot \mathbf{36} = \mathbf{36}$
$\mathbf{352} \cdot 1 = 1 \cdot \mathbf{352} = \mathbf{352}$

Nesse caso o número 1 é denominado de **elemento neutro** da multiplicação.

A multiplicação de qualquer número natural por 1 dá como produto o próprio número. Por isso, dizemos que o número 1 é o **elemento neutro da multiplicação**.

4º exemplo

- **Propriedade distributiva**

Em cada linha do quadro a seguir há uma expressão numérica resolvida de duas maneiras diferentes.

2 · (5 + 3) = 2 · 8 = **16**	2 · (5 + 3) = 2 · 5 + 2 · 3 = 10 + 6 = **16**
3 · (8 + 5) = 3 · 13 = **39**	3 · (8 + 5) = 3 · 8 + 3 · 5 = 24 + 15 = **39**

Note que em cada uma das linhas obtivemos o mesmo resultado da multiplicação de um número por uma soma, quando multiplicamos esse número por cada parcela da soma.

Para multiplicar um número natural por uma soma de dois ou mais números naturais, podemos multiplicar esse número por cada uma das parcelas da adição, e, em seguida, adicionar os resultados obtidos. Essa é a **propriedade distributiva da multiplicação** em relação à adição.

Atividades

34. Resolva as expressões seguintes em seu caderno e verifique se existe a propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração.

a) 5 · (7 – 3) 20
c) 2 · (10 – 3 – 1) 12
b) 5 · 7 – 5 · 3 20
d) 2 · 10 – 2 · 3 – 2 · 1 12

35. Resolva as expressões, aplicando a propriedade distributiva.

a) 8 · (3 + 2) 40
c) 3 · (12 – 4) 24
b) 5 · (4 + 1 + 3) 40
d) 7 · (9 – 2 – 5) 14

36. Calcule os produtos.

Argumentar

a) 8 · 0 0
b) 0 · 12 0
c) 6 · 0 · 8 0
d) 2 · 6 · 0 0
e) 0 · 3 052 · 15 346
f) 512 · 0 · 1 200 · 642 0

Observando os resultados dessas expressões, o que você pode concluir a respeito do fator 0 (zero) em uma multiplicação? Escreva sua conclusão em seu caderno.

37. Responda mentalmente:

a) Qual é a forma mais rápida de de calcular

42 + 42 + 42 + 42 + 42 +
+ 42 + 42 + 42 + 42? 378

b) Qual é o produto quando um dos fatores é 1? Será sempre o próprio número

c) Qual é o produto quando um dos fatores é 0? Será sempre zero

d) Quais são os dois fatores iguais que multiplicados resultam o produto 121? 121

38. Um vídeo game de lutas marciais tem dois comandos. Cada comando tem quatro posições: para a frente, para trás, à esquerda e à direita. Por exemplo: quando o comando da mão esquerda está para frente, e o outro está para a esquerda, aplica-se este golpe: chute-no-alto-de-lado. De quantos modos podem ser combinados os movimentos dos dois comandos para a aplicação dos diferentes golpes? 8 diferentes golpes.

Desafio

Uma lancha desloca-se em linha reta a 90 km/h. Uma outra navega na mesma linha reta a 100 km/h, distante 20 km da primeira. Suponha que nenhuma das duas pare e nem mude de direção, depois de quanto tempo a segunda lancha alcançará a primeira?

A cada hora, a lancha de velocidade 100 km/h aproxima-se 10 km da outra lancha. Logo, demorará 2 horas para alcançá-la.

Iara Venazi/Kino

Lancha se deslocando no mar.

Expressões numéricas envolvendo a multiplicação

Considere a seguinte expressão numérica.:

$$5 + 3 \cdot 6 - 4$$

Professor: não deixe de enfatizar a prioridade das multiplicações sobre as somas e subtrações. Para que o aluno possa automatizar esta regra, escreva as sentenças destacando espaços maiores para as multiplicações. Veja exemplos na Assessoria Pedagógica.

Observe que essa expressão envolve adição, multiplicação e subtração.

Para resolver expressões desse tipo, devemos seguir duas regras básicas:

1ª) resolver primeiro as multiplicações.

2ª) resolver as adições e subtrações, na sequência em que elas aparecem.

Assim:

$5 + \underbrace{3 \cdot 6} - 4$ → Em primeiro lugar, resolvemos a multiplicação.

$\underbrace{5 + 18} - 4$ → Em seguida, resolvemos a adição, pois ela aparece antes da subtração.

$23 - 4 = 19$ → Por fim, resolvemos a subtração.

Fernanda Youssef

Atividades

Linguagem matemática

39. Resolva os problemas em seu caderno, transformando as situações apresentadas em cada um deles em expressões numéricas.

a) Na compra de um automóvel, uma pessoa deu 4500 reais de entrada e o restante pagou em 48 prestações iguais de 526 reais. Qual será o custo final do automóvel?
$4500 + 48 \cdot 256 = 29748$

b) Num avião, estavam presentes 8 tripulantes e 86 passageiros. Numa de suas escalas, desceram 21 passageiros e subiram 17. Com quantas pessoas o avião levantou voo depois desta escala?
$8 + 86 - 21 + 17 = 90$

40. Maria Clara e Kátia foram ao supermercado e encontraram a placa abaixo com os preços de alguns produtos.

Ler tabela

Presunto	R$ 12,00 por kg
Queijo prato	R$ 9,00 por kg
Rosbife	R$ 14,00 por kg
Carne moída	R$ 16,00 por kg

Responda:

a) Maria Clara comprou 1 kg de carne moída, 2 kg de rosbife e 1 kg de presunto. Quanto ela pagou? R$ 56,00

b) Kátia tinha uma nota de R$ 50,00 para pagar sua compra. Ela comprou 2 kg de queijo prato e 1 kg de rosbife. Quanto ela recebeu de troco? R$ 18,00

Argumentar

41. Junte-se a um colega e analisem como resolvemos esta expressão.

$88 - \{3 + [1 + 4 \,.\, (12 - 9) - 2 \cdot 4]\}$
resolver as operações dentro dos parênteses.
$88 - \{3 + [1 + 4 \cdot 3 - 2 \cdot 4]\}$
observar os sinais antes dos parênteses.
$88 - \{3 + [1 + 12 - 8]\}$
efetuar as multiplicações antes das adições e subtrações.
$88 - \{3 + [13 - 8]\}$
efetuar as operações dentro dos colchetes.
$88 - \{3 + 5\}$
efetuar as operações dentro das chaves.
$88 - 8 = 80$

Agora, escreva um parágrafo em seu caderno, explicando os passos a foram seguidos na resolução da expressão.

42. Numa gaveta há 13 notas de R$ 10,00, 6 notas de R$ 50,00 e 8 notas de R$ 100,00. Uma pessoa vai tirar 17 notas da gaveta, sem olhar.

a) Qual é o valor máximo que ela poderá pegar? R$ 1 130,00

b) E o valor mínimo? R$ 330,00

43. Calcule o valor das seguintes expressões:

a) $8 + 3 \cdot 7 - 4 \,.\, 6$ 5

b) $8 + 3 \cdot (7 - 4) \,.\, 6$ 62

c) $(8 + 3) \cdot 7 - 4 \cdot 6$ 53

d) $[12 + 2 \cdot 4 - (34 - 27)] \cdot 5$ 65

e) $38 - [(7 + 8) \cdot 2 - 4 \,.\, 7] \cdot 16$ 6

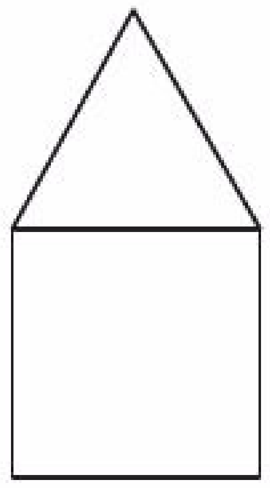
f) $18 + 5 \cdot \{21 + 4 \cdot [46 - 6 \cdot (29 - 3 \cdot 8)]\}$ 443

44. Num estacionamento estão estacionados 43 carros e 12 motos. Que número encontraríamos se contássemos o total de rodas do estacionamento? 196 rodas

45. Cláudio deve pintar a figura a seguir:

O triângulo pode ser pintado de azul, abóbora ou roxo e o quadrado de amarelo, verde ou vermelho.

De quantos modos diferentes Cláudio pode pintar a figura? 9



46. Diga quantas voltas dá por dia cada um desses ponteiros de um relógio:

a) o ponteiro menor, que indica as horas
24 vezes.

b) o ponteiro maior, dos minutos
1440 vezes.

Divisão

Professor: explore os exemplos das páginas a seguir, pois eles têm aplicações práticas no dia a dia. Faça a leitura do texto com seus alunos e, no quadro, destaque os principais pontos da leitura e os exemplos.

Dividir significa **partir** ou **repartir em partes iguais**.

Suponha, por exemplo, que você precise repartir 80 páginas de um fichário para 4 matérias da escola. É muito fácil perceber que cada matéria receberá 20 páginas.

Essa divisão é uma **divisão exata**, ou seja, **não restarão páginas** após a divisão. Dizemos, então, que é uma divisão com **resto 0**.

Mas, e se você tivesse 82 páginas para dividir para as quatro matérias? Você as dividiria em quatro grupos de 20 páginas e sobrariam 2 páginas, concorda?

Neste caso, temos uma **divisão com resto 2**.

A divisão também pode ser entendida como uma operação que nos permite verificar quantas vezes uma quantidade cabe dentro de outra. Se numa escola, por exemplo, existem 112 alunos e, numa olimpíada interna, desejarmos montar equipes com 16 alunos cada, poderemos formar 112 : 16 = 7 equipes. Em outras palavras, **cabem 7 equipes de 16 alunos nos 112 alunos da escola**.

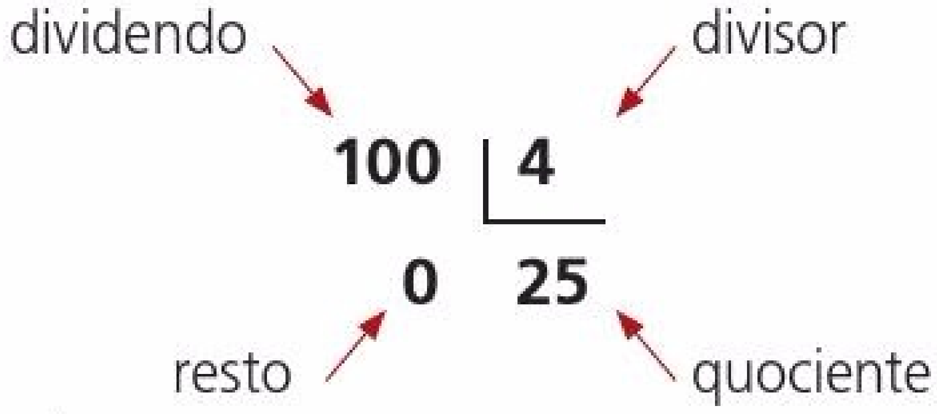

Robert Latawiec/Dreamstime

Fichário.

Os sinais utilizados para indicar a divisão são ÷ ou **:**

A a divisão é operação inversa da multiplicação

Observe na divisão de 100 por 4, os nomes dos valores envolvidos:



Agora considerando a mesma operação **100 : 4 = 25**, se multiplicarmos o quociente 25 pelo divisor 4, teremos novamente o dividendo 100.

Por essa razão, dizemos que a multiplicação e a divisão são **operações inversas**.

Relações entre dividendo, divisor, quociente e resto

A partir do fato de que a operação inversa da multiplicação é a divisão, podemos verificar que existe, entre essas duas operações, uma relação muito importante, denominada **relação fundamental da divisão exata**. Suponha, por exemplo, que precisamos organizar 156 laranjas em dúzias.

Para saber quantas dúzias teremos, fazemos a divisão abaixo e, depois, para conferir o cálculo, efetuamos a operação inversa, ou seja, a multiplicação.

$$\begin{array}{r|l} 156 & 12 \\ \cline{2-2} 36 & 13 \text{ dúzias} \\ 0 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 12 \\ \times\ 13 \\ \hline 156 \end{array}$$

Observe que:

> Numa **divisão exata**, o quociente multiplicado pelo divisor é igual ao dividendo.

Se 156 : 12 = 13, então 13 · 12 = 156.

dividendo : divisor = quociente ⇒ quociente · divisor = dividendo

Imagine agora que precisamos distribuir 47 lápis de cor em 5 caixas, colocando, em cada uma, a mesma quantidade. Ao distribuir os lápis nas cinco caixas, percebemos que sobram dois lápis. Para verificarmos se fizemos a divisão dos lápis de maneira correta, efetuamos os cálculos seguintes.

$$\begin{array}{r|l} 47 & 5 \\ \cline{2-2} 2 & 9 \end{array} \xrightarrow{\textit{verificação}} \begin{array}{r} 5 \\ \times\ 9 \\ \hline 45 \\ +\ 2 \\ \hline 47 \end{array}$$

Observe que:

> Numa **divisão não exata**, o produto do quociente pelo divisor adicionado ao resto é igual ao dividendo.

$$\begin{array}{r|l} 47 & 5 \\ \cline{2-2} 2 & 9 \end{array} \longrightarrow 9 \cdot 5 + 2 = 47$$

quociente · divisor + resto = dividendo

Divisão por zero

Não existe divisão por zero. Para entender melhor, acompanhe os dois raciocínios a seguir:

a) Imagine, por exemplo, a divisão **7 : 0**

Considerando a relação fundamental, o resultado dessa divisão deveria ser um número que multiplicado por 0 resultasse 7. Este número não existe, pois, qualquer número multiplicado por 0 resulta 0;

b) Suponha que desejássemos fazer a divisão **0 : 0**.

Neste caso, o resultado deveria ser um único número que, multiplicado por 0, resultasse 0. Porém, como qualquer número multiplicado por 0 resulta 0, esta divisão teria infinitos resultados, ao invés de um único.

> Podemos dizer que, para qualquer número natural não nulo não existe a divisão por zero e que a divisão de zero por zero é indeterminada.

Atividades

Responder no seu caderno.

47. Colocando 500 refrigerantes em caixas de 24 refrigerantes, teremos certo número de caixas completas e mais uma, incompleta.

a) Quantas serão as caixas completas? 20 caixas completas

b) Na caixa incompleta, quantos serão os refrigerantes? 1 caixa incompleta com 20 refrigerantes

48. Numa loja, Ana e Maura compraram uma TV por R$ 380,00. Ana e Maura iam dividir igualmente essa despesa, mas Ana lembrou que estava devendo R$ 70,00 para Maura. Para acertarem a dívida, quanto cada uma deve pagar na loja? Ana – R$ 260,00 Maura – R$ 120,00

49. Pensei em um número e multipliquei-o por 38. Obtive 1 102. Em que número pensei? 29

50. Numa multiplicação, o produto é 3 819 e um dos fatores é 19.
Qual é o outro fator? 201

51. Quando se divide um certo número natural por 102, encontra-se quociente 13 e resto 5. Qual é esse número natural? 1331

52. Lucas desejava obter o resultado da divisão de 864 por 144. Contudo sua calculadora está com defeito e só funciona a tecla da subtração. Como você pode ajudá-lo a fazer essa operação? Subtrair 144 de 864 sucessivamente por 6 vezes e verificar se sobra resto zero.

53. Na calculadora: ! Usar calculadora

a) Verifique se 880 : 18 é uma divisão exata. não é exato

b) Se não for, verifique qual é o maior número divisível por 18, menor que 880? 864

c) Calcule o resto da divisão 880 : 18 16

54. Usando novamente a calculadora, descubra o resto da divisão nos seguintes casos:

a) 420 : 23 resto 6

b) 864 : 11 resto 6

c) 7 420 : 23 resto 14

d) 15 647 : 321 resto 239

55. Sete pessoas, juntas, sempre compram duas caixas de laranja e, depois, as dividem igualmente. Quando sobram menos de 7 laranjas, elas sorteiam as laranjas que restaram para uma dessas pessoas.

Diga quantas laranjas cada pessoa (as seis mais a sorteada) recebe quando as caixas têm um total de:

a) 150 laranjas

b) 151 laranjas

c) 152 laranjas

d) 153 laranjas

e) 154 laranjas

f) 155 laranjas

	cada pessoa (exceto a sorteada	a pessoa sorteada
a)	21	21 + 3 = 24
b)	21	21 + 4 = 25
c)	21	21 + 5 = 26
d)	21	21 + 6 = 27
e)	22	22 + 0 = 22
f)	22	22 + 1 = 23

Propriedades da Subtração e da Divisão

Até aqui estudamos mais detalhadamente as quatro operações fundamentais e as propriedades da Adição e da Multiplicação. Vamos agora verificar a validade das propriedades estudadas para a Subtração e a Divisão.

Propriedade comutativa

Será que na subtração e na divisão também vale a propriedade comutativa? Observe os dois exemplos a seguir:

- 12 – 7 = 5, mas não conseguimos efetuar 7 – 12 com os números naturais;
- 20 ÷ 10 = 2, mas também não conseguimos efetuar 10 ÷ 20 com os números naturais.

Podemos concluir que a subtração e a divisão não possuem a propriedade comutativa.

Propriedade associativa

Acompanhe os exemplos:

$$(7 - 3) - 2 \neq 7 - (3 - 2)$$

$$(24 \div 4) \div 2 \neq 24 \div (4 \div 2)$$

Professor: enfatize as propriedades da divisão. Escreva no quadro as partes do texto em destaque. Veja mais exemplos na Assessoria Pedagógica.

Da mesma forma, concluímos que a subtração e a divisão não possuem a propriedade associativa.

Por outro lado, a **subtração** admite uma propriedade que é extremamente importante no estudo de Matemática. Para compreendê-la, acompanhe as duas subtrações a seguir:

$$\begin{array}{rcr} \mathbf{724} & \xrightarrow{+\,45} & \mathbf{769} \\ \mathbf{-\,458} & \xrightarrow{+\,45} & \mathbf{-\,503} \\ \cline{1-1}\cline{3-3} \mathbf{266} & & \mathbf{266} \end{array}$$

Note que adicionamos 45 ao minuendo e ao subtraendo e a diferença continuou a mesma. Essa propriedade pode ser aplicada a qualquer subtração:

Somando ou subtraindo um mesmo número do minuendo e do subtraendo, a diferença não se altera.

Há um modo prático de entender essa propriedade, basta acompanhar acompanhar a idade de duas pessoas. Com o passar dos anos, as idades delas mudam, mas a diferença entre as duas idades não muda.

Da mesma maneira, a divisão exata tem uma propriedade semelhante.

Veja na divisão a seguir o que ocorre se multiplicarmos o dividendo e o divisor por 7:

$$\begin{array}{r|l} 200 & 4 \\ \cline{2-2} 0 & \mathbf{50} \end{array} \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c} 200 \cdot \mathbf{7} = 1\,400 \\ \text{e} \\ 4 \cdot \mathbf{7} = 28 \end{array}} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 1\,400 & 28 \\ \cline{2-2} 0 & \mathbf{50} \end{array}$$

Professor: podemos utilizar um exemplo geométrico que mostre por que multiplicar o dividendo e o divisor pelo mesmo número diferente de zero não altera o quociente. Crie um exemplo no quadro que evidencie essa questão. Veja na Assessoria Pedagógica uma sugestão.

Veja agora o que ocorre se dividirmos o dividendo e o divisor por 2:

$$\begin{array}{r|l} 200 & 4 \\ \cline{2-2} 0 & \mathbf{50} \end{array} \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c} 200 : \mathbf{2} = 100 \\ \text{e} \\ 4 \cdot \mathbf{2} = 2 \end{array}} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & \mathbf{50} \end{array}$$

Se multiplicarmos ou dividirmos o **dividendo** e o **divisor** por um **mesmo** número não nulo, o quociente não se altera.

Atividades

Responder no seu caderno

56. Chico e Maria tinham R$ 120,00 juntos. Sabendo que:

- Chico recebeu R$ 30,00 e Maria gastou R$ 18,00;
- Chico gastou R$ 30,00 e Maria recebeu R$ 18,00;
- Chico gastou R$ 42,00 e Maria gastou R$ 24,00;
- Chico deu R$ 50,00 para Maria.

Depois de tudo isso, quanto João e Maria passaram a ter juntos? R$ 54,00

57. Responda mentalmente:

As divisões abaixo possuem resultado zero ou impossível. Fale a resposta em cada caso:

a) 0 : 45 = 0

b) 67 : 0 = 0

c) 0 : 145 = impossível

d) 9 : 0 = impossível

58. Escreva a razão pela qual as três operações de cada item têm resultados iguais.

a) 17 – 8, 117 – 108 e 4 117 – 4 108

b) 12 ÷ 4, 120 ÷ 40 e 1 200 ÷ 400

Multiplicando ou dividindo o dividendo e o divisor por um mesmo número não nulo, o quociente não se altera

59. Que número natural deve ser colocado no lugar de ★ ?

a) 20 ÷ 4 = 80 ÷ ★ 16

b) 15 – 2 = ★ – 13 26

c) 36 ÷ ★ = 12 ÷ 2 6

d) 90 – 12 = 80 – ★ 2

60. Quais são os possíveis restos da divisão de um número natural por 6?
0, 1, 2, 3, 4 ou 5

61. Analogamente, quais são os possíveis restos da divisão de um número natural por 3?
0, 1 ou 2

62. Eu tenho 12 anos e meu irmão tem 16.

a) Quando eu tiver a idade que hoje ele tem, que idade ele terá?
20 anos

b) Quando ele tinha a metade da idade que eu tenho hoje, qual era a minha idade?
2 anos

c) quantos anos terei quando ele tiver a dobro da idade que tem hoje?
28 anos

63. Você sabia que para fazer uma divisão por 5 basta multiplicarmos o número por 2 e, a seguir, dividirmos o resultado por 10?

Veja: 960 : 5

960 · 2 = 1 920 e depois 1 920 : 10 = 192

Então calcule mentalmente:

a) 780 : 5
780 · 2 = 1560 e depois 1560 : 10 = 156

b) 13 245 : 5
13245 · 2 = 26490 e depois 26490 : 10 = 2649

c) 8 765 : 5
8765 · 2 = 17530 e depois 17530 : 10 = 1753

Expressões numéricas envolvendo a divisão

Considere a expressão:

$$24 + 10 \cdot 3 : 5$$

Observe que essa expressão envolve adição, multiplicação e divisão. Para resolver expressões desse tipo, devemos observar as seguintes regras de cálculo:

- Primeiro, fazemos as multiplicações e as divisões, na ordem em que aparecem.
- Em seguida, fazemos as adições e as subtrações, na ordem em que aparecem.

Resolvendo a expressão acima, temos:

$24 + \underbrace{10 \cdot 3} : 5 \rightarrow$ Em primeiro lugar fazemos a multiplicação, que tem preferência sobre a adição e aparece antes da divisão.

$24 + \underbrace{30 : 5} \rightarrow$ Em seguida, resolvemos a divisão, que tem preferência sobre a adição.

$24 + 6 = 30 \rightarrow$ Por último fazemos a adição.

Veja, agora, como procedemos em outra expressão:

$$[(5 \cdot 12 + 18) : 6 - 3] + [1 + (8 : 2 + 2)]$$

$[(\underbrace{5 \cdot 12} + 18) : 6 - 3] + [1 + (\underbrace{8 : 2} + 2)] \rightarrow$ Resolvemos as multiplicações e as divisões contidas nos parênteses.

$[(\underbrace{60 + 18}) : 6 - 3] + [1 + (\underbrace{4 + 2})] \rightarrow$ Em seguida, fazemos as adições contidas nos parênteses.

$[\underbrace{78 : 6} - 3] + [1 + 6] \rightarrow$ Depois resolvemos a divisão contida nos colchetes.

$[13 - 3] + [1 + 6] \rightarrow$ Finalmente, calculamos a subtração e a adição contidas nos colchetes.

$10 + 7 = 17$

Sempre é bom lembrar que os sinais de associação ( ), [ ] e { }, quando aparecem, devem ser resolvidos na seguinte ordem:

1º) ( ) parênteses;

2º) [ ] colchetes

3º) { } chaves.

Fernanda Youssef

Atividades

64. Resolva em seu caderno as expressões numéricas a seguir:

a) $3 + 7 \cdot 2 - 42 : 6$ 10

b) $(28 : 4) \cdot (8 : 2)$ 28

c) $(18 + 36 : 9) : 2 - 2 \cdot 4$ 3

d) $30 : (5 + 1) + (13 - 10) \cdot 9$ 32

e) $82 - [3 \cdot (32 + 25 - 42) : 9]$ 77

f) $100 - [50 + 2 \cdot (5 + 3) - 3 \cdot (9 - 1)]$ 58

g) $[45 - (3 \cdot 5 - 2)] : 8$ 4

h) $48 - 4 \cdot [125 : 5 - (8 - 36 : 6)] : 2$ 2

65. Somei 40 com 22 e multipliquei esta soma por 5. Do produto obtido, subtraí 10.

a) Indique a sequência de operações, na forma de uma expressão numérica. $(40 + 22) \cdot 5 - 10$

b) Calcule o resultado desta expressão. 300

66. Resolva os problemas, transformando as situações apresentadas em expressões numéricas.

a) André tinha R$ 32,00. Seu pai dividiu igualmente entre ele e seus dois irmãos uma quantia de R$ 504,00. Com quantos reais André ficou? R$ 284,00

b) Márcia comprou 4 pacotes de balas com 24 balas em cada pacote e distribuiu as balas igualmente entre seus 6 sobrinhos. Quantas balas recebeu cada sobrinho? 16 balas

! Interpretar texto

67. Ao receber seu salário, uma pessoa paga R$ 800,00 de aluguel e deposita na poupança esse mesmo valor. Fazendo isso, ainda sobram R$ 900,00 para despesas. Qual o salário dessa pessoa? R$ 2 500,00

68. Em um jantar de 8 pessoas a conta foi de R$ 96,00 e, no mesmo restaurante, outro jantar de 10 pessoas custou R$ 300,00. Se as pessoas dos dois jantares resolverem se juntar e dividir as despesas das duas contas, quanto cada uma irá pagar? R$ 22,00

69. Num jogo de futebol, o preço dos ingressos de arquibancada é R$ 30,00 e o das numeradas R$ 50,00. Se a renda das numeradas foi de R$ 60 000,00 e o público total presente foi de 10 560 pessoas, qual foi o público das arquibancadas e a renda total do jogo.
público arquibancada = 9 360 pessoas
renda do jogo = R$ 340 800,00

Noamfein/Dreamstime

Público em jogo de futebol no estádio do Maracanã, Rio de Janeiro, RJ, 2014.

70. Eu e meu irmão temos uma conta de poupança cada um. Na minha conta eu sempre tenho o triplo do que meu irmão tem. Se hoje ele tem R$ 200,00, quanto eu terei no dia em que ele tiver o que eu tenho hoje? R$ 1 800,00

Para estudar

71. Uma empresa tem um escritório e uma fábrica. No escritório trabalham 375 pessoas e na fábrica, 5 439. Quantas pessoas trabalham na empresa?

72. Um ônibus percorreu uma estrada do quilômetro 88 ao 140. Quantos quilômetros ele percorreu?

73. Você abasteceu no posto Beija Flor, no quilômetro 280 da rodovia que liga Rio de Janeiro a Salvador. Passará pelo quilômetro 345 e de lá ainda percorrerá 89 quilômetros antes de parar para descansar no posto Colibri. Qual a distância percorrida entre os dois postos?

74. Luciano tinha R$ 122,00 e gastou R$ 89,00. Ele ainda pretende pagar R$ 45,00 que deve para a Magali.

a) Depois do gasto, com quanto Luciano ficou?

b) Para pagar a Magali, faltou ou sobrou dinheiro? Quanto?

75. Meu tio fez uma compra para pagar em três parcelas: R$ 72,00 de entrada e mais duas prestações de R$ 48,00 cada. No total, quanto ele pagou?

76. No sábado corri 1 200 metros. No domingo corri 400 metros a mais que no sábado.

a) Quantos metros corri no domingo?

b) Quantos metros corri no fim de semana?

77. Para pagar R$ 267,00 dei ao caixa três notas de R$ 100,00. Ele ainda pediu R$ 17,00 para facilitar o troco, e eu dei.

a) Quanto veio de troco?

b) Quanto viria se eu não tivesse dado os R$ 17,00?

78. Resolva os problemas.

a) João fez 12 anos em 2007. Em que ano ele nasceu?

b) Nena nasceu em 2010. Quando ela fará 25 anos?

79. Quantos anos você terá no ano 2020? E em que ano você fará 40 anos?

80. Numa adição, uma parcela é 2 177 e a soma é 3 840. Qual é a outra parcela?

81. Numa subtração, o minuendo é 755 e a diferença é 383. Qual é o subtraendo?

82. Roseli tem 7 anos a mais que Mariana e 8 a menos que Roberta. Represente as idades delas numa semirreta e, depois, responda: quantos anos Roberta tem a mais que Mariana?

83. Bete tem 7 anos a mais que Mariana, que tem 8 anos a menos que Roberta. Represente as idades delas numa semirreta e, depois, responda: qual é a diferença entre as idades de Bete e de Roberta? Qual das duas é a mais velha?

84. Quanto vale ▼ em: ▼ – 117 = 302?

85. Quanto vale ▼ em: ▼ + 117 = 302?

86. Ana tem 6 anos a mais que Karine, e Beatriz tem 15 anos a menos que Denise, que tem 8 anos a mais que Ana. Beatriz é mais nova do que Ana? Quantos anos?

87. Todas as flores de um mesmo pé de margaridas costumam ter o mesmo número de pétalas. Quantas pétalas tem um pé de margaridas com 26 flores de 13 pétalas cada?

88. Um caderno de 160 páginas tem 28 linhas por página. Quantas linhas tem esse caderno?

89. Uma escola tem 16 salas de aula, com 28 carteiras por sala. Quantas carteiras possui a escola?

90. Num trem de 8 vagões, cada vagão tem 28 poltronas de dois lugares cada. Além disso, permite-se que, em cada vagão, até 20 pessoas viajem em pé. Qual é a lotação máxima permitida nesse trem?

91. Responda:

a) A divisão de 780 por 16 é uma divisão exata?

b) A divisão de 626 por 17 é uma divisão exata?

92. Quando se divide um certo número natural por 25, encontra-se quociente 3 e resto 3. Qual é esse número natural?

93. Em cada caso a seguir, existe algum número natural que pode ser colocado no lugar de ▼? Qual?

a) 16 × 365 = ▼

b) ▼ × 56 = 1 232

c) 3 × ▼ = 20

d) 72 × ▼ = 482

e) ▼ : 14 = 51

f) ▼ : 61 = 83

94. Em cada caso a seguir, existe algum número natural que possa ser colocado no lugar de ▼ para se obter uma sentença verdadeira? Se existir, qual é o número?

a) 1 237 + ▼ = 1 896

b) 5 606 – ▼ = 614

c) ▼ – 319 = 319

d) 4 × ▼ = 30

e) 118 × ▼ = 4 130

f) ▼ : 5 = 567

95. Efetue:

a) 400 – 6 × 8 + 104 : 2

b) 400 – 300 : 2 + 25 × 2

96. Efetue:

a) 10 + 240 : 30 : 2 + 13

b) 150 – 2 × 3 × 5 + 10

97. Calcule o valor das expressões.

a) 400 – 6 × (8 + 104) : 2

b) 100 + 7 × (19 + 3) + 5

98. Calcule o valor das expressões.

a) 123 – [30 – (5 × 4 – 2) : 6]

b) 100 + 3 × [8 – (4 + 3 × 2) : 5]

99. Apresente o resultado de:

a) 30 – 40 : (8 – 3) : 2

b) 100 – 413 × (20 – 5 × 4) + 1

c) 400 – {10 – [30 : (30 – 0 : 17)] – 1}

d) 27 + {14 + 3 × [100 : (18 – 4 × 2) + 7]} : 13

100. Quanto vale ▼?

a) 18 × (33 × 26) = (26 × 18) × ▼

b) 345 × ▼ = 345

c) 17 × (25 + 44) = 17 × 25 + 17 × ▼

d) 23 × (112 – 14) = 23 × 112 – ▼ × 14

Potenciação com números naturais

No estudo das operações fundamentais você aprendeu que a multiplicação é uma adição de números iguais. Agora observe o que acontece em uma multiplicação de números iguais. Para isso, considere este produto:

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{5 fatores}}$$

Ele pode ser indicado de modo abreviado da seguinte maneira:

2^5 (lemos: *dois elevado à quinta potência* ou simplesmente *dois à quinta*)

Nesse tipo de indicação, o número de baixo é chamado **base** da potência e é o fator que será multiplicado por ele mesmo tantas vezes quanto apontar o número de cima, que é denominado **expoente** da potência.

Assim, em $2^5 = 32$ temos:

- o **expoente** 5 indica o número de vezes que o número 2 será multiplicado por si mesmo;
- a **base** 2 é o fator que se repete na multiplicação;
- a **potência** 32 é o produto obtido.

Potenciação é uma multiplicação de fatores iguais.

Professor, um erro comum cometido pelos alunos na resolução de potências é multiplicar a base pelo expoente. Por exemplo: 2^3 é erradamente indicado por 6. Enfatize a maneira correta de se calcular as potências. Outro erro comum é distribuir o expoente entre parcelas, por exemplo: $(3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2 =$ $= 9 + 4 = 13$. Destaque que o resultado certo desta conta é $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$.

Veja alguns exemplos:

$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ (dizemos: *três elevado à terceira potência é igual a 27* ou *três à terceira é 27*)

$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$ (dizemos: *dez elevado à quarta potência é igual a 10 000* ou *dez à quarta é 10 000*)

Quadrado e cubo

Quando o expoente de uma potência for 2, dizemos que sua base está elevada **ao quadrado**.

Por exemplo:

5^2 (cinco ao quadrado ou o quadrado de cinco)

3^2 (três ao quadrado ou o quadrado de três)

10^2 (dez ao quadrado ou o quadrado de dez)

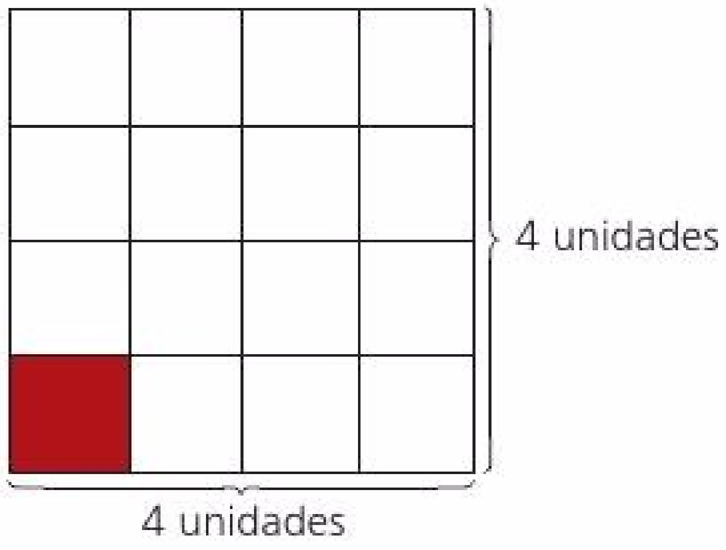
Quando trabalhamos com potências de expoente 3, costumamos dizer que a base da potência está elevada **ao cubo**.

Por exemplo:

2^3 (dois ao cubo ou o cubo de dois)

10^3 (dez ao cubo ou cubo de 10)

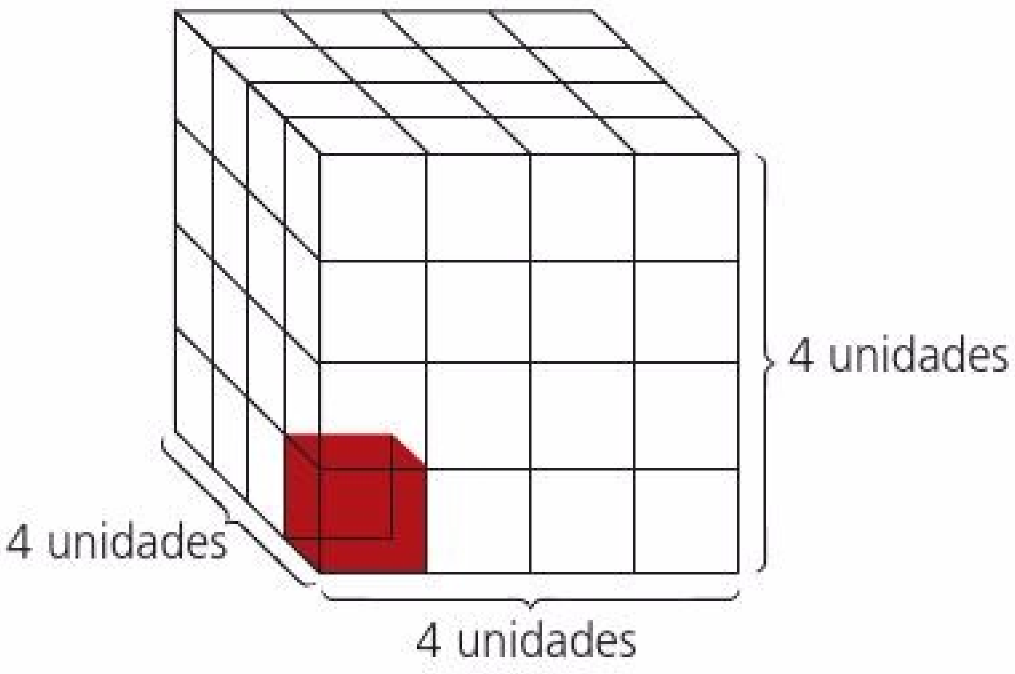
A expressão **ao quadrado** relaciona-se com a figura de um quadrado. Observe:



Os 16 quadrados menores formam um quadrado maior com 4 quadrados menores em cada lado. Observe que existe uma relação entre 4^2 (quatro ao quadrado) com um quadrado de lado 4.

Da mesma forma, a expressão **ao cubo**, relaciona-se com a figura de um cubo.

Professor: Reproduza as figuras no quadro e destaque a representação do quadrado e do cubo enquanto explica a ideia da potenciação aos seus alunos.



O cubo maior é formado de 64 pequenos cubos, tendo 4 pequenos cubos em cada uma de suas dimensões.

Veja que, nesse caso, podemos dizer que $4^3 = 64$ (*quatro ao cubo é igual a* 64).

Potências com expoentes 1 e 0

Quando temos uma potência com expoente 1, como, por exemplo, 3^1, o expoente 1 indica que o número 3 será o único fator, ou seja:

$$\mathbf{3^1 = 3}$$

Toda potência de um número natural com expoente 1 resulta no próprio número natural.

Veja alguns exemplos:

$$\mathbf{6^1 = 6} \qquad \mathbf{17^1 = 17} \qquad \mathbf{10^1 = 10}$$

Para verificar o significado de uma potência de expoente zero, acompanhe os quadros a seguir, nos quais estão potências de 10 em ordem decrescente de expoentes (do maior para o menor).

$10^4 = 10\,000$
$10^3 = 1\,000$
$10^2 = 100$
$10^1 = 10$
$10^0 =$??????

Veja que os expoentes de 10 diminuem de 1 em 1 e as potências vão sendo divididas por 10. Assim, a próxima potência do quadro será:

$$\mathbf{10^0 = 1}$$

Esse raciocínio pode ser feito para qualquer potência, desde que a base seja diferente de zero. Mais adiante, veremos que as potências de números não nulos com expoente zero são todas iguais a 1.

> Todo número natural diferente de zero elevado ao expoente zero tem como potência o número 1.

Veja alguns exemplos:

- $2^0 = 1$
- $5^0 = 1$
- $12^0 = 1$

Atividades

Responder no seu caderno.

101. Represente como potência e calcule os seguintes produtos:

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ a) 81
b) $25 \cdot 25$ b) 625
c) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ c) 243
d) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ d) 3 125

102. Efetue:

a) 3^2 a) 9
b) 6^4 b) 1 296
c) 5^4 c) 625
d) 4^3 d) 64
e) 11^2 e) 121
f) 10^5 f) 100 000

103. Escreva as potências descritas a seguir e calcule cada valor:

a) a potência de base 2 e de expoente 6
$2^6 = 64$
b) a potência de base 3 e de expoente 1
$3^1 = 3$
c) 20 elevado à terceira
$20^3 = 8\,000$
d) 7 elevado à segunda potência
$7^2 = 49$

104. Copie e escreva o valor de:

a) 7^0 $7^0 = 1$
b) 7^1 $7^1 = 7$
c) 1^0 $1^0 = 1$
d) 1^7 $1^7 = 1$

105. A potência de base 4 e expoente 5 é igual a potencia de base 5 e expoente 4?
Não. $4^5 = 1024$ e $5^4 = 625$

106. Elabore outros exemplos onde você troca a base com o expoente. A seguir, discuta com seu colega e explique o porquê esse fato ocorrer?
Conclusão: a potenciação não é comutativa

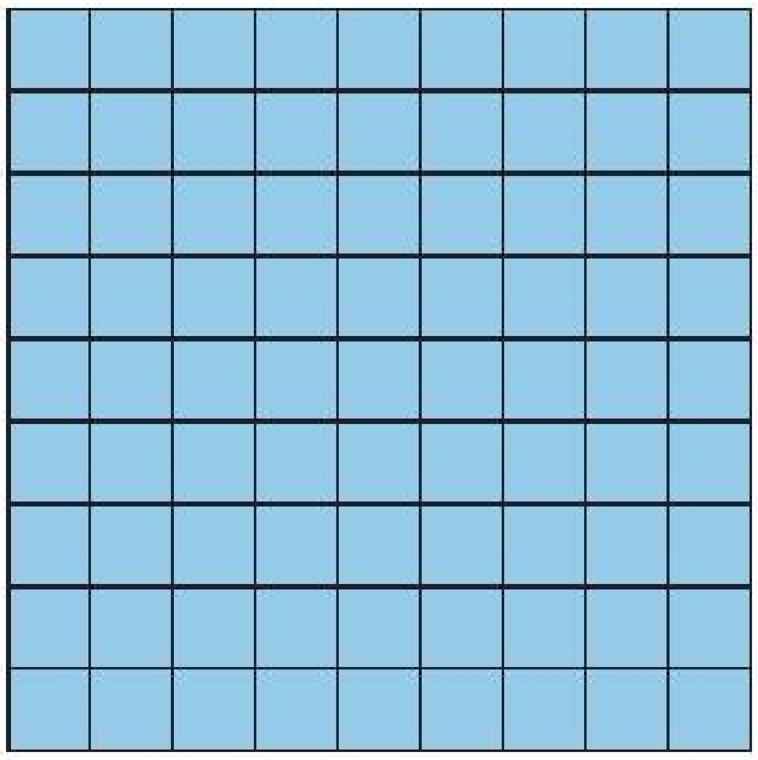
107. Utilizando a forma de representação de potências, copie e represente os seguintes produtos:

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ a) $5^4 = 625$
b) $10 \cdot 10$ b) $10^2 = 100$
c) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ c) $3^5 = 243$
d) $x \cdot x$ d) x^2
e) $a \cdot a \cdot a$ e) a^3

108. Calcule o valor de:

a) 2^3 a) 8
b) 2^5 b) 32
c) 3^4 c) 81
d) 20^2 d) 400
e) 12^2 e) 144

109. Observe o quadrado da figura a seguir.

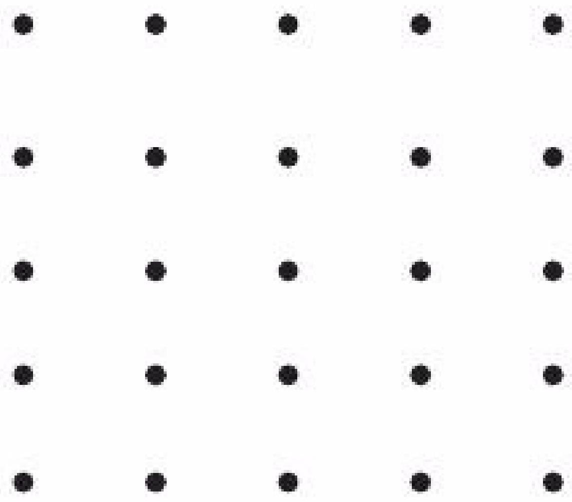


a) Escreva quantos quadradinhos tem a figura, utilizando potências de 9; 9^2
b) Faça o mesmo utilizando potências de 3 3^4

110. Escreva na forma de uma potência de 10:

a) Cem mil a) 10^5
b) Um milhão b) 10^6
c) Dez milhões c) 10^7

111. É possível dispor 25 pontos na forma de um quadrado como o da figura a seguir.



Se for possível, desenhe um quadrado semelhante com:

a) 9 pontos ! Interpretar texto
b) 16 pontos Construções no caderno.

112. Calcule as seguintes potências de 10:

a) 10^1 a) 10 d) 10^4 d) 10 000
b) 10^2 b) 100 e) 10^5 e) 100 000
c) 10^3 c) 1 000 f) 10^6 f) 1 000 000

113. Calcule as potências a seguir. Atenção: elimine o parênteses antes da potenciação.

a) $(3 + 1)^2$ a) 16
b) $(5 - 3 + 1)^3$ b) 27
c) $(4 + 1 - 3)^5$ c) 32

114. Num sábado, duas pessoas conhecem um segredo. No domingo, cada uma delas conta o segredo a outra pessoa. Na segunda-feira, cada pessoa que conhece o segredo conta o mesmo a uma nova pessoa. Quantas pessoas conhecerão o segredo na quinta-feira, se cada pessoa que o conhece continuar contando a uma nova pessoa? 32 pessoas

Raiz quadrada com números naturais

Veja o que ocorre quando elevamos um número natural ao quadrado e, depois fazemos o caminho inverso. Vamos, por exemplo, elevar 3 ao quadrado e fazer o caminho inverso.

$$3 \xrightarrow{\text{elevando ao quadrado}} 3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

Fazer o caminho, ou a operação inversa, é responder à seguinte pergunta: *qual é onúmero que, elevado ao quadrado resulta 9*?

$$? \xrightarrow{\text{elevando ao quadrado}} 9$$

Ao responder essa pergunta, estamos extraindo a *raiz quadrada* de 9:

$$9 \xrightarrow{\text{extraindo a raiz quadrada}} 3$$

O símbolo que utilizamos para representar a raiz quadrada de 9 é:

$\sqrt{\mathbf{9}}$ (lemos: raiz quadrada de 9).

Então:

$$9 \xrightarrow{\text{extraindo a raiz quadrada}} \sqrt{9} = 3$$

Podemos, então, definir:

> A raiz quadrada de um número natural é um número que, elevado ao quadrado, resulta neste número natural, e que é indicado com o símbolo $\sqrt{\ }$.

Por exemplo, vamos procurar a raiz quadrada de 64.

Precisamos encontrar um número que, elevado ao quadrado, dê 64. Este número é o 8, pois $8^2 = 64$, ou:

$$\sqrt{\mathbf{64}} = \mathbf{8} \text{ pois } \mathbf{8^2 = 64}$$

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X^2	1	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$11^2 = 121$	$12^2 = 144$	$13^2 = 169$	$14^2 = 196$	$15^2 = 225$	$16^2 = 256$	$17^2 = 289$	$18^2 = 324$	$19^2 = 361$	$20^2 = 400$

Professor: destaque no quadro a representação da raiz quadrada e destaque a definição com exemplos. Se achar conveniente, construa em sala de aula uma tabela com os quadrados perfeitos de 1 a 20, destacando a operação inversa em cada caso.

Professor: Destaque que a fatoração auxilia o cálculo da raiz quadrada de números e mostre no quadro a decomposição em fatores primos, por exemplo: $\sqrt{100} = \sqrt{2^2 \cdot 5^2} = 2 \cdot 5 = 10$ Pois,

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 1 \\ 1 & \end{array}$$

Atividades

115. O número 983 pode ser decomposto assim:

$$9 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3 \cdot 1$$

Transformando 100, 10 e 1 em potências de 10, podemos escrever 983 assim:

$$9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

Utilizando este modelo, escreva em seu caderno com potências de 10, os seguintes números:

a) 15 913 $10^4 + 5 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 10^1 + 3 \cdot 10^0$

b) 281 345 $2 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

c) 1 000 000 10^6

d) 1 000 125 $10^6 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

116. O número 72 pode ser escrito como:

$$72 = 8 \cdot 9$$

Se escrevermos o fatores 8 e 9 na forma de potência, 72 pode ser escrito como:

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

Com base nesse exemplo, transcreva para o caderno e complete a tabela a seguir:

Número	Fatores	Número com fatores em potências
24	$24 = 8 \cdot 3$	
36	$36 = 4 \cdot 9$	
75	$75 = 3 \cdot 25$	
196	$196 = 4 \cdot 49$	
450	$450 = 2 \cdot 9 \cdot 25$	

Número com fatores em potências
$24 = 2^3 \cdot 3$
$36 = 2^2 \cdot 3^2$
$75 = 3 \cdot 5^2$
$196 = 2^2 \cdot 7^2$
$450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

117. Responda: quais são os dois números naturais que elevados ao quadrado resultam neles mesmos? 0 e 1

Cálculo mental

118. Calcule mentalmente:

a) $\sqrt{4}$ a) 2

b) $\sqrt{36}$ b) 6

c) $\sqrt{121}$ c) 11

d) $\sqrt{49}$ d) 7

e) $\sqrt{64}$ e) 8

f) $\sqrt{100}$ f) 10

119. Observe as afirmações abaixo e, com o uso da calculadora, diga se estão corretas.

a) $\sqrt{12\,100} = 110$ Sim. Pois $110^2 = 12\,100$
Sim. Pois $110^2 = 12\,100$

b) $\sqrt{289} = 17$ Não. Pois $17^2 = 289$
Não. Pois $17^2 = 289$

c) $\sqrt{625} = 25$ Sim. Pois $25^2 = 625$
Sim. Pois $25^2 = 625$ Sim.

d) $\sqrt{9\,000} = 300$ Não. Pois $300^2 = 90\,000$ Não. Pois $300^2 = 90\,000$

120. Calcule:

a) $\sqrt{36} - \sqrt{4}$ 4

b) $\sqrt{121} + \sqrt{49} - \sqrt{25}$ 13

c) $\sqrt{64} + 2 \cdot \sqrt{121}$ 30

d) $2 \cdot \sqrt{100} - \sqrt{49}$ 13

121. Escreva como raízes os números de 0 a 10, em ordem crescente.
$\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{16} = 4$,
$\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{64} = 8$,
$\sqrt{81} = 9$, $\sqrt{100} = 10$

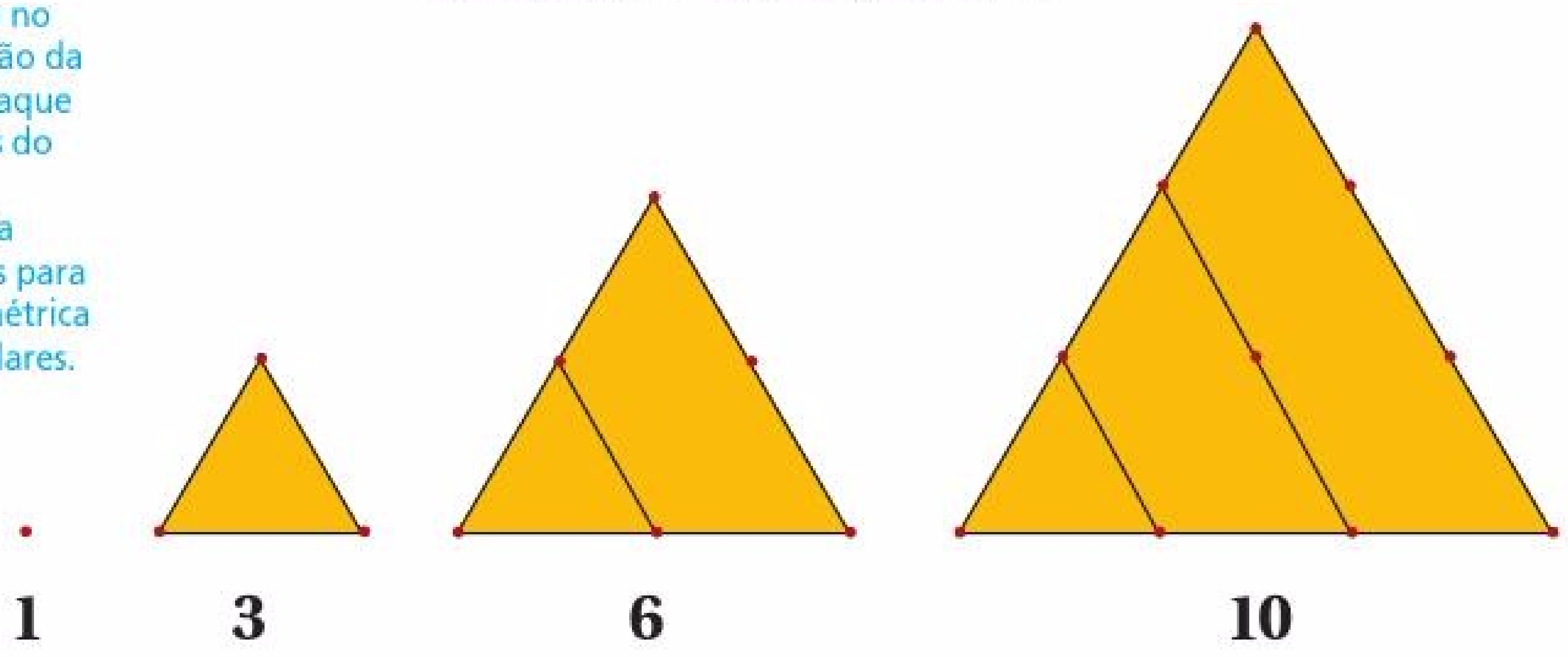
Curiosidade

Números figurados

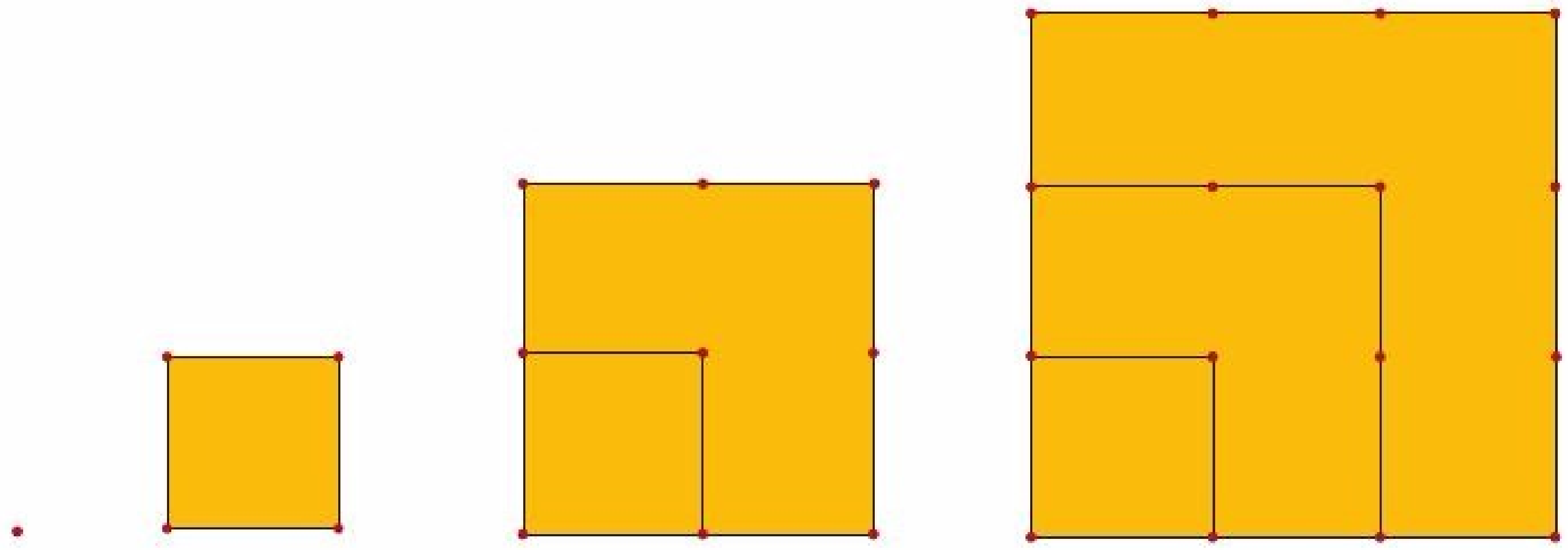
Desde a Grécia antiga, buscava-se representar os números através de figuras geométricas, ou seja, representar números como uma reunião de pontos numa determinada configuração geométrica. Nessas figuras, a quantidade de pontos representa um número inteiro. Os diagramas mostram alguns desses números, chamados *números figurados*.

Professor: destaque no quadro a representação da raiz quadrada e destaque os principais pontos do texto.
Veja na Assessoria Pedagógica destaques para a representação geométrica dos números triangulares.

Números triangulares



Números quadrados



Observe que os números quadrados equivalem a uma sequência de valores obtidos pelo quadrado dos números naturais:

$1 = 1^2$ $4 = 2^2$ $9 = 3^2$ $16 = 4^2$

Os números 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 e assim por diante, são chamados de **quadrados perfeitos**.

Para estudar

122. Em seu caderno, responda:

a) Quanto é 11 ao quadrado?
b) Quanto é quatorze ao quadrado?
c) Quanto é cinco ao cubo?
d) Quanto é quatro ao cubo?

123. Represente com potências:

a) $7 \times 7 \times 7 \times 7$
b) $8 \times 8 \times 8$
c) 31×31
d) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
e) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

124. Calcule:

a) 0^3 c) 1^3 e) 10^5
b) 0^{2101} d) $1^{2\,012}$ f) 10^6

125. Efetue:

a) 18^1 c) 8^0 e) 0^8
b) 25^1 d) 15^0 f) 1^{18}

126. Efetue:

a) 0^{172} c) 1^{172} e) 0^1
b) 172^0 d) 172^1 f) 1^0

127. Efetue:

a) $(54 - 6^2) : 9 + 2^3 + (7 - 2)^2$
b) $(3 + 156 : 12)^0 + 1\,990^1$
c) $700 : (7^3 : 7^2) + 51^0 + (18 - 7)^1$
d) $3^5 : (3^3 : 3^2) + 2^5 \cdot 2^2 - 2^4$

128. Calcule:

a) $\sqrt{4}$ c) $\sqrt{121}$ e) $\sqrt{64}$
b) $\sqrt{36}$ d) $\sqrt{49}$ f) $\sqrt{100}$

129. Encontre o valor das expressões:

a) $(5^3 - \sqrt{25}) + (26 - \sqrt{36})$
b) $2 \times [6^3 - (\sqrt{100} + 12) : 11] + (5 - 3)^3$
c) $\{5 \times [(31 - \sqrt{9}) : 7 + 2^3] - \sqrt{144}\} + 1$
d) $\sqrt{16} \times \{3^2 \times [(2^3 - 5) \times \sqrt{16} + 1] - 5\}$

130. Qual é o número natural que deve ser colocado no lugar de ▼?

a) $\blacktriangledown^2 - 11 = 25$
b) $(\blacktriangledown + 4)^2 = 25$

131. Existem dois números naturais que, elevados ao cubo, resultam neles mesmos. Quais são?

Argumentar

132. Diga se a afirmação a seguir é verdadeira ou falsa e justifique com exemplos sua resposta.

"O quadrado da soma de dois números é a soma dos quadrados dos números."

133. Qual é o número natural que deve ser colocado no lugar de ▼?

a) $\blacktriangledown^2 + 1 = 10$
b) $\blacktriangledown^2 + 4^2 = 25$

134. Viviane tem 4 anos a mais que Luciana, que tem 2 anos a menos que Catarina. Represente as idades delas numa semirreta e, depois, responda: qual é a diferença entre as idades de Viviane e de Catarina? Qual das duas é a mais velha?

135. Num trem de 6 vagões, cada vagão tem 16 poltronas de dois lugares cada. Além disso, permite-se que, em cada vagão, até 10 pessoas viajem em pé. Qual é a lotação máxima permitida nesse trem?

Resolução das atividades

1. a) A subtração

b) ★ minuendo
– 13 subtraendo
18 diferença

A operação que Felipe deve fazer

18 diferença
+ 13 subtraendo
★ minuendo

c) 18 + 13 = 31

2. Casos confirmados: 1554 pessoas

Confirmação pelo laboratório: 107 pessoas

Confirmação pelos médicos:

1 554 – 107 = 1 447 pessoas

3. 240 km – 108 km = 132 km

4. 395 km – 380 km = 15 km

15 km + 22 km = 37 km separam do posto

5. a) R$132,00 – R$68,00 = R$64,00

b) para pagar Gisele sobrou dinheiro

R$64,00 – R$35,00 = R$29,00

6. a) 58 693 – 14 966 = 43 727

conferência:

43 727 + 14 966 = 58 693

b) 14 900 – 8 963 = 5 937

conferência:

5 937 + 8 963 = 14 900

c) 10 963 – 1 800 = 9 163

conferência:

9 163 + 1 800 = 10 963

7. a) 1997 – 19 = 1978

nasceu em 1978

b) 1997 + 25 = 2022

fará 25 anos em 2022.

8. 2014 – (ano que nasceu) = (idade que terá)

(ano que nasceu) + 50 = (ano em que completará 50 anos)

9. a) 471 + ▼ = 875

875 – 471 = 404

b) ▼ + 104 = 1244

1 244 – 104 = 1 140

10. ■ + 2177 = 3 840

3 840 – 2 177 = 1 663

11. 755 – ● = 383

755 – 383 = 372

12. a) Da diagonal, temos: 6 + 5 + 4 = 15

▥	1	6
3	5	▥
4	▥	2

8	1	6
3	5	7
4	9	2

b) Da diagonal, temos 2 + 5 + 8 = 15

4	▥	8
▥	5	1
2	▥	6

4	3	8
9	5	1
2	7	6

c) Da diagonal, temos 13 + 10 + 7 + 4 = 34

1	▥	▥	4
12	6	7	9
▥	10	11	5
13	3	2	▥

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	8	2	16

13. a) 27 + 26 = 26 + ★

27 + 26 = 53

★ = 53 – 26 = 27

b) (14 + 26) + 32 = 14 + (★ + 35)

(14 + 26) + 32 = 72

★ = 72 – 14 – 35 = 23

c) 29 + ★ = 37
★ = 37 – 29 = 8

d) 0 + ★ = 315
★ = 315 – 0 = 315

14. a) 27 + 96 = 28 + ★
27 + 96 = 123
★ = 123 – 28 = 95

b) 27 + 96 = 29 + ★
27 + 96 = 123
★ = 123 – 29 = 94

c) 27 + 96 = 40 + ★
27 + 96 = 123
★ = 123 – 40 = 83

15. a) 56 + 32 = 88
32 + 56 = 88

b) 987 + 78 = 1 065
78 + 987 = 1 065

c) 1 356 + 789 = 2 145
789 + 1 356 = 2 145

d) 1 459 + 654 = 2 113
654 + 1 459 = 2 113

16. a) 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45
b) (0 + 9) + (1 + 8) + (2 + 7) + (3 + 6) + + (4 + 5) = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 5 · 9 = 45

17. a) 963 + 447 = 900 + 60 + 3 + 400 + 40 + + 7 = 1 300 + 100 + 10 = 1410
b) 12 587852 = 1 200 + 50 + 8 + 800 + + 50 + 2 = 2 000 + 100 + 10 = 2110
c) 749 + 654 + 521 = 700 + 40 + 9 + + 600 + 50 + 4 + 500 + 20 + 1 = = 1 800 + 110 + 14 = 1 924

18. 8 700

19. a) 940 + 250 = 1 190
b) 1 974 + 3 = 1 977
c) 6 + 2 753 = 2 759
d) 99 + 2 = 101
e) 3 + 999 = 1002

20. a) 250 – 120 = 130

b) 4 centenas = 400
150 empadas
100 coxinhas
250
Pastéis: 400 – 250 = 150

c) 8 anos

d) ★ + 58 = 132 + 20
132 + 20 = 152
★ = 152 – 58 = 94 reais

21. a) 49 – 28 + 9 = 30
b) 63 + 45 – 6 – 3 = 99
c) 113 – 57 + 16 – 9 = 63
d) 71 – 39 – 15 = 17
e) 107 – 63 – 18 + 24 = 50
f) 231 – 94 + 39 = 176

22. a) 39 – 23 – 8 + 3 = 11

b) 39 – (23 – 8 + 3) =
39 – 23 + 8 – 3 = 21

c) 39 – 23 – (8 + 3) =
39 – 23 – 8 – 3 = 5

d) 39 – [23 – (8 + 3)] =
39 – [23 – 8 – 3] =
39 – 23 + 8 + 3 = 27

Porque o sinal negativo que precede os parênteses indica que devem ser alterados os sinais.

23. a) 20 – (8 + 7) = 5
b) 12 + 18 – (10 + 4) = 16
c) 26 – (10 + 6 – 5) = 15
d) 30 + 12 – 5 + 3 = 40
e) 26 – 18 + 4 – (1 + 3) = 8
f) [30 – (18 + 3 – 15)] – 2 = 22

24. a) 50 + 100 + 50 = 200 salgados

b) 100 + 70 + 60 + 60 = 290 doces

25. a) 45 – (7 + 8) – 30 =

45 – 7 – 8 – 30 = 0

b) 40 – (30 – 10) – (8 + 4) =

40 – 30 + 10 – 8 – 4 = 8

c) 28 – [(8 + 7) – 9] =

28 – [15 – 9] =

28 – 6 = 22

d) [80 – (18 + 50) – 2] – 4 =

[80 – 68 – 2] – 4 =

10 – 4 = 6

e) 51 – {24 – [(13 + 15) – 20]} =

51 – {24 – [28 – 20]} =

51 – {24 – 8} =

51 – 16 = 35

f) {8 + [(10 + 12) – (8 + 6)]} – 7 =

{8 + [22 – 14]} – 7 =

{8 + 8} – 7 =

16 – 7 = 9

26. a) 12 + 35 – 7 = 40

b) 10 000 : (750 – 250) = 20

c) 8 + 3 · 20 – (10 – 8) = 66

27. a)

$$\begin{array}{r} \text{ACE} \\ + \ \text{BDF} \\ \hline \end{array}$$

A	B	C	D	E	F
9	8	7	6	5	4

$$\begin{array}{r} 975 \\ + \ 864 \\ \hline 1\,839 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} \text{ACE} \\ + \ \text{BDF} \\ \hline \end{array}$$

A	B	C	D	E	F
1	2	3	4	5	6

$$\begin{array}{r} 135 \\ + \ 246 \\ \hline 381 \end{array}$$

28. 100 · 28 = 2 800 linhas

29. 127 + 127 + 127 + 127 + 127 + 127 + 127 =

= 7 · 127 = 889

30. 13 · R$ 10,00

6 · R$ 50,00

8 · R$ 100,00

8 · 100 + 6 · 50 + 1 · 10 = R$ 1 110,00

31. 25 · 6 = 150 azulejos

32. Retangular com 24 azulejos

$$\left\{\begin{array}{l} 4 \cdot 6 \\ 3 \cdot 8 \\ 2 \cdot 12 \end{array}\right.$$

33. a) 5 · (7 – 3) = 20

b) 5 · 7 – 5 · 3 = 20

c) 2 · (10 – 3 – 1) = 12

d) 2 · 10 – 2 · 3 – 2 · 1 = 12

Sim, existe a propriedade distributiva.

34. a) 8 · (3 + 2) =

8 · 3 + 8 · 2 = 40

b) 5 · (4 + 1 + 3) =

5 · 4 + 5 · 1 + 5 · 3 = 40

c) 3 · (12 – 4) =

3 · 12 – 3 · 4 = 24

d) 7 · (9 – 2 – 5) =

7 · 9 – 7 · 2 – 7 · 5 = 14

35. a) 8 · 0 = 0

b) 0 · 12 = 0

c) 6 · 0 · 8 = 0

d) 2 · 6 · 0 = 0

e) 0 · 3 052 · 15 346 = 0

f) 512 · 0 · 1 200 · 642 = 0

Qualquer produto em que um dos produtos é zero é zero.

36. a) 9 · 42 = 378

b) Será sempre o próprio número

c) Será sempre zero

d) $11 \cdot 11 = 121$

37. Há 2 comandos, com 4 posições. Então teremos $2 \cdot 4 = 8$ diferentes golpes.

38. a) $4500 + 48 \cdot 526 = 29748$

b) $8 + 86 - 21 + 17 = 90$

39. a) Maria Clara

1 Kg carne	16,00
2 Kg rosbife	2 · 14,00
1 Kg presunto	12,00

16 + 2 · 14 + 12 = R$ 56,00

b) Katia	R$ 50,00
2 Kg queijo	2 · 9,00
1 Kg rosbife	14,00

2 · 9 + 14 = 32,00

Troco 50,00 – 32,00 = R$ 18,00

40. 1) resolver as operações dentro dos parênteses;

2) observar os sinais antes dos parênteses;

3) efetuar as multiplicações antes dos adições e subtrações;

4) efetuar as operações dentro dos colchetes;

5) efetuar as operações dentro das chaves.

41. Na gaveta há:

13 · R$10,00 = R$ 130,00;

6 · R$ 50,00 = 300 e

8 · R$100,00 = 800,00

a) Tirar 17 notas: 8 · R$ 100,00 = 800,00 + 6 · R$ 50,00 = R$ 300,00 + 3 · R$10,00 = R$ 30,00

Total: maior valor= R$ 1130,00

b) Tirar 17 notas: 4 · R$ 50,00 = R$ 200,00 + 13 · R$ 10,00 = R$ 130,00

Total: menor valor= R$ 330,00

42. a) $8 + 3 \cdot 7 - 4 . 6 =$

$8 + 21 - 24 = 5$

b) $8 + 3 \cdot (7 - 4) . 6 =$

$8 + 3 \cdot 3 \cdot 6 = 62$

c) $(8 + 3) \cdot 7 - 4 \cdot 6 =$

$11 \cdot 7 - 24 =$

$77 - 24 = 53$

d) $[12 + 2 \cdot 4 - (34 - 27)] \cdot 5$

$[12 + 8 - 7] \cdot 5$

$13 \cdot 5 = 65$

e) $38 - [(7 + 8) \cdot 2 - 4 \cdot 7] \cdot 16$

$38 - [15 \cdot 2 - 28] \cdot 16$

$38 - 2 \cdot 16 = 6$

f) $18 + 5 \cdot \{21 + 4 \cdot [46 - 6 \cdot (29 - 3 . 8)]\}$

$18 + 5 \cdot \{21 + 4 \cdot [46 - 6 \cdot 5]\} =$

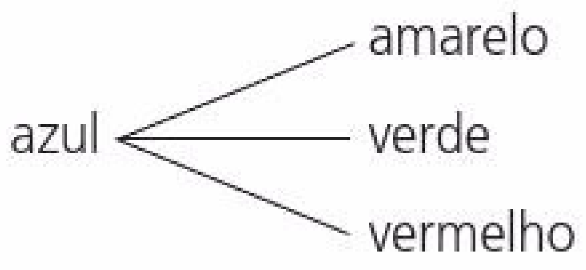
$18 + 5 \cdot \{21 + 4 \cdot 16\} =$

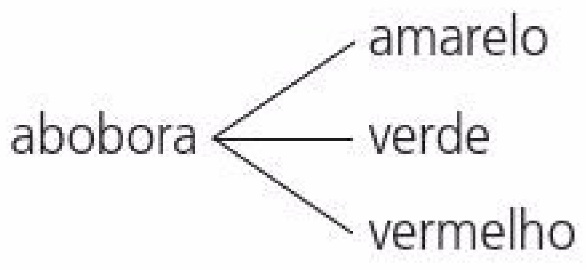
$18 + 5 \cdot 85 = 443$

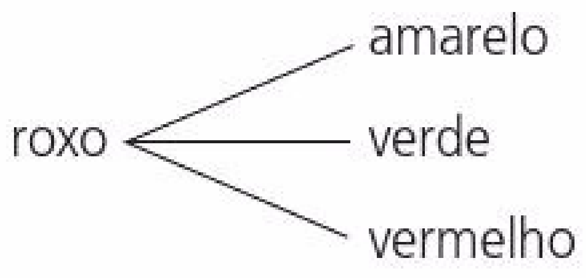
43. 43 · 4(rodas) + 12 · 2(rodas) = 196 rodas

44. o triângulo – azul, abóbora, roxo

o quadrado – amarelo, verde, vermelho







portanto $3 \cdot 3 = 9$

45. O ponteiro dos minutos: cada vez que ele se move um pouco, um minuto passou. Cada vez que ele completa um ciclo de 60 movimentos, uma hora se passou.

O ponteiro das horas: Sempre que ele se move, uma hora passou.

Então por dia teremos:

a) Ponteiro menor = A cada 24 vezes que ele se move, um dia passou.

b) Ponteiro maior = 24horas do dia · 60movimentos por hora = 1440 vezes

46. a)

$$\begin{array}{r|l} 500 & 24 \\ \hline 20 & 20 \end{array}$$

20 caixas completas

b) 1 caixa incompleta com 20 refrigerantes

47. TV por R$ 380,00

380 : 2 = R$ 190,00

Ana paga R$ 190,00 + R$ 70,00 = R$ 260,00

Maura paga R$ 190,00 – R$ 70,00 = R$ 120,00

48. $x \cdot 38 = 1\,102$

$$x = \frac{1\,102}{38} = 29$$

49. $x \cdot 19 = 3819$

$$x = \frac{3\,819}{19} = 201$$

50.

$$\begin{array}{r|l} x & 102 \\ \hline 5 & 13 \end{array}$$

x = 102 x 13 + 5 = 1 331

51. 864 – 144 = 720

720 – 144 = 576

576 – 144 = 432

432 – 144 = 288

288 – 144 = 144

144 – 144 = 0

Conclusão: 144 cabe 6 vezes no 864 e sobra resto zero.

52. a) não é exata

b) 864

c) 16

53. a) resto 6 c) resto 14

b) resto 6 d) resto 239

54. Sugestão: Você pode efetuar a divisão.

$$\begin{array}{r|l} 1\;5\;0 & 7 \\ \cline{2-2} 1\;0 & 21 \\ 3 & \end{array}$$

A partir dessa divisão, você pode encontrar os resultados das outras.

Faça tabelas como mostrado abaixo e complete-as:

dividendo	divisor	Quociente	resto
150	7	21	3
151	7	21	4
152	7	21	5
153	7	21	6
154	7	22	0
155	7	22	1

⇒

⇒

cada pessoa (exceto a sorteada	a pessoa sorteada
21	21 + 3 = 24
21	21 + 4 = 25
21	21 + 5 = 26
21	21 + 6 = 27
22	22 + 0 = 22
22	22 + 1 = 23

55. Chico + Maria = R$ 120,00

x y

x + y = 120

* (x + 30) + (y – 18) = 120 + 12 = 132

* (x + 30 – 30) + (y – 18 + 18) = 132 – 12 = 120

* (x – 42) + (y – 24) = 120 – 66 = 54

Total 54 reais

56. a) 0 : 45 = 0

b) 67 : 0 = impossível

c) 0 : 145 = 0

d) 9 : 0 = impossível

57. Multiplicando ou dividindo o dividendo e o divisor por um mesmo número não nulo, o quociente não se altera

58. a) 20 : 4 = 80 : 16

b) 15 – 2 = 26 – 13

c) 36 : 6 = 12 : 2

d) 90 – 12 = 80 – 2

59. 0, 1, 2, 3, 4 ou 5

60. 0, 1 ou 2

61. a) 12 + 4 = 16 16 + 4 = 20

20 anos

b) irmão = 6 anos

eu = 2 anos

c) ele 2 · 16 = 32

eu = 28 anos

62. a) 780 : 5 = 780 · 2 = 1560 e depois 1560 : 10 = 156

b) 13 245 : 5 = 13 245 · 2 = 26490 e depois 26 490 : 10 = 2 649

c) 8 765 : 5 = 8 765 · 2 = 17 530 e depois 17 530 : 10 = 1 753

63. a) 3 + 7 · 2 – 42 : 6 =

3 + 14 – 7 = 10

b) (28 : 4) · (8 : 2) =

7 · 4 = 28

c) (18 + 36 : 9) : 2 – 2 · 4 =

22 : 2 – 8 = 3

d) 30 : (5 + 1) + (13 – 10) · 9 =

5 + 27 = 32

e) 82 – [3 · (32 + 25 – 42) : 9] =

82 – [3 · 15 : 9] =

82 – 5 = 77

64. a) (40 + 22) · 5 – 10 =

b) 62 · 5 – 10 =

310 – 10 = 300

65. a) André R$ 32,00

504,00 : 2 = 252,00

Total do André R$ 284,00

b) Márcia 4 pacotes, 24 balas/pacote

Total balas 4 · 24 = 96 balas

Cada sobrinho 96 : 6 = 16 balas

66.
800,00 aluguel
800,00 poupança
900,00 sobra
2 500,00 salário

67.

Jantar 8 pessoas	Total	R$ 96,00
Jantar 10 pessoas	Total	R$ 300,00
18 pessoas	Total	R$ 396,00

Cada um paga R$ 22,00

68.

arquibancada	R$ 30,00
númerada	R$ 50,00
renda das númeradas	R$ 60 000,00
público total	10 560

público numerada = 60 000 : 50 = 1200 pessoas

público arquibancada = 10 560 – 1 200 = 9 360 pessoas

renda da arquibancada = 9 360 · 30 = R$ 280 800,00

renda do jogo = R$ 280 800,00 + + R$ 60 000,00 = 340 800,00

69. eu x = 34

irmão y

hoje y = 200 → x = 3 · 200 = 600

quando y = 600 → x = 3 · 600 = 1800

70. escritório 375 pessoas

fábrica 5 439 pessoas

Empresa = 375 + 5 439 = 5 814 pessoas

101. a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$
b) $25 \cdot 25 = 25^2 = 625$
c) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$
d) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5 = 3\,125$

102. a) $3^2 = 9$
b) $6^4 = 1\,296$
c) $5^4 = 625$
d) $4^3 = 64$
e) $11^2 = 121$
f) $10^5 = 100\,000$

103. a) $2^6 = 64$
b) $3^1 = 3$
c) $20^3 = 8\,000$
d) $7^2 = 49$

104. a) $7^0 = 1$
b) $7^1 = 7$
c) $1^0 = 1$
d) $1^7 = 1$
c) $1\,000\,000 = 10^6$
d) $1\,000\,125 = 10^6 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 +$
$+ 5 \cdot 10^0$

105. Não. $4^5 = 1024$ e $5^4 = 625$

106. Conclusão: a potenciação não é comutativa

107. a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4 = 625$
b) $10 \cdot = 10^2 = 100$
c) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$
d) $x \cdot x = x^2$
e) $a \cdot a \cdot a = a^3$

108. a) $2^3 = 8$ d) $20^2 = 400$
b) $2^5 = 32$ e) $12^2 = 144$
c) $3^4 = 81$

109. a) 9^2 b) 3^4

110. a) $100\,000 = 10^5$
b) $1\,000\,000 = 10^6$
c) $10\,000\,000 = 10^7$

111. a) 9 pontos
b) 16 pontos

112. a) $10^1 = 10$
b) $10^2 = 100$
c) $10^3 = 1\,000$
d) $10^4 = 10\,000$
e) $10^5 = 100\,000$
f) $10^6 = 1\,000\,000$

113. a) $(3 + 1)^2 = 4^2 = 16$
b) $(5 - 3 + 1)^3 = 3^7 = 27$
c) $(4 + 1 - 3)^5 = 2^5 = 32$

114. $2^5 = 32$ pessoas

115. a) $15913 = 1 \cdot 10000 + 5 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 +$
$+ 10 + 3 \cdot 1 = 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 +$
$+ 10^1 + 3 \cdot 10^0$
b) $281\,345 = 2 \cdot 100\,000 + 8 \cdot 10000 +$
$+ 1 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 1 =$
$= 2 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 10^3 + 3 \cdot 10^2 +$
$+ 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$
c) $1\,000\,000 = 10^6$
d) $1\,000\,125 = 10^6 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 +$
$+ 5 \cdot 10^0$

116.

Números	Fatores	Números com fatores em potências
24	$24 = 8 \cdot 3$	$24 = 2^3 \cdot 3$
36	$36 = 4 \cdot 9$	$36 = 2^2 \cdot 3^2$
75	$75 = 3 \cdot 25$	$75 = 3 \cdot 5^2$
196	$196 = 4 \cdot 49$	$196 = 2^2 \cdot 7^2$
450	$450 = 2 \cdot 9 \cdot 25$	$450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

117. $0^2 = 0$

$1^2 = 1$

118. a) $\sqrt{4} = 2$

b) $\sqrt{36} = 6$

c) $\sqrt{121} = 11$

d) $\sqrt{49} = 7$

e) $\sqrt{64} = 8$

f) $\sqrt{100} = 10$

119. a) Sim. Pois $110^2 = 12\,100$

b) Não. Pois $17^2 = 289$

c) Sim. Pois $25^2 = 625$

d) Não. Pois $300^2 = 90\,000$

120. a) $\sqrt{36} - \sqrt{4} = 6 - 2 = 4$

b) $\sqrt{121} + \sqrt{49} - \sqrt{25} = 11 + 7 - 5 = 13$

c) $\sqrt{64} + 2 \cdot \sqrt{121} = 8 + 2 \cdot 11 = 30$

d) $2 \cdot \sqrt{100} - \sqrt{49} = 2 \cdot 10 - 7 = 13$

121. $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{64} = 8$, $\sqrt{81} = 9$, $\sqrt{100} = 10$

Respostas da seção Para estudar

71. 5 814 pessoas

72. 52 Km

73. 154 Km

74. a) R$ 33,00

b) Faltou R$ 12,00

75. R$ 168,00

76. a) 1 600 m

b) 2 800 m

77. a) R$ 50,00

b) R$ 33,00

78. a) 1995

b) 2035

79. Resposta pessoal.

80. 1 663

81. 372

82. 15 anos

83. Roberta é 1 ano mais velha.

84. 419

85. 185

86. Beatriz é 7 anos mais nova que Ana.

87. 338 pétalas

88. 4 480 linhas

89. 448 carteiras

90. 608 pessoas

91. a) não é exata

b) não é exata

92. 78

93. a) ▼ = 5 840

b) ▼ = 22

c) não existe

d) não existe

e) não existe

f) não existe

94. a) ▼ = 659

b) ▼ = 4992

c) ▼ = 638
d) não existe
e) ▼ = 35
f) não existe

95. a) 404 b) 300

96. a) 27 b) 130

97 a) 64 b) 259

98. a) 96 b) 118

99. a) 26
b) 101
c) 392
d) 32

100. a) ▼ = 33 c) ▼ = 44
b) ▼ = 1 d) ▼ = 2388

122. a) 121 c) 125
b) 196 d) 64

123. a) 7^4
b) 8^3
c) 31^2
d) 2^5
e) 4^6

124. a) 0
b) 0
c) 1
d) 1
e) 100 000
f) 1 000 000

125. a) 18
b) 25
c) 1
d) 1
e) 0
f) 1

126. a) 0
b) 1
c) 1
d) 172
e) 0
f) 1

127. a) 35
b) 1 991
c) 112
d) 193

128. a) 2
b) 6
c) 11
d) 7
e) 8
f) 10

129. a) 140
b) 420
c) 49
d) 396

130. a) ▼ = 6
b) ▼ = 1

131. 0 e 1

132. Falso. Exemplo: $(2 + 3)^2 \neq 2^2 + 3^2$

133. a) ▼ = 3
b) ▼ = 3

134. Viviane é 6 anos mais velha.

135. 252 pessoas.

capítulo 3

Geometria
Conceitos iniciais

- Ponto, reta e plano
- Ângulos
- Polígonos
- Triângulos
- Quadriláteros

Fernando Bueno/Pulsar Imagens

Museu da República.
Brasília, DF, 2013.

Conversa Inicial

A Geometria é a parte da matemática que estuda as formas e suas propriedades. Apesar de considerar as formas relativas a tudo que nos cerca, no estudo da geometria analisamos formas abstratas ou ideais.

É possível ter uma boa ideia sobre figuras e formas geométricas, observando objetos reais. Veja, por exemplo:

Professor: Inicie a discussão despertando a percepção da geometria no cotidiano.

- **Portas e janelas sugerem retângulos.**

Feverpitched/Dreamstime

- **Os dados sugerem cubos.**

Eros Erika/Dreamstime

- **O aro da cesta de basquete sugere uma circunferência.**

Jimmy Lopes/Dreamstime

- **A bola de futebol sugere uma esfera.**

Brent Hathaway/Dreamstime

As imagens não são proporcionais entre si.

Talvez a geometria seja o mais antigo ramo da Matemática. Pensando bem, é natural que seja assim, pois os homens sempre tiveram a necessidade de representar o mundo ao seu redor. E sempre o fizeram utilizando a **linguagem** da Geometria.

Para estudarmos as figuras geométricas e suas propriedades, precisamos definir uma linguagem apropriada para isso. Essa linguagem é constituída de símbolos, conceitos e representações.

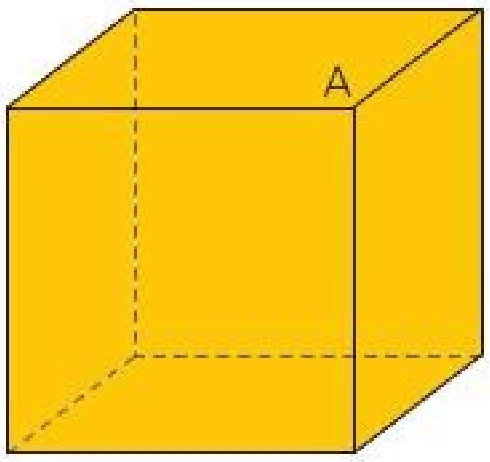
Professor, considere a possibilidade de associar às discussões sobre temas de Geometria, o(s) professor(es) de Artes, Português, entre outros.

Ponto, reta e plano

Certamente você conhece um **cubo**. Vamos utilizar um para desenvolvermos os conceitos de **ponto**, **reta** e **plano**.

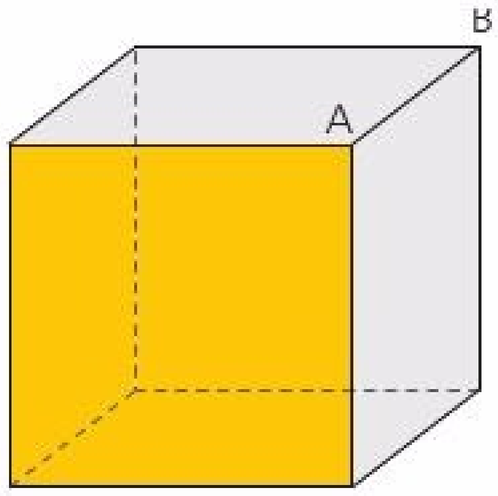
No cubo representado a seguir, é possível enxergarmos três faces. As outras três não são visíveis, pois o cubo, que é um sólido, está representado em perspectiva. Note que as três faces visíveis têm em comum apenas o **ponto A**.

Professor, dê destaque à representação no quadro. Se possível, proponha aos alunos uma atividade em que eles desenhem cubos a mão livre, em diferentes perspectivas.

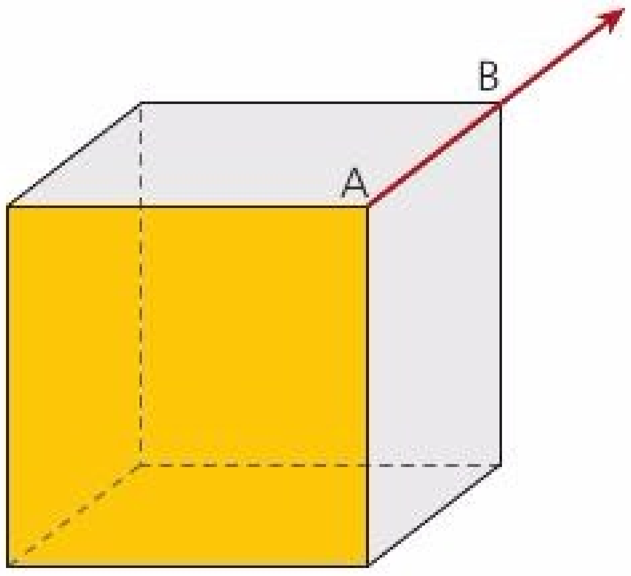


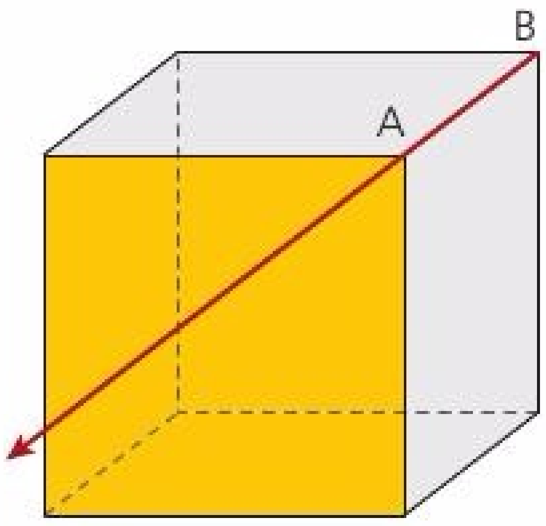
Os pontos são figuras que **não têm dimensão**. Isso quer dizer que não têm comprimento e nem volume. São, portanto, uma figura abstrata. Para representar um ponto utilizamos uma marca bem pequena e para nomeá-lo usamos uma letra maiúscula: A, B, C etc.

Observe agora a face superior do cubo e a face que vemos à direita. Elas têm em comum o **segmento de reta** $\overline{AB}$, com extremidades nos pontos A e B.



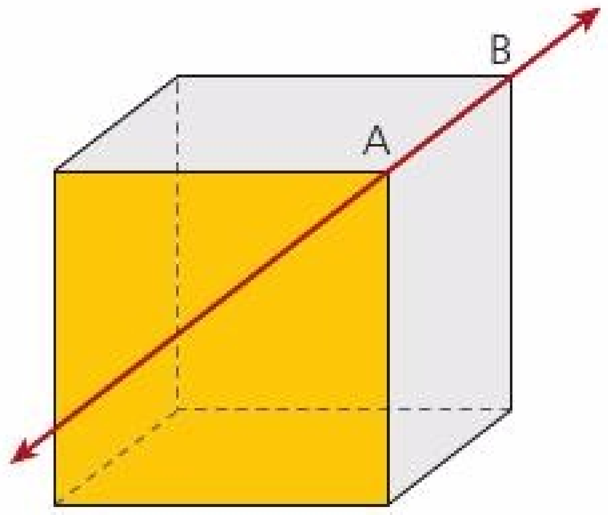
Nas próximas figuras, indicamos a **semirreta** $\overrightarrow{AB}$, com origem em A, e a **semirreta** $\overrightarrow{BA}$ com origem em B.





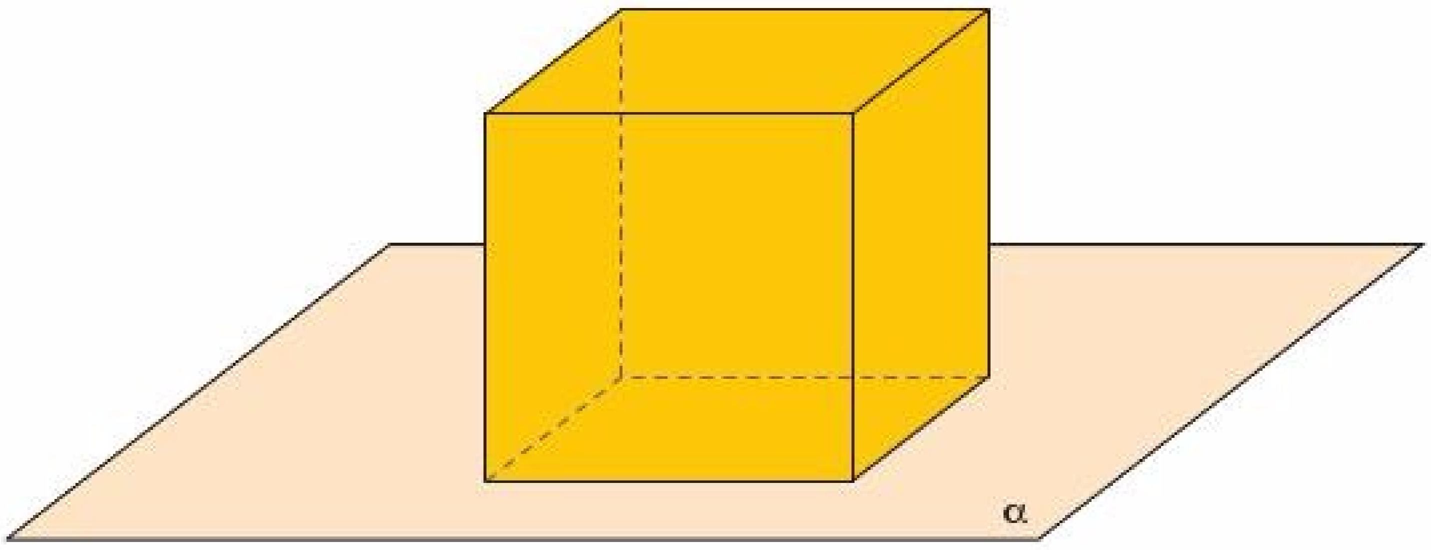
Observe que, ao indicarmos uma semirreta, anotamos o ponto onde ela começa, um ponto por onde ela passa e uma seta sobre os dois pontos, ficando a origem sempre à esquerda.

Veja agora como indicamos a reta $\overleftrightarrow{AB}$.



A reta é uma figura geométrica que não tem largura e é infinita. Para nomear partes de uma reta, utilizamos notações como $\overline{\mathbf{AB}}$ para segmentos, ou $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ para semirretas. Já para a reta, usamos a notação $\overleftrightarrow{\mathbf{AB}}$ ou letras minúsculas: **r**, **s**, **t** etc.

Prolongando indefinidamente uma face de um cubo em todas as direções, como indica a próxima figura, temos um plano. Na figura a seguir, o plano está representado pelo prolongamento indefinido da base do cubo.



Os planos também não têm espessura e são infinitos em todas as direções. Para representá-los, usamos letras do alfabeto grego, como, por exemplo: α **(alfa)**, β **(beta)** e γ **(gama)**. Veja, abaixo, o alfabeto grego completo.

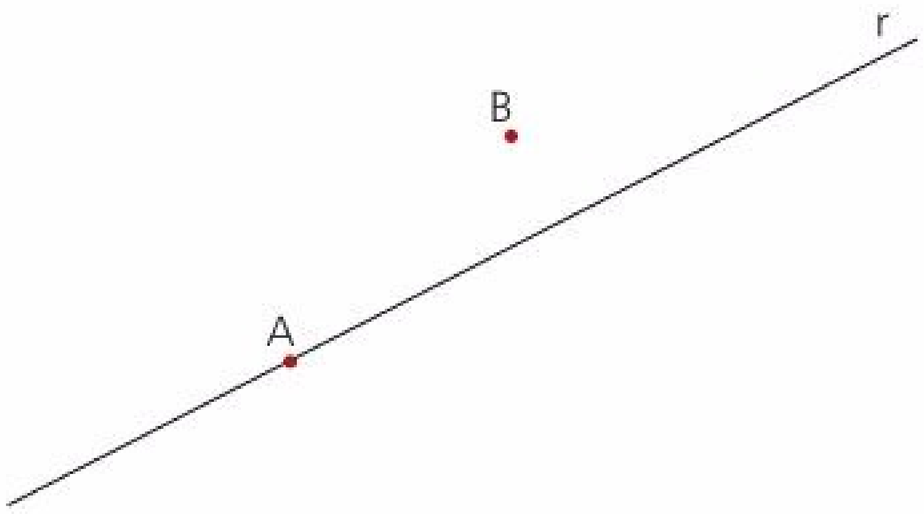
Pronúncia	Minúscula	Maiúscula
alfa	α	Α
beta	β	Β
gama	γ	Γ
delta	δ	Δ
épsilon	ε	Ε
dzeta	ζ	Ζ
eta	η	Η
teta	θ	Θ
iota	ι	Ι
capa	κ	Κ
lâmbda	λ	Λ
mi	μ	Μ

Pronúncia	Minúscula	Maiúscula
ni	ν	Ν
ksi	ζ	Ξ
omicron	ο	Ο
pi	π	Π
rho	ρ	Ρ
sigma	σ	Σ
tau	τ	Τ
upsilon	υ	Υ
phi	φ	Φ
khi	χ	Χ
psi	ψ	Ψ
ômega	ω	Ω

Professor: Reproduza no quadro as representações geométricas observadas no livro. Se possível, solicite para que os alunos venham até o quadro para fazer as representações.

Todas as figuras geométricas são conjuntos de pontos. Assim, retas, planos, cubos e outras figuras geométricas se definem pelos pontos que possuem. Veja os exemplos:

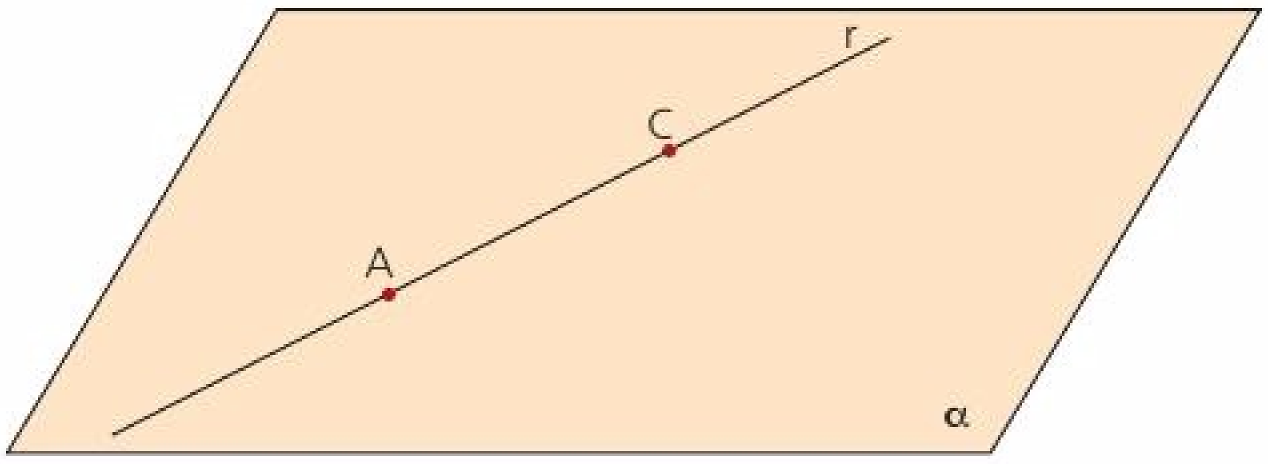
- Vamos representar os pontos A e B, a reta r.



O ponto A pertence à reta r.

O ponto B não pertence à reta r.

- Veja na figura: o plano α, seus pontos A e C e a reta r que passa por eles.

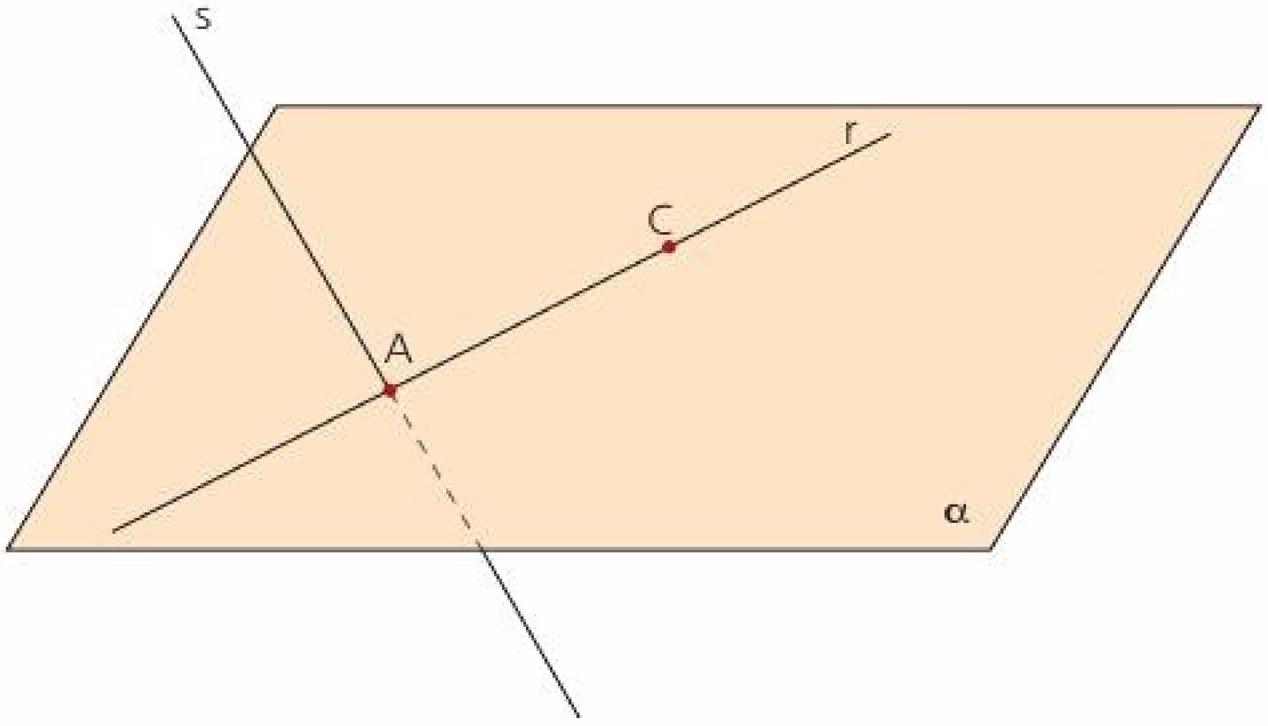


Os pontos A e C pertencem à reta r.

Os pontos A e C pertencem ao plano α.

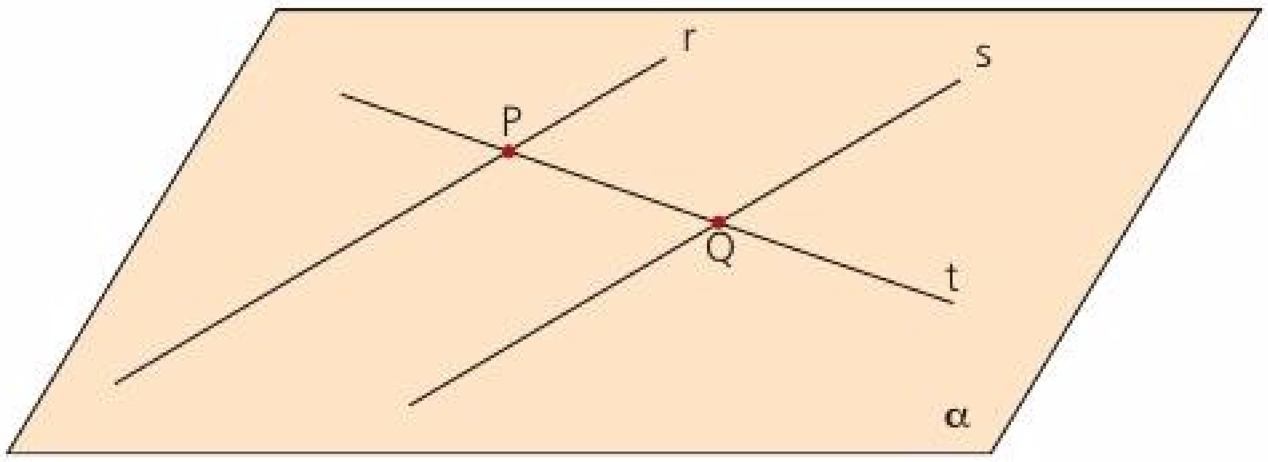
A reta r está contida no plano α.

- Agora veja uma reta s que "fura" o plano α em um ponto A.



O ponto A pertence à reta s e ao plano α, mas a reta s não está contida no plano α.

- Vamos agora representar retas paralelas e retas concorrentes de um plano α. As retas r e s, que não se cortam, são paralelas. A reta t, que corta as outras duas, é concorrente com r e com s.



O ponto P pertence às retas r e t, pois resulta de sua intersecção.

O ponto Q pertence às retas s e t, pois resulta de sua intersecção.

Figuras planas e espaciais

Observe a foto das pirâmides existentes em frente ao Museu do Louvre, em Paris, França.

Colin Cushman/SXC

Pirâmides na praça em frente ao Museu do Louvre, Páris, França, 2013.

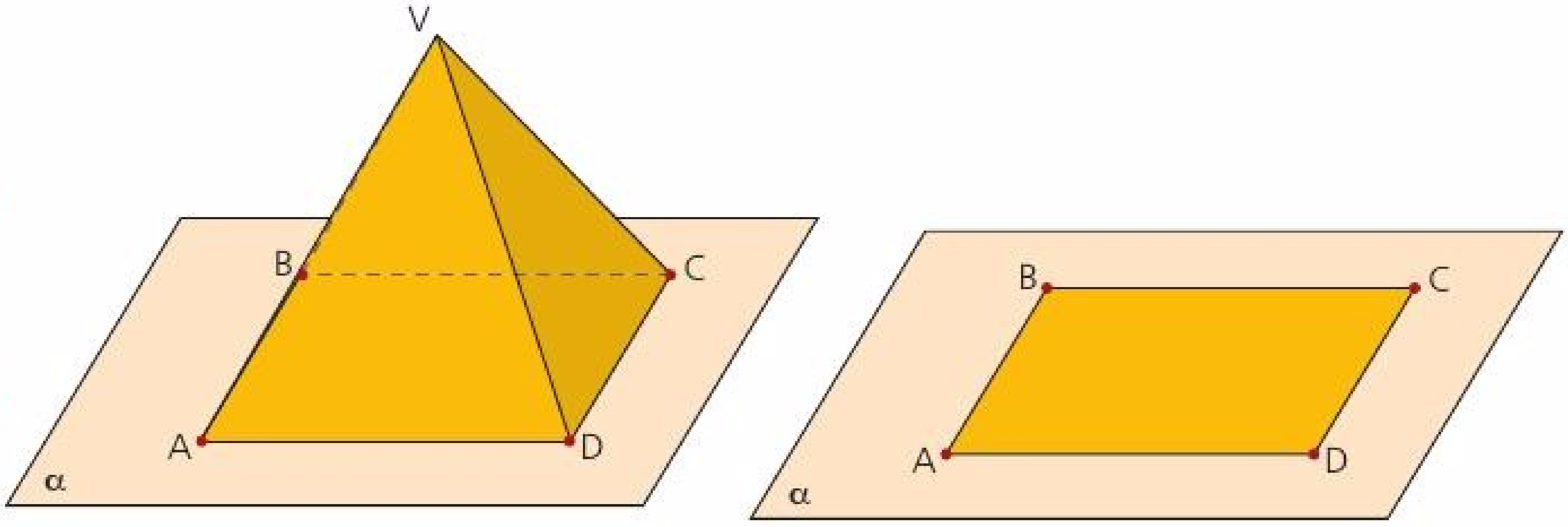
Professor: mencione que a construção das pirâmides de vidro em frente ao Museu do Louvre, em Paris, foi uma homenagem à expedição militar e científica ao Egito, organizada por Napoleão Bonaparte, entre 1798 e 1801. As pirâmides do Louvre foram projetadas pelo arquiteto americano de origem chinesa, Ming Pei. A obra teve início em 1984 e foi concluída em 1989, ano da comemoração do bicentenário da Revolução Francesal.

O plano da base de cada uma da pirâmides é o chão da praça em frente ao Louvre. Os demais pontos de cada pirâmide não pertencem ao plano da base. Essa é uma característica das figuras espaciais.

Professor: proceda de forma análoga em relação à leitura, mas se possível, solicite para que os alunos formem grupos e desenhem outras situações de representação de figuras espaciais.

Veja abaixo a representação de uma das pirâmides do Louvre, destacando-se o plano α, no qual a base ABCD, está contida. Enquanto a pirâmide é uma figura espacial, a base é uma figura plana.

Professor, discussões interessantes podem surgir sobre as pirâmides e a cultura egípcia. Converse com o(s) professor(es) de História e Artes sobre uma possibilidade de pesquisa.



Dizemos que uma figura é **plana** quando existe um plano que a contém. Em caso contrário, ela é uma figura **espacial**.

Quando, quem e onde

A pirâmide de Queóps, construída em Gizé, no Egito, é a maior de todas as pirâmides egípcias, com uma altura original de 145 metros e que, até o século XIX, permanecia sendo a mais alta estrutura construída pelo homem. Ela foi construída por volta de 2500 a.C., consumindo perto um milhão de blocos de pedra montados ao longo de 20 anos e totalmente revestida de mármore, cobertura que se desgastou ao longo dos dois milênios e meio de sua existência.

Anton Aleksandrow/PhotoXpress

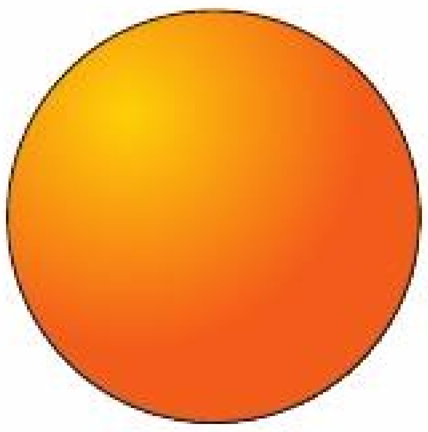
Pirâmide de Queóps, Gizé, Egito, 2012.

Corpos redondos e poliédricos

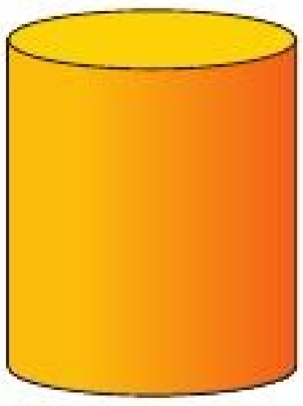
Algumas figuras espaciais têm uma importância destacada em função de suas características. São os **corpos redondos** e os **corpos poliédricos** também chamados simplesmente de **poliedros**.

Corpos redondos

esfera

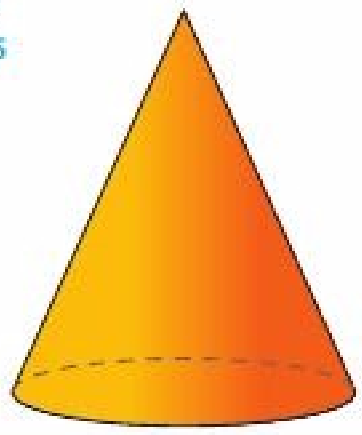


cilindro



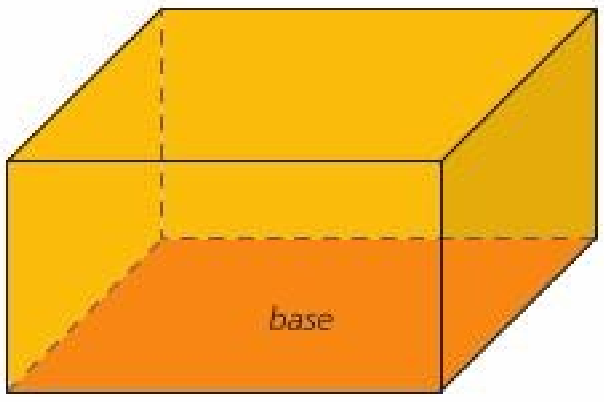
Professor, destaque no quadro as figuras espaciais.

cone

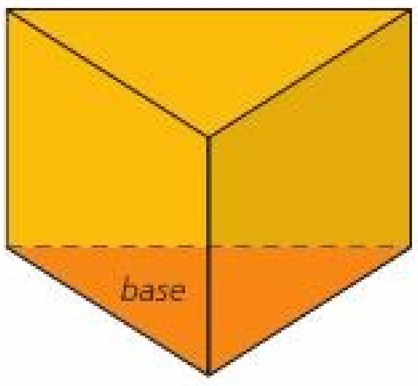


Corpos poliédricos

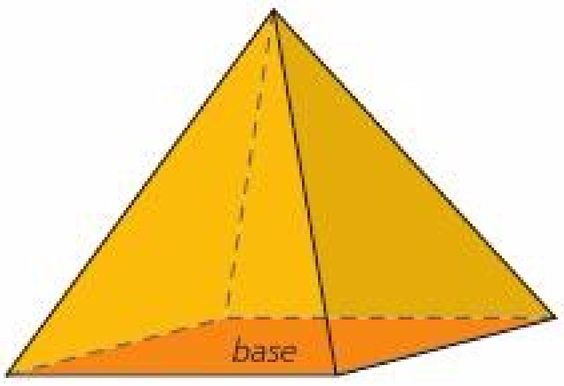
paralelepípedo retângulo



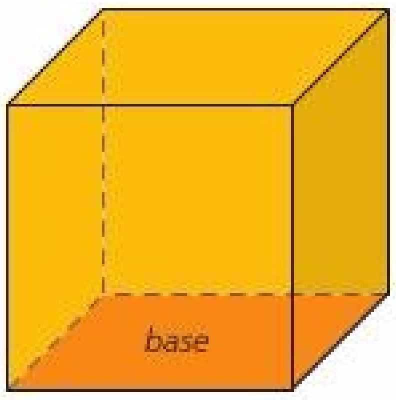
prisma de base triangular



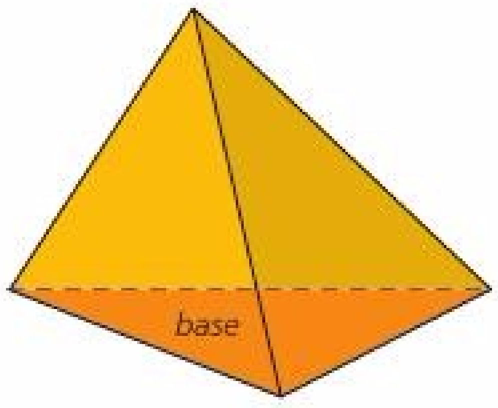
pirâmide de base quadrada



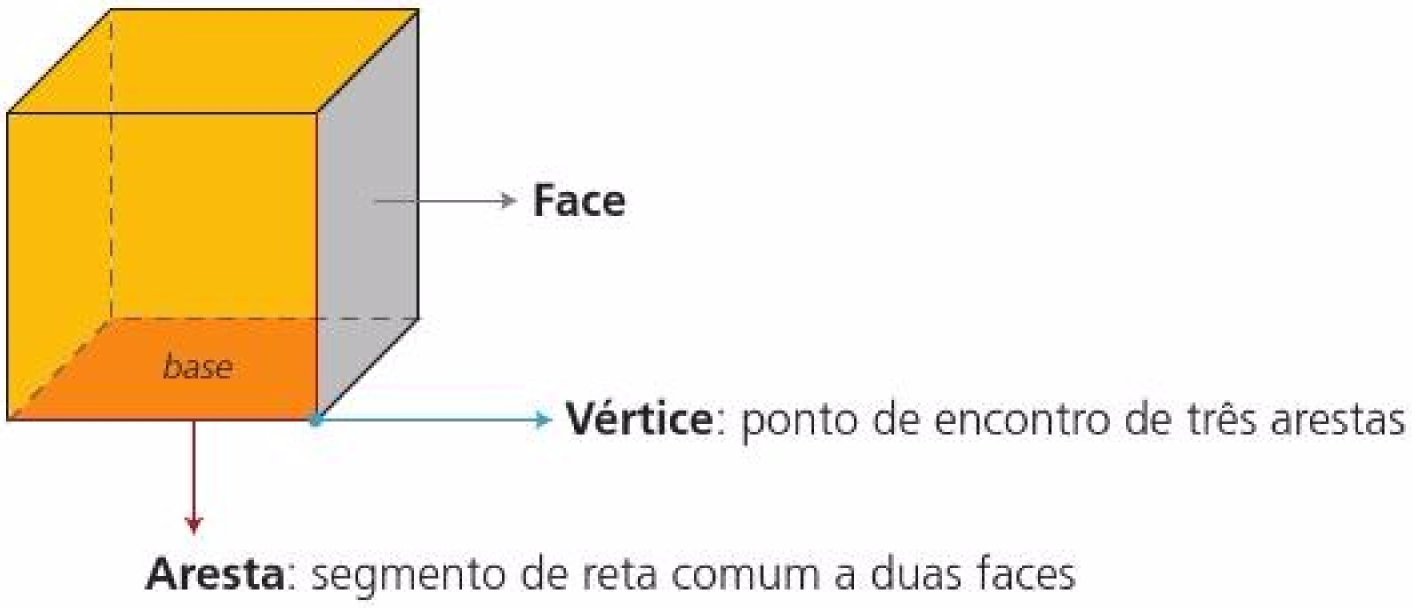
cubo



pirâmide de base triangular



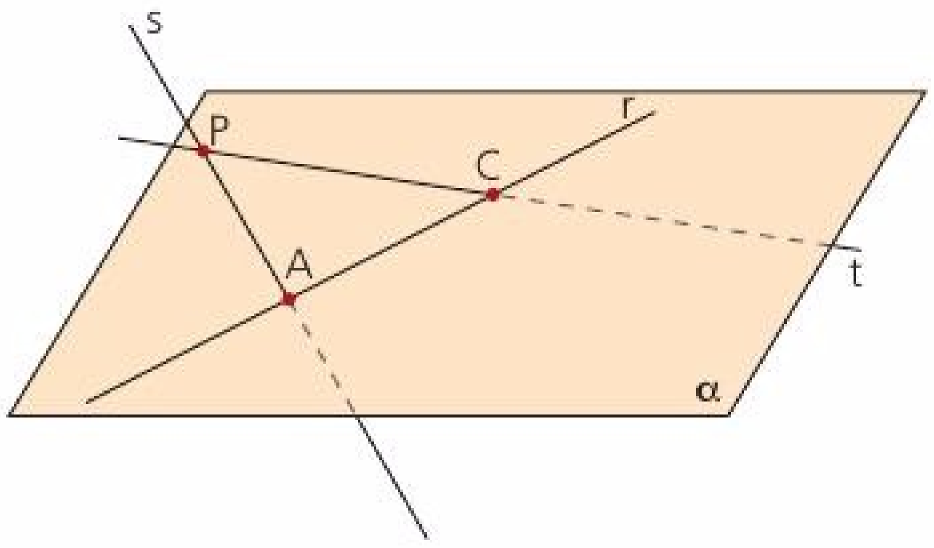
Os corpos poliédricos têm faces, arestas e vértices. Observe esses elementos no cubo ao lado. Perceba também que qualquer uma das faces do cubo pode ser chamada de base e que o cubo tem 6 faces, 8 vértices e 12 arestas.



Atividades

Professor, leia os enunciados com seus alunos, em sala de aula. Isso pode estimular a atenção aos detalhes e sutilezas dos textos descritivos de figuras geométricas. Fazendo isso, estaremos, também, ajudando os alunos na Interpretação desse tipo de texto, competência fundamental para a aprendizagem.

1. Analise a figura e copie cada afirmação em seu caderno. A seguir classifique cada uma das afirmações como verdadeira (V) ou falsa (F).



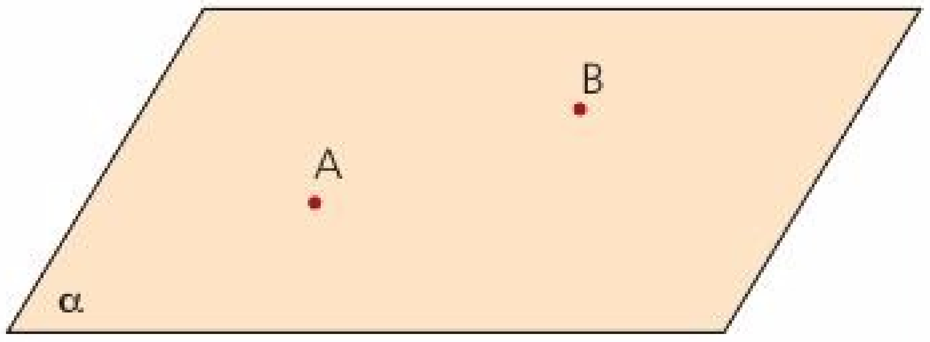
F a) A reta r não está contida no plano α.

V b) O ponto A pertence às retas r e s.

V c) As retas r e s são concorrentes.

V d) O ponto P pertence às retas t e s.

2. Copie a ilustração em seu caderno.



Classifique em verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das afirmações:

V a) Por A passam infinitas retas contidas em α

F b) Todas as retas que passam por A estão contidas em α

V c) Existem retas que passam por B, paralelas a retas que passam por A;

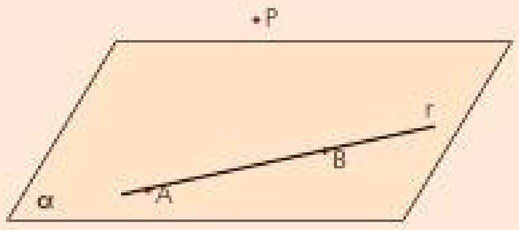
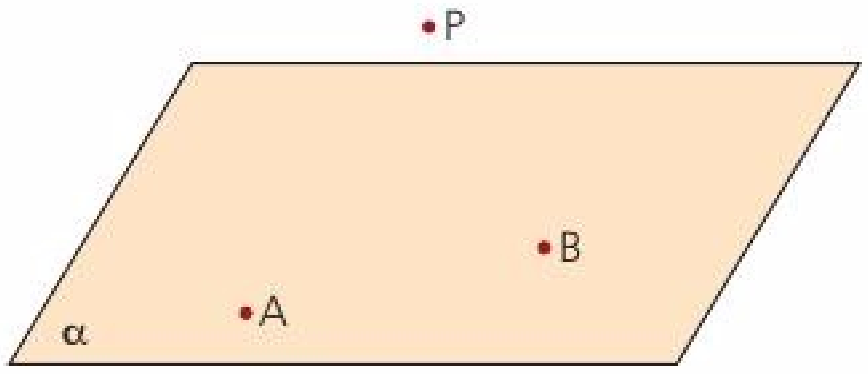
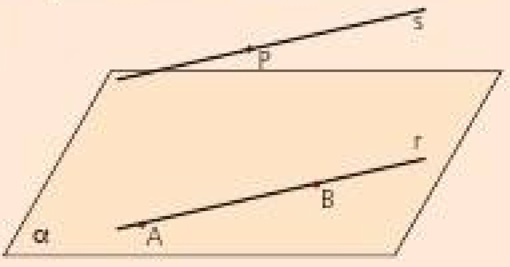
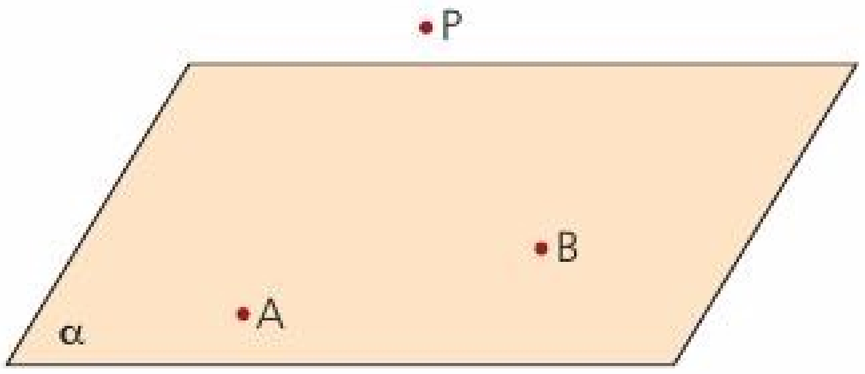
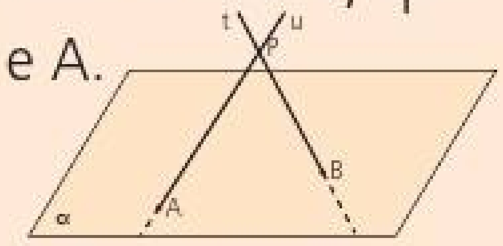
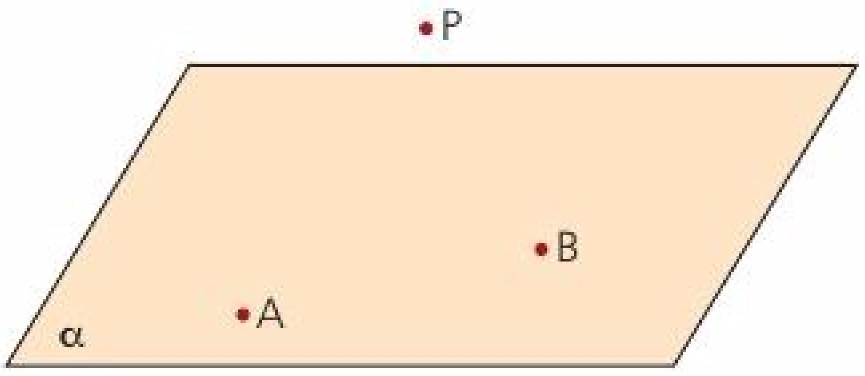
V d) Existe apenas uma reta que passa por A e B

3. Observe a foto do Congresso Nacional em Brasília e descreva em seu caderno algumas figuras geométricas que você consegue identificar na foto. Resposta pessoal.

Artur Corumba/SXC

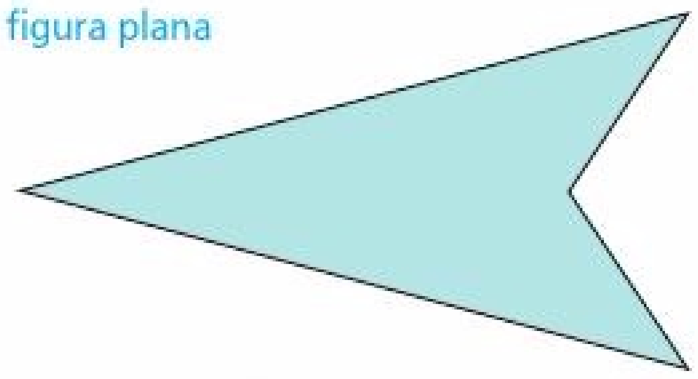
Conngresso Nacional, Brasília, DF, 2013.

4. Copie o quadro a seguir em seu caderno. Em seguida, represente cada afirmação nas ilustrações onde **A** e **B** pertencem ao plano **α**.

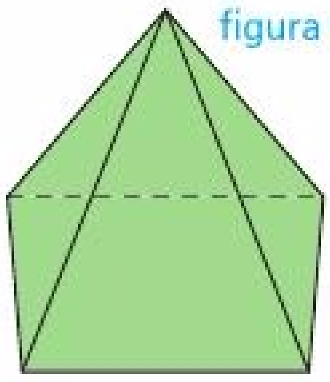
Por A e B passa apenas uma reta r.  	
Por P passa apenas uma reta s paralela a r.  	
A reta t, que passa por P e B, é concorrente com a reta u, que passa por P e A.  	

5. Diga quais das figuras a seguir são planas e quais são espaciais.

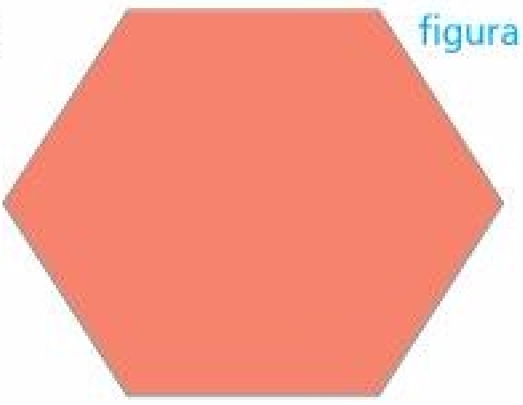
a) figura plana



c) figura espacial

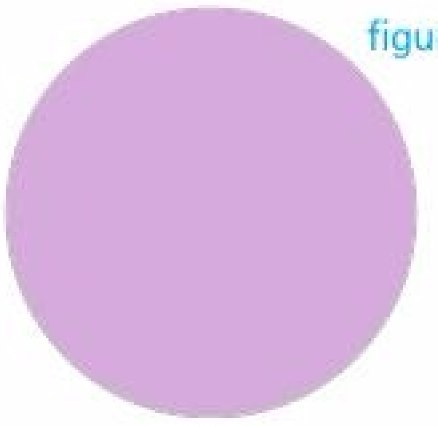


e) figura plana

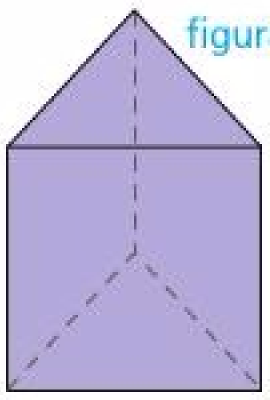


Professor, se possível sugira o desenho das figuras no caderno do aluno.

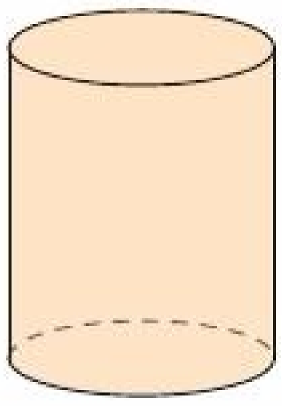
b) figura plana



d) figura espacial



f) figura espacial



6. Considere as figuras da atividade anterior e responda:

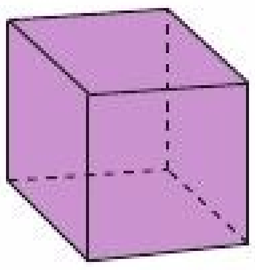
a) Quais as são figuras que não têm vértices? (a), (b), (e) e (f).

b) Quantos vértices, quantas arestas e quantas faces têm as figuras **e** e **f**?

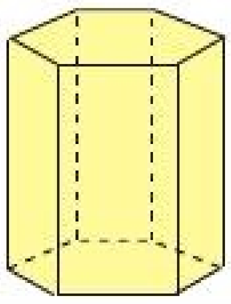
figura (e)	figura (f)
vértices – 6	vértices – 0
arestas – 0	arestas – 0
faces – 0	faces – 2 circulares

7. Analise os poliedros abaixo. A seguir construa no seu caderno uma tabela e escreva o número de arestas (A), vértices (V), faces (F) das figuras de cada item:

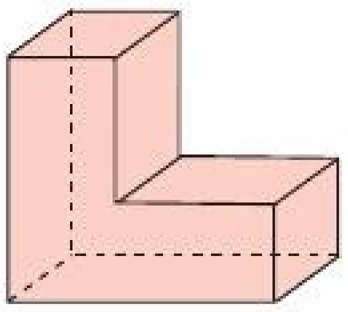
a)



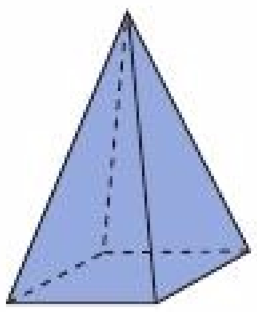
d)



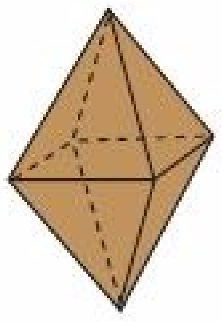
b)



e)



c)

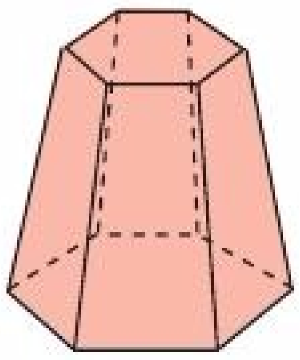


Poliedro	V	F	A
a	8	6	12
b	12	8	18
c	6	8	12
d	12	8	18
e	5	5	8

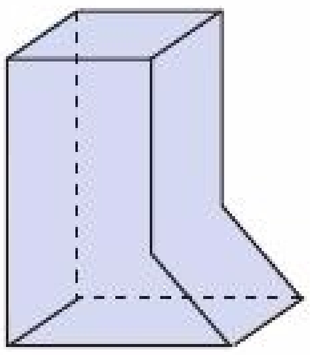
8. Pesquise em jornais e revistas exemplos de objetos que sugerem corpos poliédricos e corpos redondos. A seguir recorte e cole em seu caderno e identifique qual figura espacial eles representam. Resposta pessoal

9. Observe as figuras abaixo e junto de seus colegas, fale quais dos poliedrose quais são corpos redondos. Poliedros são as figuras dos itens a, b, c e e. Corpos redondos são d, f e g.

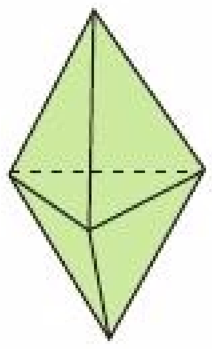
a)



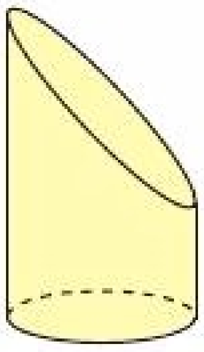
b)



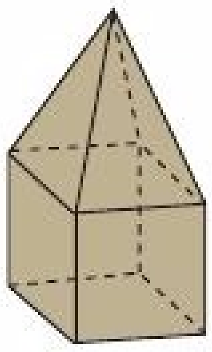
c)



d)

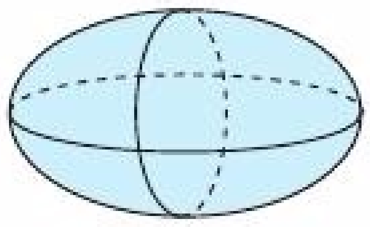


e)

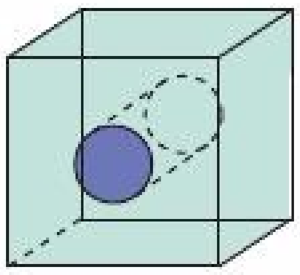


f)

g)



h)



10. Observe os poliedros da segunda atividade e responda a seguir, escrevendo em seu caderno:

a) Qual dos poliedros tem um número ímpar de arestas? Nenhum

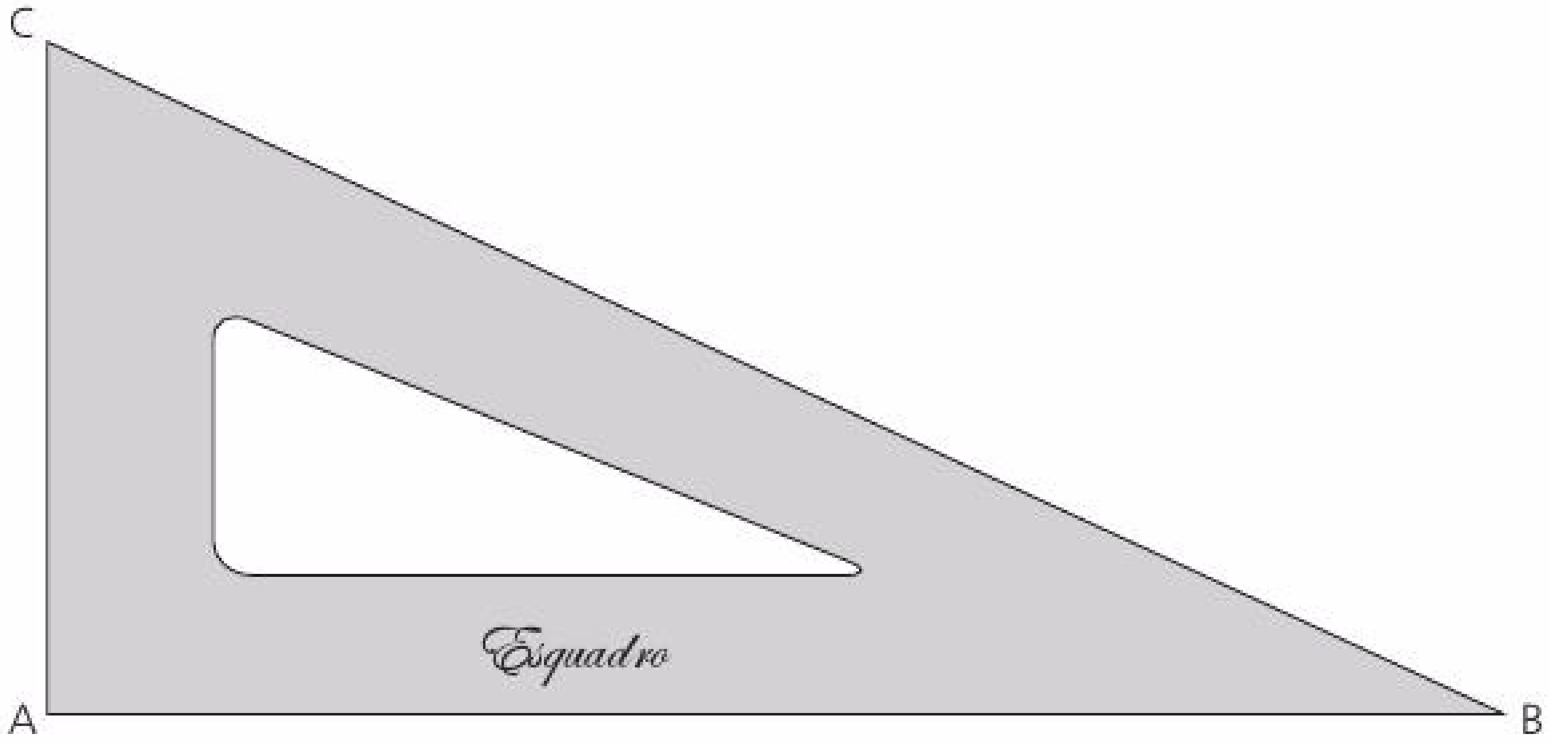
b) Qual deles tem todas as faces triangulares? Apenas o item c

c) Qual deles tem o número de faces igual ao de vértices? Apenas o item e

Ângulos

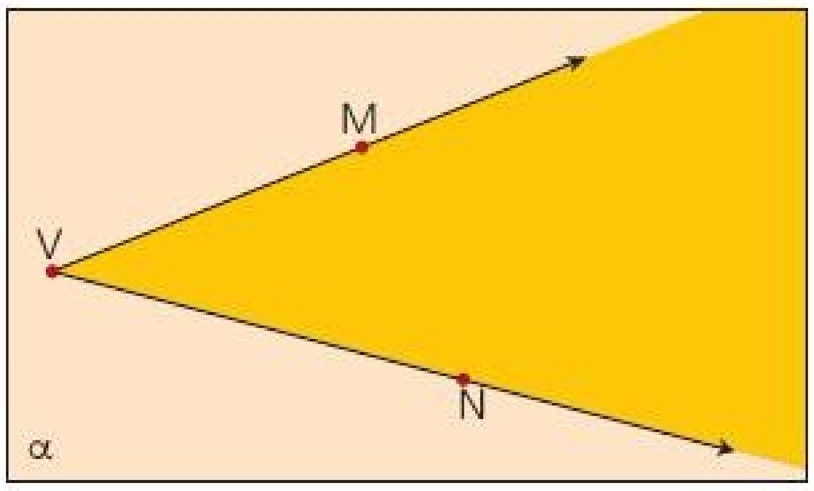
Professor, leia o texto do livro do aluno e construa as imagens no quadro.

Você, com certeza, conhece um esquadro como o da figura abaixo. Observe bem cada um dos cantos do esquadro.



Note que o canto A é mais aberto que o canto B, e este é mais fechado que o canto C.

Qualquer um dos cantos do esquadro nos fornece a noção de um ângulo. De forma geral, duas semirretas de mesma origem determinam um ângulo e essa origem comum é chamada de **vértice** do ângulo.



Um ângulo é uma região do plano, limitada por duas semirretas de mesma origem.

Os lados do ângulo representado na figura acima são as semirretas $\overrightarrow{VM}$ e $\overrightarrow{VN}$ e seu vértice é V, origem dessas semirretas.

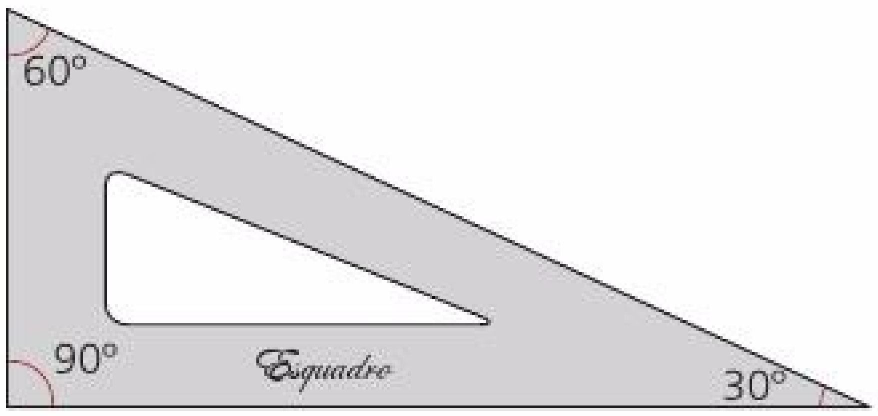
Indicamos esse ângulo por $\mathbf{M\hat{V}N}$, $\mathbf{N\hat{V}M}$ ou simplesmente $\mathbf{\hat{V}}$.

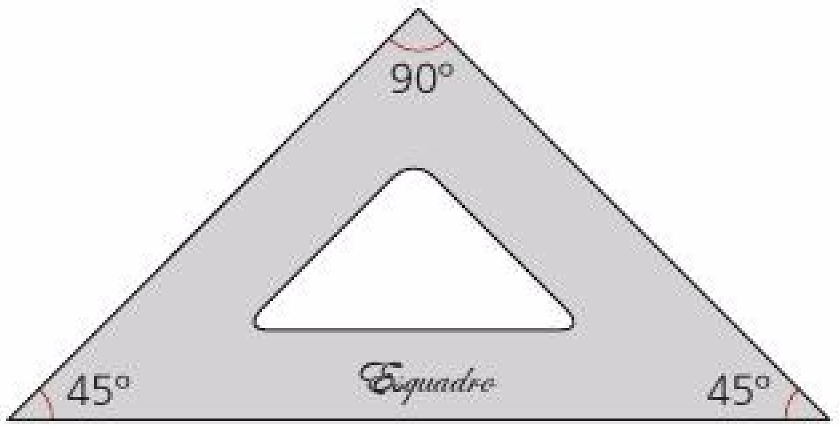
Medida de um ângulo

Quando medimos um ângulo, procuramos, na realidade, medir sua abertura. Compare, por exemplo, as aberturas dos ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$, do esquadro que obsermos acima.

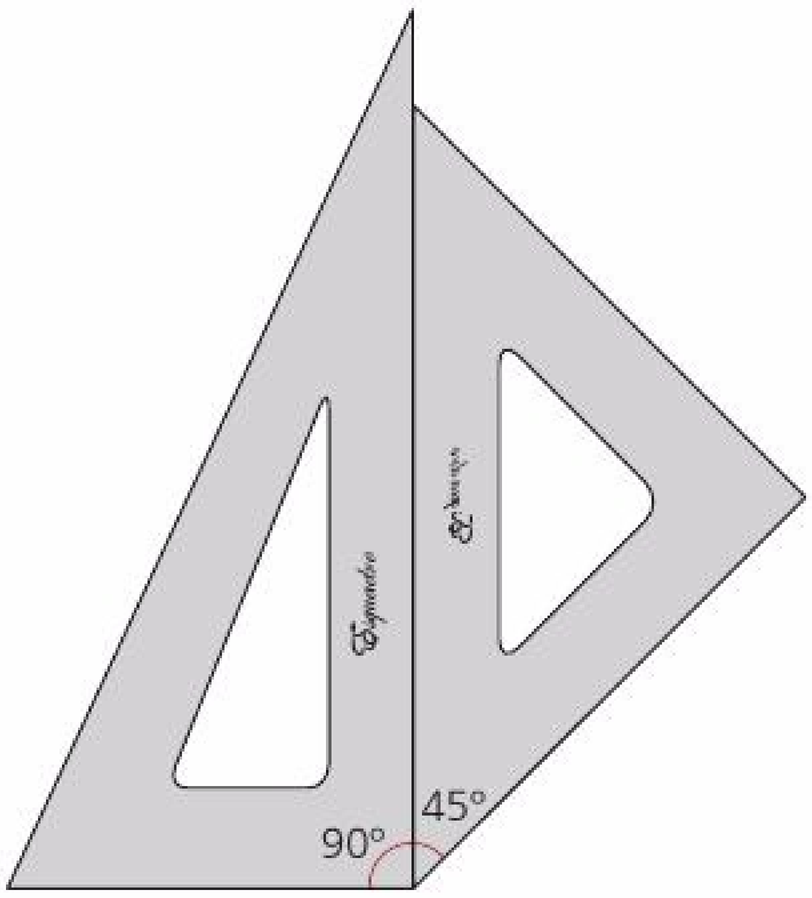
A medida do ângulo $\hat{A}$ é maior que a do ângulo $\hat{B}$, pois a abertura de $\hat{A}$ é claramente maior que a de $\hat{B}$. Essa medida é dada em graus, como, por exemplo, 90º (noventa graus) e 30º (trinta graus).

Veja a medida dos ângulos dos esquadros que você vai utilizar daqui em diante.

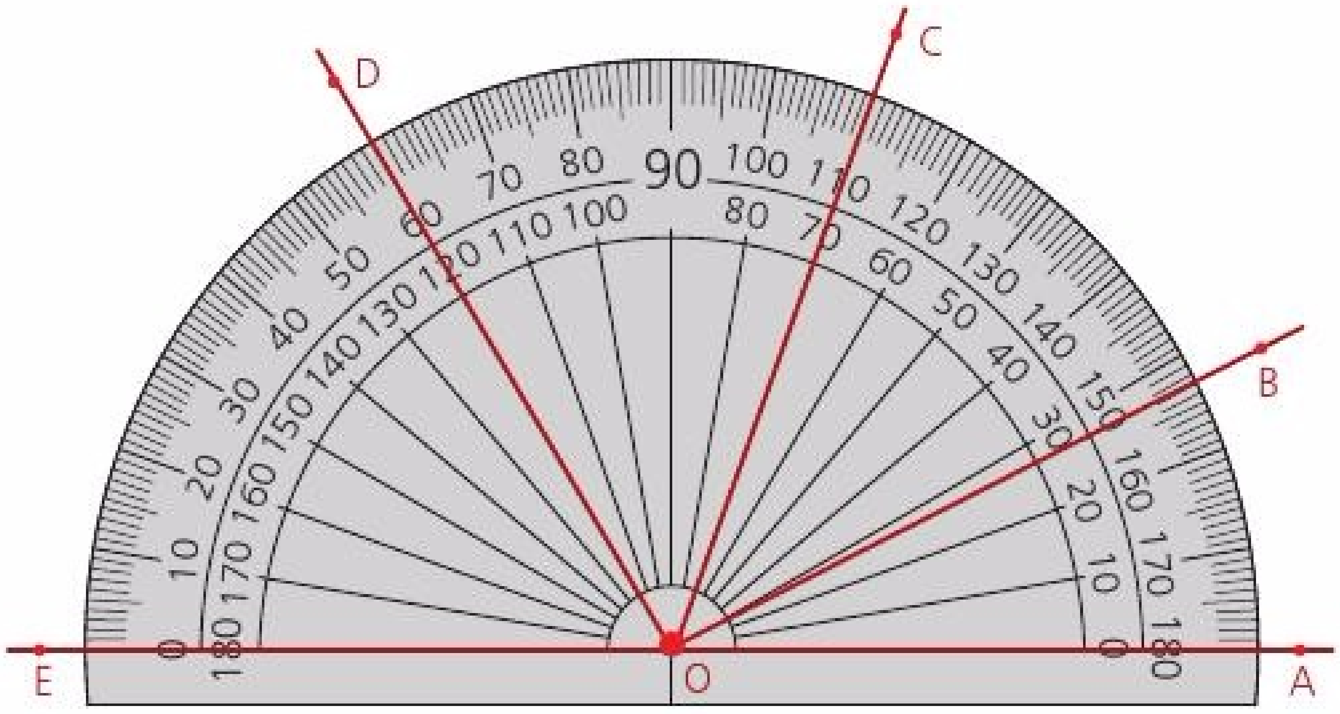




Os ângulos desses esquadros permitem realizar construções utilizando os dois esquadros. Veja, por exemplo, que podemos obter o ângulo de 135º a partir do ângulos de 45º e 90º dos dois esquadros. Basta colocar um ao lado do outro.



Existem vários instrumentos que podem ser utilizados para medir ângulos. Entre eles, o que você mais vai utilizar em seus estudos é o **transferidor**. O que apresentamos aqui, mede ângulos entre 0º e 180º. Porém, existem outros que medem ângulos entre 0º e 360º.



Confira a medida dos ângulos com vértice em O:

$B\hat{O}A = 27^{\circ}$

$C\hat{O}A = 70^{\circ}$

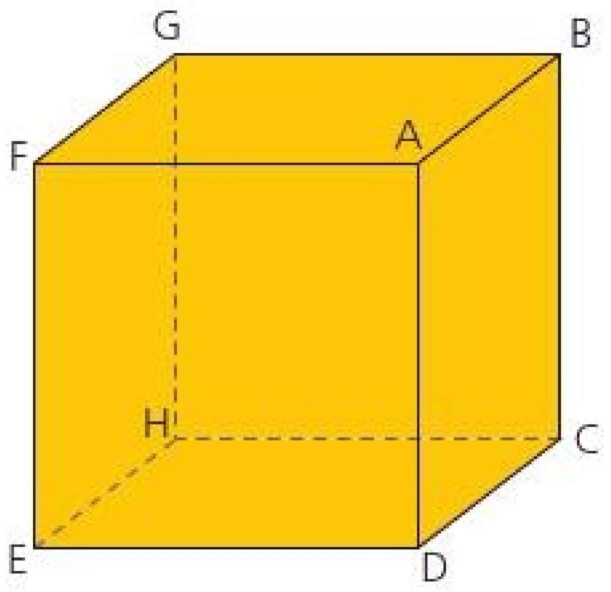
$D\hat{O}A = 120^{\circ}$

$E\hat{O}A = 180^{\circ}$

Tipos de ângulos

Os ângulos são classificados utilizando-se como referência o ângulo de 90º, que é chamado de **ângulo reto**.

O ângulo reto pode ser observado em vários locais e objetos ao nosso redor. Ele está, por exemplo, em cada um dos cantos de uma sala ou nas 6 faces de um cubo, que possuem 4 ângulos retos cada uma.



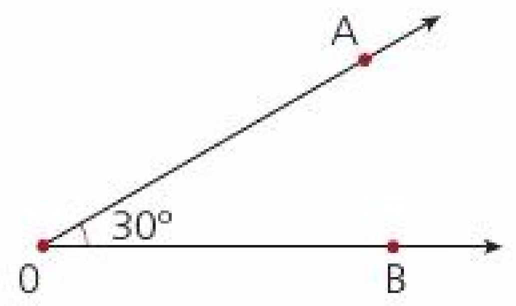
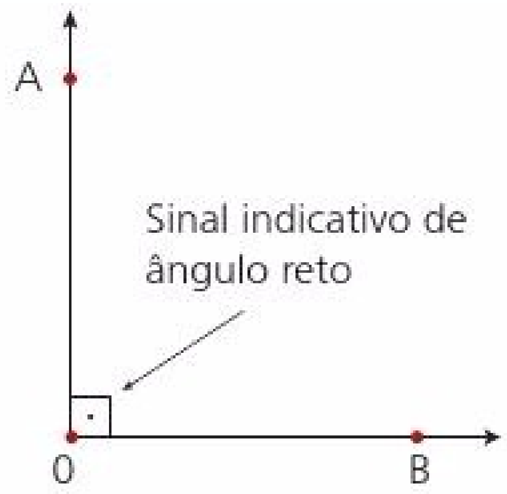
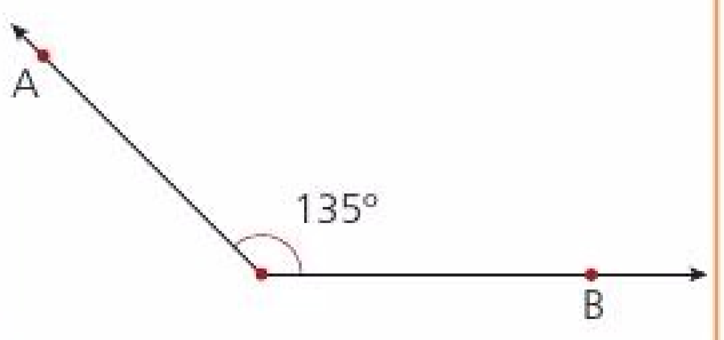
O prumo (fio com peso em uma das pontas) é utilizado pelos pedreiros para que a parede e o chão formem um ângulo reto.


Chayapol Plairaharn/Fotolia

Fio de prumo.

Os ângulos menores que o ângulo reto são chamados de **ângulos agudos**, e os ângulos maiores que o reto, de **ângulos obtusos**. Observe as representações de ângulos a seguir:

Professor, construa no quadro os ângulos agudo, reto e obtuso. Dê especial destaque à notação utilizada.

		
Ângulo agudo	**Ângulo reto**	**Ângulo obtuso**

Atividades

Professor, estimule a leitura dos enunciados em sala de aula e incentive a representação da interpretação por meio de um desenho, mesmo antes de começar a resolver o problema proposto. Mostre como o desenho pode auxioliar o aluno a encontrar o caminho de resolução.

11. Com o auxílio de esquadros, construa em seu caderno os ângulos de medidas:

Construção no caderno.

a) 75° c) 105°

b) 120° d) 15°

12. Classifique cada um dos ângulos da atividade anterior.

a) Agudo c) Obtuso

b) Obtuso d) Agudo

13. Nos dois tipos de esquadros que apresentamos, a soma das medidas dos três ângulos é a mesma. Qual o é seu valor?

180°

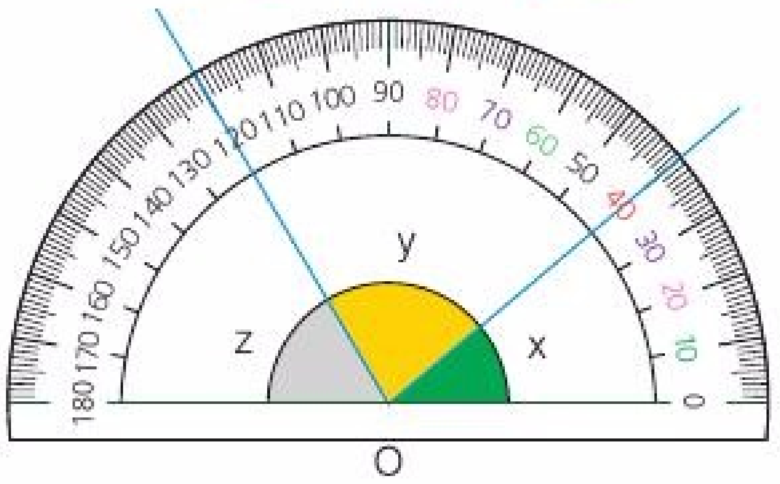
14. Com o auxílio de um transferidor, construa em seu caderno os ângulos de medidas:

Construção no caderno.

a) 70° c) 100°

b) 125° d) 20°

15. Calcule o valor das medidas **x**, **y** e **z** dos ângulos medidos no transferidor da figura a seguir. x = 40° y = 80° z = 60°



16. Lembrando que o mostrador do relógio é dividido em 12 ângulos de 30° cada um, quanto medem os ângulos menores que 180° formados pelos ponteiros de um relógio quando este marcar:

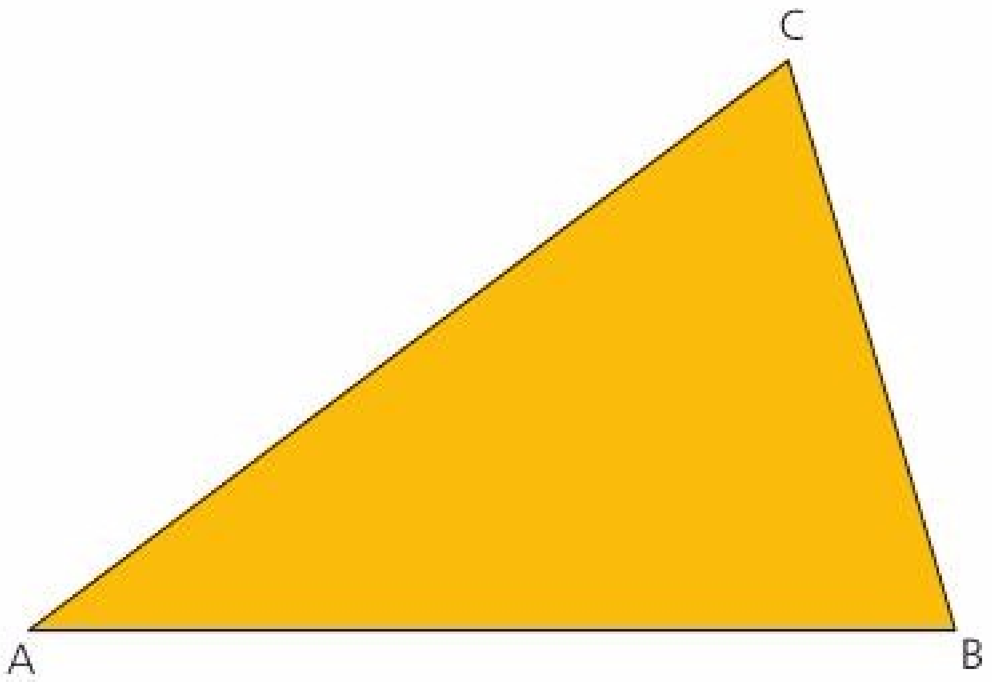
a) 14h 60° c) 20h 120°

b) 17h 150° d) 7h 150°

Polígonos

Num plano, considere três pontos A, B e C, que não pertençam a uma mesma reta.

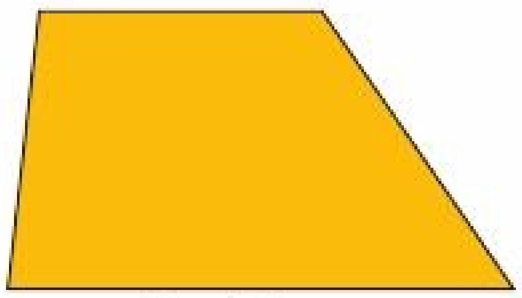
Professor, leia e represente no quadro o triângulo com seus vértices e segmentos.

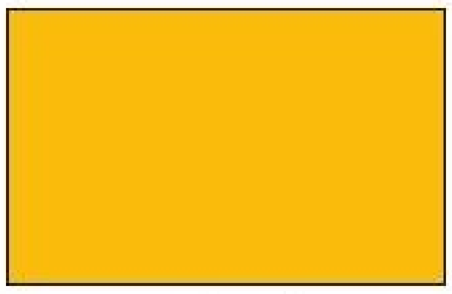


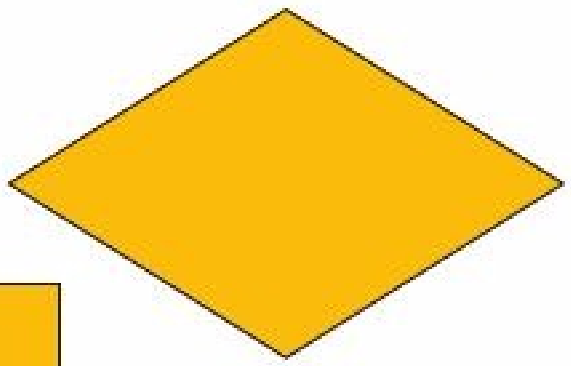
Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$, reunidos, formam uma linha fechada. Essa linha, mais os pontos do plano que são interiores a ela, formam o polígono denominado **triângulo**.

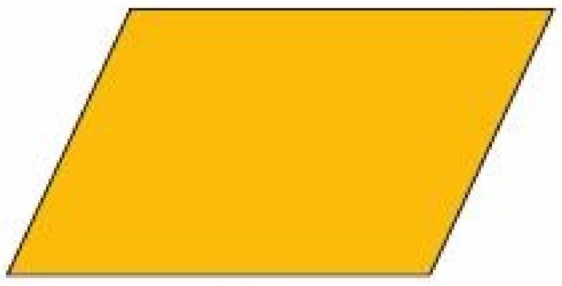
Os lados do triângulo ABC são os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$.

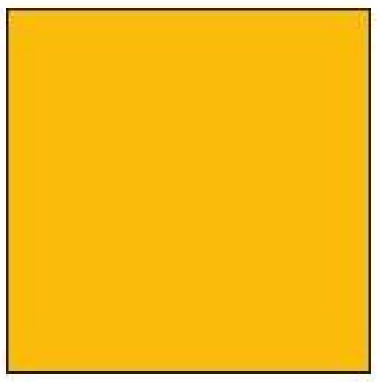
Observe, agora, exemplos de polígonos de quatro lados. Eles são chamados de **quadriláteros**.


Trapézio


Retângulo


Losango


Paralelogramo


Quadrado

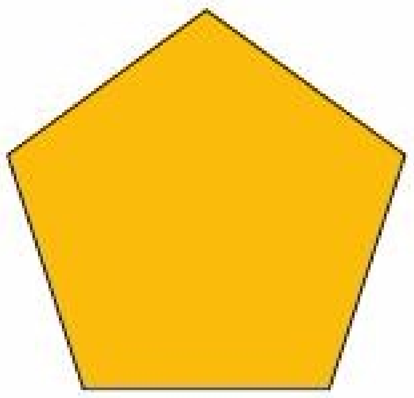
O contorno dos polígonos é fechado e formado por segmentos de reta consecutivos, que são seus **lados**. O número de lados de um polígono define seu nome.

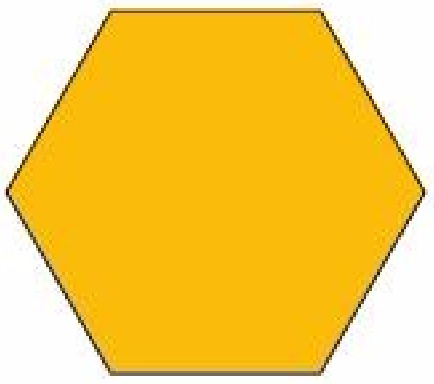
Veja, a seguir, a nomenclatura que usamos para dar nome aos polígonos com 3 a 10 lados.

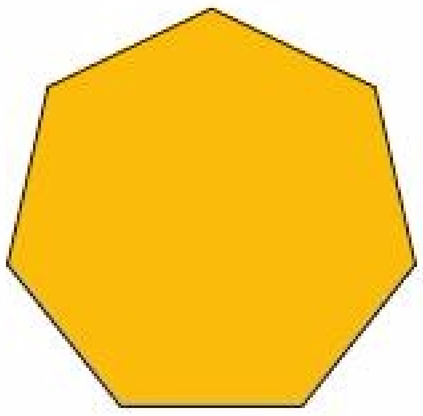
Professor: Nessa fase, é interessante propor atividades especiais em salas de computadores se for um recurso disponível em sua escola. Veja na Assessoria Pedagógica sugestões de atividades e projetos.

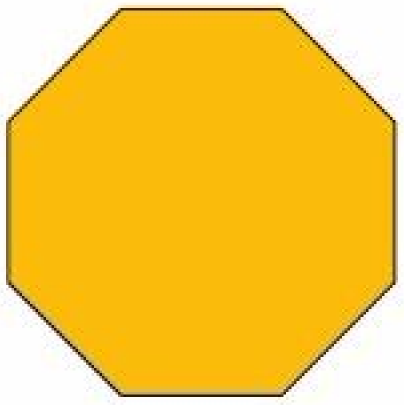
Número de lados	Nome do Polígono
3	triângulo
4	quadrilátero
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono

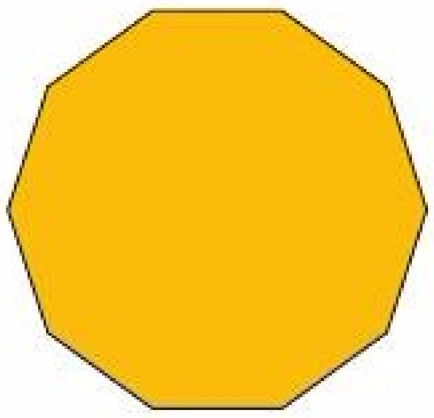
Fernanda Youssef


Pentágono


Hexágono


Heptágono


Octógono


Decágono

Conexão

Professor: O texto da seção Conexão é bastante interessante e, se achar adequado, é possível solicitar que os alunos procurem em suas comunidades exemplos de uso dos ladrilhos hidráulicos em casas, praças, museus, calçadas, entre outros lugares.

O ladrilho hidráulico

O ladrilho, ou azulejo hidráulico, foi introduzido no Brasil nas últimas décadas do século XIX pelos imigrantes italianos, que já haviam disseminado a técnica artesanal de construção desses azulejos na Europa. São produzidos um a um, a partir de moldes metálicos, nos quais é introduzida uma mistura de pó de mármore e cimento branco. Em seguida são introduzidas as tinturas de cores diferentes. O azulejo resultante é mergulhado em água (daí o nome hidráulico) e colocado para secar.

Os azulejos hidráulicos possuem os mais diversos padrões decorativos entre os quais encontramos os geométricos e os florais, muito difundidos no Brasil em construções do final do século XIX e das primeiras décadas do século XX.

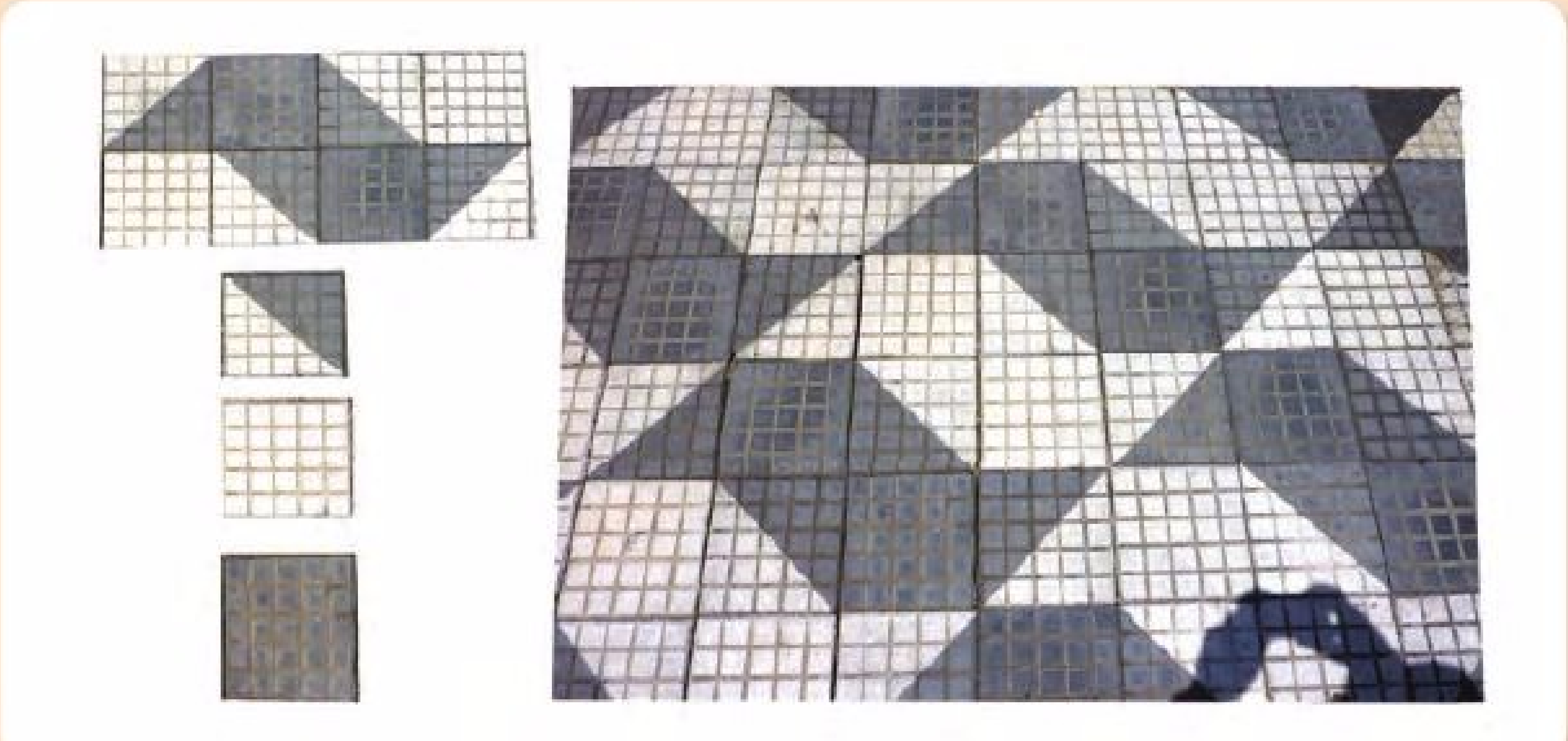

Renata Mello/Olhar Imagem

Piso em ladrilho hidráulico da Confeitaria Colombo, no Rio de Janeiro, datado de 1902.


João Brito/Folhapress

Ladrilho hidráulico com padrão floral.

Em diversas calçadas da cidade de São Paulo os ladrilhos hidráulicos são utilizados para a montagem de um mosaico que representa o mapa do estado de São Paulo. Esse mosaico é montado a partir de três peças diferentes de ladrilhos hidráulicos. Observe a seguir.


Jasek/Kino

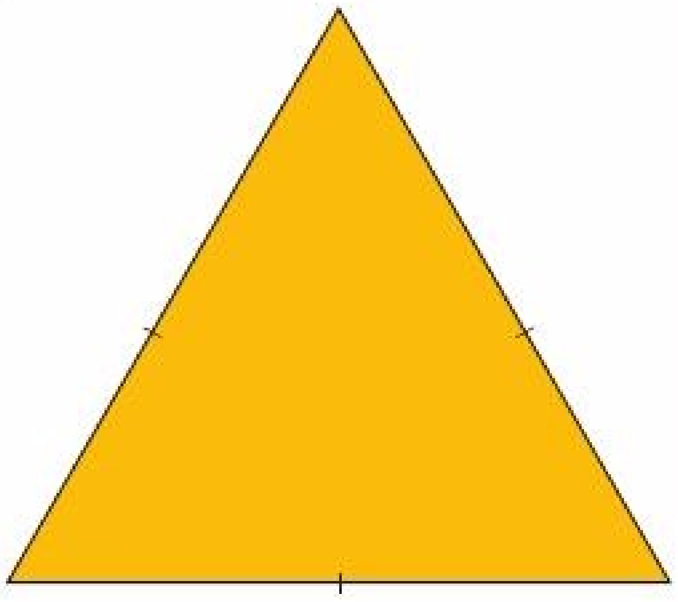
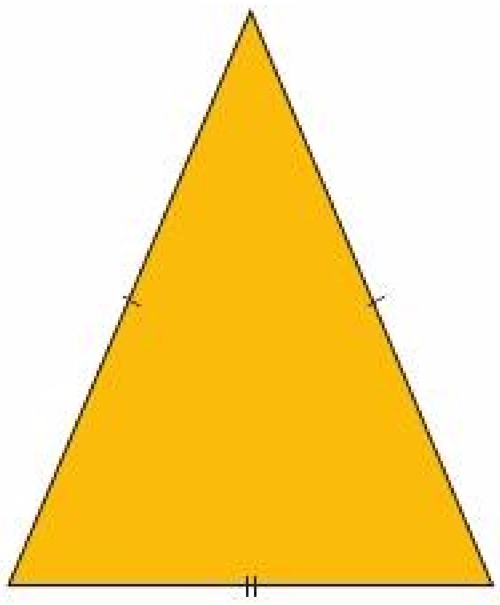
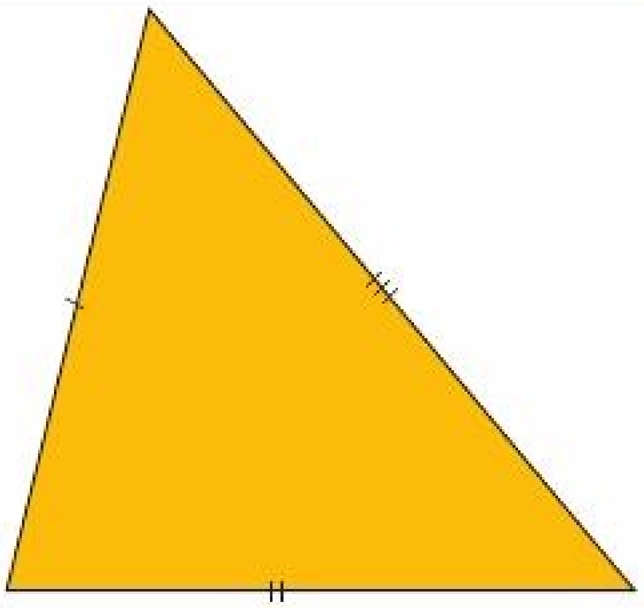
Ladrilhos hidráulicos em calçada de São Paulo.

Triângulos

Professor: Leia com seus alunos o livro texto e represente no quadro as características dos triângulos, destacando as propriedades em cada caso. Ainda pode ser interessante criar, em atividade coletiva, um cartaz com as diferentes classificações e fixá-lo em sala de aula.

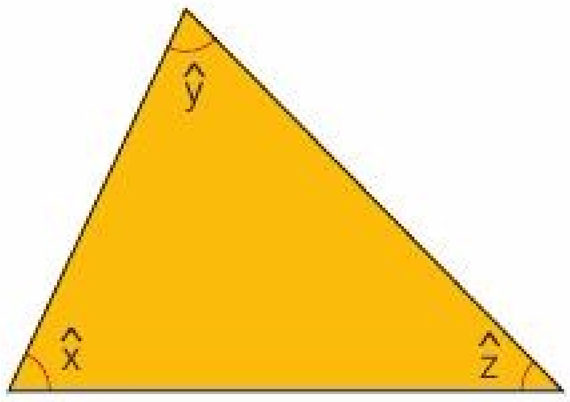
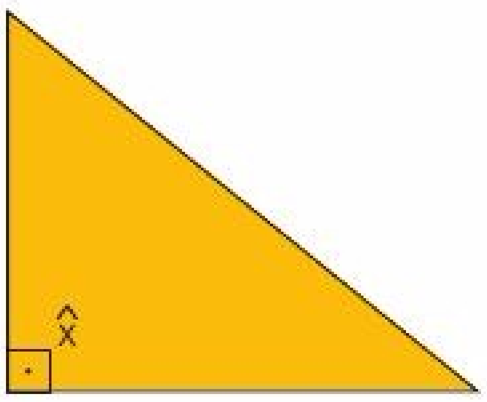
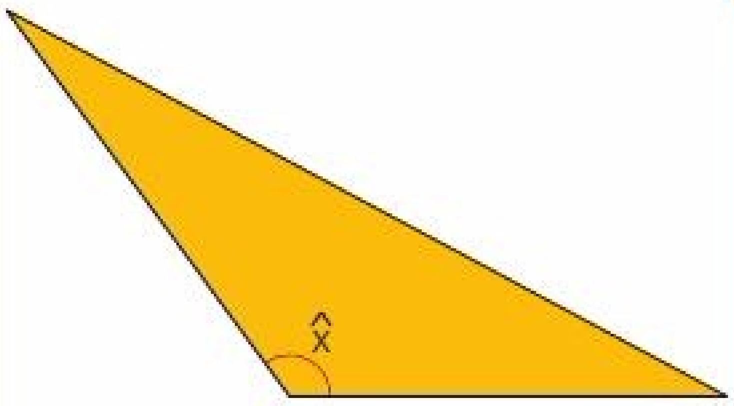
Como você sabe, triângulos são polígonos que têm três lados e três ângulos internos. Podemos classificá-los de acordo com seus lados ou de acordo com seus ângulos internos.

Classificação dos triângulos de acordo com seus lados

 **Equilátero**	 **Isósceles**	 **Escaleno**
Três lados com a mesma medida	**Dois lados com a mesma medida**	**Três lados com medidas diferentes**

Observe os pequenos traços que aparecem nos lados dos triângulos. Eles servem para indicar pares de lados com a mesma medida. Lados com a mesma medida são chamados de **congruentes.** O triângulo equilátero tem três lados congruentes e o isósceles tem dois lados congruentes. Também utilizaremos esse recurso nos demais polígonos.

Classificação dos triângulos de acordo os ângulos internos

 **Acutângulo**	 **Retângulo**	 **Obtusângulo**
$\hat{x} < 90^\circ$, $\hat{y} < 90^\circ$ e $\hat{z} < 90^\circ$	$\hat{x} = 90^\circ$	$\hat{x} > 90^\circ$

Note que o triângulo acutângulo tem os três ângulos agudos.

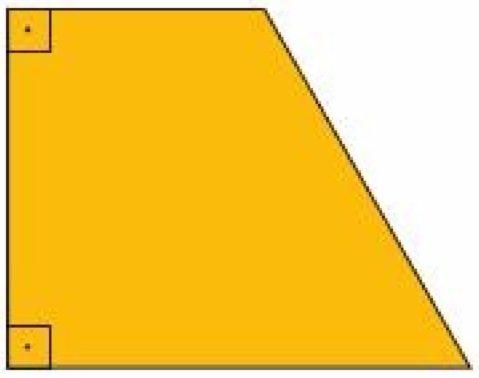
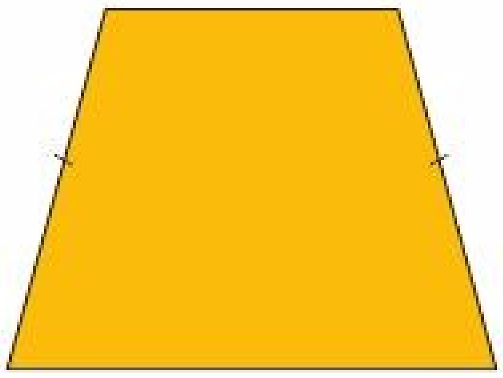
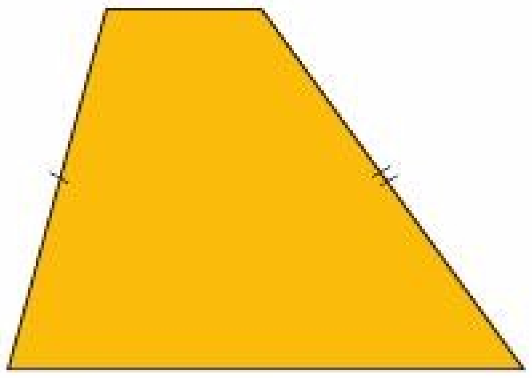
Professor: Leia com seus alunos o livro texto e represente no quadro as características dos quadriláteros e destaque suas características propriedades.

Quadriláteros

Quadriláteros são polígonos de quatro lados. Alguns quadriláteros têm nomes e propriedades especiais. Vamos conhecê-los.

Trapézio é **todo quadrilátero que tem apenas dois lados paralelos**.

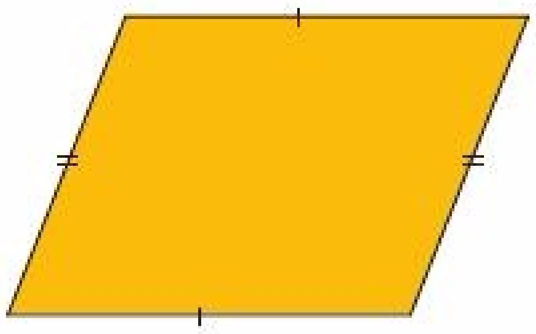
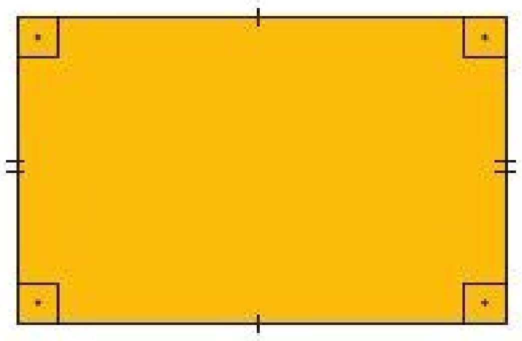
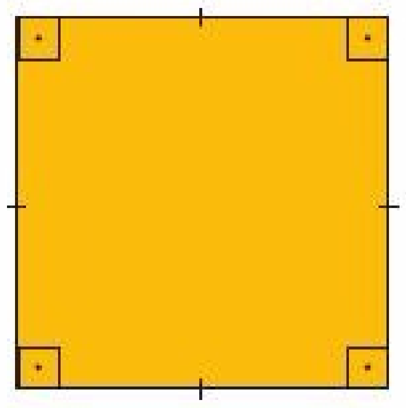
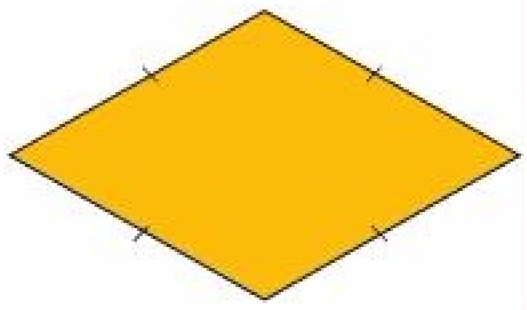
Os trapézios podem ser classificados de acordo com as características de seus lados ou de seus ângulos. Observe:

 **Trapézio retângulo**	 **Trapézio isósceles**	 **Trapézio escaleno**
Dois ângulos internos são retos	**Os dois lados não paralelos são congruentes**	**Quatro lados diferentes**

Num quadrilátero, **lados opostos** são lados que não têm pontos comuns.

Paralelogramo é **todo quadrilátero que tem lados opostos paralelos**.

Existem três tipos de paralelogramos que, em função de suas características, recebem nomes especiais: o retângulo, o quadrado e o losango

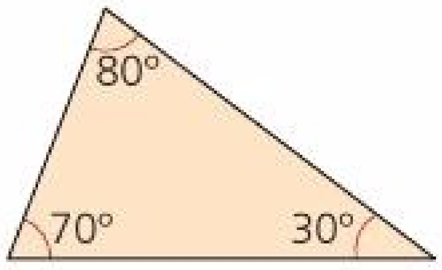
			
Paralelogramo	**Retângulo**	**Quadrado**	**Losango**

- **Paralelogramo** os lados opostos são paralelos
- **Retângulo** é todo paralelogramo que tem os quatro ângulos internos retos.
- **Quadrado** é todo paralelogramo que tem os quatro ângulos internos retos e os quatro lados com a mesma medida.
- **Losango** é todo paralelogramo com os quatro lados com a mesma medida.

Atividades

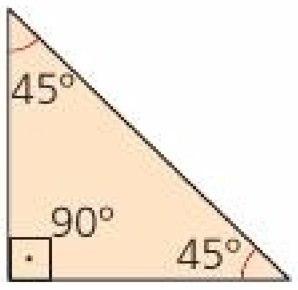
17. Nos triângulos a seguir, colocamos as medidas dos ângulos internos. Classifique-os em relação a essas medidas.

a)



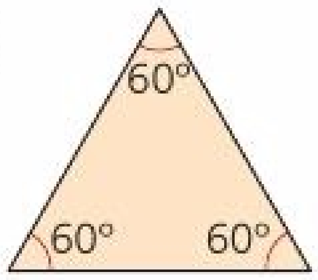
triângulo acutângulo

b)



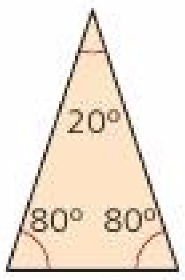
triângulo retângulo

c)



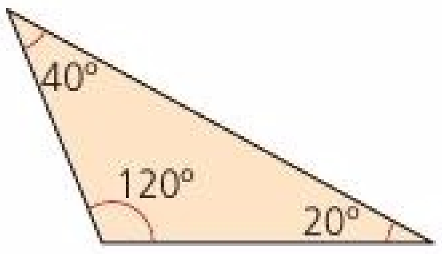
triângulo acutângulo

d)



triângulo acutângulo

e)



triângulo obtusângulo

18. Considerando que em um triângulo os lados opostos a ângulos iguais são iguais, classifique quanto aos lados os triângulos da atividade anterior. a) triângulo escaleno
b) triângulo isósceles d) triângulo isósceles
c) triângulo equilátero e) triângulo escaleno

19. Responda em seu caderno se são verdadeiras (V) ou falsas (F) as afirmações:

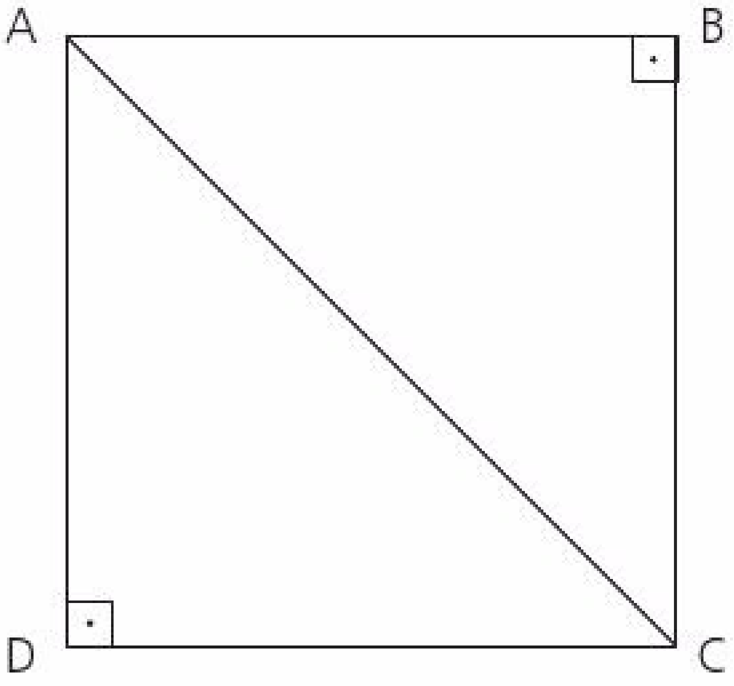
V a) Todo quadrado é um quadrilátero.

F b) Todo quadrilátero é um quadrado.

V c) Todo quadrado é um losango.

F d) Todo losango é um quadrado.

20. O quadrado ABCD a seguir é dividido em dois triângulos pelo segmento $\overline{AC}$, que é uma de suas **diagonais**.

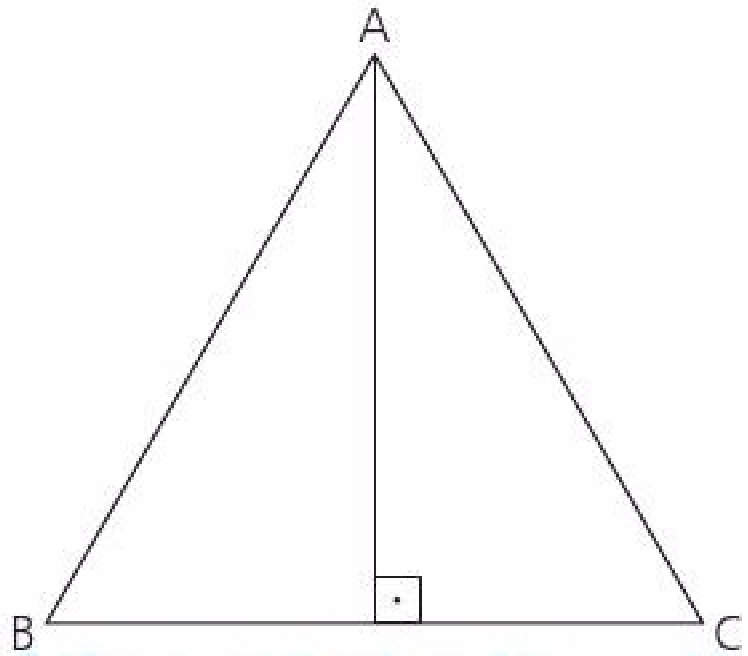


Classifique os triângulos ABC e ACD quanto:

a) aos lados 2 triângulos isósceles.

b) aos ângulos 2 triângulos retângulos.

21. Se dividirmos um triângulo equilátero em dois outros através de sua altura, que tipo de triângulos obteremos?



Ao dividirmos um triângulo equilátero em dois outros, através da sua altura, teremos dois triângulos retângulos.

22. Responda em seu caderno se são verdadeiras (V) ou falsas (F) as afirmações:

V a) Todo triângulo equilátero é isósceles

F b) Todo triângulo isósceles é equilátero

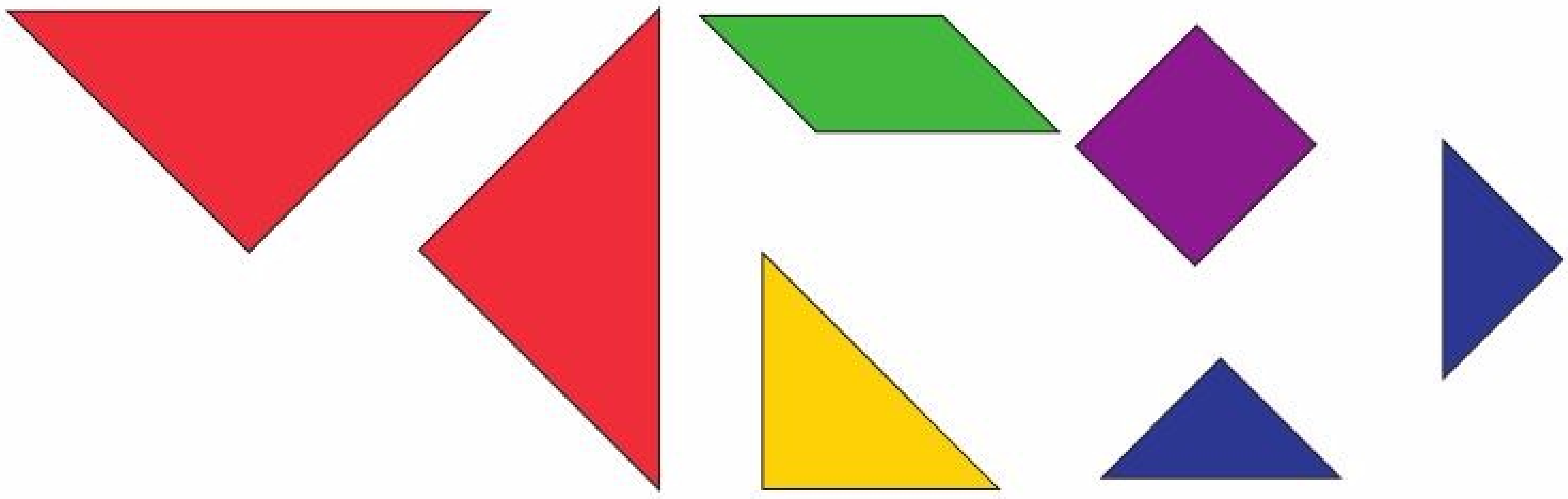
23. Juntando-se dois triângulos equiláteros que figura obteremos? Ao juntarmos 2 triângulos equiláteros, formaremos um losango, ou seja, um paralelogramo de 4 lados com medidas iguais.

Para ler

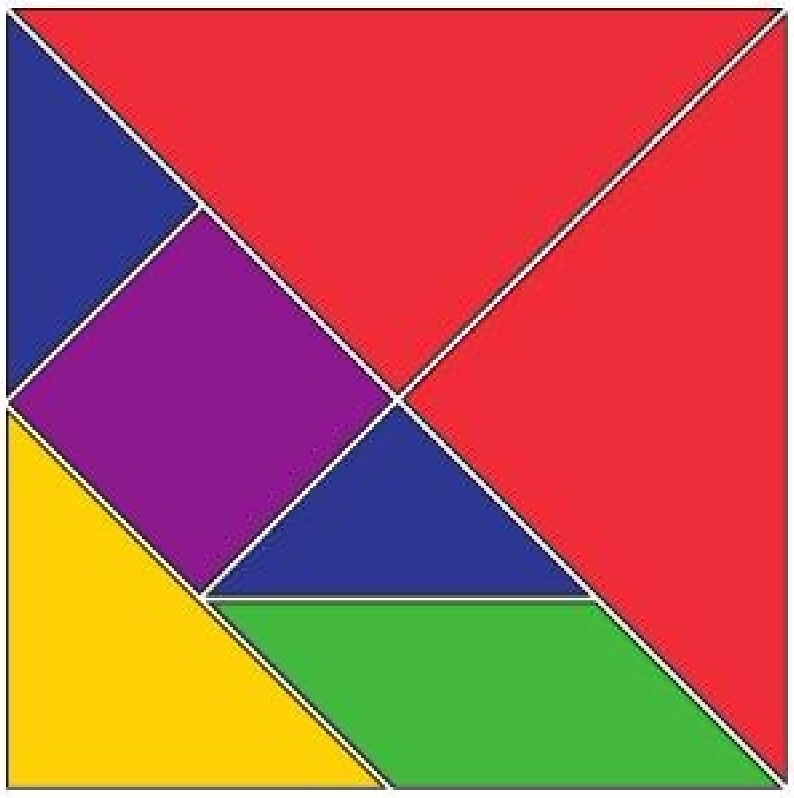
Veja sugestão de atividade e texto complementar sobre a história do tangram.

O TANGRAM

O Tangram é um quebra-cabeça chinês formado pelas sete peças a seguir:



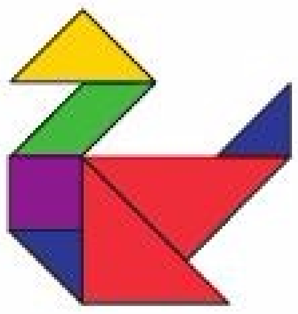
Com essas peças podemos construir as mais diversas figuras, sempre utilizando todas elas e sem sobrepor umas às outras. O quadrado abaixo, por exemplo, foi formado utilizando-se as sete peças em posições adequadas.

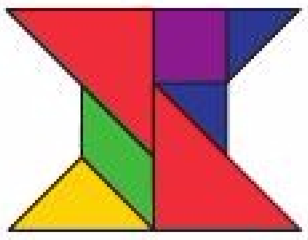


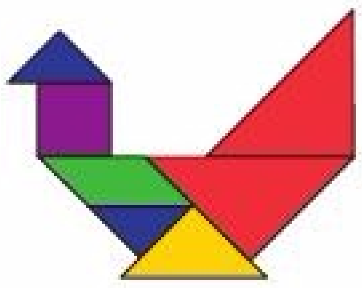
Professor, estimule a construção do tangram sugerida na página seguinte.

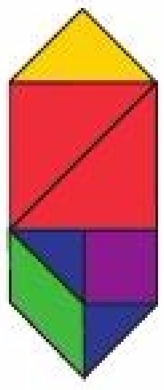
O Tangram também é conhecido como jogo das sete peças ou jogo das sete placas da sabedoria, nome dado pelos chineses.

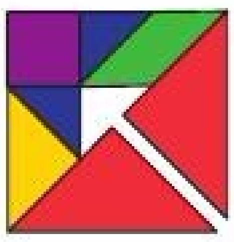
Veja algumas figuras interessantes montadas com as sete peças de um Tangram.







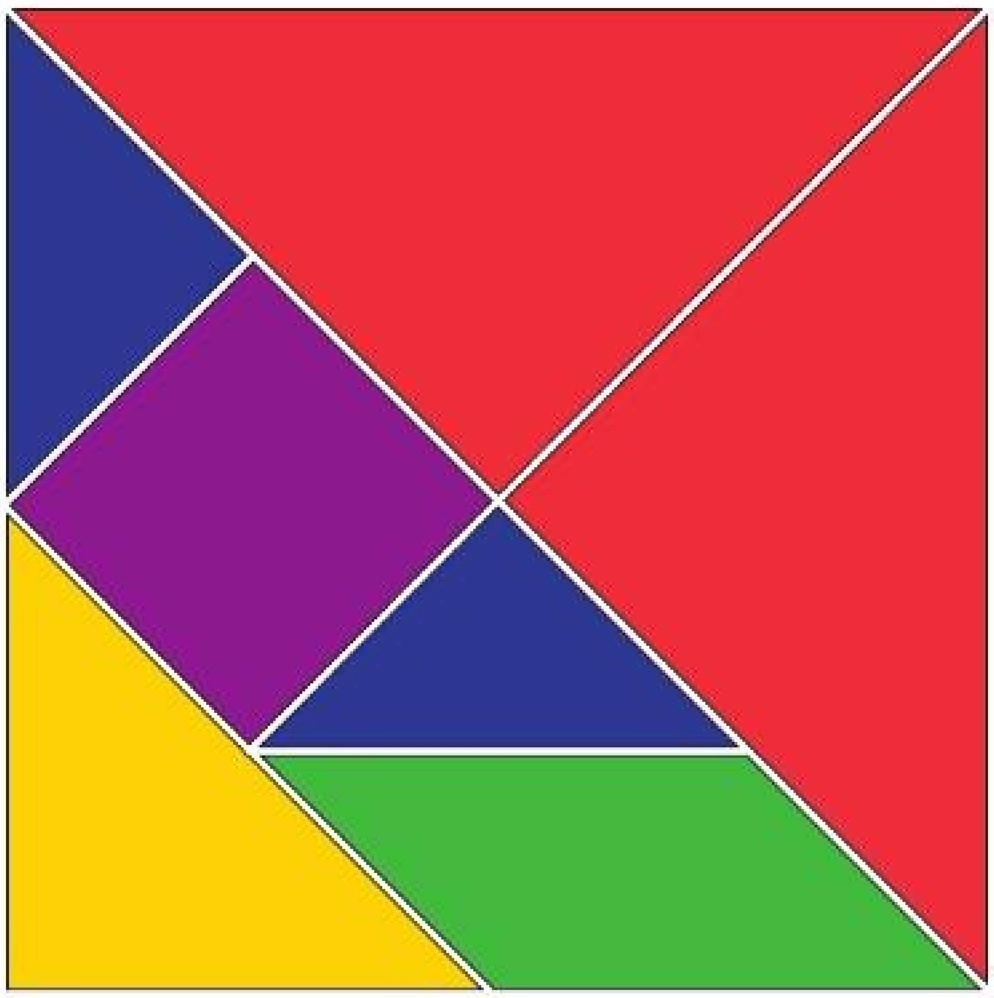




Na prática

Para realizar esta oficina, siga os seguintes passos, juntamente com os colegas do seu grupo:

1. Copie o molde a seguir numa folha de sulfite.



Professor, o livro traz explicações sobre as peças do Tangram e, em geral, os alunos apreciam as atividades decorrentes de seu uso. Se achar apropriado, proponha a outros professores atividades conjuntas com esse material. Professores de Ciências podem se interessar em ilustrar situações discutidas em suas aulas e os professores de Artes podem sugerir ideias interessantes. Proponha a discussão com seus colegas de trabalho. Veja sugestões de atividades e projetos na Assessoria Pedagógica.

2. Em seguida, utilizando lápis de cor ou outro recurso, pinte as peças e cole-as num papel cartonado, para que fiquem rígidas.
3. Recorte-as para ter as sete peças do Tangram.

Debata com seus colegas e, depois, responda às seguintes questões:

I. Que polígono cada peça do Tangram representa?

II. Utilizando as peças que você produziu, construa:

a) Um quadrado usando 2 peças

b) Um quadrado usando 3 peças

c) Um triângulo usando 3 peças

d) Um quadrado usando 4 peças

Com o Tangram, podemos montar os mais diversos tipos de figuras utilizando, em alguns casos, parte de suas peças e em outros as sete peças que o compõem.

Sempre que trabalhar com o Tangram, procure observar as relações existentes entre:

- As áreas das figuras montadas e as áreas das peças do Tangram que você utilizar para montá-las;
- As medidas dos lados dos polígonos que formam as peças do Tangram e as associações que você pode fazer para montar diferentes figuras.

Para estudar

Professor, indique para os alunos que as atividades 24 a 27 devem ser acompanhados de figuras que representem o que está descrito na proposição de cada uma delas.

24. Desenhe em seu caderno três retas **r**, **s** e **t** em um mesmo plano a, de tal forma que:

- **r** e **s** não tenham ponto comum;
- **r** e **t** se encontrem num ponto P.

25. Desenhe em seu caderno três retas **r**, **s** e **t** em um mesmo plano a, de maneira que se encontrem num ponto P.

26. Desenhe em seu caderno três retas **r**, **s** e **t**, de tal forma que **r** e **s** estejam num mesmo plano α e **t** não esteja neste plano mas tenha um ponto comum a **r** e ***s***.

27. Os pontos A, B e C estão numa reta **r**. O segmento $\overline{AB}$ mede 5 cm e o segmento $\overline{BC}$ mede 2 cm.

Represente esta situação em seu caderno e dê a medida do segmento $\overline{AC}$ quando:

a) O ponto C está entre A e B.

b) O ponto B está entre A e C.

28. Em seu caderno, copie as frases a seguir e complete trocando o símbolo ▼ pelo termo correto.

a) O contorno de um triângulo é formado por três ▼.

b) Um paralelogramo possui quatro ▼.

c) Ângulos obtusos são maiores que o ângulo de ▼.

d) Para medir ângulos utilizamos um ▼.

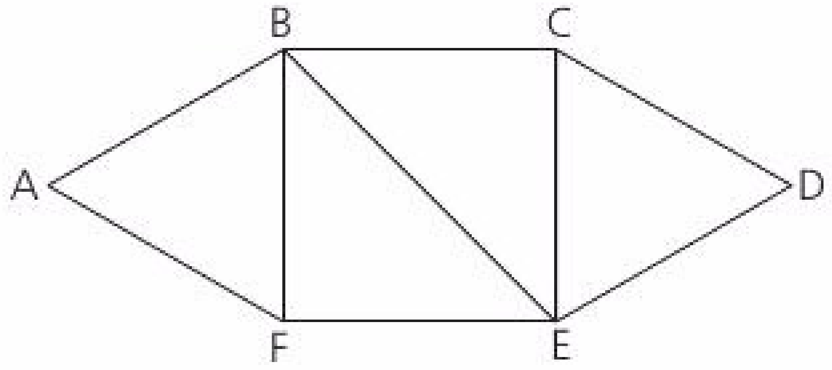
29. Um quadro é retangular e um dos lados mede o dobro do outro.

a) Quantos centímetros de moldura serão gastos, se o lado menor mede 30 centímetros?

b) E se a medida do lado maior for 80 cm?

30. Considere a figura a seguir, na qual:

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FA}$



Classifique quanto aos lados e quanto aos ângulos os triângulos:

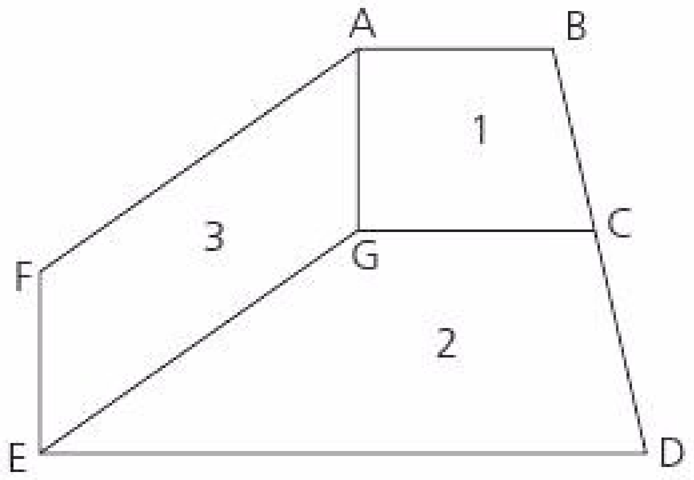
a) ABF

b) BFE

c) CDE

d) BCE

31. A figura abaixo mostra a planta de um terreno dividido nos lotes 1, 2 e 3.



Sabendo que $\overline{FE}//\overline{AG}$, $\overline{AB}//\overline{GC}$, $\overline{FA}//\overline{EG}$ e $\overline{GC}//\overline{ED}$, indique que tipo de quadrilátero é:

a) FAGE

b) ABCG

c) GCDE

32. Classifique em verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das afirmações:

a) Todo losango tem quatro ângulos internos iguais.

b) Todo triângulo isósceles tem dois ângulos iguais.

c) Todo triângulo retângulo tem dois ângulos de 45°.

33. Que tipo de triângulo obtemos quando dividimos um quadrado através de suas diagonais?

Resolução das atividades

1. a) Falsa. A reta r está totalmente contida no plano α.

b) Verdadeira. O ponto A pertence às duas retas, tornando-as concorrentes.

c) Verdadeira. Como visto anteriormente, elas são concorrentes em A.

d) Verdadeira. O ponto P pertence às retas t e s embora elas não estejam no mesmo plano.

2. a) Verdadeira. Pelo ponto A passam infinitas retas contidas no plano α.

b) Falsa. Há retas que passam em A que podem pertencer a outros planos.

c) Verdadeira. Existem infinitas retas que passam por B e podem ser paralelas às retas que passam por A.

d) Verdadeira. Só é possível haver uma reta que passa por dois pontos A e B.

3.

Artur Corumba/SXC

Congresso Nacional, Brasília, DF.

Devem ser identificadas figuras planas e figuras espaciais:

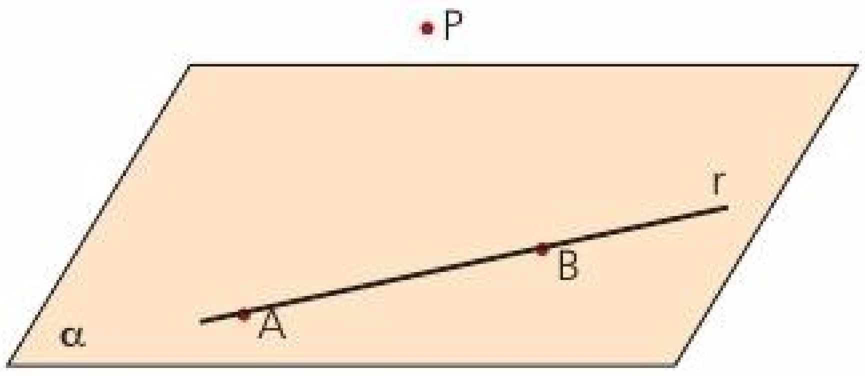
– Retângulos

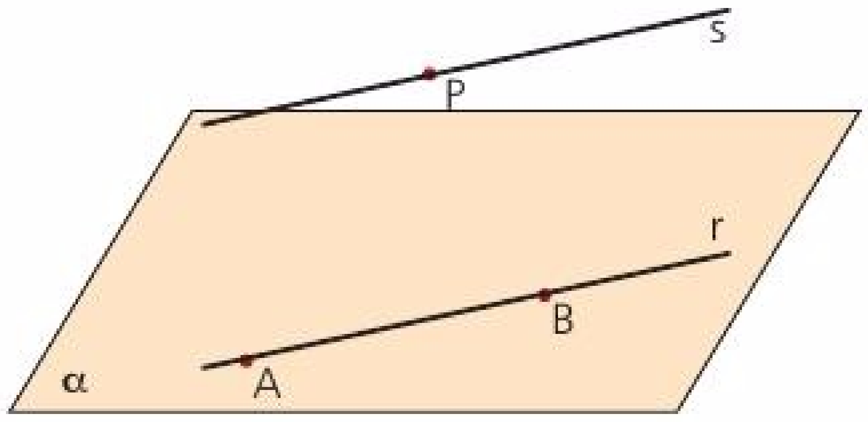
– Triângulos

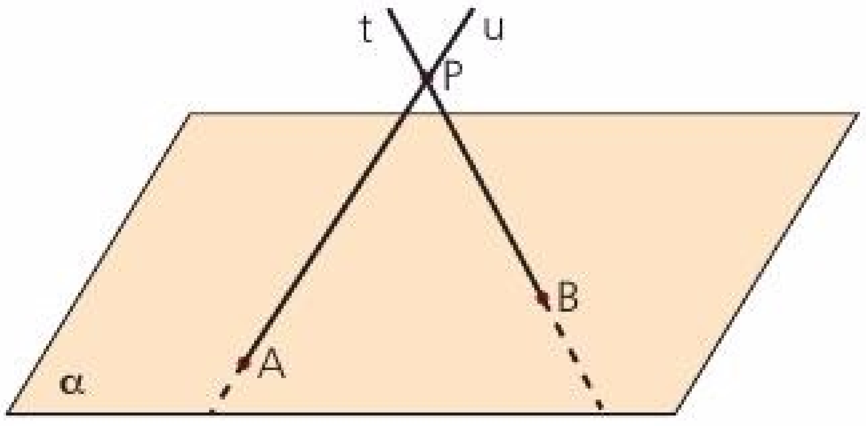
– Prismas de bases retangulares

– Corpo redondos

4







5. a) figura plana – Este é um polígono côncavo, cujo conceito será abordado no capítulo 7.

b) figura plana – circunferência

c) figura espacial – prisma base trapezoidal

d) figura espacial – prisma base triangular

e) figura plana – hexágono regular – polígono

f) figura espacial – cilindro

6. a) as figuras que não têm vértices são as figuras planas e os corpos redondos. No caso as figuras (a), (b), (e) e (f).

b) figura (e)

$$\begin{cases}\text{vértices – 6}\\ \text{arestas – 0}\\ \text{faces – 0}\end{cases}$$

figura (f)

$$\begin{cases}\text{vértices – 0}\\ \text{arestas – 0}\\ \text{faces – 2 circulares}\end{cases}$$

7.

Poliedro	V	F	A
a	**8**	**6**	**12**
b	**12**	**8**	**18**
c	**6**	**8**	**12**
d	**12**	**8**	**18**
e	**5**	**5**	**8**

8. Resposta pessoal

9. Poliedros são as figuras dos itens a, b, c e e. Corpos redondos são d, f e g.

10. a) Nenhum
b) Apenas o item c
c) Apenas o item e

11. Construção no caderno.

12. a) Agudo
b) Obtuso
c) Obtuso
d) Agudo

13. 180°

14. Construção no caderno.

15. $x = 40°$
$y = 120° - 40° = 80°$
$z = 180° - 120° = 60°$

16. a) 60°
b) 150°
c) 120°
d) 150°

17. a) triângulo acutângulo – todos os ângulos menores que 90° .
b) triângulo retângulo – tem um ângulo reto, ou seja, de 90°.
c) triângulo acutângulo – todos os ângulos menores que 90°.
d) triângulo acutângulo – todos os ângulos menores que 90°.
e) triângulo obtusângulo – possui um ângulo maior que 90°.

18. a) triângulo escaleno – 3 lados com medidas diferentes.
b) triângulo isósceles – 2 lados com medidas iguais.
c) triângulo equilátero – 3 lados com medidas iguais.
d) triângulo isósceles – 2 lados com medidas iguais.
e) triângulo escaleno – 3 lados com medidas diferentes.

19. a) Verdadeira. Todo quadrado é uma figura plana de 4 lados, portanto, um quadrilátero.
b) Falsa. Quadriláteros são figuras planas de 4 lados, mas nem todas são quadrados.
c) Verdadeira. Todo quadrado é um losango por ter 4 lados com medidas iguais.
d) Falsa. Losango é um paralelogramo com 4 lados com medidas iguais, mas para ser um quadrado deveria ter os 4 ângulos retos.

20. a) ΔABC e ΔACD – são 2 triângulos isósceles, pois possuem 2 lados iguais.
b) ΔABC e ΔACD – são 2 triângulos retângulos; pois cada um deles possui um ângulo de 90°.

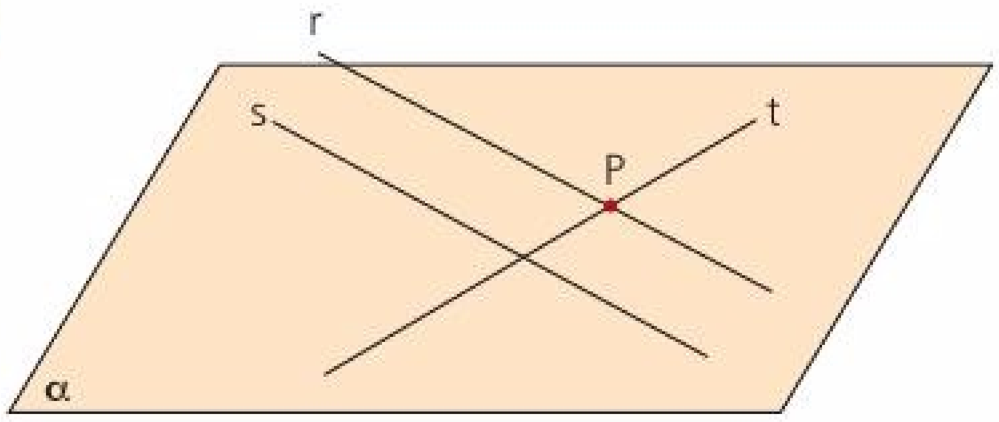
21. Ao dividirmos um triângulo equilátero em dois outros, através da sua altura, teremos dois triângulos retângulos.

22. a) Verdadeira. Todo triângulo equilátero tem 3 lados iguais e, portanto, é verdade que também é isósceles.
b) Falsa. Para ser um triângulo equilátero é necessário que os 3 lados sejam iguais e os triângulos isósceles tem apenas 2 lados iguais.

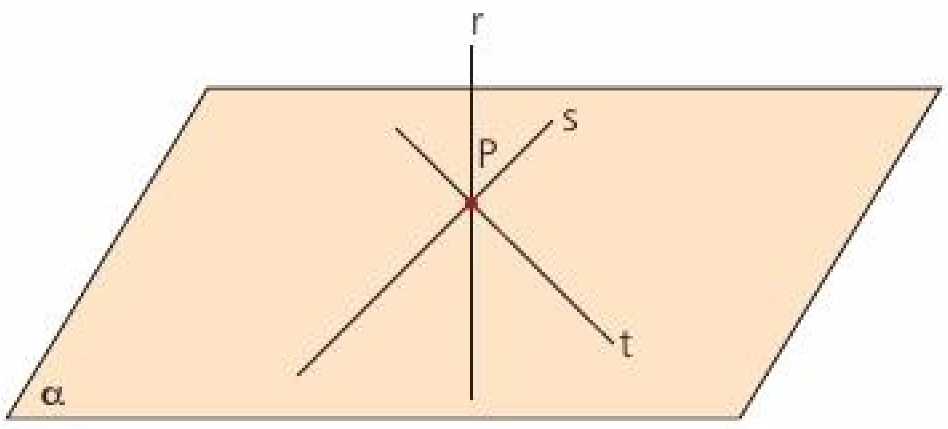
23. Ao juntarmos 2 triângulos equiláteros, formaremos um losango, ou seja, um paralelogramo de 4 lados com medidas iguais.

Respostas da seção Para estudar

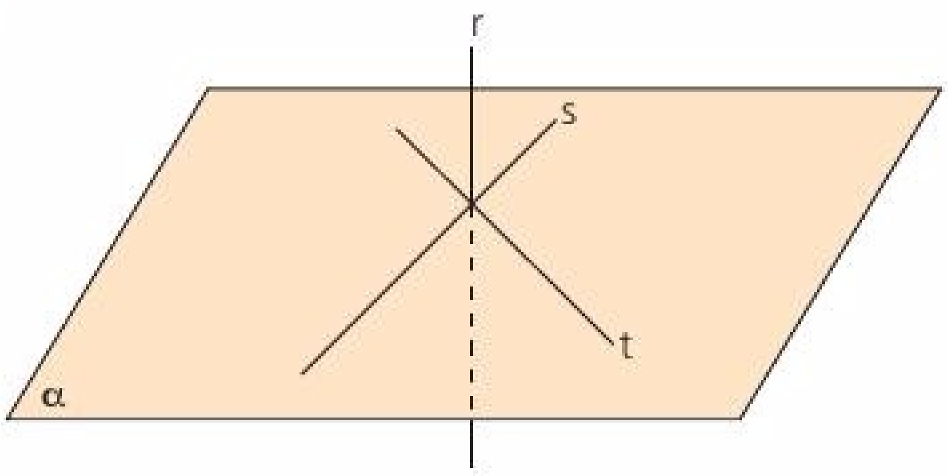
24.



25.

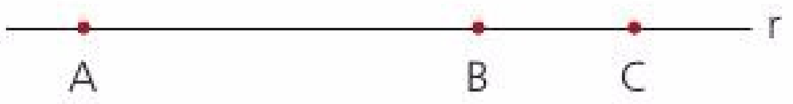


26.



27. a)

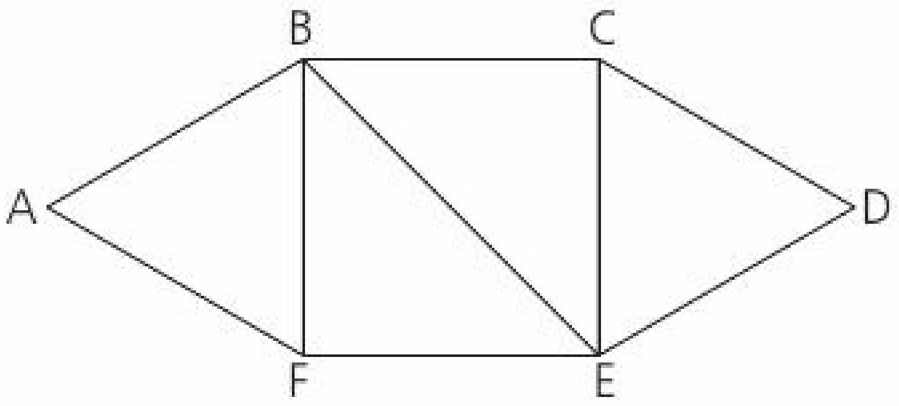
b)



28. a) lados.
b) lados.
c) 90º.
d) tranferidor.

29. a) 180 cm
b) 240 cm

30.



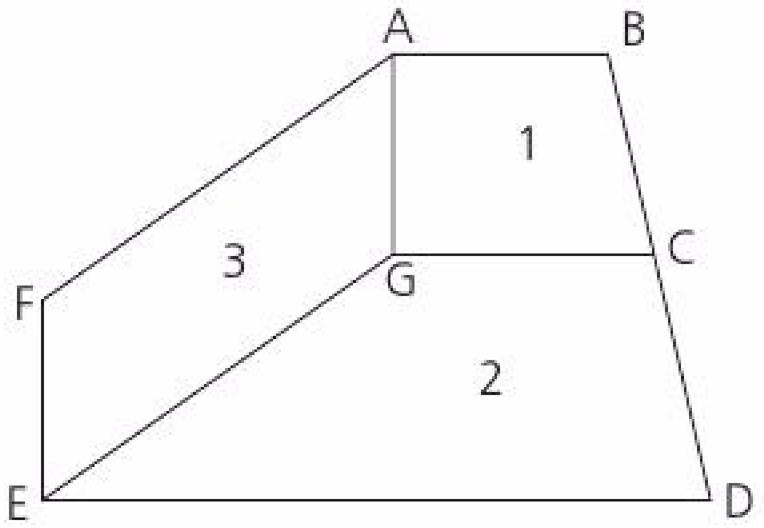
a) Triângulo ABF - triângulo equilátero, acutângulo.

b) Triângulo BFE - triângulo isósceles, retângulo.

c) Triângulo CDE - triângulo equilátero, acutângulo.

d) Triângulo ECB - triângulo isósceles, retângulo.

31.



a) retângulo

b) trapézio retângulo

c) trapézio escaleno

32. a) Falsa.
b) Verdadeira.
c) Falsa.

33. Triângulo retângulo isósceles

capítulo 4

Múltiplos e Divisores

- Divisibilidade
- Números primos
- Decomposição em fatores primos
- Múltiplos de um número
- Mínimo múltiplo comum
- Divisores de um número
- Máximo divisor comum

AGE Fotostock/Grupo Keystone

Entreposto do CEAGESP, São Paulo, SP, 2012.

Conversa Inicial

Já estudamos as operações fundamentais de adição, subtração, multiplicação e divisão com os números naturais. Vimos que existem números que são obtidos multiplicando-se um número natural por outro. Estes são chamados de **múltiplos** dos números que foram multiplicados para obtê-los. O mesmo acontece com a divisão. Podemos dividir um número natural por outro diferente de zero e obter um terceiro número também natural. O número pelo qual dividimos o primeiro para encontrar o terceiro é um **divisor** daquele primeiro.

Os conceitos de múltiplos e divisores acompanham as atividades humanas há um longo tempo. Nós utilizamos esses conceitos todos os dias. Isso ocorre quando pagamos uma conta com notas e moedas ou quando compramos uma dúzia de ovos, que é o mesmo que 12 ovos.

Professor: comente e destaque no quadro os principais pontos do texto. Cite alguns exemplos além dos sugeridos na página. Permita que os alunos façam sugestões e anote-as no quadro. Veja na Assessoria Pedagógica material adicional para ilustrar a discussão.

As imagens não são proporcionais entre si.


Divulgação/Banco Central do Brasil

Notas e moedas.


Vinicius Tupinamba/PhotoXpress

Dúzia de ovos.

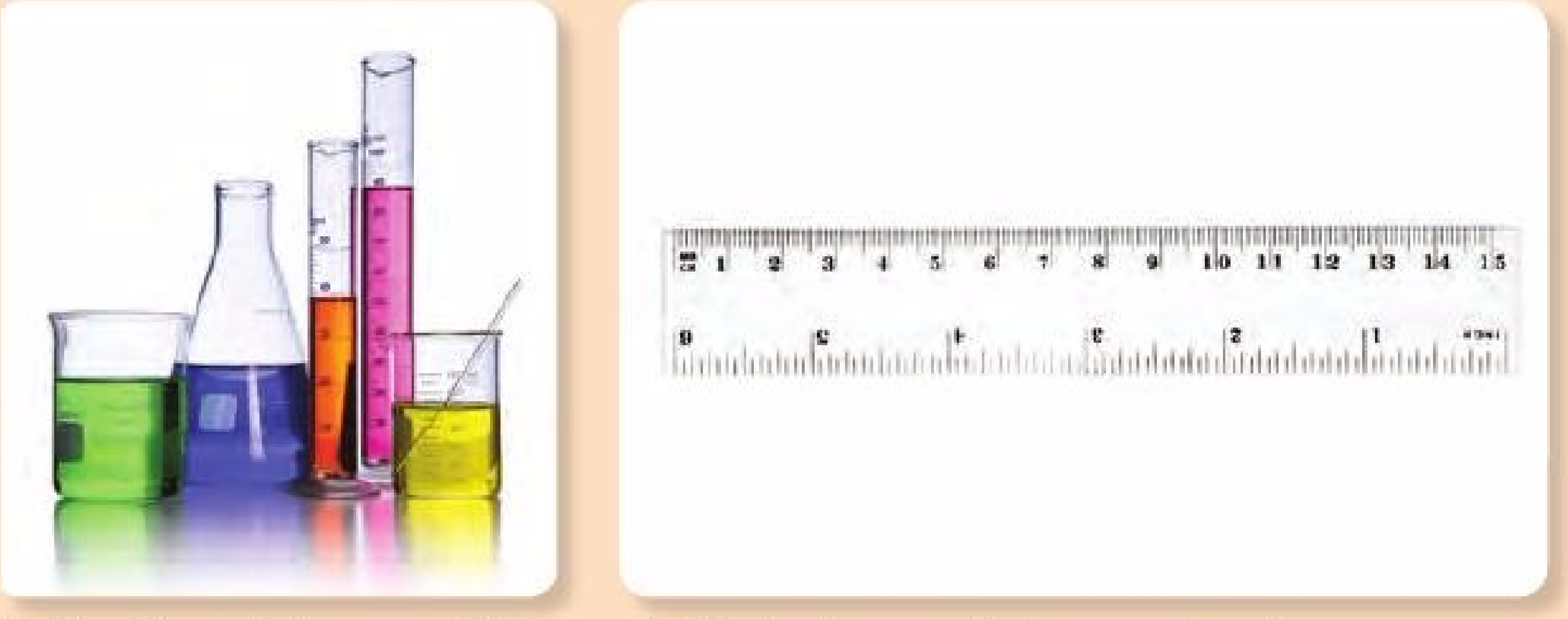

Emmip/Morguefile

Peças de brinquedo de montagem.


João Prudente/Pulsar Imagens

Gado no pasto.

Até quando nos divertimos com brinquedos de montagens, usamos peças que são dimensionadas na forma de múltiplos umas das outras. O comércio agropecuário, por exemplo, é feito com base num múltiplo do quilograma, a arroba, que equivale a 15 quilogramas.



Medidas são realizadas com múltiplos e submúltiplos de uma unidade convencionada.

Já que múltiplos e divisores são números que obtemos com multiplicações e divisões, vamos estudar as características dessas multiplicações e divisões, para podermos responder perguntas como: quando um número é divisível por outro?, ou ainda, quando um número é múltiplo de outro?

Divisibilidade

Um número natural é divisível por um outro natural diferente de zero, se a divisão do primeiro pelo segundo for **exata**, ou seja, se o quociente for natural e se tiver **resto zero**

Observe os exemplos:

- 40 é divisível por 5, pois

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{40} & \underline{\mathbf{5}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{8} \end{array}$$

- 36 não é divisível por 5, pois

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{36} & \underline{\mathbf{5}} \\ \mathbf{1} & \mathbf{7} \end{array}$$

Como você pode observar, basta que se efetue a divisão para verificarmos se um número é ou não divisível por outro. No entanto, podemos estabelecer alguns critérios para verificarmos a divisibilidade, sem a necessidade de realizar a divisão. Antes, porém, faça as atividades propostas a seguir.

Atividades

1. Responda, no caderno, após realizar a divisão:

a) 69 é divisível por 2? Não.

b) 69 é divisível por 3? Sim.

c) 40 é divisível por 3? Não.

d) 40 é divisível por 5? Sim.

2. Entre os números 48, 56, 63, 80 e 147, quais são divisíveis por 7? 56, 63 e 147

3. Quais são os números naturais menores que 21 (não se esqueça do zero), que são divisíveis por:

a) 2 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

b) 3 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18

c) 10 0, 10, 20

d) 20 0, 20

4. O número 2472 é divisível por 12. Qual é o próximo número natural depois de 2472 que é divisível por 12? 2484

5. Calcule o maior número natural divisível por 12 e menor que 600. 588

6. Escreva a sequência de todos os números naturais divisíveis por 5 e menores que 45. 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 5, 0

7. Faça o mesmo para os números naturais divisíveis por 3, maiores que 15 e menores que 39. 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36

8. Pense e responda:

a) A divisão de qualquer número por 1 é sempre exata? Sim

b) Qual é o número natural que é divisível por todos os números naturais diferentes de zero? Zero

c) O número 2045 é divisível por 5?
Sim, pois 2045 : 5= 409 e dá resto zero

Argumentar

9. Assinale verdadeiro (V) ou falso (F) e justifique para cada uma das afirmações a seguir. Antes, copie-as em seu caderno.

- V a) Qualquer número natural diferente de zero é divisível por si mesmo.
- F b) O número 1 é divisível por qualquer número natural.
- V c) Qualquer número natural é divisível por 1.
- V d) O zero é divisível por qualquer número natural diferente de zero
- F e) Qualquer número natural diferente de zero é divisível por zero.

10. Considere os números 2 188, 2 194, 2 198, 2 191 e 2 199.

a) Nas divisões desses números por 7, quais são os restos? 4, 3, 0, 0, 1

b) Dos números considerados, quais são divisíveis por 7? 2 198 e 2 191

11. Considere os números 2 000, 2 001, 2 002, 2 003, 2 004, 2 005, 2 006, 2 007, 2 008, 2 009 e 2 010.

Escreva quais desses números são divisíveis por:

a) 5	b) 7	c) 17	d) 23
2 000, 2 005 e 2 010	2 002, 2 009	2 006	2 001

12. Escreva em seu caderno as seguintes sequências de números naturais:

- dos múltiplos de 2 menores que 30;
- dos múltiplos de 3 menores que 33;
- dos múltiplos de 6 menores que 36.

Analisando as três sequências, responda:

a) Qual é o menor número que é múltiplo de 2 e 3? 6

b) Qual é o menor número que é múltiplo de 2 e 6? 6

c) Qual é o menor número que é múltiplo de 2, 3 e 6? 6

Critérios de divisiblidade

É possível verificar se alguns números são divisíveis por outros sem fazer a divisão. Para isso, basta que você conheça determinados padrões, que são denominados critérios de divisibilidade. Vamos estudar esses critérios para os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

a) Divisibilidade por 2

O padrão ou regra que um número deve atender para ser divisível por 2 é bastante simples:

> Um número natural é divisível por 2 quando termina em 0, 2, 4, 6 ou 8, ou seja, quando é **par**.

Por exemplo:

- 38 é divisível por 2, porque é par.
- 77 não é divisível por 2, porque não é par; é ímpar.

b) Divisibilidade por 3

É possível provar que, se a soma dos algarismos de um número é divisível por 3, o número também será. Veja os seguintes casos:

- 27 é divisível por 3, pois 2 + 7 = 9, que também é divisível por 3;
- 6 600 é divisível por 3, pois 6 + 6 + 0 + 0 = 12, que também é divisível por 3;
- 32 118 é divisível por 3, pois 3 + 2 + 1 + 1 + 8 = 15, que também é divisível por 3.

Como você pode ver, é mais fácil verificar se a soma dos algarismos de um número é divisível por 3 do que fazer a divisão, principalmente quando o número é muito grande como no último exemplo. A regra de divisibilidade por três, portanto, é a seguinte:

> Um número natural é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos também for divisível por 3.

Veja mais alguns exemplos:

- 624 é divisível por 3, porque a soma de seus algarismos (6 + 2 + 4 = 12) é divisível por 3.
- 725 não é divisível por 3, porque a soma de seus algarismos (7 + 2 + 5 = 14) não é divisível por 3.

Atividades

13. Quais dos seguintes números são divisíveis por 2? 3 300, 770, 839 080

a) 517
b) 3 300
c) 770
d) 3 255
e) 12 215
f) 839 080

14. Escreva no caderno os números naturais divisíveis por 2, maiores que 1 e menores que 19. ! Cálculo mental
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18

15. Indique quais dos números a seguir são divisíveis por 3. 6813

a) 428
b) 33 100
c) 409
d) 6 813

! Argumentar

16. Sem efetuar a divisão, justifique por que 323 232 é ou não divisível por 3.
É divisível, porque a soma dos algorismos é 15, que é divisível por 3.

17. Verifique se cada afirmação feita é falsa (F) ou verdadeira (V) e justifique. Antes, copie-as em seu caderno.

V a) Todos os números naturais terminados em 4 são divisíveis por 2.
F b) Todos os números naturais terminados em 6 são divisíveis por 3.
F c) Todos os números naturais terminados em 2 não são divisíveis por 3.
V d) Um número natural pode ser divisível por 2, mesmo que a soma dos seus algarismos não o seja.

18. Sem efetuar divisões, digaquais os números abaixo que são divisíveis por 2:

a) 798 divisivel por ser um número par

b) 75 não é

c) 893 não é

d) 1 234 568 divisivel por ser um número par

19. Explique por que todos os números de três algarismos iguais, como 555, 777, 444, por exemplo são divisíveis por 3.

Porque são multiplos de 3

20. Sem efetuar divisões, diga quais os números abaixo que são divisíveis por 3:

a) 2 340 não é

b) 2 958 divisivel porque a soma de seus algarismos resulta 24 que é divisivel por 3.

c) 355 não é

d) 955 629 divisivel porque a soma de seus algarismos resulta 36 que é divisivel por 3.

21. Verifique se a afirmação a seguir é verdadeira ou falsa e justifique sua resposta.

"Números com 4 algarismos iguais não são divisíveis por 3." ! Argumentar

Verdadeiro, porque não são multiplos de 3

22. As figurinhas de um álbum do Campeonato Brasileiro são compradas em envelopes com 3 unidades em cada. O fabricante imprimiu e embalou 2 178 432 figurinhas. Responda:

a) Sobraram figurinhas não embaladas?
não sobrarão figurinhas

b) Quantos envelopes foram encaminhados para venda? 726 144 envelopes

c) Divisibilidade por 4

Existe um critério de divisibilidade por 4 apenas para números que sejam maiores ou iguais a 100:

Um número natural maior ou igual a 100 é divisível por 4 quando o número formado pelos dois últimos algarismos for divisível por 4.

Observe alguns exemplos:

- 8 924 é divisível por 4, pois 24 é divisível por 4;
- 51 608 é divisível por 4, pois 08 é divisível por 4;
- 17 600 é divisível por 4, porque termina em 00 e 0 é divisível por 4;
- 5 426 não é divisível por 4, porque 26 não é divisível por 4;
- 3 554 não é divisível por 4, porque 54 não é divisível por 4.

d) Divisibilidade por 5

Observe as características dos números divisíveis por 5:

0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35...

Note que os números naturais divisíveis por 5 terminam sempre em 0 ou 5. Logo, esse é o critério de divisibilidade por 5.

Um número natural é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.

Observe outros exemplos:

- 73 715 é divisível por 5, pois termina em 5;
- 44 220 é divisível por 5, pois termina em 0;
- 428 667 não é divisível por 5, porque não termina em 0 nem em 5.

Atividades

23. Considere os números: 520, 936, 785, 313, 808, 1 894 e 1 000. Diga quais deles são divisíveis por: Argumentar

a) 4 520, 936, 808, 1 000 b) 5 520, 785, 1 000

24. O número 7 626 312 é divisível por 4? E por 5? Justifique as respostas. É divisível apenas por 4.

25. Diga se 3 370 é ou não divisível pelos números a seguir. Justifique suas respostas.

a) 2 Sim. c) 4 Não.
b) 3 Não. d) 5 Sim.

26. Apresente todos os números naturais, de 2 000 até 2 010, que são divisíveis por:

a) 2 2000, 2002, 2004, 2006, 2008, 2010 c) 4 2000, 2004, 2008
b) 3 2001, 2004, 2007, 2010 d) 5 2000, 2005, 2010

27. Sem efetuar divisões, responda quais os números abaixo que são divisíveis por 4:

a) 6 784 divisível porque a soma de seus dois algarismos resulta 12 que é divisível por 4. c) 7 896 065 não é
b) 786 543 não é d) 7 879 divisível porque a soma de seus dois algarismos resulta 16 que é divisível por 4.

Argumentar

28. Diga qual é o menor algarismo que deve ser colocado no lugar de ▼ para que o número 1 233▼ seja divisível:

a) por 4 2 b) por 5 0

29. Escreva o maior número de três algarismos que seja divisível por 4. 996

30. Sem efetuar divisões, responda quais os números abaixo que são divisíveis por 5:

a) 384 não é c) 7 896 065 divisível porque termina com 5.
b) 98 154 não é d) 28 760 divisível porque termina com 0.

31. A Terra descreve uma órbita completa ao redor do Sol no intervalo de 365 dias e aproximadamente 6 horas. Como o ano tem duração de 365 dias, convencionou-se que de 4 em 4 anos, quando se acumulam 24 horas, acrescenta-se um dia a mais na duração do ano: daí o dia **29 de fevereiro**. Esses anos são denominados anos **bissextos** e ocorrem de 4 em 4 anos sendo, portanto, múltiplos de 4. Exceto quando terminam em 00. Nesse caso, serão bissextos se forem múltiplos de 400. Verifique a seguir quais anos foram ou serão bissextos: 1808, 1932, 2000, 2016

a) 1 808 d) 2 012
b) 1 822 e) 2 034
c) 1 932 f) 2 088

e) Divisibilidade por 6

Se um número é divisível por 6, ele será divisível por 3 x 2, ou seja: ele será divisível por 3 **e** por 2. Isso indica o critério de divisibilidade por 6:

> Um número natural é divisível por 6 quando for divisível por 2 e também por 3.

Observe bem os exemplos:

- 4 728 é divisível por 6, pois é divisível por 2 (é par) e por 3 (a soma dos seus algarismos é 21);
- 1 232 não é divisível por 6, porque não é divisível por 3 (a soma dos algarismos é 8).

f) Divisibilidade por 7

O critério de divisibilidade por 7 não é tão direto quanto os que vimos até aqui. É bem mais complicado que os demais e muito pouco prático para ser aplicado por você. Por essa razão, para determinar se um número é divisível por 7, é mais simples fazer a divisão e verificar se ela é exata, principalmente se você tiver em mãos sua calculadora. Mesmo assim, por curiosidade, vamos ver como ele funciona.

Curiosidade

Mesmo que seja mais simples realizar a divisão para verificar se um número é divisível por 7, existe um processo para isso. A importância desse processo é que ele pode ser necessário em algum tipo de programa de computador ou de verificação de dígitos de segurança em senhas, segredos de cofre etc.

Um número é divisível por 7 se o dobro do último algarismo, subtraído do número sem o último algarismo, resultar um número divisível por 7. Se o número obtido não permitir, ainda, que se perceba a divisibilidade, repete-se o processo até que se possa verificar a divisão por 7.

Acompanhe, por exemplo, a aplicação desse critério para o número 319 662.

No primeiro passo, retiramos o último algarismo (2) e copiamos o número 31 966. Em seguida, calculamos a diferença entre 31966 e o dobro de 2. Repetimos o procedimento até atingirmos um número que podemos dizer diretamente se é ou não múltiplo de 7.

319.662

Número sem o último algarismo	31.966
Dobro de **2** (último algarismo)	4
Diferença	**31.962**

Número sem o último algarismo	3.196
Dobro de **2** (último algarismo)	4
Diferença	**3.192**

Número sem o último algarismo	319
Dobro de **2** (último algarismo)	4
Diferença	**315**

Número sem o último algarismo	31
Dobro de **5** (último algarismo)	10
Diferença	**21**

Divisível por 7

Fernanda Youssef

A última diferença (21), é divisível por 7, logo o número inicial 319 662 também é divisível por 7.

Professor: comente e destaque no qwuadro os principais pontos do texto. Convém construir com seus alunos as etapas para descobrir se um número é divisível por 7. Se achar conveniente, elabore uma atividade coletiva com a turma.

g) Divisibilidade por 8

O critério de divisibilidade por 8 é muito semelhante ao que aplicamos para a divisibilidade por 4, mas só vale para números naturais maiores ou iguais a 1 000. Para números entre 0 e 1 000, recomendamos que você faça a divisão, com exceção daqueles cuja divisibilidade é fácil de se perceber como, por exemplo, 8, 80, 400 e 800.

> Um número natural maior ou igual a 1 000 é divisível por 8 quando o número formado pelos seus três últimos algarismos for divisível por 8.

Veja, por exemplo, que para verificamos se 13 128 é divisível por 8, basta analisar se 128 (três últimos algarismos) é divisível:

$$
\begin{array}{r|l}
128 & 8 \\ \cline{2-2}
48 & 16 \\
0 &
\end{array}
$$

Professor: comente e destaque no quadro os principais pontos do texto. Destaque para seus alunos as etapas para descobrir se um número é divisível por 8 e por 10.

Como 128 é divisível por 8, o número 13 128 também é.

Vamos fazer o mesmo para 125516, analisando a divisibilidade de 516 por 8.

$$
\begin{array}{r|l}
516 & 8 \\ \cline{2-2}
36 & 64 \\
4 &
\end{array}
$$

Como 516 não é divisível por 8, 13 128 também não é.

h) Divisibilidade por 9

O critério de divisibilidade por 9 é exatamente o mesmo que o critério de divisibilidade por 3.

> Um número natural será divisível por 9 quando a soma dos seus algarismos for divisível por 9.

Por exemplo:

- 62 739 é divisível por 9, pois a soma de seus algarismos é 27, que é divisível por 9.
- 120 284 não é divisível por 9, seus algarismos somam 17, que não é divisível por 9.

i) Divisibilidade por 10

Um número natural é divisível por 10 quando terminar em 0.

Você pode observar que sempre que um número natural terminar em 0, teremos um quantidade inteira de dezenas, o que caracteríza a divisibilidade por 10.

Por exemplo:

- 2 670 é divisível por 10, porque termina em 0.
  Veja que o número 2 670 equivale a 267·10, ou 267 dezenas.
- 53 301 não é divisível por 10, porque não termina em 0.

Professor: relacionamos algumas curiosidades sobre números perfeitos. Antigamente, acreditava-se que os números perfeitos eram especiais. Santo Agostinho sugeriu em seu texto "A cidade de Deus", que Deus teria criado o mundo em seis dias porque seis é um número perfeito. Veja na Assessoria Pedagógica alguns textos interessantes.

Curiosidade

Números perfeitos

Os matemáticos gregos chamavam de números perfeitos aqueles que eram iguais à soma de seus divisores, exceção feita a ele mesmo. O número 6 é o primeiro número perfeito, pois é divisível por 1, 2 e 3. Somando-se esses divisores de 6, obtemos exatamente o 6. Veja:

$$\mathbf{6 = 1 + 2 + 3}$$

O número 8 não é um número perfeito, pois é divisível por 1, 2 e 4, cuja soma é 7. Também o 9 não é um número perfeito, pois a soma de seus divisores é 1 + 3 = 4.

Curiosamente, só existem quatro números perfeitos entre os primeiros 10 milhões de números naturais. São eles: 6, 28, 496 e 8 128.

Confira:

$\mathbf{6 = 1 + 2 + 3}$

$\mathbf{28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14}$

$\mathbf{496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248}$

$\mathbf{8\,128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1\,016 + 2\,032 + 4\,064}$

Professor: destaque que a divisão $\frac{1}{0}$ é indefinida ou impossível entre os números e a divisão $\frac{0}{0}$ é indeterminada. Veja na Assessoria Pedagógica textos interessantes sobre o tema.

Atividades

32. Considere os números 456, 4 567, 5 678, 6 789 e 4 890. Diga quais deles são divisíveis por:

a) 6 456, 4890 b) 8 456 c) 9 nenhum d) 10 4890

33. Entre os números naturais maiores que 8 000 e menores que 8 100, quais são divisíveis por 6 e, ao mesmo tempo, por 10? 8010, 8040, 8070

34. Pense e, com o uso de uma calculadora, descubra qual dos números a seguir é divisível por 8,9 ou por 10? Justifique a resposta por extenso no seu caderno:

a) 3965 c) 1470

b) 2178 d) 95778

a) Não é divisível por 8, pois o número formado pelos 3 últimos algarismos é 20 e não é divisível por 8. Não é divisível por 9, pois a soma de seus algarismos não é divisível por 9. Não édivisível por 10, pois não termina em 0.

b) É divisível por 9, pois a soma de seus algarismos resulta 18 que é divisível por 9.
c) É divisível —por 10, pois acaba com zero
d) É divisível por 9, pois a soma de seus algarismos resulta 36 que é divisível por 9.

35. Encontre o menor número de três algarismos que seja divisível por: Argumentar

a) 6 102 c) 9 108

b) 8 104 d) 10 110

36. Copie em seu caderno e assinale V (verdadeira) ou F (falsa) para cada uma das afirmações a seguir. Justifique sua resposta com um exemplo.

V a) Todos os números naturais são divisíveis por 1.

V b) Todos os números naturais não nulos são divisíveis por si mesmos.

V c) Todo número natural não nulo é divisor do 0.

Números primos

Qualquer número natural é divisível por 1 e por ele mesmo, com exceção do zero. Por exemplo:

- 7 é divisível por 1 e 7
- 8 é divisível por 1, 2, 4 e 8
- 11 é divisível por 1 e 11
- 12 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6 e 12
- 13 é divisível por 1 e 13
- 14 é divisível por 1, 2, 7 e 14

Note que, nos exemplos, os números 8, 12 e 14 têm vários divisores, além do 1 e eles mesmos. Já os números 7, 11 e 13 têm apenas dois divisores, o 1 e o próprio número. Os números 7, 11 e 13 são números primos.

Um número é chamado **número primo** quando tem apenas dois divisores: **o 1 e o próprio número.**

Podemos verificar se um número é primo fazendo, sucessivamente, a divisão deste número por 2, 3, 4, 5, 6 etc. Quando atingimos o valor do antecessor do número e não observamos nenhuma divisibilidade, podemos dizer que ele é primo.

Observe como podemos construir uma tabela de números primos até 150.

1. Escrevemos os números naturais menores que 150, excluindo-se o 0 e o 1.

Professor, faça o passo a passo proposto nas tabelas 1 a 5 com seus alunos, garantindo a compreensão de cada uma das etapas.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150

2. Excluímos todos os múltiplos de 2, que é o primeiro número primo e é mantido. Fazendo isso, teremos excluídos também os múltiplos de 4.

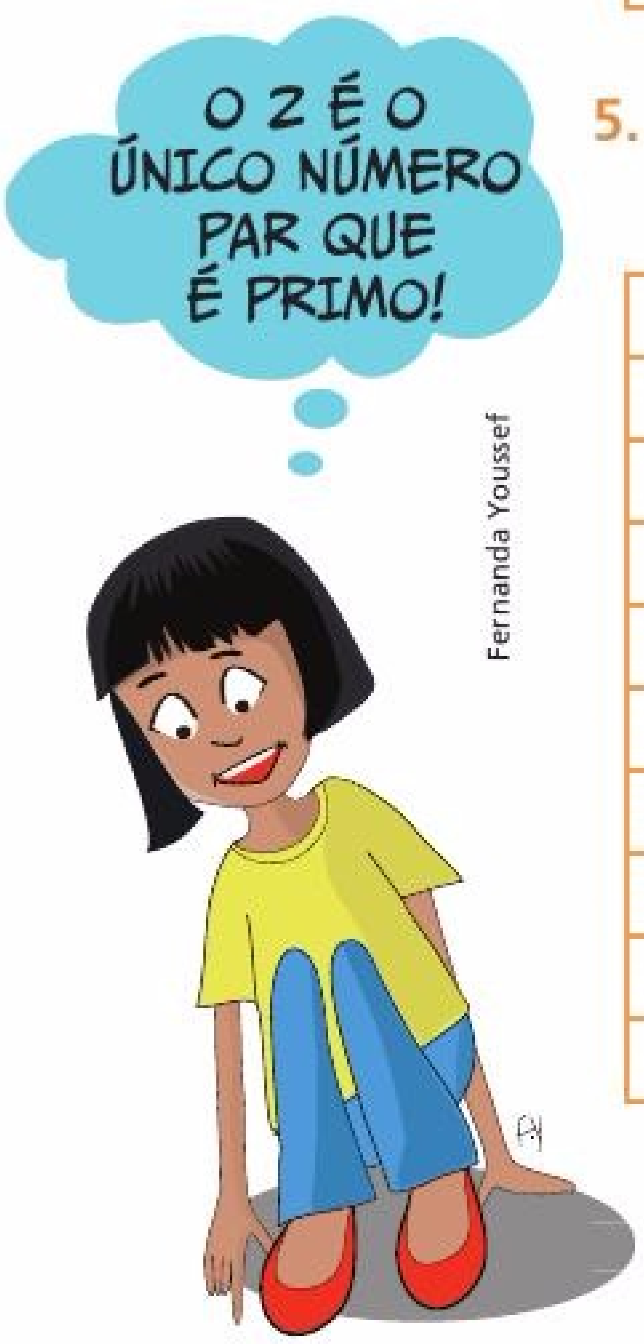
	2	3		5		7		9		11		13		15
	17		19		21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39		41		43		45
	47		49		51		53		55		57		59	
61		63		65		67		69		71		73		75
	77		79		81		83		85		87		89	
91		93		95		97		99		101		103		105
	107		109		111		113		115		117		119	
121		123		125		127		129		131		133		135
	137		139		141		143		145		147		149	

3. Em seguida, mantemos o 3 e excluímos todos os seus múltiplos. Excluindo-se os múltiplos de 2 e os de 3, teremos excluídos os múltiplos de 6.

	2	3		5		7				11		13		
	17		19				23		25				29	
31				35		37				41		43		
	47		49				53		55				59	
61				65		67				71		73		
	77		79				83		85				89	
91				95		97				101		103		
	107		109				113		115				119	
121				125		127				131		133		
	137		139				143		145				149	

4. O próximo primo é o 5. Excluímos, então, todos os seus múltiplos;

	2	3		5		7				11		13		
	17		19				23						29	
31						37				41		43		
	47		49				53						59	
61						67				71		73		
	77		79				83						89	
91						97				101		103		
	107		109				113						119	
121						127				131		133		
	137		139				143						149	



Fernanda Youssef

5. Fazendo a exclusão dos múltiplos de 7 e de 11 (dois próximos primos) obtemos a tabela a seguir.

	2	3		5		7				11		13		
	17		19				23						29	
31						37				41		43		
	47						53						59	
61						67				71		73		
			79				83						89	
						97				101		103		
	107		109				113						119	
						127				131		133		
	137		139										149	

Então, os **números primos menores que 150** são:

2	**3**	**5**	**7**	**11**	**13**	**17**	**19**	**23**	**29**	**31**	**37**	**41**	**43**	**47**	**53**	**59**	**61**	**67**	**71**
73	**79**	**83**	**89**	**97**	**101**	**103**	**107**	**109**	**113**	**119**	**127**	**131**	**133**	**137**	**139**	**149**			

Números compostos

Quando um número natural não é primo, possui mais do que dois divisores. Nesse caso, ele é denominado **número composto.** Veja os exemplos:

- **30** é um número composto pois tem os seguintes divisores: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30.
- **6** também é um número composto pois tem quatro divisores: 1, 2, 3 e 6.

Atividades

37. Considere os números 13, 15, 16 e 18. Qual deles é primo? 13

38. Dê uma explicação para cada uma das afirmações a seguir: Argumentar

a) 25 não é um número primo.
Verdadeiro, pois 25 é divisível por 1 e 5.

b) 1 não é um número primo.
Verdadeiro, pois 1 tem apenas 1 divisor.

c) 0 não é um número primo.
Verdadeiro, pois 0 tem infinitos divisores.

39. Copie em seu caderno e assinale V (verdadeira) ou F (falsa) para cada uma das afirmações a seguir e justifique sua resposta com um exemplo.

F a) Todos os números ímpares são primos.

F b) Todos os números primos são ímpares.

F c) Nenhum número par é primo.

V d) O menor número primo é par.

Quando, quem e onde

Eratóstenes foi um matemático grego que viveu entre 285 a.C. e 195 a.C.

Além de matemático, foi astrônomo e bibliotecário chefe da **Biblioteca de Alexandria**, a maior do mundo antigo, situada no Egito e destruída pelos romanos no ano de 48 a.C. Eratóstenes é considerado um dos grandes matemáticos e astrônomos da Antiguidade, tendo sido o primeiro a calcular com impressionante exatidão o raio e a circunferência da Terra.

Atribui-se a Eratóstenes a criação do processo pelo qual se constrói uma tabela de números primos, denominada **Crivo de Eratóstenes**.

Biblioteca Nacional

Eratóstenes


Marco Tomasini/Dreamstime

Ruínas da antiga Biblioteca de Alexandria


Natalia Pavlova/Dreamstime

A nova Biblioteca de Alexandria

A nova Biblioteca de Alexandria, situada em local próximo à antiga, foi inaugurada em 2002. É um empreendimento conjunto da Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura (Unesco) e do governo egípcio, que objetiva recompor o significado e a importância da biblioteca antiga.

Conexão

Professor: leia o texto com seus alunos e proponha uma atividade na qual cada aluno irá descobrir o dia da semana em que nasceu.Escreva no quadro as etapas da construção e faça exemplos para que seus alunos compreendam o processo.

Calendário permanente

As sucessões de semanas, meses e anos obedecem sequências de múltiplos que permitem que sejam elaborados calendários relativos a anos passados e futuros. O calendário mais utilizado na atualidade é denominado Calendário Juliano e começou a ser aplicado a partir do ano de 1582. Dele constam 12 meses, com 30 ou 31 dias cada um, com exceção do mês de fevereiro que tem 28 dias nos anos normais e 29 dias nos anos bissextos, que ocorrem de 4 em 4 anos. Os anos bissextos têm, portanto, 1 dia a mais que os anos normais. Isso ocorre devido à duração da translação da Terra ao redor do Sol, que é de 365 dias e aproximadamente 6 horas. Assim, a cada 4 anos acumulam-se 4 × 6 = 24 horas, que é a duração de 1 dia a mais, acrescentado no final do mês de fevereiro.

O Calendário Permanente a seguir cobre o intervalo entre os anos de 1802 e 2054.

TABELA 1

1802	G	1825	C	1848	D	1871	D	1894	E	1917	E	1940	A	1963	A	1986	B	2009	F	2032	G
1803	C	1826	D	1849	E	1872	A	1895	A	1918	A	1941	B	1964	F	1987	F	2010	G	2033	C
1804	E	1827	E	1850	A	1873	B	1896	F	1919	B	1942	F	1965	G	1988	C	2011	C	2034	D
1805	A	1828	B	1851	B	1874	F	1897	G	1920	G	1943	G	1966	C	1989	D	2012	E	2035	E
1806	B	1829	F	1852	G	1875	G	1898	C	1921	C	1944	D	1967	D	1990	E	2013	A	2036	B
1807	F	1830	G	1853	C	1876	D	1899	D	1922	D	1945	E	1968	A	1991	A	2014	B	2037	F
1808	C	1831	C	1854	D	1877	E	1900	E	1923	E	1946	A	1969	B	1992	F	2015	F	2038	G
1809	D	1832	E	1855	E	1878	A	1901	A	1924	B	1947	B	1970	F	1993	G	2016	C	2039	C
1810	E	1833	A	1856	B	1879	B	1902	B	1925	F	1948	G	1971	G	1994	C	2017	D	2040	E
1811	A	1834	B	1857	F	1880	G	1903	F	1926	G	1949	C	1972	D	1995	D	2018	E	2041	A
1812	F	1835	F	1858	G	1881	C	1904	C	1927	C	1950	D	1973	E	1996	A	2019	A	2042	B
1813	G	1836	C	1859	C	1882	D	1905	D	1928	E	1951	E	1974	A	1997	B	2020	F	2043	F
1814	C	1837	D	1860	E	1883	E	1906	E	1929	A	1952	B	1975	B	1998	F	2021	G	2044	C
1815	D	1838	E	1861	A	1884	B	1907	A	1930	B	1953	F	1976	G	1999	G	2022	C	2045	D
1816	A	1839	A	1862	B	1885	F	1908	F	1931	F	1954	G	1977	C	2000	D	2023	D	2046	E
1817	B	1840	F	1863	F	1886	G	1909	G	1932	C	1955	C	1978	D	2001	E	2024	A	2047	A
1818	F	1841	G	1864	C	1887	C	1910	C	1933	D	1956	E	1979	E	2002	A	2025	B	2048	F
1819	G	1842	C	1865	D	1888	E	1911	D	1934	E	1957	A	1980	B	2003	B	2026	F	2049	G
1820	D	1843	D	1866	E	1889	A	1912	A	1935	A	1958	B	1981	F	2004	G	2027	G	2050	C
1821	E	1844	A	1867	A	1890	B	1913	B	1936	F	1959	F	1982	G	2005	C	2028	D	2051	D
1822	A	1845	B	1868	F	1891	F	1914	F	1937	G	1960	C	1983	C	2006	D	2029	E	2052	A
1823	B	1846	F	1869	G	1892	C	1915	G	1938	C	1961	D	1984	E	2007	E	2030	A	2053	B
1824	G	1847	G	1870	C	1893	D	1916	D	1939	D	1962	E	1985	A	2008	B	2031	B	2054	F

ANO Os anos destacados em amarelo são bissextos.

Divirta-se procurando datas como a de seu nascimento, dos amigos e datas históricas ou importantes. Siga as instruções e aprenda como descobrir o dia da semana correspondente à data que você deseja pesquisar.

INSTRUÇÕES

1. Procure na **Tabela 1** o ano relativo à data pesquisada e anote a letra correspondente. Lembre-se de observar se o ano é bissexto;

2. Na **Tabela 2**, procure o número correspondente à letra obtida, na coluna do mês a que se refere a data. Observe que, se o ano pesquisado for bissexto, os meses de janeiro e fevereiro devem ser consultados nas primeiras colunas, caso contrário nas colunas de anos normais.

3. O número obtido na **Tabela 2** o levará a uma das sete colunas que indicam os dias da semana. Procure na coluna correspondente o dia do mês que está pesquisando e você irá obter o dia da semana.

TABELA 2

LETRAS	ANOS BISSEXTOS		ANOS NORMAIS						
	JAN	**FEV**	**JAN OUT**	**ABR JUL**	**SET DEZ**	**JUN**	**FEV MAR NOV**	**AGO**	**MAI**
A	1	4	2	1	7	6	5	4	3
B	2	5	3	2	1	7	6	5	4
C	5	1	6	5	4	3	2	1	7
D	6	2	7	6	5	4	3	2	1
E	7	3	1	7	6	5	4	3	2
F	3	6	4	3	2	1	7	6	5
G	4	7	5	4	3	2	1	7	6

Exemplo:

Independência do Brasil
7 de setembro de 1822
Tabela 1 – 1822 → **A**
Tabela 2 – A – setembro → **7**
Coluna 7 – dia 7 → **SÁBADO**

COLUNAS

1		2		3		4		5		6		7	
1	SEGUNDA	1	TERÇA	1	QUARTA	1	QUINTA	1	SEXTA	1	SÁBADO	1	DOMINGO
2	TERÇA	2	QUARTA	2	QUINTA	2	SEXTA	2	SÁBADO	2	DOMINGO	2	SEGUNDA
3	QUARTA	3	QUINTA	3	SEXTA	3	SÁBADO	3	DOMINGO	3	SEGUNDA	3	TERÇA
4	QUINTA	4	SEXTA	4	SÁBADO	4	DOMINGO	4	SEGUNDA	4	TERÇA	4	QUARTA
5	SEXTA	5	SÁBADO	5	DOMINGO	5	SEGUNDA	5	TERÇA	5	QUARTA	5	QUINTA
6	SÁBADO	6	DOMINGO	6	SEGUNDA	6	TERÇA	6	QUARTA	6	QUINTA	6	SEXTA
7	DOMINGO	7	SEGUNDA	7	TERÇA	7	QUARTA	7	QUINTA	7	SEXTA	7	SÁBADO
8	SEGUNDA	8	TERÇA	8	QUARTA	8	QUINTA	8	SEXTA	8	SÁBADO	8	DOMINGO
9	TERÇA	9	QUARTA	9	QUINTA	9	SEXTA	9	SÁBADO	9	DOMINGO	9	SEGUNDA
10	QUARTA	10	QUINTA	10	SEXTA	10	SÁBADO	10	DOMINGO	10	SEGUNDA	10	TERÇA
11	QUINTA	11	SEXTA	11	SÁBADO	11	DOMINGO	11	SEGUNDA	11	TERÇA	11	QUARTA
12	SEXTA	12	SÁBADO	12	DOMINGO	12	SEGUNDA	12	TERÇA	12	QUARTA	12	QUINTA
13	SÁBADO	13	DOMINGO	13	SEGUNDA	13	TERÇA	13	QUARTA	13	QUINTA	13	SEXTA
14	DOMINGO	14	SEGUNDA	14	TERÇA	14	QUARTA	14	QUINTA	14	SEXTA	14	SÁBADO
15	SEGUNDA	15	TERÇA	15	QUARTA	15	QUINTA	15	SEXTA	15	SÁBADO	15	DOMINGO
16	TERÇA	16	QUARTA	16	QUINTA	16	SEXTA	16	SÁBADO	16	DOMINGO	16	SEGUNDA
17	QUARTA	17	QUINTA	17	SEXTA	17	SÁBADO	17	DOMINGO	17	SEGUNDA	17	TERÇA
18	QUINTA	18	SEXTA	18	SÁBADO	18	DOMINGO	18	SEGUNDA	18	TERÇA	18	QUARTA
19	SEXTA	19	SÁBADO	19	DOMINGO	19	SEGUNDA	19	TERÇA	19	QUARTA	19	QUINTA
20	SÁBADO	20	DOMINGO	20	SEGUNDA	20	TERÇA	20	QUARTA	20	QUINTA	20	SEXTA
21	DOMINGO	21	SEGUNDA	21	TERÇA	21	QUARTA	21	QUINTA	21	SEXTA	21	SÁBADO
22	SEGUNDA	22	TERÇA	22	QUARTA	22	QUINTA	22	SEXTA	22	SÁBADO	22	DOMINGO
23	TERÇA	23	QUARTA	23	QUINTA	23	SEXTA	23	SÁBADO	23	DOMINGO	23	SEGUNDA
24	QUARTA	24	QUINTA	24	SEXTA	24	SÁBADO	24	DOMINGO	24	SEGUNDA	24	TERÇA
25	QUINTA	25	SEXTA	25	SÁBADO	25	DOMINGO	25	SEGUNDA	25	TERÇA	25	QUARTA
26	SEXTA	26	SÁBADO	26	DOMINGO	26	SEGUNDA	26	TERÇA	26	QUARTA	26	QUINTA
27	SÁBADO	27	DOMINGO	27	SEGUNDA	27	TERÇA	27	QUARTA	27	QUINTA	27	SEXTA
28	DOMINGO	28	SEGUNDA	28	TERÇA	28	QUARTA	28	QUINTA	28	SEXTA	28	SÁBADO
29	SEGUNDA	29	TERÇA	29	QUARTA	29	QUINTA	29	SEXTA	29	SÁBADO	29	DOMINGO
30	TERÇA	30	QUARTA	30	QUINTA	30	SEXTA	30	SÁBADO	30	DOMINGO	30	SEGUNDA
31	QUARTA	31	QUINTA	31	SEXTA	31	SÁBADO	31	DOMINGO	31	SEGUNDA	31	TERÇA

Decomposição em fatores primos

Decompor um número é, basicamente, encontrar um conjunto de fatores primos cujo produto é igual ao número. Veja, por exemplo, o número 210. Como 210 é divisível por 2, podemos escrever:

$$210 : 2 = 105 \rightarrow \mathbf{210 = 2 \cdot 105}$$

Ocorre que o número 105 também pode ser decomposto, pois é divisível por 3. Assim, o número 210 pode também ser escrito como:

$$105 : 3 = 35 \rightarrow \mathbf{210 = 2 \cdot 3 \cdot 35}$$

Como 35 é divisível por 5, o número 210 fica decomposto nos fatores 2, 3, 5 e 7. Veja:

$$35 : 5 = 7 \rightarrow \mathbf{210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

Observe agora que todos os fatores da decomposição do número 210 são números primos e, por isso, não é mais possível decompô-los.

Assim, $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ é a decomposição do número 210 em **fatores primos.**

> Decompor um número natural em fatores primos é o mesmo que escrevê-lo como uma multiplicação onde os fatores são números primos.

Essa decomposição é feita pela pesquisa da divisibilidade do número pela sequência de números primos, e fazendo-se as divisões possíveis até obtermos o quociente 1.

Observe, por exemplo, a decomposição em fatores primos do número 770:

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{770} & \mathbf{2} \longleftarrow \text{770 dividido por 2 resulta 385} \\ \mathbf{385} & \mathbf{5} \longleftarrow \text{385 não é divisível por 3, mas é por 5 e resulta 77} \\ \mathbf{77} & \mathbf{7} \longleftarrow \text{77 dividido por 7 resulta 11} \\ \mathbf{11} & \mathbf{11} \longleftarrow \text{11 dividido por 11 resulta 1} \\ \mathbf{1} & \end{array}$$

Logo, a decomposição de 770 em fatores primos resulta:

$$\mathbf{770 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11}$$

Pode ocorrer, também, que um mesmo fator primo ocorra várias vezes. Veja a decomposição do número 336:

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{336} & \mathbf{2} \\ \mathbf{168} & \mathbf{2} \\ \mathbf{84} & \mathbf{2} \\ \mathbf{42} & \mathbf{2} \\ \mathbf{21} & \mathbf{3} \\ \mathbf{7} & \mathbf{7} \\ \mathbf{1} & \end{array} \quad \left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l}2\\2\\2\\2\end{array}\right\} \rightarrow 2^4 \\ 3 \rightarrow 3 \\ 7 \rightarrow 7 \end{array}\right\} \rightarrow \mathbf{336 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7}$$

Atividades

40. No seu caderno, determine, em cada caso, o número cuja decomposição em fatores primos está apresentada:

a) $2^2 \cdot 3 \cdot 5$ a) 60

b) $3 \cdot 17$ b) 51

c) $3^2 \cdot 11$ c) 99

d) $2^4 \cdot 3^2$ d) 144

e) $2^4 \cdot 2^3 \cdot 5$ e) 640

f) $3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ f) 4725

41. Decomponha em fatores primos:

a) 225 $3^2 \cdot 5^2$

b) 264 $2^3 \cdot 3 \cdot 11$

c) 588 $2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$

d) 28 $2^2 \cdot 7$

e) 144 $2^4 \cdot 3^2$

f) 296 $2^3 \cdot 37$

g) 1 184 $2^5 \cdot 37$

h) 1 000 $2^5 \cdot 37$

42. O número 1 050 decomposto em fatores primos é igual a $2^{\mathbf{a}} \cdot 3^{\mathbf{b}} \cdot 5^{\mathbf{c}} \cdot 7^{\mathbf{d}}$. Qual o valor da expressão a + b + c – d?

$2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2 \cdot 7^1$ $1 + 1 + 2 - 1 = 3$

43. Os irmãos Jorge, Flávio e Alexandre têm idades que são números primos. Jorge é o mais velho e Alexandre é o mais novo. Sabendo que o produto das idades é 195, responda:

a) Quais as idades dos três irmãos?
Alexandre, 3 anos. Flávio, 5 anos. Jorge, 13 anos.

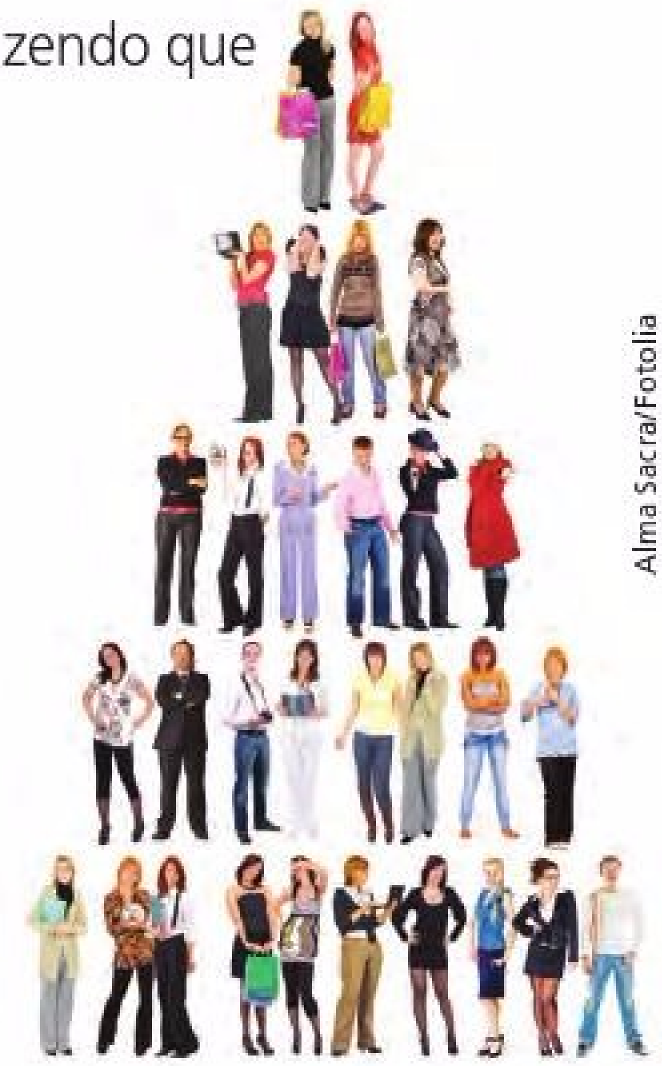
b) Qual a diferença de idade entre o mais velho e o mais novo?
10 anos

c) Qual a diferença de idade entre Flávio e Jorge?
8 anos

d) Qual a diferença de idade entre Flávio e Alexandre?
2 anos

Múltiplos de um número

Quando dizemos que um número é divisível por outro, estamos dizendo que ele é múltiplo do outro. Por exemplo:



Alma Sacra/Fotolia

- 54 é divisível por 3 → 54 é múltiplo de 3;
- 1 024 é divisível por 2 → 1 024 é múltiplo de 2;
- 35 é divisível por 7 → 35 é múltiplo de 7.

Observe nos exemplos que também podemos escrever:

- $54 = 18 \cdot 3$
- $1\,024 = 512 \cdot 2$
- $35 = 5 \cdot 7$

Isso significa que um múltiplo é sempre o resultado de uma multiplicação de um número natural por outro natural. Também podemos dizer que todo número natural tem um conjunto de múltiplos, assim como tem um conjunto de divisores.

Para obtermos, por exemplo, o conjunto dos múltiplos de 2, multiplicamos um a um os números naturais por 2:

$2 \cdot 0 = \mathbf{0}$; $2 \cdot 1 = \mathbf{2}$; $2 \cdot 2 = \mathbf{4}$; $2 \cdot 3 = \mathbf{6}$; $2 \cdot 4 = \mathbf{8}$; $2 \cdot 5 = \mathbf{10}$...

Veja como fica a sequência de todos os múltiplos de 2:

0, 2, 4, 6, 8, 10...

Para o 7, a sequência de múltiplos será:

0, 7, 14, 21, 28, 35.....

Para o número natural zero, a sequência de múltiplos só terá um elemento, o próprio zero, pois multiplicando cada natural por zero, encontraremos sempre zero. Veja:

$0 \cdot 0 = \mathbf{0}$; $0 \cdot 1 = \mathbf{0}$; $0 \cdot 2 = \mathbf{0}$; $0 \cdot 3 = \mathbf{0}$; $0 \cdot 4 = \mathbf{0}$; ...

Professor: Escreva no quadro os principais pontos do texto. Explore os exemplos em sala de aula.Veja na Assessoria Pedagógica sugestões de atividades para ilustrar esse tema.

Observe que **o zero é múltiplo de qualquer número natural**, pois multiplicando qualquer natural por zero, sempre se obtém zero:

$0 \cdot 0 = \mathbf{0}$; $1 \cdot 0 = \mathbf{0}$; $2 \cdot 0 = \mathbf{0}$; $3 \cdot 0 = \mathbf{0}$; $4 \cdot 0 = \mathbf{0}$; ...

Mínimo múltiplo comum

Vamos considerar os números 4 e 6 e escrever a sequência de múltiplos desses números:

- **Múltiplos de 4:** 0, 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40, 44, **48**...
- **Múltiplos de 6:** 0, 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42, **48**, 54...

Observe que 4 e 6 têm vários múltiplos comuns, além do zero, que, como dissemos, é múltiplo de todos os números naturais. Os número 12, 24, 36 e 48, por exemplo, são comuns a 4 e 6;

> Chamamos de **mínimo múltiplo comum (mmc)** de dois ou mais números naturais diferentes de zero ao menor número não nulo que é múltiplo desses números.

No caso de 4 e 6, o mínimo múltiplo comum, que indicamos por **mmc (4, 6)**, é 12, como podemos observar na sequência de múltiplos de 4 e de 6.

Veja outros exemplos:

a) Vamos obter o mmc (6, 8):

- **Múltiplos de 6:** 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...
- **Múltiplos de 8:** 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48...

O menor múltiplo comum de 6 e 8, diferente de zero, é 24. Logo:

mmc (6, 8) = 24

b) Veja, agora, como podemos obter o mmc (2, 5, 6):

- **Múltiplos de 2:** 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, **30**, 32....
- **Múltiplos de 5:** 0, 5, 10, 15, 20, 25, **30**, 35...
- **Múltiplos de 6:** 0, 6, 12, 18, 24, **30**, 36...

Analisando as sequências de múltiplos de 2, 5 e 6, podemos ver que:

mmc (2, 5, 6) = 30

Vamos agora buscar uma maneira de obtermos o mmc de dois ou mais números, sem que seja necessário escrever a sequência de múltiplos de cada um.

Para isso, precisamos observar que quando decompomos dois ou mais números em fatores primos encontramos muitos fatores comuns a esses números. Essa característica nos permite estabelecer uma regra prática para buscar os fatores primos comuns a cada número:

> Para encontrarmos o **mmc** de dois ou mais números, decompomos **simultaneamente** esses números em fatores primos. O **mmc** deles será, então, produto de todos os fatores primos encontrados.

Exemplos:

1. Para calcularmos o mmc (8, 10), decompomos simultaneamente 8 e 10 em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 8,\ 10 & 2 \\ 4,\ \ 5 & 2 \\ 2,\ \ 5 & 2 \\ 1,\ \ 5 & 5 \\ 1,\ \ 1 & \end{array} \quad \left.\begin{array}{l} \rightarrow 2^3 \\ \rightarrow 5 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} \mathbf{mmc\ (8,\ 10) = 2^3 \cdot 5} \\ \mathbf{mmc\ (8,\ 10) = 8 \cdot 5 = 40} \end{array}$$

2. Observe o cálculo do mmc (8, 9, 18):

$$\begin{array}{l|l} 8, 9, 18 & 2 \\ 4, 9, 9 & 2 \\ 2, 9, 9 & 2 \\ 1, 9, 9 & 3 \\ 1, 3, 3 & 3 \\ 1, 1, 1 & \end{array} \quad \left.\begin{array}{l} \rightarrow 2^3 \\ \rightarrow 3^2 \end{array}\right\} \rightarrow \textbf{mmc (8, 9, 18)} = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$$

3. Veja, agora, o cálculo do mmc (5, 6, 10):

$$\left.\begin{array}{l|l} 5, 6, 10 & 2 \\ 5, 3, 5 & 3 \\ 5, 1, 5 & 5 \\ 1, 1, 1 & \end{array}\right\} \rightarrow \textbf{mmc (5, 6, 10)} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

4. Acompanhe o cálculo do mmc (3, 14, 21, 70):

$$\left.\begin{array}{l|l} 3, 14, 21, 70 & 2 \\ 3, 7, 21, 35 & 3 \\ 1, 7, 7, 35 & 5 \\ 1, 7, 7, 7 & 7 \\ 1, 1, 1, 1 & \end{array}\right\} \rightarrow \textbf{mmc (3, 14, 21, 70)} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$$

Atividades

44. Verifique se 60 é múltiplo dos seguintes números naturais:

a) 2	a) sim
b) 3	b) sim
c) 4	c) sim
d) 5	d) sim
e) 6	e) sim
f) 8	f) não

45. Explique por que 594 é múltiplo de 11.
Porque 594 é divisível por 11

46. Diga se é verdadeiro ou falso:

V a) 63 é múltiplo de 7.

F b) 226 é múltiplo de 17.

F c) 848 é múltiplo de 21.

V d) 1 024 é múltiplo de 32.

47. Em cada caso, escreva, no seu caderno, o menor algarismo que pode ser colocado no lugar de ★ para que o número assim formado seja:

a) 99★ ⇒ múltiplo de 3. 0

b) 55★ ⇒ múltiplo de 4. 2

c) 179★ ⇒ múltiplo de 6. 4

d) 754★ ⇒ múltiplo de 9. 2

48. Escreva a sequência dos dez primeiros números naturais que sejam múltiplos de:

a) 3

b) 7

c) 9

d) 11

a) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36
b) 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77
c) 0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99
d) 0, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121

49. Encontre o menor número natural não nulo que é múltiplo de 1, 2, 3, 4, 6, 8 e 12. 24

50. Escreva a sequência dos números naturais que são múltiplos de 3 e também de 6.
12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

51. Calcule o maior múltiplo de 11 menor que 3 000. 2992

52. Escreva a sequência dos múltiplos de 2 e de 5 e determine o mmc (2, 5).
mmc (2,5) = 10

53. A partir das sequências dos múltiplos de 3 e dos múltiplos de 6, determine mmc (3, 6).
mmc (3, 6) = 6

54. Calcule os seguintes mínimos múltiplos comuns:

a) mmc (2, 10) a) 10
b) mmc (5, 6) b) 30
c) mmc (9, 10) c) 90
d) mmc (12, 15) d) 60

55. Efetue a divisão do mmc (4, 5) por:

a) 4 a) 5
b) 5 b) 4

Cálculo mental

56. Efetue a divisão do mmc (10, 25) por:

a) 10 a) 5
b) 25 b) 2

57. Calcule em seu caderno:

a) mmc (12, 16) a) 48
b) mmc (6, 35) b) 210
c) mmc (18, 30) c) 90
d) mmc (12, 44) d) 132
e) mmc (45, 75) e) 225

58. Calcule mentalmente:

a) mmc (7, 14) a) 14
b) mmc (6, 12) b) 12
c) mmc (6, 7) c) 42
d) mmc (6,10) d) 30
e) mmc (7, 10) e) 70

59. Calcule:

a) mmc (8, 12, 14) 168
b) mmc (6,8,10) 120
c) mmc (6, 11, 12) 132
d) mmc (7,9,11) 693

Professor: Incentive os processos de estimativa, fazendo com que os alunos aperfeiçoem suas estratégias e se concentrem melhor nas relações entre os dados, nas condições e nas variáveis dos problemas, Pode ser interessante fazer a leitura dos enunciados dos problemas com seus alunos e concentrar-se na correção das atividades em sala de aula.

60. Com base no que você já aprendeu fazendo as atividades até aqui e sem fazer cálculos, determine:

Cálculo mental

a) mmc (3, 11) a) 33
b) mmc (7,70) b) 70
c) mmc (5, 225) c) 225
d) mmc (11, 13) d) 143

61. Uma árvore de Natal é iluminada em três estágios diferentes. As luzes da base piscam a cada 4 segundos, as do estágio intermediário a cada 12 e as do topo a cada 18 segundos. De quanto em quanto tempo a árvore fica toda iluminada?
36 segundos

62. Um determinado cometa passa pela Terra de 32 em 32 anos. Um outro cometa, passa de 40 em 40 anos. Se os dois cometas foram observados juntos nas imediações da Terra em 1920, quando poderão ser observados juntos novamente? 2 080

Argumentar

63. Discuta com seus colegas e procure uma resposta para as questões a seguir:

a) Qual é o mmc de dois números primos diferentes? o produto deles

b) Qual é o mmc de dois números naturais não nulos, quando um é múltiplo do outro? o maior entre eles

Divisores de um número

Vamos considerar dois números naturais, sendo o primeiro diferente de zero. Dizemos que o primeiro é divisor do segundo se este segundo número for divisível pelo primeiro.

Por exemplo:

- 4 é divisor de 28, pois 28 é divisível por 4.
- 5 é divisor de 35, pois 35 é divisível por 5.

Dizer que um número é **divisor** de outro é o mesmo que dizer que este segundo número é **múltiplo** do primeiro.

A partir da definição de divisor de um número, podemos concluir que 1 é divisor de qualquer número natural, pois todos eles são multiplos de 1. E também, a partir desta definição é fácil perceber que qualquer número é divisor do 0, pois este é múltiplo de qualquer número natural.

O número **1** é **divisor** de todos os números naturais.

Atividades

64. Copie as afirmações a seguir em seu caderno e assinale verdadeiro (V) ou falso (F) para cada uma:

V a) 9 é divisor de 63.
F b) 12 é divisor de 94.
V c) 13 é divisor de 78.
F d) 20 é divisor de 90.

65. Verifique se 4 é um divisor de:

a) 18 não
b) 36 sim
c) 55 não
d) 1204 sim

66. Analise os números 0, 1, 12, 36, 38, 108, 196 e 432 e diga quais deles são divisores de 108? 1, 12, 36, 108

67. Escreva a sequência de:

a) Todos os números naturais que são divisores de 18. 1, 2, 3, 6, 9, 18
b) Todos os números naturais que são divisores de 30. 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

68. Escreva os números naturais que:

a) são divisores de 18, mas não de 30. 9
b) são divisores de 30, mas não de 18. 10, 15
c) são divisores comuns de 18 e 30. 1, 2, 3, 6

! Argumentar

69. A afirmação abaixo é verdadeira (V) ou falsa (F)? Justifique.

"O zero é múltiplo de todos os números ímpares". V, a divisão de zero por qualquer número impar é exata.

Máximo divisor comum

Da mesma forma que podemos determinar o menor múltiplo comum a um ou mais números, podemos também encontrar o maior divisor comum entre esses números. Observe, por exemplo, o que ocorre entre os divisores de 36 e 60:

Veja os divisores de 36 e os divisores de 60:

- **Divisores de 36** → **1**, **2**, **3**, **4**, 6, 9, **12**, 18, 36.
- **Divisores de 60** → **1**, **2**, **3**, **4**, 5, 6, 10, **12**, 15, 20, 30, 60.

Note que 36 e 60 têm os seguintes divisores comuns: 1, 2, 3, 4, 6, 12. O maior desses divisores comuns é o 12. Nesse caso, dizemos que 12 é o maior ou máximo divisor comum a 36 e 60, ou **mdc (36, 60) = 12**.

Professor: escreva no quadro os principais pontos do texto. Estimule a leitura e desenvolvimento do processo de obtenção do máximo divisor comum. Destaque os casos de números primos entre si. Veja na Assessoria Pedagógica textos interessantes sobre o tema.

O **máximo divisor comum (mdc)** entre dois ou mais números é o maior número natural divisor de todos esses números.

Vamos agora pesquisar os divisores de 6, 15 e 18 para determinar qual é o mdc (6, 15, 18):

- **Divisores de 6:** 1, 2, 3, 6
- **Divisores de 15:** 1, 3, 5, 15
- **Divisores de 18:** 1, 2, 3, 6, 9, 18

É fácil perceber que o maior divisor comum é o 3, pois ele é o único divisor comum, além do 1.

Números primos entre si

Existem casos em que dois ou mais números têm apenas o 1 como divisor comum. Observe, por exemplo, os números 20 e 21:

- **Divisores de 20:** 1, 2, 4, 5, 10 e 20.
- **Divisores de 21:** 1, 3, 7 e 21.

Veja que o número 1 é o único divisor comum a 20 e 21.

Nesse caso, apesar de 20 e 21 não serem números primos, eles são chamados de **números primos entre si**.

É possível, portanto, generalizar e estabelecer o seguinte conceito:

> Quando dois ou mais números têm apenas o 1 como divisor comum eles são chamados de **números primos entre si**.

Em outra palavras, podemos dizer que dois ou mais números naturais são primos entre si sempre que o máximo divisor comum entre eles for o 1.

Observe os exemplos:

- 18 e 25 → são primos entre si pois mdc (18, 25) = 1
- 12 e 35 → são primos entre si pois mdc (12, 35) = 1
- 10, 20 e 21 → são primos entre si pois mdc (10, 20, 21) = 1
- 7, 10, 11 e 15 → são primos entre si pois mdc (7, 10, 11, 15) = 1

Atividades

Faça no seu caderno.

70. Determine o mdc (12,16) a partir das sequências de divisores de cada um dos números.

12 → 1, 2, 3, 4, 6,
16 → 1, 2, 4, 8
mdc (12, 16) = 4

71. Escreva a sequência dos divisores de 21 e dos divisores de 35 e dê o mdc (21, 35).

21 → 1, 3, 7,
35 → 1, 5, 7
mdc (21, 35) = 7

72. Calcule:

a) mdc (27, 36) a) 9

b) mdc (45, 75) b) 15

c) mdc (20, 26) c) 2

d) mdc (16, 21) d) 1

73. Diga qual será o mdc de dois números diferentes e não nulos

a) Quando os dois números são primos.
1

b) Quando um dos números é divisor do outro?
o menor deles

74. Um serralheiro deseja cortar um paralelepípedo de 27 cm x 45 cm x 60 cm, obtendo o aproveitamento máximo ao dividir este paralelepípedo em vários cubos de medidas iguais. Qual é a maior medida que as arestas desses cubos podem ter? 9 cm

75. Uma tecelagem fabrica peças de tecidos em três metragens diferentes: 9 m, 12 m e 21 m. Se quiser cortar as peças em pedaços iguais com o maior comprimento possível, qual será esse comprimento?
As peças terão medidas de 3, 4, 7 metros.
Logo, o maior comprimento será 7 m.

76. Determine o valor do mdc (a, b) sabendo-se que: mdc (18, 10) = 2

mmc (6, 9) = a

mmc (2, 10) = b

Para estudar

77. Responda:

a) 69 é divisível por 3?

b) 69 é divisível por 13?

c) 500 é divisível por 6?

d) 119 é divisível por 7?

e) 119 é divisível por 17?

78. Dos números 42, 56, 72, 96, 112 e 140, quais são divisíveis por 14?

79. Qual é o maior número menor que 200 e divisível por 9?

80. Dos números naturais entre 136 e 146, quais são divisíveis por 3?

81. Explique por que todos os números de três algarismos iguais são divisíveis por 3.

Argumentar

82. Diga se 1 370 é ou não divisível pelos números escritos a seguir. Justifique suas respostas, usando as regras de divisibilidade.

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5

83. Diga qual é o menor algarismo que deve ser colocado no lugar de ▼ para que o número 1 233 ▼ seja divisível:

a) por 4

b) por 5

84. Decomponha em fatores primos:

a) 55

b) 56

c) 90

d) 121

e) 275

f) 300

85. Verifique se 30 é múltiplo de:

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5

86. Escreva o menor algarismo que pode ser colocado no lugar de ▼ para que:

a) 99 ▼ seja múltiplo de 3

b) 55 ▼ seja múltiplo de 4

c) 179 ▼ seja múltiplo de 6

d) 754 ▼ seja múltiplo de 9.

87. Obtenha:

a) mmc (3, 4)

b) mmc (6, 18)

c) mmc (15, 25)

d) mmc (4, 18)

88. Efetue a divisão do mmc (4, 5) por:

a) 4

b) 5

89. Muitos cometas visitam a Terra em intervalos definidos de tempo. Imagine que um certo cometa passe pela Terra de 24 em 24 anos e que um outro passe de 32 em 32 anos. Em 1932, os dois passaram por aqui. Qual é a próxima ocasião em que os dois passarão pela Terra no mesmo ano?

90. Calcule:

a) mmc (12, 16, 20)

b) mmc (10, 11, 12)

c) mmc (7, 11, 13)

d) mmc (15, 20, 24)

e) mmc (20, 30, 36)

91. Calcule mentalmente:

Cálculo mental

a) mmc (2, 15)

b) mmc (6, 15)

Resolução das atividades

1. a) não é divisível por 2,69 e ímpar

b) é divisível por 3, a soma de 679 é divisível por 3

c) não é divisível por 3.

d) é divisível por 5, o número é terminado por 0 (zero).

2. 56, 63 e 147

3. a) 2 e 1

b) 3 e 1

c) 5, 2 e 1

d) 10, 5, 4, 2, 1

4. 2484

5. 588

6. 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 5

7. 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36

8. a) Sim

b) Zero

c) Sim, pois 2045 : 5= 409 e dá resto zero

9. a) V

b) F

c) V

d) V

e) F

10. a) 4, 3, 0, 0, 1

b) 2 198 e 2 191

11. a) 2 000, 2 005 e 2010

b) 2 002, 2 009

c) 2 006

d) 2 001

12. * 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28,

* 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30

* 6, 12, 18, 24, 30

a) 6

b) 6

c) 6

13. 3300, 770, 839 080

14. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18

15. 6813

16. É divisível, porque a soma dos algarismos é 15, que é divisível por 3.

17. a) V

b) F

c) F

d) V

18. a) divisível por ser um número par

b) não é

c) não é

d) divisível por ser um número par

19. Porque são multiplos de 3.

20. a) não é

b) divisível porque a soma de seus algarismos resulta 24 que é divisível por 3.

c) não é

d) divisível porque a soma de seus algarismos resulta 36 que é divisível por 3.

21. Verdadeiro, porque não são multiplos de 3.

22. a) não sobrarão figurinhas

b) 726 144 envelopes

23. a) 520, 936, 808, 1 000

b) 520, 785, 1 000

24. - É divisível por 4, porque 12 é divisível por 4

- não é divisível por 5, porque não termina em 0 e 5.

25. a) sim, termina em 0

b) não, a soma não é divisível por 3

c) não, 70 não é divisível por 4

d) sim, porque termina em 0

26. a) 2 000, 2 002, 2 004, 2 006, 2 008, 2 010

b) 2 001, 2 004, 2 007, 2 010

c) 2 000, 2 004, 2 008

d) 2 000, 2 005, 2 010

27. a) divisível porque a soma de seus dois algarismos resulta 12 que é divisível por 4.

b) não é

c) não é

d) divisível porque a soma de seus dois algarismos resulta 16, que é divisível por 4.

28. a) 2

b) 0

29. 996

30. a) não é

b) não é

c) divisível porque termina com 5.

d) divisível porque termina com 0.

31. 1 808, 1 932, 2 012, 2 088

32. a) 456, 4 890

b) 456

c) nenhum

d) 4 890

33. 8 010, 8 040, 8 070

34. a) Não é divisível por 8, pois o número formado pelos 3 últimos algarismos é 20 e não é divisível por 8. Não é divisível por 9, pois a soma de seus algarismos não é divisível por 9. Não é divisível por 10, pois não termina em 0.

b) É divisível por 9, pois a soma de seus algarismos resulta 18 que é divisível por 9.

c) É divisível por 10, pois acaba com zero

d) É divisível por 9, pois a soma de seus algarismos resulta 36 que é divisível por 9.

35. a) 102

b) 104

c) 108

d) 110

36. a) V ex: 3 : 1 = 3, 2 : 1 = 2, 0 : 1 = 0

b) V ex: 4 : 4 = 1, 3 : 3 = 1

c) V ex: 0 : 3 = 0, 0 : 1 = 0

37. 13

38. a) Verdadeiro, pois 25 é divisível por 1 e 5.

b) Verdadeiro, pois 1 tem apenas 1 divisor.

c) Verdadeiro, pois 0 tem infinitos divisores.

39. a) F → 9, 15 são ímpares e não são primos

b) F → 2 é par e primo

c) F → 2 é par e primo

d) V → 2 é par e primo

40. a) 60

b) 51

c) 99

d) 144

e) 640

f) 4 725

41. a) $3^2 \cdot 5^2$

b) $2^3 \cdot 3 \cdot 11$

c) $2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$

d) $2^2 \cdot 7$

e) $2^4 \cdot 3^2$
f) $2^3 \cdot 37$
g) $2^5 \cdot 37$
h) $2^3 \cdot 5^3$

42. $2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2 \cdot 7^1$
$1 + 1 + 2 - 1 = 3$

43. a) A = 3, F = 5, J = 13
b) 10 anos
c) 8 anos
d) 2 anos

44. a) sim
b) sim
c) sim
d) sim
e) sim
f) não

45. Porque 594 é divisível por 11

46. a) V c) F
b) F d) V

47. a) 0 c) 4
b) 2 d) 2

48. a) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30
b) 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70
c) 0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90
d) 0, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110

49. 24

50. 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

51. 2992

52. 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 ...
0, 10, 20, 30, 40, ...
mmc (2, 5) = 10

53. 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 ...
0, 6, 12, 18, 24, ...
mmc (3, 6) = 6

54. a) 10 c) 90
b) 30 d) 60

55. mmc (4, 5) = 20
a) 5
b) 4

56. mmc (10, 25) = 50
a) 5
b) 2

57. a) 48
b) 210
c) 90
d) 132
e) 225

58. a) 14
b) 12
c) 42
d) 30
e) 70

59. a) 168 c) 132
b) 120 d) 693

60. a) 33
b) 70
c) 225
d) 143

61. 36 segundos

62. 2 080

63. a) o produto deles
b) o maior entre eles

64. a) V c) V
b) F d) F

65. a) não
b) sim
c) não
d) sim

66. 1, 12, 36, 108

67. a) 1, 2, 3, 6, 9, 18
b) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

68. a) 9
b) 10, 15
c) 1, 2, 3, 6

69. V, a divisão de zero por qualquer número ímpar é exata.

70. 12 → 1, 2, 3, 4, 6,
16 → 1, 2, 4, 8
mdc (12, 16) = 4

71. 21 → 1, 3, 7,
35 → 1, 5, 7
mdc (21, 35) = 7

72. a) mdc = 9
b) mdc = 15
c) mdc = 2
d) mdc = 1

73. a) 1
b) o menor deles

74. $9 \cdot 15 \cdot 20$

75. 3, 4, 7 metros

76. a = 3
b = 1
mdc (3, 1) = 1

Respostas da seção Para estudar

77. a) sim
b) não
c) não
d) sim
e) sim

78. 42, 56, 112, 140

79. 198

80. 138, 141, 144

81. Porque são múltiplos de 3.

82. a) Sim, é par.
b) Não, a soma dos algarismos não é divisível por 3.
c) Não, 70 não é divisível por 4.
d) Sim, terminado em 0.

83. a) 2
b) 0

84. a) $5 \cdot 11$
b) $2^3 \cdot 7$
c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5$
d) 11^2
e) $5^2 \cdot 11$
f) $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$

85. a) Sim.
b) Sim.
c) Não.
d) Sim.

86. a) 0
b) 2
c) 4
d) 2

87. a) 12
b) 18
c) 75
d) 36

88. mmc (4, 5) = 20
a) 5
b) 4

89. 2028.

90. a) 240
b) 660
c) 1001
d) 90
e) 180

91. a) 30
b) 30

capítulo 5

Frações

- Frações
- Frações equivalentes
- Comparação de frações
- Operações com frações
- Expressões numéricas com frações

Lara Venanzi/Kino

Bolo cortado em 8 pedaços iguais.

Conversa Inicial

Para dividir as terras às margens do rio Nilo entre os agricultores do Egito antigo, os matemáticos de então utilizavam como unidade de medida um determinado comprimento marcado em cordas. Esticavam as cordas e verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Como raramente a medida era um número inteiro de vezes deste comprimento, eles sentiram a necessidade de criar um novo tipo de número - **o número fracionário.**


Museu Britânico de Londres, Reino Unido

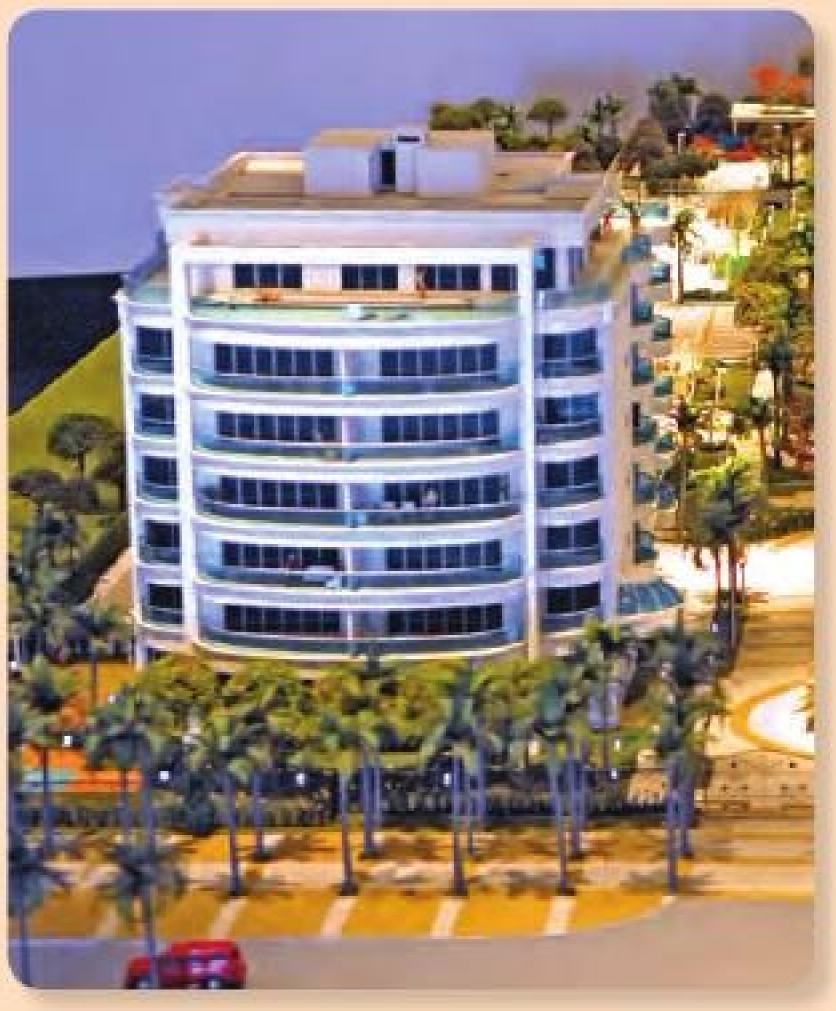
Papiro de Ahmes de 1650 a.C.

Os egípcios consideravam a fração como parte de uma unidade e, para representá-la criaram símbolos especiais. Dentre os antigos documentos matemáticos do Egito, o mais famoso é o **Papiro de Ahmes**, encontrado pelo egiptólogo inglês Rhind, no final do século 19. Nesse papiro, um escriba de nome Ahmes, mostra 85 problemas clássicos de aritmética e geometria, utilizando números inteiros e fracionários.

Outros povos, como os romanos, os sírios e os babilônios, também usaram as frações para registros de suas transações comerciais. Entre esses povos, encontra-se o uso de símbolos para representar **um meio** e para indicar a **quarta parte** ou **um quarto** de um valor qualquer.

Em nosso dia a dia, existem inúmeras situações nas quais se empregam frações, como, por exemplo, nas eleições, quando vence o candidato que obtiver mais que a **metade** do total de votos válidos no primeiro turno; em mapas e plantas de engenharia, onde se faz uso de escalas; nas proporções empregadas na produção de remédios; nas receitas de culinária e na montagem de maquetes, entre outras.


AGE Fotostock/Grupo Keystone

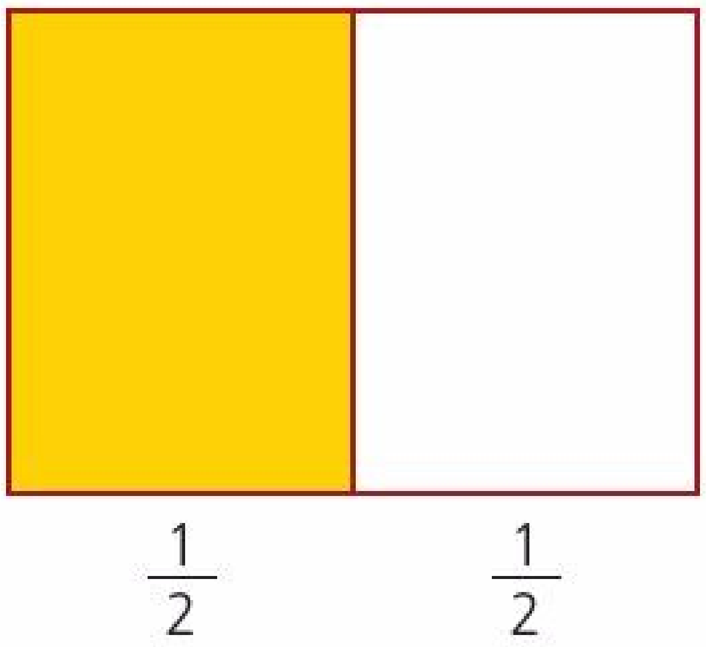


As frações são muito importantes na determinação das proporções de ingredientes em receitas culinárias assim como na montagem de uma maquete.

Professor, leia o texto para contextualizar o estudo das frações. Faça com que os alunos se envolvam, e estimule-os a responder questionamentos. sobre situações do cotidiano que envolvam frações.

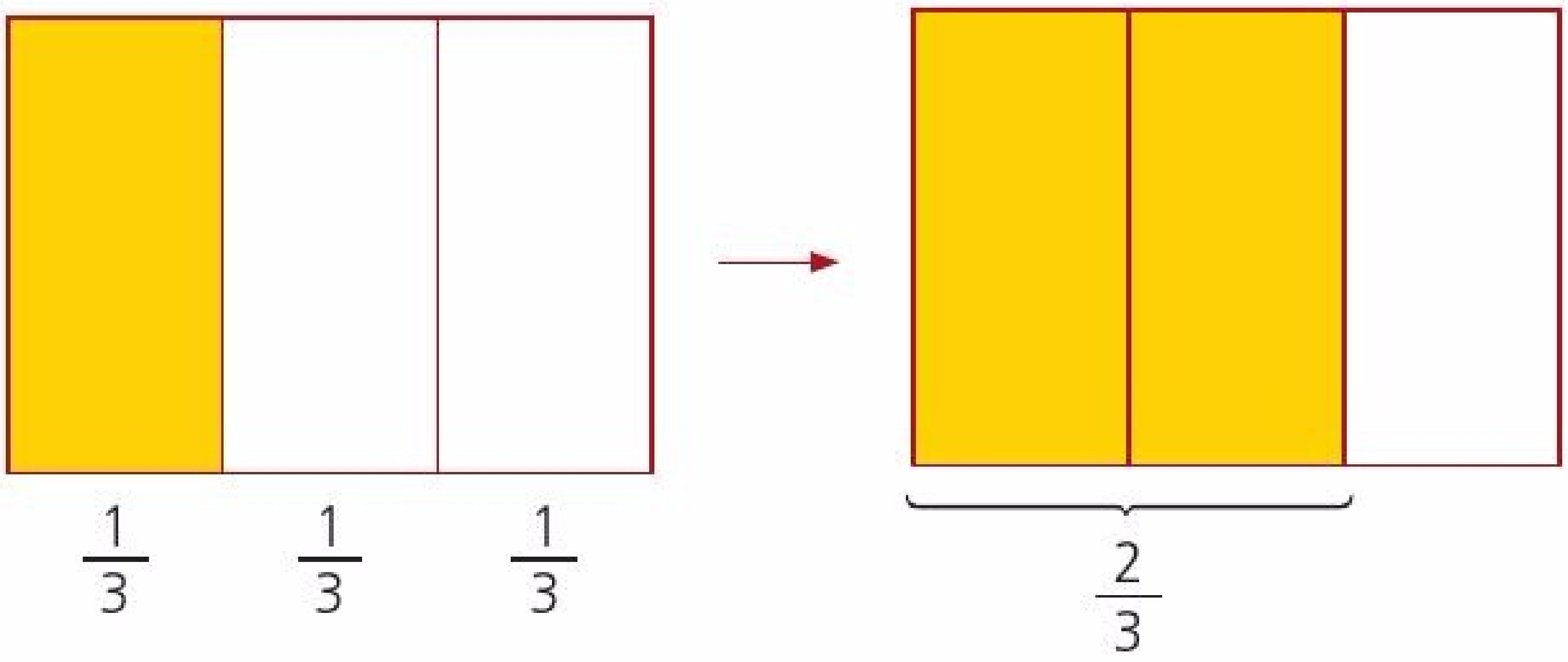
Frações

Se dividirmos uma figura em duas partes iguais, cada parte obtida é **um meio** ou a **metade** da figura.

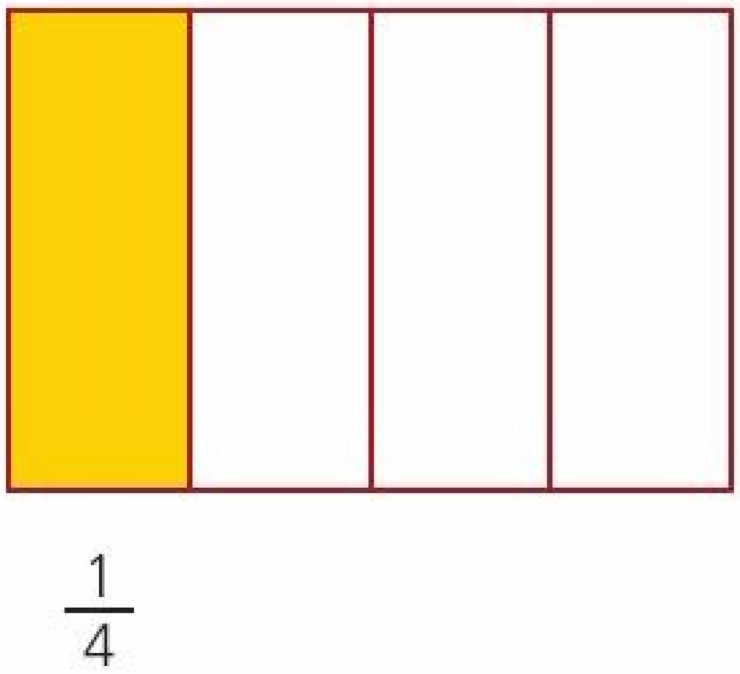


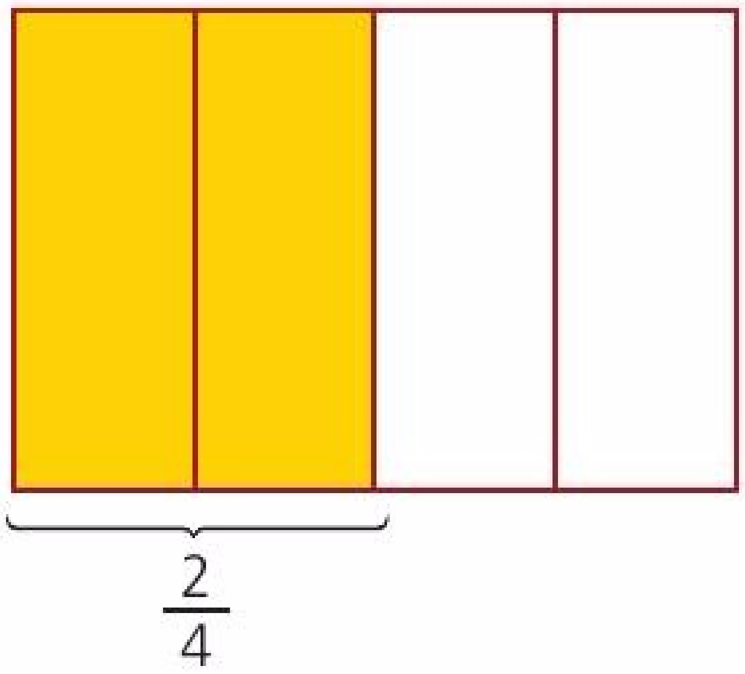
Em símbolos matemáticos, cada parte do retângulo é $\frac{1}{2}$ do **retângulo**.

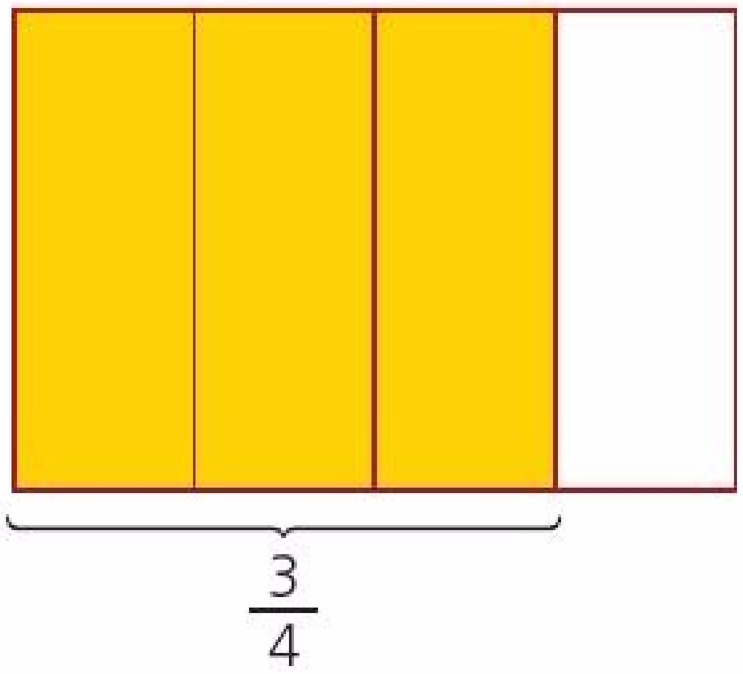
Quando a divisão é feita em três partes iguais, cada parte é **um terço** ou **a terça parte** da figura. Cada uma das três partes é $\frac{1}{3}$ da figura. Se assinalarmos, em seguida, duas das partes da divisão do retângulo em três partes, teremos $\frac{2}{3}$ do retângulo $\left(\frac{2}{3}\right.$ lê-se **dois terços**$\left.\right)$.



Da mesma forma, quando a divisão é feita em quatro partes iguais, cada parte é **um quarto** ou **a quarta parte** da figura.







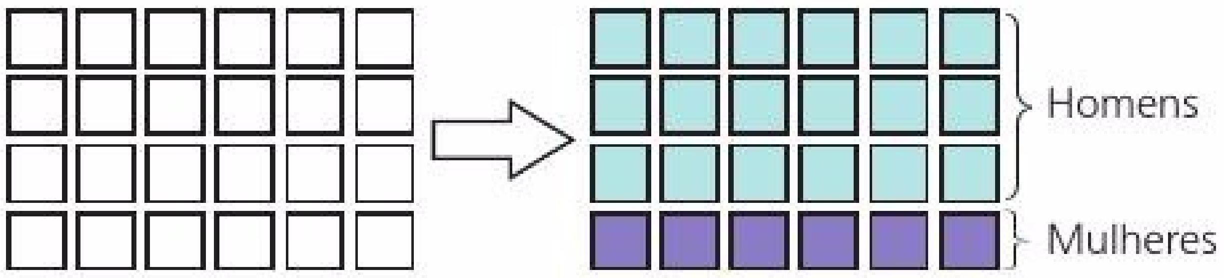
Observe que, se tomarmos duas das quatro partes, teremos novamente $\frac{1}{2}$ **retângulo**. Ao tomarmos 3 das quatro partes em que dividimos o retângulo, teremos $\frac{3}{4}$ do retângulo $\left(\frac{3}{4}\right.$ lê-se **três quartos**$\left.\right)$.

Fração de uma quantidade

Numa cidade a Câmara de Vereadores tem 24 representantes. Três quartos dos vereadores são homens. Quantos são os vereadores homens?

Para fazer esse cálculo dividimos a quantidade total de vereadores em quatro grupos. Fazendo isso, obtemos quatro grupos de seis vereadores cada:

Professor, enfatize que os alunos observem e comparem as frações (numerador e denominador) com as figuras que as representam para estabelecer relações.



Como três quartos dos vereadores são homens, tomamos 3 grupos de seis. Concluímos que dos 24 vereadores, 18 são homens e 6 são mulheres.


Fernando Youssef

Vamos agora ver outra forma de responder à pergunta, apenas fazendo algumas contas.

Se três quartos são homens, vamos procurar saber, inicialmente, quanto é um quarto de 24. Sabemos que um quarto é a quarta parte. Assim, basta dividir 24 por 4 e tomarmos 3 vezes esse valor:

24 : 4 = 6 → 3 · 6 = 18 vereadores

O cálculo de frações de uma quantidade representada por um número se faz da mesma forma que fizemos com as figuras geométricas. Basta dividir pela fração indicada e tomar a quantidade de frações que nos interessa. Veja outros exemplos:

a) $\frac{2}{3}$ de 18 → 18 : 3 = 6 → 2 · 6 = 12

b) $\frac{3}{4}$ de 40 → 40 : 4 = 10 → 3 · 10 = 30

c) $\frac{4}{5}$ de 80 → 80 : 5 = 16 → 4 · 16= 64

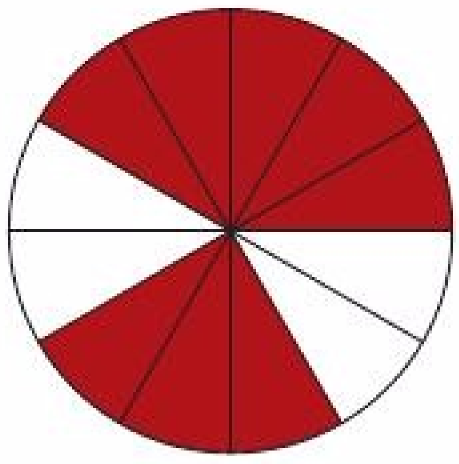
Atividades

Professor, comente com seus alunos sobre a importância de usar material adequado (régua, compasso) para fazer figuras que representem as frações.

1. Observe as figuras e diga quanto representa cada parte da figura e a parte pintada:

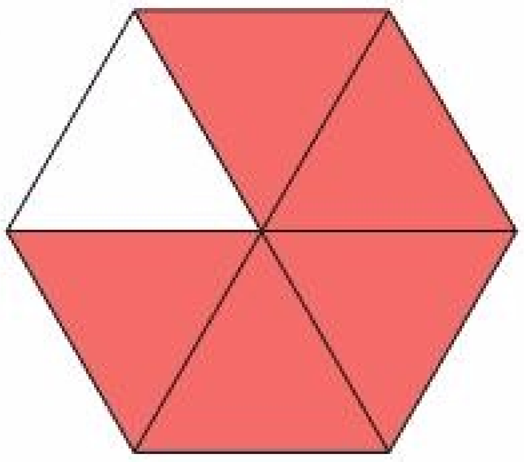
Interpretar figura

a)



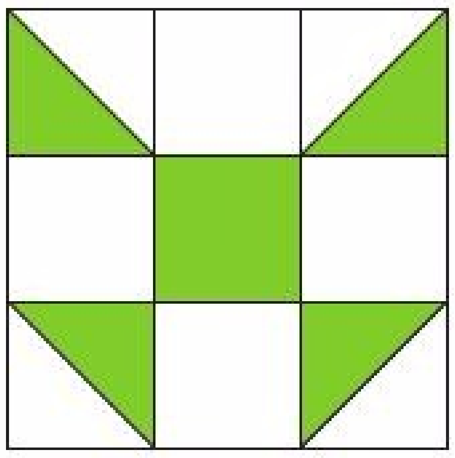
$\frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$

b)



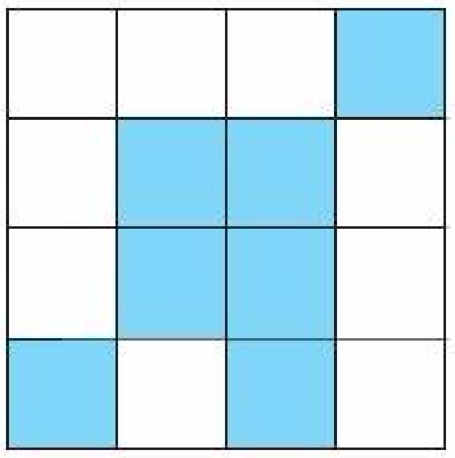
$\frac{5}{6}$

c)



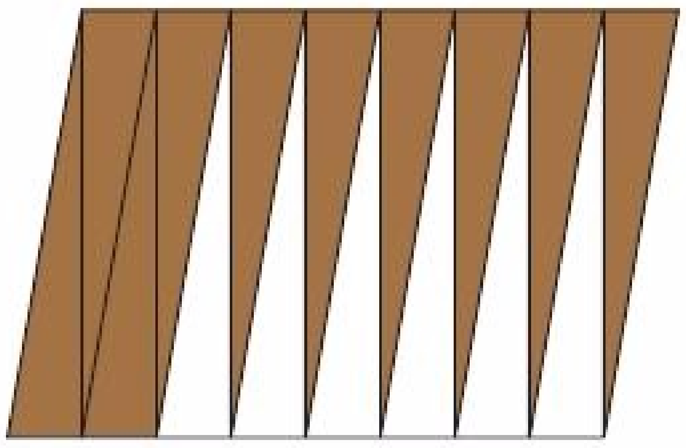
$\frac{6}{18}$ ou $\frac{1}{3}$

d)



$\frac{7}{16}$

e)



$\frac{10}{16}$

2. Escreva como se lê:

a) $\frac{6}{5}$ Seis quintos.

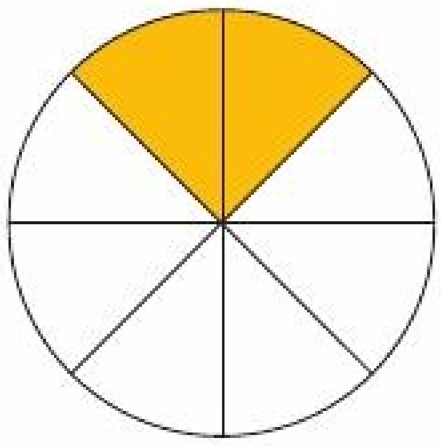
b) $\frac{4}{7}$ Quatro sétimos.

c) $\frac{19}{2}$ Dezenove meios.

d) $\frac{3}{8}$ Três oitavos.

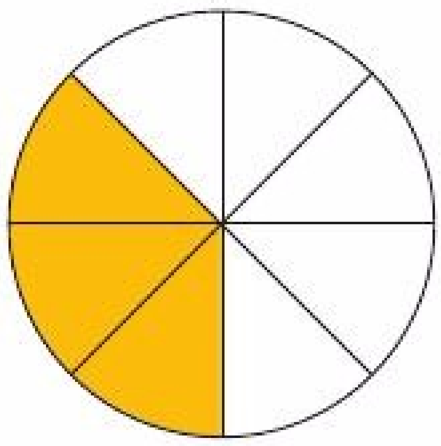
3. Qual a fração correspondente às áreas pintadas nos círculos?

a)



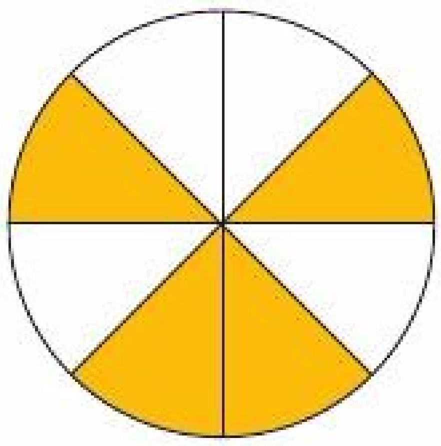
$\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$

b)



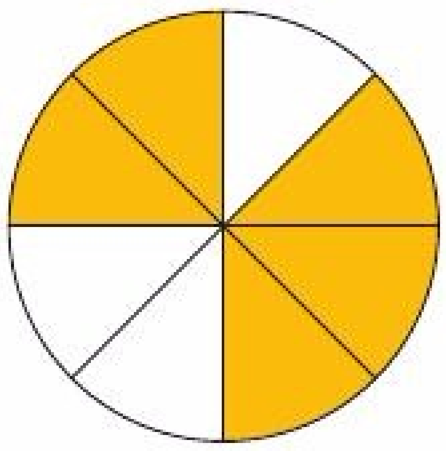
$\frac{3}{8}$

c)



$\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$

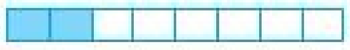
d)



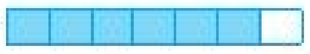
$\frac{5}{8}$

4. Faça desenhos de figuras que representem as frações dadas:

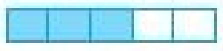
a) $\frac{2}{8}$



c) $\frac{6}{7}$



b) $\frac{3}{5}$



d) $\frac{1}{4}$

5. Das correspondências entregues mensalmente por uma agência de correio de uma cidade, dois terços são para a zona urbana. Se mensalmente a agência entrega 18 000 correspondências, quantas são para a zona urbana e quantas para a zona rural?

12 000 urbana, 6 000 rural.

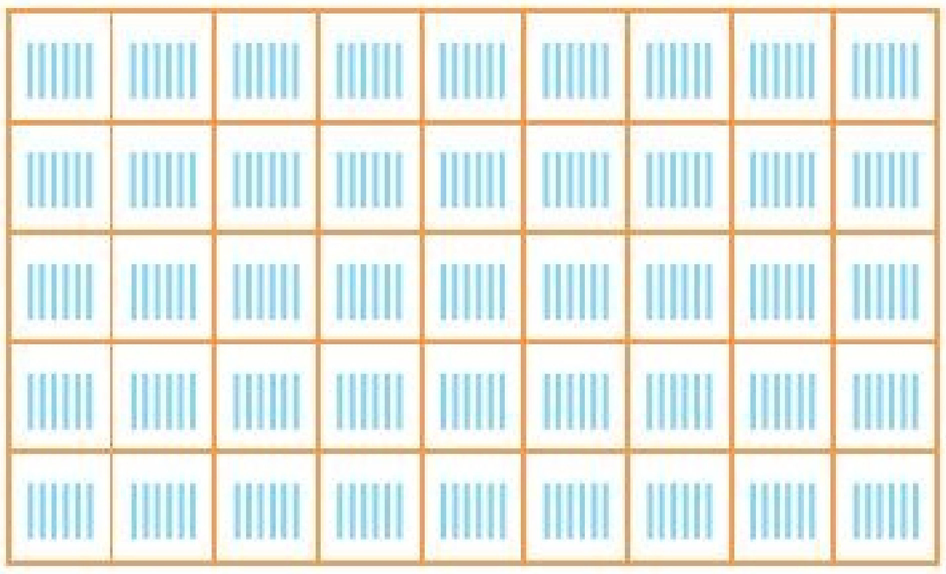
6. O tanque de um carro tem capacidade para 60 litros de combustível. Quando o indicador de combustível indicar $\frac{3}{4}$ do tanque, quantos litros há ainda nele? 45 litros

7. Leia com atenção a frase:

"Em um quarto de hora, tudo pode mudar."

Quantos minutos estão citados? 15 minutos

8. Quantos quadradinhos são necessários para se obter $\frac{4}{5}$ da figura a seguir? 36 quadrados



9. O ano tem 12 meses. Diga quantos meses há em:

a) $\frac{1}{3}$ do ano 4 meses

b) $\frac{3}{4}$ do ano 9 meses

c) $\frac{5}{6}$ do ano 10 meses

10. Calcule mentalmente:

a) $\frac{2}{5}$ de 40 16

b) $\frac{3}{4}$ de 20 15

c) $\frac{7}{5}$ de 15 21

d) $\frac{8}{3}$ de 90 240

Wilson Dias/ABr

Jogo de basquete feminino entre Brasil e Porto Rico, Panamericano de 2007, Rio de Janeiro, Brasil.

11. Uma partida de basquete é dividida em quatro períodos de dez minutos cada. Se um jogador faz uma cesta faltando metade do tempo do último período, responda:

a) Que fração do tempo total falta para terminar o jogo; $\frac{1}{8}$

b) Faltam quantos minutos para terminar o jogo? 5 minutos

12. A qual fração da área de uma figura qualquer corresponde à metade da metade da figura? $\frac{1}{4}$

13. Escreva a fração que representa:

a) três dias em uma semana $\frac{3}{7}$

b) sete horas em um dia $\frac{7}{24}$

c) dezessete dias em um mês de 30 dias $\frac{17}{30}$

d) quatro meses em um ano $\frac{4}{12}$

Na prática

No Brasil, o Poder Legislativo Federal divide-se em duas câmaras:

- A Câmara dos Deputados
- O Senado Federal

Professor, o texto a seguir é ótimo para ampliar o repertório cultural e aplicar conhecimentos sobre frações. Anote no quadro as ideias principais. Recupere, por exemplo, notícias de jornal, TV ou internet que façam referências à Câmara dos Deputados ou ao Senado.

Essas duas casas legislativas, juntas, formam o que chamamos de Congresso Nacional, que exerce a função de legislar e fiscalizar o Estado Brasileiro. No Senado Federal têm assento 3 senadores para cada unidade da federação, independentemente de sua população. Já na Câmara dos Deputados, a representatividade é proporcional à população de cada estado. Veja a seguir a composição do Congresso Nacional.

Unidade da federação	Deputados	Senadores
São Paulo	70	3
Minas Gerais	53	3
Rio de Janeiro	46	3
Bahia	39	3
Rio Grande do Sul	31	3
Paraná	30	3
Pernambuco	25	3
Ceará	22	3
Pará	17	3
Maranhão	18	3
Santa Catarina	16	3
Goiás	17	3
Paraiba	12	3
Espírito Santo	10	3
Piaui	10	3
Alagoas	9	3
Rio Grande do Norte	8	3
Amazonas	8	3
Mato Grosso	8	3
Mato Grosso do Sul	8	3
Distrito Federal	8	3
Sergipe	8	3
Rondônia	8	3
Tocantins	8	3
Acre	8	3
Amapá	8	3
Roraima	8	3
Total	**513**	**81**

As diversas leis discutidas e elaboradas no Congresso Nacional podem ser classificadas de forma geral em:

- Leis ordinárias: leis simples que regulam diversos assuntos;
- Leis complementares: leis que complementam disposições da Constituição;
- Emendas constitucionais: que modificam disposições da Constituição.


Fábio Rodrigues Pozzebom/ABr

Sessão do Congresso Nacional, Brasília, 2012.

As leis ordinárias, em qualquer uma das casas, são aprovadas por **maioria simples de votos**; as leis complementares exigem **maioria absoluta** e as emendas constitucionais requerem **dois terços** dos votos.

Maioria absoluta significa mais da metade do colegiado a que se referir. Já a maioria simples corresponde à maioria dos votos, desde que presente a maioria absoluta dos membros do colegiado.

No Senado, por exemplo, que tem 81 senadores, para aprovação de uma lei complementar, que exige a maioria absoluta, seriam necessários, pelo menos 41 votos.


Lara Venanzi/Kino

Congresso Nacional em Brasília (DF)
À direita, a cúpula da Câmara dos Deputados e,
à esquerda, a cúpula do Senado.

Discuta com seus colegas e responda em seu caderno.

a) Se numa sessão da Câmara dos Deputados estão presentes 398 deputados, quantos votos são necessários para aprovar uma lei ordinária? 200 votos

b) Quantos votos são necessários na Câmara de Deputados para a aprovação de uma emenda constitucional? E no Senado? 342 na Câmara e 54 no Senado.

c) Quantos deputados precisam estar presentes para que se submeta à votação uma lei complementar? E no Senado? 257 na Câmara e 41 no Senado.

Professor, a fração cujo denominador é uma potência de base 10 é chamada de fração decimal.

Nomenclatura

Dois números naturais escritos na forma $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$ formam uma fração, onde:

- O número **b** é chamado de **denominador** e indica em quantas partes o todo deve ser dividido;
- O número **a** chama-se **numerador** e indica quantas dessas partes devem ser consideradas.

O numerador e o denominador são os termos da fração.

Como ler uma fração

Além da forma convencional, onde a fração $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$ pode ser lida como "*a sobre b*", existem maneiras específicas de lermos uma fração, dependendo de seu denominador. As frações que têm denominadores entre 2 e 10 e aquelas com denominadores múltiplos de 10, como 10, 100, 1 000 etc, recebem nomes especiais. Observe a tabela:

Denominador	Nome de cada parte
2	meio (ou metade)
3	terço (ou terça parte)
4	quarto (ou quarta parte)
5	quinto (ou quinta parte)
6	sexto (ou sexta parte)
7	sétimo (ou sétima parte)
8	oitavo (ou oitava parte)
9	nono (ou nona parte)
10	décimo
100	centésimo
1 000	milésimo
10 000	décimo de milésimo

Konstantin Shevtsov/Dreamstime

Assim, para fazer a leitura, enunciamos o numerador e, em seguida o nome de cada parte, dado pelo denominador. Para frações com denominadores maiores que 10 e que não são múltiplos de 10, indicamos o denominador seguido da palavra **avos**. Observe os exemplos:

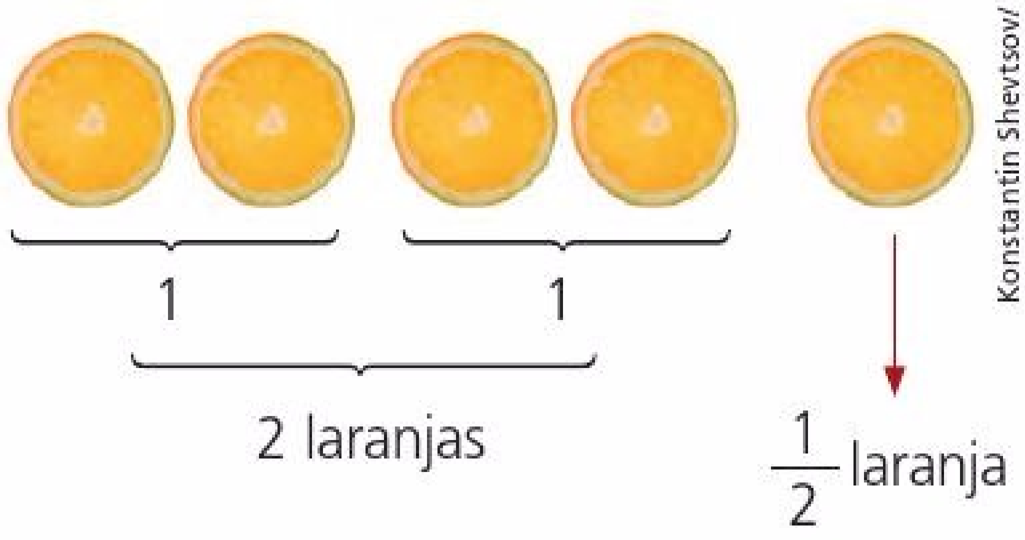
- $\frac{5}{7}$ (cinco sétimos)
- $\frac{3}{10}$ (três décimos)
- $\frac{5}{12}$ (cinco doze avos)
- $\frac{35}{100}$ (trinta e cinco centésimos)
- $\frac{239}{1\,000}$ (duzentos e trinta e nove milésimos)
- $\frac{13}{16}$ (treze dezesseis avos)

Forma mista

Até aqui, utilizamos o termo **fração** com o significado de **parte** de um todo. Existem, porém, situações em que utilizamos esse termo com outros significados. Podemos encontrar uma fração que represente o objeto todo ou ainda o objeto todo mais uma ou mais partes dele.

Veja, por exemplo, o caso em que temos 5 metades de laranja.

Neste caso, como cada metade é representada por $\frac{1}{2}$, teremos 5 metades, ou seja: $\frac{5}{2}$. Como cada laranja possui 2 metades, quando escrevemos $\frac{5}{2}$, estamos nos referindo a 2 laranjas mais $\frac{1}{2}$ laranja. Confira:



Konstantin Shevtsov/ Dreamstime

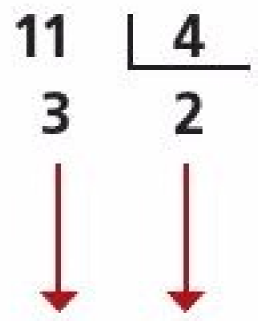
Podemos então escrever: $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$ ou ainda na **forma mista** $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

Toda fração com numerador maior que o denominador pode ser escrita na forma mista. A forma mista consiste na representação de quantas vezes temos um inteiro e de uma fração, com numerador menor que o denominador, representando o número de partes que são tomadas. Observe os exemplos:

- $2\frac{4}{5}$ (dois inteiros e quatro quintos)
- $3\frac{5}{8}$ (três inteiros e cinco oitavos)

> As frações representadas na forma mista, são também chamadas de **frações impróprias**, pois, nelas, o numerador é maior que o denominador.

Para encontrar a forma mista de uma fração imprópria, inicialmente calculamos a quantidades de inteiros que a fração comporta. Em seguida, separamos a parte dos inteiros. A parte restante representará a fração que utilizaremos na forma mista. Veja o exemplo:



$$\frac{11}{4} = 2 + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$$

Ainda no exemplo, a fração mista $2\frac{3}{4}$ é lida como "*dois inteiros e três quartos*".

Atividades

14. Escreva em seu caderno as seguintes frações:

a) sete oitavos $\frac{7}{8}$

b) cinco décimos $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

c) dezessete quinze avos $\frac{17}{15}$

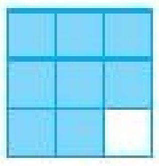
d) vinte e um sétimos $\frac{21}{7} = 3$

e) vinte trinta avos $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

15. Das frações da atividade anterior, qual corresponde a três inteiros? $\frac{21}{7}$

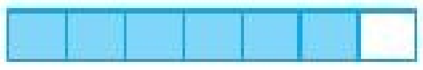
16. Escreva como se lê as frações abaixo e utilize figuras geométricas para representá-las.

a) $\frac{8}{3}$



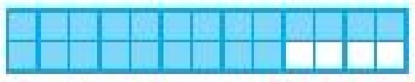
: oito terços

b) $\frac{6}{7}$



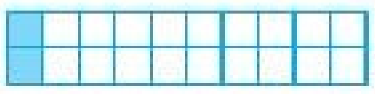
: oito terços

c) $\frac{22}{13}$



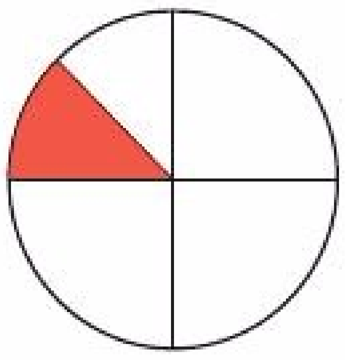
: vinte e dois trezes avos

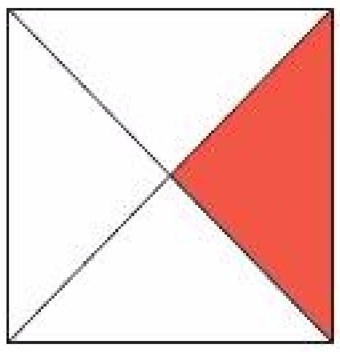
d) $\frac{22}{13}$

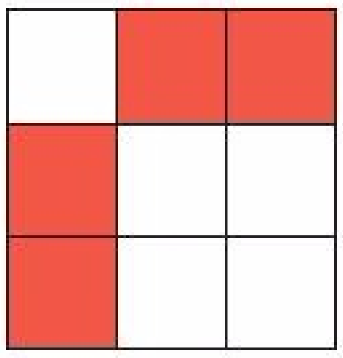


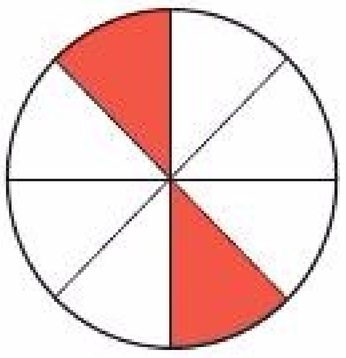
: dezesseis décimos

17. Sendo as figuras abaixo círculos e quadrados, em qual delas foi pintado de vermelho a quarta parte da figura?









18. Represente cada fração a seguir na forma mista.

a) $\frac{3}{2}$ $1\frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{3}$ $1\frac{2}{3}$

c) $\frac{27}{10}$ $2\frac{7}{10}$

d) $\frac{218}{22}$ $9\frac{20}{22}$

19. Escreva na forma de fração as seguintes formas mistas:

a) $2\frac{1}{3}$ $\frac{7}{3}$

b) $3\frac{3}{7}$ $\frac{24}{7}$

c) $3\frac{4}{10}$ $\frac{34}{10}$

d) $5\frac{2}{5}$ $\frac{27}{5}$

20. Roberta já utilizou $\frac{2}{5}$ das folhas de seu caderno, restando ainda 60 folhas. Quantas folhas tem o caderno? 100 folhas

21. Gustavo gastou $\frac{3}{5}$ de seu dinheiro ao comprar um tênis. Sabendo-se que Gustavo tinha R$ 300,00, quanto custou o tênis? R$ 180,00

22. Ana Maria comeu $\frac{1}{3}$ dos 48 bombons de uma caixa e deu metade do que sobrou para Fernanda. Quantos bombons restaram na caixa? 16 bombons

23. Minha classe tem 36 alunos. Para a aula de Educação Física as meninas são separadas dos meninos. Se todos os meninos estão na aula e representam $\frac{5}{12}$ da classe, quantas são as meninas? 21 meninas

24. Numa votação, André teve $\frac{5}{6}$ dos votos de Gabriela, que teve $\frac{11}{8}$ dos votos de Elias, que tem $\frac{6}{3}$ dos votos de Ana. Responda:

a) André tem mais votos que Gabriela? não

b) Gabriela tem mais votos que Elias? sim

c) Elias tem mais votos que Ana? sim

d) Afinal, quem tem mais votos: André, Gabriela, Elias ou Ana? Gabriela

25. Escreva na forma mista:

a) $\frac{9}{8}$ $1\frac{1}{8}$ b) $\frac{7}{2}$ $3\frac{1}{2}$ c) $\frac{29}{10}$ $2\frac{9}{10}$

26. João tem $\frac{1}{5}$ do dinheiro que Mário tem. João R$ 30,00

Artur tem $\frac{1}{3}$ do dinheiro que Mário tem. Artur R$ 50,00

João tem R$ 30,00. Quanto tem cada um dos outros dois? Mario R$ 150,00

27. Numa orquestra, o naipe de cordas (conjunto de todos os instrumentos de corda) representa $\frac{7}{12}$ do total dos músicos e os instrumentos de sopro $\frac{1}{6}$.


Caio Guatelli/Folhapress

Orquestra sinfônica.

Se a orquestra tem 120 componentes, calcule:

a) Quantos músicos tocam instrumentos de corda? 70

b) Quantos músicos tocam instrumentos de sopro? 20

c) Quantos músicos tocam os demais instrumentos? 30

28. Até agora, eu já preenchi $\frac{2}{5}$ de um álbum de figurinhas e tenho figurinhas para preencher mais $\frac{1}{10}$ do álbum. Mesmo assim, depois de colar essas figurinhas, ainda faltarão 30 para completar o álbum. Quantas figurinhas tem o álbum? 60 figurinhas

29. Cinco piratas acharam um tesouro a ser dividido igualmente. Mas, na hora de dividir, um deles foi excluído da divisão pelos outros quatro, que dividiram igualmente o tesouro entre si. Interpretar texto

a) Que fração do tesouro cada um dos piratas receberia se um deles não tivesse sido excluído? $\frac{1}{5}$

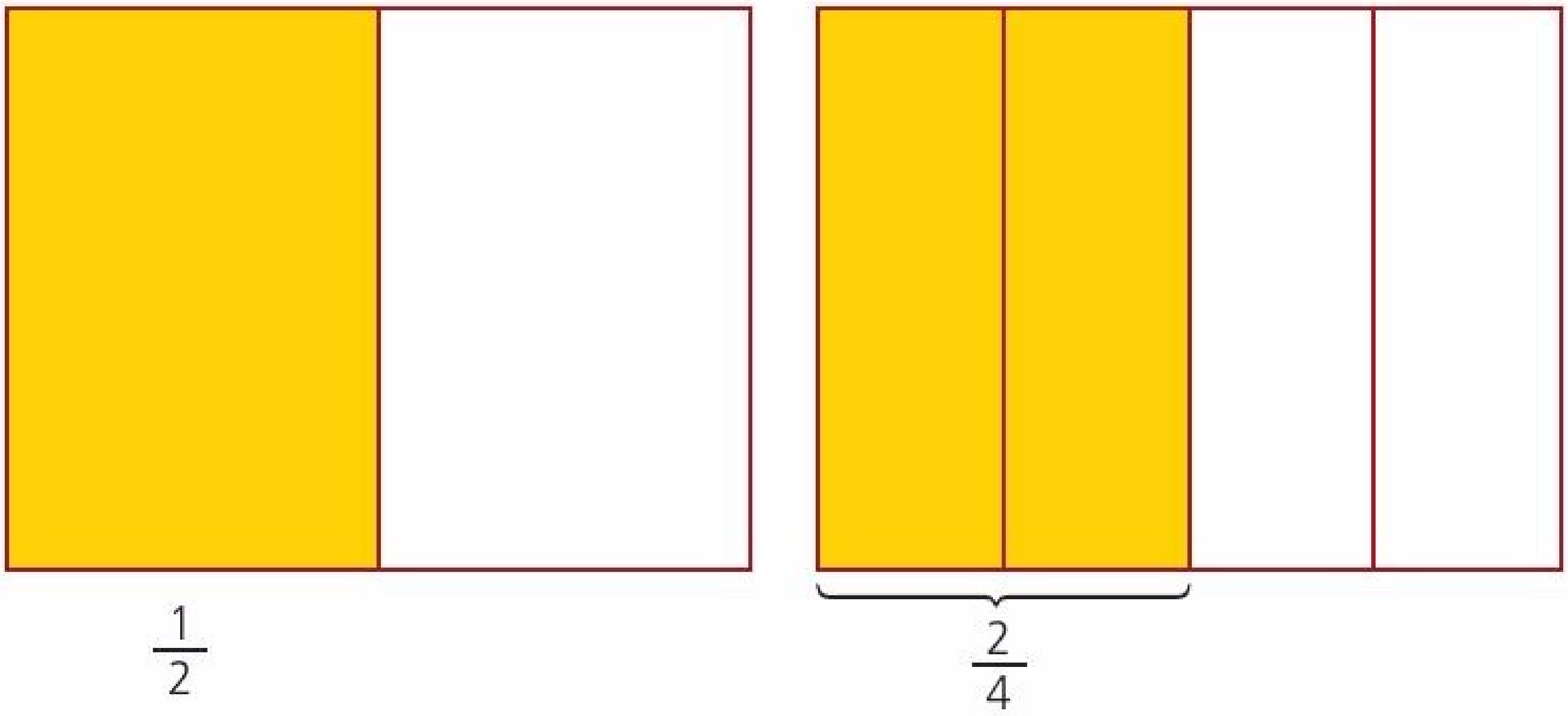
b) Que fração do tesouro cada um dos quatro recebeu depois da exclusão de um pirata? $\frac{1}{4}$

c) Cada um dos quatro acabou ganhando uma certa fração do tesouro a mais do que eles iriam receber. Qual é essa fração? $\frac{1}{20}$

30. Um técnico de futebol disse a seus atletas: "Até aqui, dos jogos que disputamos, vencemos $\frac{3}{5}$ e empatamos $\frac{1}{4}$. Só perdemos seis vezes." Quantos jogos o time desse técnico disputou? 40

Frações equivalentes

Observe que $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ representam a mesma a mesma área do retângulo a seguir.

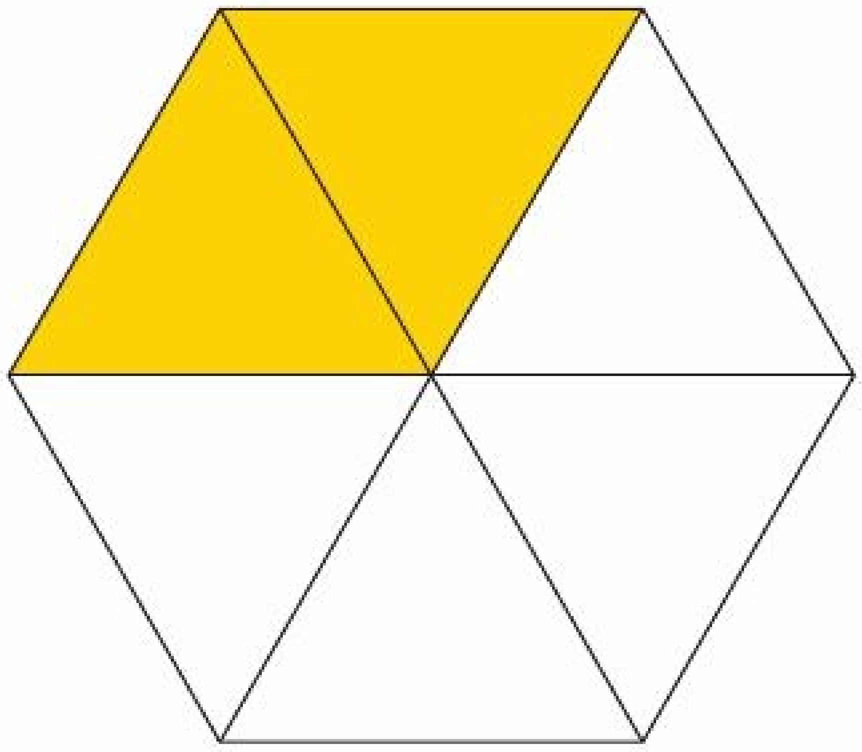


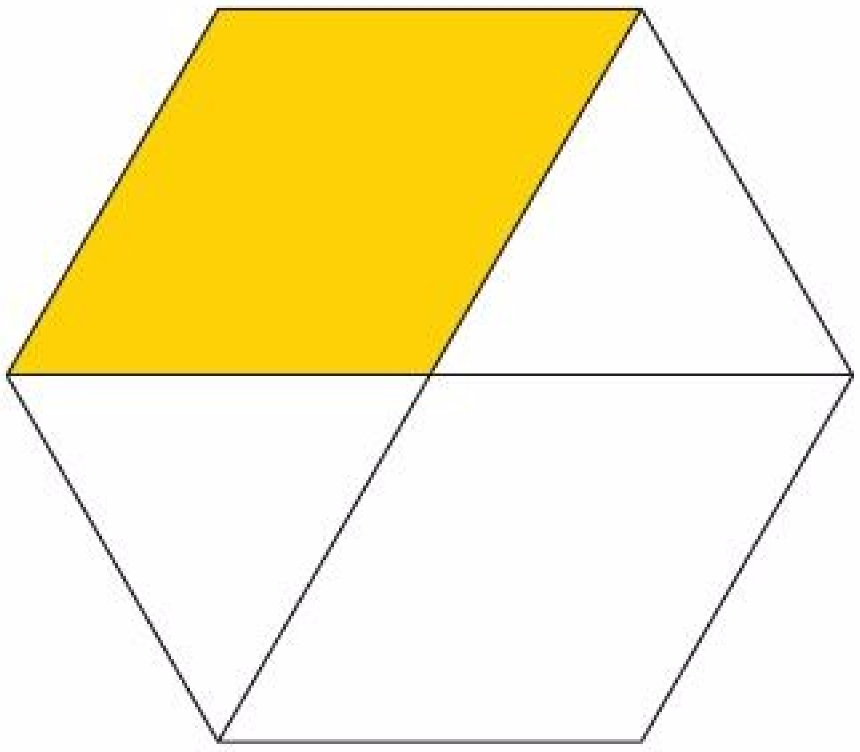
Como $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, podemos dizer que $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ são **frações equivalentes**.

Duas ou mais frações são **equivalentes** quando representam a mesma parte do todo.

O mesmo ocorre com as figuras da próxima página. Observe bem as áreas destacadas nos dois hexágonos a seguir.

As áreas indicadas são iguais e representam a equivalência $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

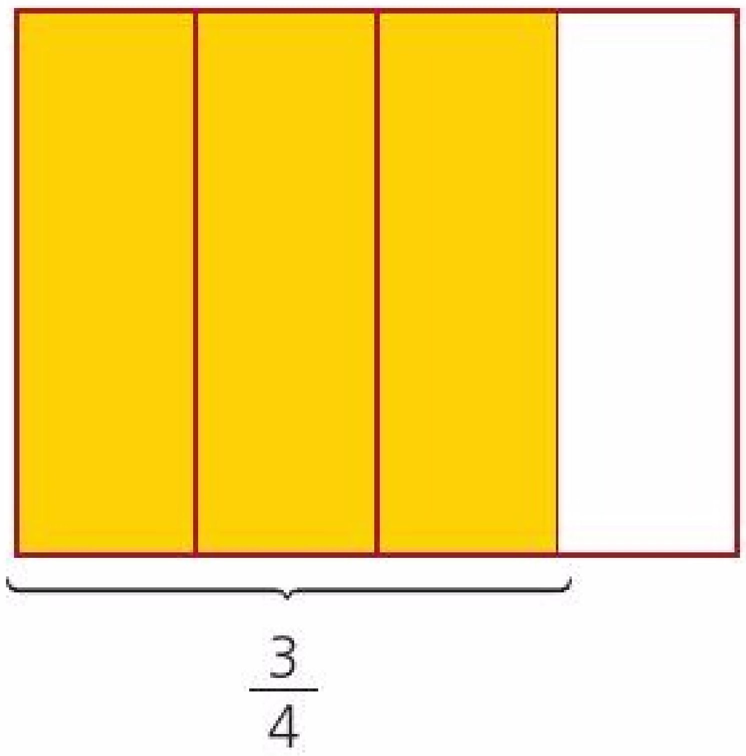




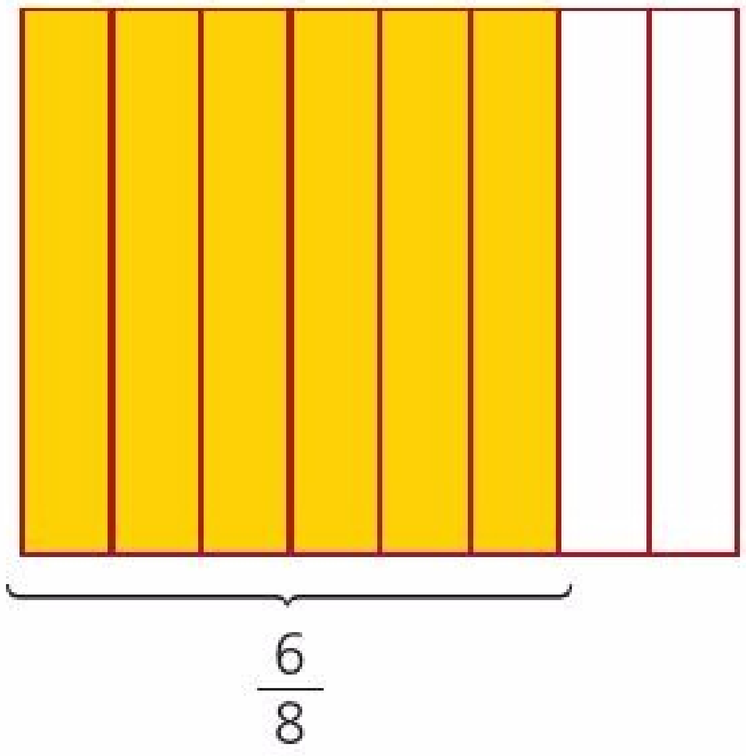
O conceito de fração equivalente é muito importante para a compreensão da Propriedade Fundamental das Frações, que estudaremos a seguir.

Propriedade Fundamental das Frações

Para compreender esta propriedade, observe a figura que representa $\frac{3}{4}$ do retângulo.



Vamos agora dividir cada uma das partes em duas partes iguais. Observe o que ocorre:



Professor, utilize o recurso de desenhar figuras no quadro para explorar a ideia de equivalência de frações.

Se você observou atentamente, deve ter percebido que:

- o número de partes foi multiplicado por 2: passou de 4 para 8;
- o número de partes pintadas também foi multiplicado por 2: passou de 3 para 6;
- a parte pintada do retângulo continuou igual.

Considerando, agora, as frações que representam as duas figuras, podemos verificar que, quando multiplicamos o numerador e o denominador de $\frac{3}{4}$ por 2, obtivemos a fração equivalente $\frac{6}{8}$.

Podemos, agora, enunciar a **Propriedade Fundamental das Frações** da seguinte forma:

Multiplicando o numerador e o denominador de qualquer fração por um mesmo número natural, não nulo, sempre se obtém uma fração equivalente à inicial.

Veja outro exemplo:

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15} \quad \text{pois} \quad \begin{cases} 4 \cdot 3 = 12 \\ 5 \cdot 3 = 15 \end{cases}$$

Como consequência imediata desta propriedade, podemos dizer também que ao dividir numerador e denominador de qualquer fração por um número natural, a fração obtida será equivalente à fração original. É simples entender isso a partir do exemplo anterior:

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5} \quad \text{pois} \quad \begin{cases} 12 \div 3 = 4 \\ 15 \div 3 = 5 \end{cases}$$

Simplificação de frações

Outra consequência importante da Propriedade Fundamental é que, para uma fração qualquer, existem outras infinitas frações equivalentes a ela.

Veja:

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10}\ ;\ \frac{4}{5} = \frac{12}{15}\ ;\ \frac{4}{5} = \frac{16}{20}\ ;\ \frac{4}{5} = \frac{20}{25} \ldots$$

Todas essas são equivalentes a $\frac{4}{5}$ e representam uma mesma parte do todo. A fração $\frac{4}{5}$ é a mais simples de todas as equivalentes, pois tem o menor numerador e o menor denominador.

Assim, você pode perceber que simplificar (ou reduzir) uma fração é encontrar uma equivalente que tenha o menor numerador e o menor denominador possíveis. A forma de simplificar uma fração é aplicar a propriedade fundamental das frações, dividindo seu numerador e seu denominador por um divisor comum, diferente de 1.

Professor, leia o texto sobre simplificação de frações e utilize o quadro para fazer o registro das informações e suas representações através de figuras.

Vamos simplificar, por exemplo, a fração $\frac{15}{60}$.

- Dividimos o numerador e o denominador por 5:

$$\frac{15 \div 5}{60 \div 5} = \frac{3}{12}$$

- Ainda podemos simplificar mais dividindo o numerador e o denominador por 3;

$$\frac{3 \div 3}{12 \div 3} = \frac{1}{4}$$

Encontramos a fração $\frac{1}{4}$ que é uma forma simplificada de $\frac{15}{60}$.

Quando uma fração não puder mais ser simplificada (ou reduzida), como no caso de $\frac{1}{4}$ no exemplo anterior, dizemos que ela é uma **fração irredutível**. Em outras palavras, numa fração irredutível, não existe mais um divisor comum, diferente de 1, para o numerador e o denominador.

Atividades

31. Quais das frações a seguir são equivalentes a $\frac{5}{8}$? $\frac{10}{16}$, $\frac{80}{128}$

$$\frac{10}{16}, \frac{15}{32}, \frac{60}{64} \text{ e } \frac{80}{128}$$

32. Dê três exemplos de frações equivalentes a:

a) $\frac{3}{8}$ $\frac{15}{40}$, $\frac{45}{120}$, $\frac{39}{104}$

b) $\frac{5}{7}$ $\frac{25}{35}$, $\frac{40}{56}$, $\frac{55}{77}$

33. Indique quais das frações a seguir são irredutíveis. $\frac{12}{25}$, $\frac{15}{35}$

$$\frac{6}{10}, \frac{11}{33}, \frac{12}{25}, \frac{15}{21} \text{ e } \frac{16}{35}$$

34. Responda e justifique:

a) $\frac{5}{7}$ e $\frac{25}{35}$ são frações equivalentes? sim

b) $\frac{2}{3}$ de R$ 108,00 têm o mesmo valor que $\frac{10}{15}$ de R$ 108,00? sim

c) $\frac{2}{3}$ e $\frac{10}{12}$ são frações equivalentes? não

35. Considere a seguinte equivalência de frações:

$$\frac{5}{8} = \frac{15}{★}$$

24 Cálculo mental

Que número deve ser colocado no lugar de ★ para que a equivalência seja verdadeira?

36. Quanto vale ★ em cada caso a seguir? Calcule mentalmente

a) $\frac{2}{3} = \frac{18}{\bigstar}$ 27

b) $\frac{12}{\bigstar} = \frac{24}{32}$ 16

c) $\frac{\bigstar}{18} = \frac{5}{3}$ 30

d) $\frac{1}{2} = \frac{\bigstar}{10}$ 5

Cálculo mental

37. Calcule o valor de x em cada uma das igualdades a seguir:

a) $\frac{6}{25} = \frac{x}{100}$ 24

b) $\frac{6}{72} = \frac{1}{x}$ 12

c) $\frac{x}{45} = \frac{2}{9}$ 10

38. Responda em seu caderno:

$\frac{4}{8}$ a) Um meio equivale a quantos oitavos?

$\frac{6}{9}$ b) Dois terços equivalem a quantos nonos?

39. Eu tenho $\frac{3}{5}$ da quantia que meu amigo tem.

a) Se ele tiver R$ 90,00 quanto eu terei? R$ 54,00

b) Se eu tiver R$ 90,00 quanto ele terá? R$ 150,00

40. Considere as frações:

$$\frac{4}{12}, \frac{17}{32}, \frac{28}{48} \text{ e } \frac{80}{125}$$

Quais delas são equivalentes a $\frac{1}{3}$? $\frac{4}{12}$ e $\frac{28}{48}$

41. Analise o quadro de equivalências e copie as afirmações feitas a seguir, em seu caderno, completando com verdadeiro (V) ou falso (F).

<table>
<tr><td colspan="8">1 inteiro</td></tr>
<tr><td colspan="4">1/2</td><td colspan="4">1/2</td></tr>
<tr><td colspan="2">1/4</td><td colspan="2">1/4</td><td colspan="2">1/4</td><td colspan="2">1/4</td></tr>
<tr><td>1/8</td><td>1/8</td><td>1/8</td><td>1/8</td><td>1/8</td><td>1/8</td><td>1/8</td><td>1/8</td></tr>
</table>

F a) $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{3}{4}$.

V b) $\frac{4}{8}$ é equivalente a $\frac{1}{2}$.

V c) $\frac{1}{4}$ é o dobro de $\frac{1}{8}$.

V d) $\frac{3}{4}$ é equivalente a $\frac{6}{8}$.

V e) Em $\frac{5}{8}$ faltam $\frac{3}{8}$ para completar o inteiro.

42. Dê três exemplos de frações equivalentes a:

a) $\frac{2}{7}$ $\frac{10}{35}, \frac{6}{21}, \frac{24}{84}$

b) $\frac{3}{2}$ $\frac{12}{8}, \frac{21}{14}, \frac{39}{26}$

43. Considere as frações:

$$\frac{8}{12}, \frac{11}{66}, \frac{10}{27}, \frac{13}{39} \text{ e } \frac{15}{31}$$

Quais delas são irredutíveis? $\frac{10}{27}$ e $\frac{15}{31}$

44. Coloque na forma irredutível:

a) $\frac{10}{14}$ $\frac{5}{7}$

b) $\frac{39}{65}$ $\frac{3}{5}$

c) $\frac{70}{105}$ $\frac{2}{3}$

d) $\frac{75}{105}$ $\frac{5}{7}$

Comparação de frações

Comparar duas frações é dizer se elas são ou não iguais ou se uma delas é maior ou menor que a outra. Para isso é necessário que tenhamos frações com mesmos denominadores, pois assim basta compararmos os denominadores. Observe os exemplos a seguir, lembrando que, para comparar números utilizamos os símbolos > **(maior)**, < **(menor)** ou = **(igual)**.

- Vamos comparar os números racionais $\frac{4}{7}$ e $\frac{6}{7}$.

Neste caso, como os denominadores são iguais, é fácil perceber que a maior é aquela com maior numerador, pois representa um “maior número de partes”.

Logo, $\frac{6}{7} > \frac{4}{7}$.

- Vamos comparar duas frações com denominadores diferentes: $\frac{5}{8}$ e $\frac{7}{10}$.

Professor, destaque no quadro os sinais das desigualdades. A comparação de frações engloba conteúdos anteriores como o de equivalência e de mínimo múltiplo comum (mmc).

Nesse caso, precisamos transformar as duas frações em frações equivalentes que possuam o mesmo denominador e comparar essas frações através de seus numeradores. Assim, precisamos de um número que seja múltiplo de 8 e de 10 simultaneamente. Você já sabe que para obtermos este número devemos determinar o mínimo múltiplo comum entre 8 e 10.

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r}8,\ 10\\4,\ \ 5\\2,\ \ 5\end{array} & \left.\begin{array}{l}2\\2\\2\end{array}\right\}\rightarrow 2^3 \\ 1,\ \ 5 & 5 \longrightarrow 5 \\ 1,\ \ 1 & \end{array} \left.\vphantom{\begin{array}{l}2\\2\\2\\5\end{array}}\right\}\rightarrow 2^3 \cdot 5 = 40$$

- Assim, os denominadores devem ser iguais a 40. Vamos, então, escrever a fração equivalente, com denominador 40, para $\frac{5}{8}$ e $\frac{7}{10}$:

$$\frac{5}{8} = \frac{25}{40} \text{ pois } 40 \div 8 = 5 \rightarrow 5 \cdot 5 = 25$$

$$\frac{7}{10} = \frac{28}{40} \text{ pois } 40 \div 10 = 4 \rightarrow 7 \cdot 4 = 28$$

Com o mesmo denominador, podemos comparar as duas frações:

$$\frac{5}{8} < \frac{7}{10} \quad \text{pois} \quad \frac{25}{40} < \frac{28}{40}$$

De forma geral, para comparar frações com denominadores diferentes reduzimos as frações ao menor denominador comum, calculando o mmc dos denominadores, e encontramos frações equivalentes às iniciais, que tenham nos denominadores esse mmc. Tendo o mesmo denominador, basta comparar os numeradores.

Atividades

Professor, faça a leitura do exercício 46 junto com os alunos e coloque as informações no quadro para mediar a conclusão obtida.

45. Compare as frações a seguir e copie em seu caderno usando os sinais **>**, **<** ou **=** no lugar da |||||||.

a) $\frac{5}{10}$ ||||||| $\frac{3}{10}$ >

b) $\frac{7}{12}$ ||||||| $\frac{11}{12}$ <

c) $\frac{8}{11}$ ||||||| $\frac{5}{11}$ >

d) $\frac{63}{100}$ ||||||| $\frac{53}{100}$ >

46. Reduza as frações de cada item ao menor denominador comum, em seu caderno, e compare as frações usando **>** ou **<** no lugar da |||||||

a) $\frac{5}{8}$ ||||||| $\frac{7}{9}$ $\frac{45}{72} < \frac{52}{72}$

b) $\frac{4}{15}$ ||||||| $\frac{5}{18}$ $\frac{24}{90} < \frac{25}{90}$

c) $\frac{7}{12}$ ||||||| $\frac{11}{20}$ $\frac{35}{60} > \frac{33}{60}$

d) $\frac{5}{14}$ ||||||| $\frac{8}{21}$ $\frac{15}{42} < \frac{16}{42}$

47. Lembrando que $1 = \frac{1}{1}$, $2 = \frac{2}{1}$, $3 = \frac{3}{1}$ etc., reduza ao menor denominador comum e compare os seguintes pares de frações:

a) 1 e $\frac{5}{7}$ >

b) 5 e $\frac{67}{10}$ <

c) 3 e $\frac{21}{20}$ >

d) 12 e $\frac{13}{5}$ >

48. Reduza ao menor denominador comum:

a) $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{30}$ e $\frac{4}{15}$ $\frac{35}{60}$, $\frac{22}{60}$, $\frac{16}{60}$

b) 3, $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$ $\frac{36}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{8}{12}$

c) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$ e $\frac{5}{16}$ $\frac{8}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{5}{16}$

d) $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{8}$ $\frac{36}{24}$, $\frac{8}{24}$, $\frac{15}{24}$

Argumentar

49. Num treino de pênaltis de um time, Alex fez 12 gols em 15 chutes que deu e Betão fez 9 em 12 chutes. Qual deles teve melhor aproveitamento? Justifique sua resposta.

Alex $\frac{48}{60} > \frac{45}{60}$

Fernanda Youssef

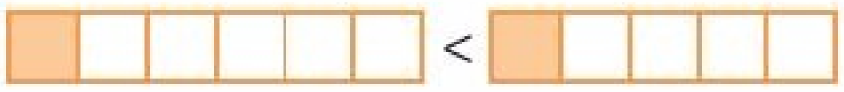
50. Rafael e Bruno estavam comparando suas notas em Língua portuguesa no segundo bimestre. Rafael obteve 16 dos 20 pontos totais de seu curso e Bruno obteve 24 dos 30 totais de seu curso, em outra escola. Qual dos dois teve melhor desempenho em Língua portuguesa, no segundo bimestre?

Desempenho igual $\frac{48}{60} = \frac{48}{60}$

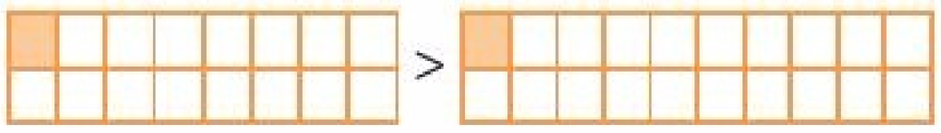
51. Uma prova tinha 20 questões de mesmo valor. Ana acertou $\frac{3}{5}$ das questões e Paula acertou $\frac{7}{10}$. Se a nota máxima da prova era 100 pontos, quais foram as notas de Ana e Paula? Ana 60
Paula 70

52. Observe as comparações entre frações e suas respectivas figuras:

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{12} > \frac{1}{18}$$



Como podemos comparar frações com numerador 1 sem fazer cálculos ou representações com figuras?

Podemos observar e concluir que quanto maior o denominador, o inteiro será dividido em partes menores, logo concluímos que em frações com numerador 1, quanto maior o denominador, menor será o número obtido.

Operações com frações

Vamos estudar agora os processos utilizados para fazermos cálculos com números fracionários. Os elementos de que necessitamos já foram estudados: frações equivalentes, simplificação e redução de frações a um mesmo denominador.

Adição e Subtração de frações

Professor, leia o texto sobre operações com frações, coloque no quadro exemplos de operações com frações e relacione os exemplos com figuras de desenho.

No caso em que as frações têm mesmo denominador, basta conservá-lo e somar os numeradores. Veja o exemplo a seguir:

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{5 + 1}{7} = \frac{6}{7}$$

O mesmo ocorre com a subtração quando os denominadores são iguais. Observe:

$$\frac{7}{11} - \frac{2}{11} = \frac{7 - 2}{11} = \frac{5}{11}$$

Quando as frações a serem somadas ou subtraídas têm denominadores diferentes, devemos fazer a redução ao mesmo denominador para depois realizar a adição ou subtração dos numeradores.

Como exemplo, vamos efetuar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

mmc (2, 3) = 6

$$\frac{1}{2} = \frac{\bullet\bullet\bullet\bullet}{6} \xrightarrow{6 \div 2 = 3} \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\bullet\bullet\bullet\bullet}{6} \xrightarrow{6 \div 3 = 2} \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$$

Realizamos o mesmo procedimento na subtração $\frac{3}{4} - \frac{1}{10}$

mmc (4, 10) = 20

$$\frac{3}{4} = \frac{\bullet\bullet\bullet\bullet}{20} \xrightarrow{20 \div 4 = 5} \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{\bullet\bullet\bullet\bullet}{20} \xrightarrow{20 \div 10 = 2} \frac{1}{10} = \frac{1 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{2}{20}$$

Adição e Subtração na forma mista

Para realizar as operações de adição e subtração com frações na forma mista, é necessário, em primeiro lugar, transformar essas frações na forma simples. Observe o exemplo a seguir:

$$2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} = 2 + \frac{2}{3} + 1 + \frac{1}{2} = \frac{12}{6} + \frac{4}{6} + \frac{6}{6} + \frac{3}{6} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$$

Atividades

! Professor, assim como a equivalência, somas e subtrações de frações exigem muitos exercícios por parte do aluno. Procure fazer com eles todas as atividades desta página. Proponha o último exercício como desafio.

53. Efetue as operações no caderno, e apresente a resposta na forma simplificada.

a) $\frac{3}{13} + \frac{5}{13}$ $\frac{8}{13}$

b) $\frac{9}{10} - \frac{7}{20}$ $\frac{11}{20}$

c) $\frac{2}{9} + \frac{6}{9}$ $\frac{8}{9}$

d) $\frac{11}{18} - \frac{5}{12}$ $\frac{7}{36}$

e) $\frac{5}{16} + \frac{3}{16}$ $\frac{1}{2}$

f) $\frac{4}{21} + \frac{1}{14}$ $\frac{11}{42}$

g) $\frac{6}{7} - \frac{2}{7}$ $\frac{4}{7}$

54. Faça as operações e dê a resposta na forma simplificada.

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ 1

b) $\frac{7}{5} - 1$ $\frac{2}{5}$

c) $1 - \frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$

d) $\frac{6}{5} + \frac{4}{5}$ 2

e) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$ $\frac{7}{5}$

55. Efetue as operações e apresente a resposta na forma simplificada.

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{15} + \frac{2}{15}$ $\frac{61}{60}$

b) $\frac{5}{6} + \frac{7}{12} + \frac{3}{8}$ $\frac{43}{24}$

c) $\frac{2}{5} + \frac{5}{12} + \frac{11}{60}$ 1

d) $1 - \frac{1}{10} - \frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{24}$ $\frac{3}{8}$

56. Simplifique cada fração, efetue as adições e dê o resultado na forma simplificada.

a) $\frac{4}{10} + \frac{7}{35} + \frac{42}{30}$ 2

b) $\frac{2}{16} + \frac{12}{32} + \frac{8}{64}$ $\frac{5}{8}$

57. Faça as operações indicadas a seguir:

a) $3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}$ $5\frac{2}{3}$

b) $7\frac{1}{4} - 3\frac{1}{3}$ $3\frac{11}{12}$

c) $5\frac{1}{8} + 1\frac{1}{2}$ $6\frac{5}{8}$

58. Já li $\frac{3}{5}$ do livro e ainda faltam 80 páginas. Quantas páginas tem o livro? 200 páginas

59. Um terço da estrada já tem asfalto, mas 160 quilômetros dessa estrada ainda não têm! Quantos quilômetros tem a estrada? 240 km

60. Um freguês comprou $\frac{1}{6}$ de uma torta. Outro comprou $\frac{1}{4}$. O terceiro, que levou o restante, pagou R$ 28,00. Quanto custava a torta toda? R$ 48,00

61. Recebi minha mesada no sábado. No mesmo dia gastei $\frac{2}{5}$ e, no domingo, gastei $\frac{1}{2}$. Para o resto da semana fiquei com apenas R$ 10,00. Calcule o valor da minha mesada. R$ 50,00

62. Um estudante tinha 3 dias para ler um livro. No primeiro dia, leu $\frac{1}{6}$ do livro; no segundo, $\frac{1}{8}$; no terceiro, leu 102 páginas e, assim, terminou a leitura. Quantas páginas tem o livro? 312 páginas

Quando, quem e onde

Os antigos egípcios usavam um sistema de frações representadas por símbolos distintos e as consideravam apenas como parte da unidade 1. Tinham um símbolo para o 1/2, outro para 1/3, outro para 1/5 e assim por diante. Particularmente para as frações cujos denominadores eram múltiplos de 2, tinham símbolos especiais associados ao olho do deus Hórus.


Hangxing Xie/Dreamstime

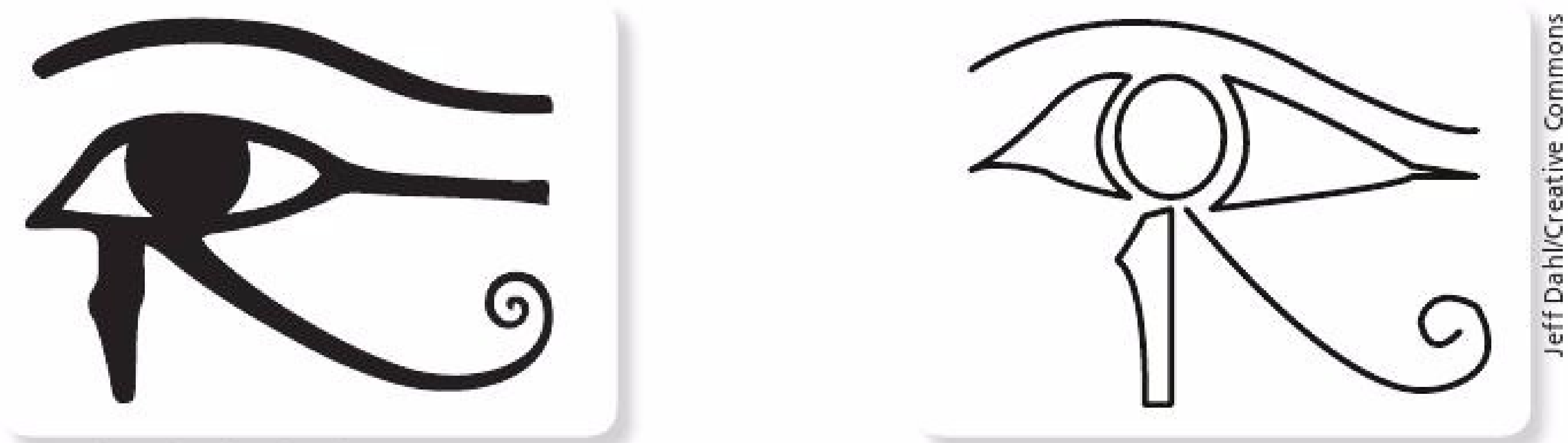
Hórus.


Jeff Dahl/Creative Commons

Osiris e Ísis.

Hórus era o deus egípcio dos céus, filho de Osíris e de Ísis. Tinha cabeça de falcão e seus olhos representavam o Sol e a Lua. Diz a mitologia egípcia que ele perdeu um olho lutando pelo domínio da Terra, motivo pelo qual o olho de Hórus sempre foi sagrado e é um dos amuletos mais usados no Egito em todas as épocas, pois simbolizava o poder real.

O desenho do olho de Hórus era usado pelos egípcios para simbolizar as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ e $\frac{1}{64}$, de acordo com as seguintes associações:


Jeff Dahl/Creative Commons

Desenhos de olho de Hórus.

Cada uma dessas frações representava um sentido:

- $\frac{1}{2}$ representava o olfato
- $\frac{1}{4}$ representava a visão
- $\frac{1}{8}$ representava o pensamento
- $\frac{1}{16}$ representava a audição
- $\frac{1}{32}$ representava o paladar
- $\frac{1}{64}$ representava o tato

Professor, some as frações que representam os sentidos: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$. Os egípcios acreditavam que o último pedaço para completar o inteiro, era mágico e não podia ser visto.

Ver sugestão no Manual do Professor.

Multiplicação de frações

A multiplicação de frações não depende da igualdade dos denominadores. Basta multiplicar os numeradores e os denominadores das duas frações para obter a fração produto. Observe o exemplo:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

Neste caso, a fração produto obtida é $\frac{10}{21}$, que é uma fração irredutível. Existem, porém, casos em que a fração obtida pode ser simplificada. Analise o exemplo a seguir.

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{21} = \frac{15 \div 3}{21 \div 3} = \frac{5}{7}$$

Neste caso, simplificamos $\frac{15}{21}$ depois de realizar a multiplicação.

Podemos simplificar o cálculo utilizando a técnica do **cancelamento**, que permite a simplificação antes de efetuar a multiplicação:

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{\cancel{5}}{{}_1 3} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{7} = \frac{5 \cdot 1}{1 \cdot 7} = \frac{5}{7}$$

Note que utilizamos a propriedade fundamental das frações ao dividirmos o numerador e o denominador do produto por 3. Veja, agora, outro exemplo:

$$\frac{25}{7} \cdot \frac{8}{15} = \frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{7} \cdot \frac{8}{\underset{3}{\cancel{15}}} = \frac{40}{21}$$

Aqui, dividimos o numerador e o denominador do produto por 5.

Atividades

63. Use o cancelamento para efetuar os seguintes produtos:

a) $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{5}$ $\frac{3}{7}$

b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{9}$ $\frac{1}{15}$

c) $\frac{5}{14} \cdot \frac{21}{8}$ $\frac{15}{16}$

d) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8}$ $\frac{3}{16}$

e) $\frac{2}{15} \cdot \frac{9}{20}$ $\frac{3}{50}$

f) $\frac{22}{35} \cdot \frac{28}{33}$ $\frac{8}{15}$

64. Em linguagem matemática, quando escrevemos **o dobro de**, estamos nos referindo a **duas vezes**. Assim, por exemplo, o dobro de 12 é 2 · 12 = 24. Da mesma forma, quando dizemos **o triplo de** expressamos **três vezes**, como no caso do triplo de 5 ser 3 · 5 = 15. Já quando dizemos **metade**, **um terço**, **um quarto**, **um quinto**, **um sexto** etc., estamos nos referindo a multiplicar por $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ etc. Utilizando o sinal de multiplicação (·) e uma ou mais frações, escreva e calcule quando for o caso:

a) a metade de 100 50

b) a metade de 36 18

c) cinco sextos de 30 25

d) a metade da metade $\frac{1}{4}$

e) um terço da metade $\frac{1}{6}$

f) um terço da metade de 60 10

Linguagem matemática

Argumentar

65. Lembrando que um número inteiro **n** pode ser escrito na forma de fração como $\frac{n}{1}$ e utilizando o cancelamento sempre que necessário, efetue no caderno:

a) $2 \cdot \frac{3}{8}$ $\frac{3}{4}$

b) $3 \cdot \frac{5}{21}$ $\frac{5}{7}$

c) $\frac{1}{5} \cdot 30$ 6

d) $\frac{1}{12} \cdot 21$ $\frac{7}{4}$

e) $\frac{7}{5} \cdot \frac{10}{14}$ 1

f) $\frac{10}{8} \cdot \frac{16}{5}$ 4

66. Três times de futebol A, B e C encontram-se na tabela do campeonato com a seguinte situação de pontos: A tem $\frac{2}{3}$ dos pontos de B, que tem $\frac{3}{4}$ dos pontos de C.

Quem tem mais pontos? Justifique sabendo que B tem 42 pontos, quantos pontos têm os outros dois? A = 28
C = 56

67. Uma pesquisa com 1 200 pessoas apontou que $\frac{3}{4}$ das pessoas praticam esportes e que $\frac{2}{5}$ dos que praticam esportes fazem atletismo.

a) Que fração das pessoas pesquisadas pratica atletismo? $\frac{3}{10}$

b) Quantas são as pessoas que não praticam nenhum esporte? 300 pessoas

68. A fração $\frac{5}{9}$ foi multiplicada por outra fração de mesmo denominador e resultou em $\frac{20}{27}$. Descubra qual multiplicação foi feita. $\frac{5}{9} \cdot \frac{12}{9}$

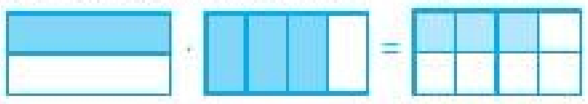
69. Cleide partiu um chocolate e comeu $\frac{2}{5}$. Depois veio Teresa e comeu $\frac{1}{3}$ do chocolate que Cleide havia deixado.

a) Que fração do chocolate inicial Teresa encontrou? $\frac{3}{5}$

b) Que fração do chocolate inicial Teresa comeu? $\frac{1}{5}$

c) Supondo que o chocolate tem 80 g, quantas gramas terá o chocolate que sobrou? 32 g

70. Sabendo que $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{8}$, utilize figuras para representar cada uma das frações envolvidas na multiplicação assim como o resultado obtido.



Fração inversa

Quando temos uma fração diferente de zero, obtemos a fração inversa dessa fração trocando as posições de seu numerador e de seu denominador. Assim, a inversa de $\frac{3}{10}$ é $\frac{10}{3}$, a inversa de $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$ e a inversa de $\frac{8}{5}$ é $\frac{5}{8}$.

Se considerarmos que um número inteiro como o 3, por exemplo, pode ser escrito como uma fração de denominador 1, podemos dizer que:

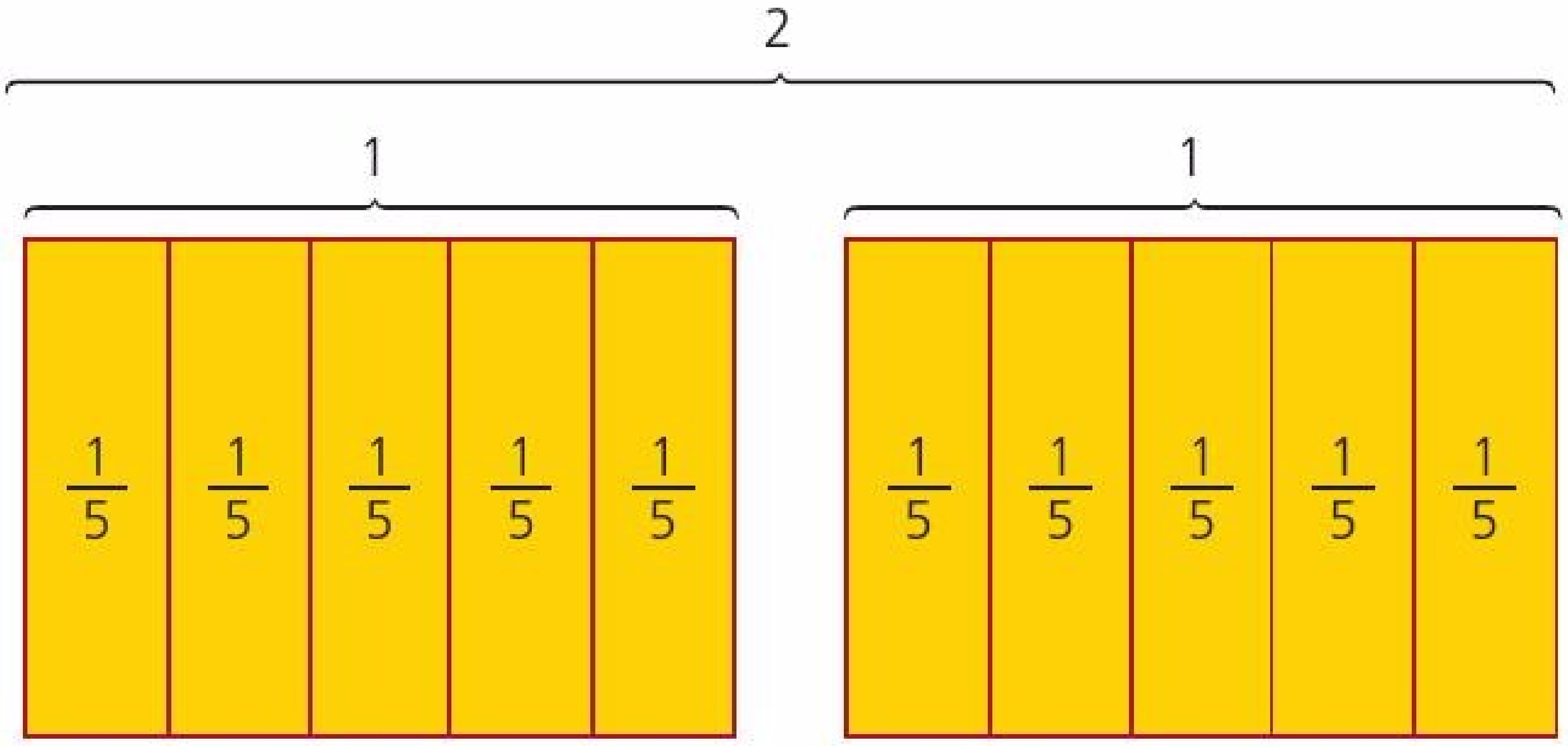
- O inverso de 3 é $\frac{1}{3}$
- O inverso de 2 é $\frac{1}{2}$

Os conceitos de fração inversa e inverso de um número são importantes para o estabelecimento da regra de divisão de frações.

Divisão de frações

Para compreendermos o que ocorre numa divisão de frações, vamos, como exemplo, fazer a divisão de 2 inteiros pela fração $\frac{1}{5}$.

Observe na figura a seguir, que dividimos cada unidade em 5 partes, de tal maneira que as 2 unidades têm 10 vezes a fração $\frac{1}{5}$.



Assim, podemos dizer que $\frac{1}{5}$ cabe 10 vezes em 2. Essa constatação é o mesmo que fazermos a seguinte divisão:

$$2 : \frac{1}{5} = 10$$

Veja que a divisão por $\frac{1}{5}$ tem o mesmo resultado que a multiplicação pelo seu inverso:

$$2 : \frac{1}{5} = 10 \quad \text{e} \quad 2 \cdot \frac{5}{1} = 10$$

O mesmo procedimento vale para uma divisão, como a do próximo exemplo.

Vamos fazer $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$.

Fazendo-se a multiplicação de $\frac{2}{3}$ pelo inverso de $\frac{1}{6}$, teremos:

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = 4 \text{ e } \frac{2}{{}_{1}3} \cdot \frac{6^{2}}{1} = 4$$

A partir do que observamos nos exemplos anteriores, podemos enunciar uma regra geral para a divisão de frações da seguinte forma:

Professor, uma fração é inversa de outra se o produto de ambas for igual a 1, ou seja, $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$ ($a \neq 0$ e $b \neq 0$).

> Para fazer a divisão de uma fração por outra, multiplicamos a primeira pelo inverso da segunda.

Atividades

71. Calcule a divisão indicada em cada item apresentando como resultado uma fração irredutível.

a) $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$ $\frac{19}{15}$

b) $\frac{1}{10} \div \frac{10}{3}$ $\frac{103}{30}$

c) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$ $\frac{9}{10}$

d) $\frac{7}{8} \div \frac{14}{9}$ $\frac{175}{72}$

72. Faça as divisões a seguir.

a) $\frac{7}{8} \div 3$ $\frac{7}{24}$

b) $\frac{12}{5} \div 16$ $\frac{3}{20}$

c) $2 \div \frac{5}{3}$ $\frac{6}{5}$

d) $\frac{5}{2} \div \frac{5}{6}$ 3

e) $9 \div \frac{3}{8}$ 24

73. Calcule o valor das expressões:

a) $\dfrac{\frac{1}{8} + \frac{7}{16}}{\frac{1}{5}}$ $\frac{45}{16}$

b) $\dfrac{\frac{1}{3} + \frac{1}{16}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}$ $\frac{19}{36}$

74. Em uma classe de 60 alunos, metade da terça parte dos alunos são loiros. Quantos alunos não são loiros? 50 alunos

75. A qual fração me refiro ao dizer: "A quinta parte da metade"? $\frac{1}{10}$

76. Em uma receita estão listados os seguintes ingredientes:

- $\frac{1}{2}$ copo de óleo de soja;
- 1 copo de leite;
- 4 ovos;
- $\frac{1}{4}$ de kg de queijo;
- $\frac{2}{5}$ de kg de polvilho doce.
- 1 colher (sobremesa) de sal.

$\frac{1}{4}$ copo de óleo de soja;
$\frac{1}{4}$ copo de leite;
2 ovos;
$\frac{1}{8}$ de kg de queijo;
$\frac{1}{5}$ de kg de polvilho doce.
$\frac{1}{2}$ colher (sobremesa) de sal.

Reescreva a receita em seu caderno com as quantidades necessárias para fazer receita.

77. Leia o quadro abaixo e copie em seu caderno as afirmações classificando-as em verdadeiras (V) ou falsas (F).

	V ou F
Nas frações equivalentes a 1 inteiro, o numerador é igual ao denominador.	V
Se eu partir $\frac{1}{4}$ em 3 partes iguais, cada parte corresponderá a $\frac{1}{12}$.	V
Quando dividimos o inteiro em 6 partes e tomamos 5 dessas partes temos $\frac{6}{5}$.	F
$\frac{1}{3}$ é menor que $\frac{1}{6}$.	F
$\frac{2}{8} = \frac{8}{16}$	F
São necessários $\frac{3}{6}$ para completar metade do inteiro.	V

Potenciação de frações

Você já conhece a potenciação de um número natural. Pois bem, a potenciação de frações é definida da mesma maneira: multiplica-se a base por ela mesma tantas vezes quantas indicar o expoente natural.

Veja os exemplos a seguir:

- $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$
- $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5}{6} = \frac{5}{6} = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$
- $\left(\frac{9}{5}\right)^0 = 1$

Observe nos dois primeiros exemplos que na potenciação de uma fração elevamos o numerador e o denominador ao expoente da fração. De forma geral, podemos escrever:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Radiciação de frações

Você já aprendeu a calcular raízes exatas de números naturais e que a radiciação é a operação inversa da multiplicação. Assim, a raiz quadrada é a operação inversa de se elevar um número ao quadrado, a raiz cúbica é a operação inversa de elevar um número ao cubo, e assim sucessivamente. Observe os exemplos:

$$\sqrt{9} = 3 \leftrightarrow 3^2 = 9$$

$$\sqrt[3]{8} = 2 \leftrightarrow 2^3 = 8$$

$$\sqrt[4]{256} = 4 \leftrightarrow 4^4 = 256$$

Com as frações, a radiciação ocorre da mesma forma. Vamos obter, por exemplo, $\sqrt{\frac{1}{25}}$.

Professor, explore exemplos no quadro relacionando as operações inversas: potência e radiciação.

Para isso, procuramos uma fração que, elevada ao quadrado, dá $\frac{1}{25}$:

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25} \rightarrow \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$$

Podemos também fazer esse cálculo da seguinte forma:

$$\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$$

De forma geral, podemos dizer que a radiciação de frações é feita fazendo-se a radiciação do numerador e a do denominador da raiz. Observe outros exemplos:

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{\sqrt[5]{1}}{\sqrt[5]{32}} = \frac{1}{2}$$

Atividades

78. Calcule as seguintes potências:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ $\frac{32}{243}$

b) $\left(\frac{4}{7}\right)^3$ $\frac{64}{343}$

c) $\left(\frac{14}{101}\right)^1$ $\frac{14}{101}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ $\frac{1}{16}$

e) $\left(\frac{11}{15}\right)^2$ $\frac{121}{225}$

f) $\left(\frac{37}{98}\right)^0$ 1

79. Efetue as radiciações: Cálculo mental

a) $\sqrt{\frac{4}{25}}$ $\frac{2}{5}$

b) $\sqrt{\frac{49}{100}}$ $\frac{7}{10}$

c) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ $\frac{3}{4}$

d) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}}$ $\frac{3}{2}$

Expressões numéricas com frações

Agora, vamos trabalhar com expressões numéricas envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação de frações. Para isso, lembre-se de que continua valendo a hierarquia das operações e dos sinais de associação:

Operações	Sinais de associação	
1º Potenciações e radiciações;	1º Parênteses	( )
2º Multiplicações e divisões;	2º Colchetes	[ ]
3º Adições e Subtrações.	3º Chaves	{ }

Fernanda Youssef

Acompanhe o exemplo:

$$3^2 - \left[1 + \left(\frac{5}{4} \cdot \sqrt{\frac{4}{25}}\right)\right] \xrightarrow{\text{potenciação e radiciação}} 9 - \left[1 + \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{5}\right)\right]$$

$$9 - \left[1 + \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{5}\right)\right] \xrightarrow{\text{eliminando parênteses}} 9 - \left[1 + \frac{10}{20}\right] = 9 - \left[1 + \frac{1}{2}\right]$$

$$9 - \left[1 + \frac{1}{2}\right] \xrightarrow{\text{eliminando colchetes}} 9 - 1 - \frac{1}{2} = 9 - \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$$

Atividades

80. Resolva as expressões numéricas:

a) $\frac{3}{10}+\left(\frac{2}{5}\right)^2$ $\frac{23}{50}$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^3+\left(\frac{3}{10}\right)^3$ $\frac{7}{200}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2-\frac{5}{12}\cdot\frac{2}{5}$ $\frac{11}{18}$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^4\div\frac{8}{9}-\frac{2}{9}$ $\frac{70}{81}$

81. Calcule o valor das expressões.

Praticar algoritmos

a) $2-\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$ $1\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\sqrt{\frac{9}{16}}$ $\frac{1}{2}$

c) $1-\frac{2}{3}\cdot\sqrt{\frac{4}{9}}$ $\frac{5}{9}$

d) $\sqrt{\frac{25}{16}}\cdot\left(\frac{2}{3}+\sqrt[3]{\frac{64}{27}}\right)$ $\frac{5}{2}$

e) $\sqrt{\frac{1}{121}}\cdot\frac{11}{5}\cdot\left(\frac{4}{3}-\sqrt[3]{\frac{1}{27}}\right)^2$ $\frac{1}{5}$

82. Calcule o valor das expressões.

a) $\dfrac{\left(2-\frac{3}{2}\right)^2}{5\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)}$ $\frac{7}{48}$

b) $\dfrac{\left[\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\right)^2-4\right]+\left(\frac{5}{6}\right)^2}{\frac{2}{3}-\left[\frac{7}{9}-\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)^2\right]}$ 1

83. Analise as frases:

"A soma do dobro de sete meios com cinco" e "O dobro da soma de sete meios com cinco".

Podemos dizer que as duas frases apresentam o mesmo resultado numérico? Justifique.

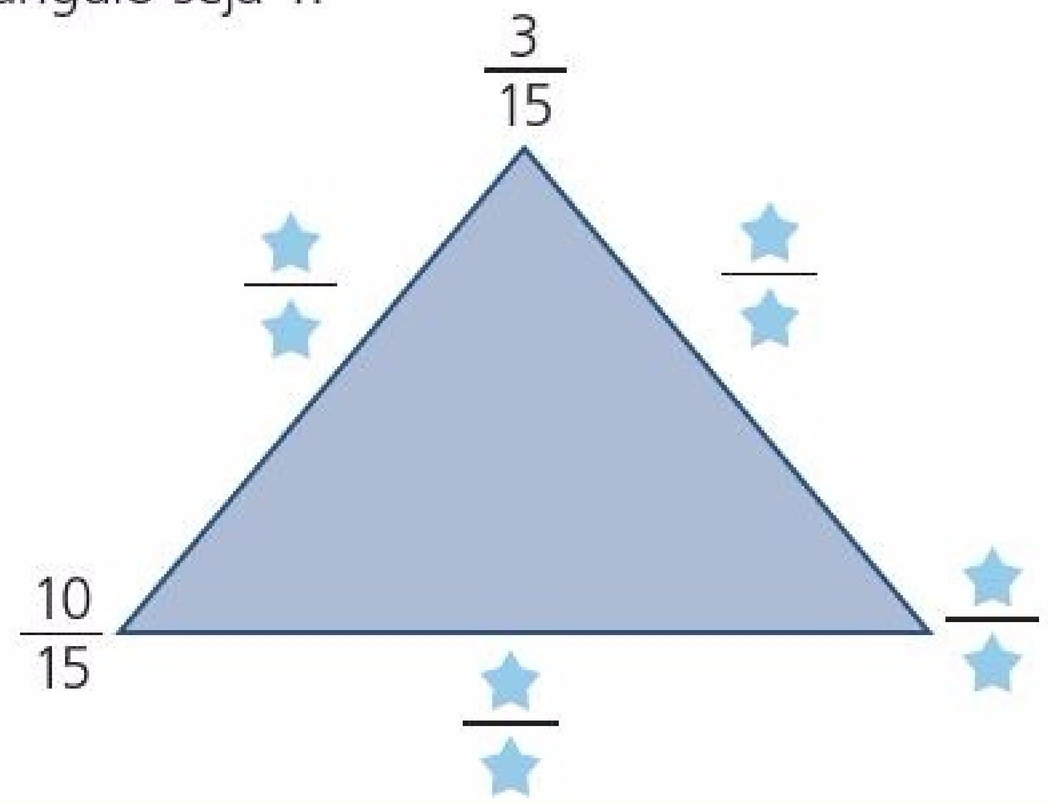
Não. Porque $2\cdot\frac{7}{2}+5=12$ e $2\cdot\left(\frac{7}{2}\right)=17$.

84. Alice pensou em um número multiplicou-o por 16 e extraiu a raiz cubica, obtendo o número 2. Em qual número Alice pensou?

$\frac{1}{2}$

Desafio

Copie o triângulo em seu caderno e complete as lacunas representadas por $\frac{\star}{\star}$ utilizando apena uma vez cada uma das frações $\frac{1}{15}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{4}{15}$ e $\frac{8}{15}$, de tal forma que a soma das frações de cada lado do triângulo seja 1.



Para estudar

Professor, este conteúdo exige que os alunos façam muitos exercícios. Incentive-os a fazer todos os exercícios desta página.

85. Num torneio de futebol, um time marcou 36 gols e seu artilheiro marcou $\frac{1}{3}$ dos gols da equipe. Quantos gols ele marcou?

86. Quantos minutos equivalem a $\frac{3}{4}$ de hora?

87. Ao receber $\frac{3}{4}$ de uma quantia em dinheiro, Isabel ganhou R$ 120,00. Qual era o valor da quantia?

88. Num supermercado uma pessoa pediu $\frac{1}{4}$ de quilograma de queijo prato em fatias. Sabendo-se que 1 quilograma equivale a 1 000 gramas, quantos gramas a pessoa recebeu?

89. No seu caderno, escreva na forma mista:

a) $\frac{11}{8}$ b) $\frac{9}{2}$ c) $\frac{39}{10}$ d) $\frac{32}{19}$

90. Considere as frações:

$$\frac{5}{10}, \frac{10}{20}, \frac{5}{20}, \frac{3}{8} \text{ e } \frac{35}{70}$$

Quais delas são equivalentes a $\frac{1}{2}$?

91. Reduza as duas frações de cada item ao menor denominador comum.

a) $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{6}$ c) $\frac{7}{10}$ e $\frac{13}{20}$

b) $\frac{7}{12}$ e $\frac{11}{20}$ d) $\frac{4}{15}$ e $\frac{5}{18}$

92. Efetue as operações e apresente a resposta na forma simplificada.

a) $\frac{3}{13} + \frac{5}{13}$ b) $\frac{2}{9} + \frac{6}{9}$

c) $\frac{5}{16} + \frac{3}{16}$ d) $\frac{6}{7} - \frac{2}{7}$

93. Faça as operações e dê a resposta na forma simplificada.

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{15} + \frac{1}{10}$ b) $\frac{2}{5} + \frac{5}{12} + \frac{11}{60}$

94. Efetue estas multiplicações:

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{10}$ b) $\frac{2}{7} \cdot \frac{11}{15}$

95. Calcule, usando a regra prática de multiplicação pelo inverso.

a) $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$ b) $2 \div \frac{5}{3}$ c) $9 \div \frac{3}{8}$

96. Calcule o valor das expressões numéricas.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{12} \cdot \frac{2}{5}$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 - \frac{3}{20} \div \left(\frac{2}{5}\right)^2$

c) $\dfrac{2 - \left[\left(\sqrt{\frac{9}{4}} - \sqrt{\frac{9}{25}}\right) + 1\right]}{\sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{1}{100}}}$

97. Efetue:

a) $\sqrt{\frac{1}{25}}$ c) $\sqrt{\frac{121}{36}}$

b) $\sqrt{\frac{36}{49}}$ d) $\sqrt{\frac{25}{144}}$

98. Calcule o valor das expressões.

a) $2 - \sqrt{\frac{16}{9}}$

b) $1 - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{4}{9}}$

c) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{25}}$

Resolução das atividades

1. a) cada parte $\frac{1}{12}$

parte pintada $\frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$

b) cada parte $\frac{1}{6}$

parte pintada $\frac{5}{6}$

c) cada parte $\frac{1}{18}$

parte pintada $\frac{6}{18}$ ou $\frac{1}{3}$

d) cada parte $\frac{1}{16}$

parte pintada $\frac{7}{16}$

e) cada parte $\frac{1}{16}$

parte pintada $\frac{10}{16}$

2. a) Seis quintos.

b) Quatro sétimos.

c) Dezenove meios.

d) Três oitavos.

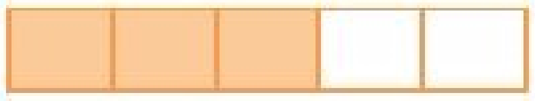
3. a) $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$

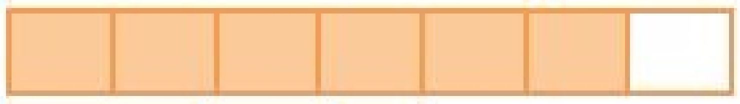
b) $\frac{3}{8}$

c) $\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$

d) $\frac{5}{8}$

4. a) 

b) 

c) 

d) 

5. $\frac{2}{3}$ urbana, $\frac{1}{3}$ rural

12 000 6 000

6. 1 tanque – 60 litros

$\frac{3}{4}$ tanque – 45 litros

7. 15 minutos

8. 36 quadrados

9. a) 4 meses

b) 9 meses

c) 10 meses

10. a) 16

b) 15

c) 21

d) 240

11. 1 período 10 minutos 1 partida 40 minutos.

a) $\frac{1}{8}$

b) 5 minutos

12. $\frac{1}{4}$

13. a) $\frac{3}{7}$

b) $\frac{7}{24}$

c) $\frac{17}{30}$

d) $\frac{4}{12}$

14. a) $\frac{7}{8}$

b) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

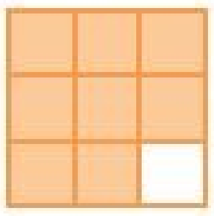
c) $\frac{17}{15}$

d) $\frac{21}{7} = 3$

e) $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

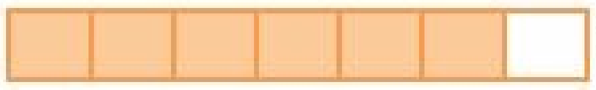
15. $\frac{21}{7}$

16. a)



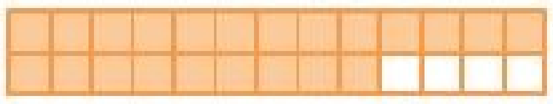
: oito terços

b)



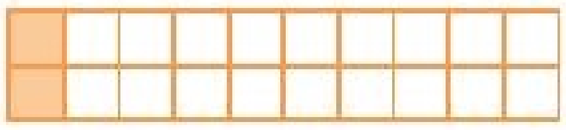
: oito terços

c)



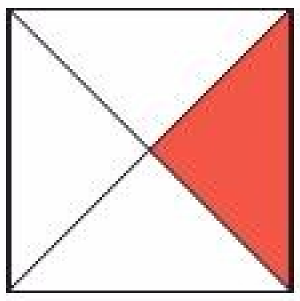
: vinte e dois trezes avos

d)



: dezesseis décimos

17.



18. a) $1\frac{1}{2}$

b) $1\frac{2}{3}$

c) $2\frac{7}{10}$

d) $9\frac{20}{22}$

19. a) $\frac{7}{3}$

b) $\frac{24}{7}$

c) $\frac{34}{10}$

d) $\frac{27}{5}$

20. $\frac{2}{5}$ das folhas, resta 60 folhas = $\frac{3}{5}$ caderno 100 folhas

21. R$ 180,00

22. 16 bombons

23. 21 meninas

24. a) não, pois a fração é menor que 1.

b) sim, pois a fração é maior que 1.

c) sim, pois a fração é maior que 1.

d) Gabriela

25. a) $1\frac{1}{8}$ c) $2\frac{9}{10}$

b) $3\frac{1}{2}$

26. $30 = \frac{1}{5}$ Mário

Mário R$ 150,00

Artur $\frac{1}{3}$ Mário

Artur R$ 50,00

27. a) $\frac{7}{12}$ de $120 = 70$

b) $\frac{1}{6}$ de $120 = 20$

c) $120 - 70 - 20 = 30$

28. $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

$\frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Faltam 30 figurinhas, que representam metada do álbum. Logo o álbum tem 60 figurinhas.

29. a) Receberia $\frac{1}{5}$, pois eram 5 piratas.

b) $\frac{1}{4}$, pois ficaram 4 piratas.

c) Cada um ganhou a mais $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{5}$, que é $\frac{1}{20}$.

30. $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{17}{20}$ (vitórias e derrotas).

Logo, $\frac{3}{20}$ são os 6 empates. Assim, $\frac{3}{20}$ do total é 6 → Total = 40 jogos.

31. $\frac{10}{16}$, $\frac{80}{128}$

32. a) $\frac{15}{40}$, $\frac{45}{120}$, $\frac{39}{104}$

b) $\frac{25}{35}$, $\frac{40}{56}$, $\frac{55}{77}$

33. $\frac{12}{25}$, $\frac{16}{35}$

34. a) sim

b) sim

c) não

35. $\frac{5}{8} = \frac{15}{★} \rightarrow \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24} \rightarrow ★ = 24$

36. a) 27

b) 16

c) 30

d) 5

37. a) 24

b) 12

c) 10

38. a) $\frac{4}{8}$

b) $\frac{6}{9}$

39. a) R$ 54.00

b) R$ 150,00

40. $\frac{4}{12}$ e $\frac{28}{48}$

41. a) (F) $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{3}{4}$.

b) (V) $\frac{4}{8}$ é equivalente a $\frac{1}{2}$.

c) (V) $\frac{1}{4}$ é o dobro de $\frac{1}{8}$.

d) (V) $\frac{3}{4}$ é equivalente a $\frac{6}{8}$.

e) (V) Em $\frac{5}{8}$ faltam $\frac{3}{8}$ para completar o inteiro.

42. a) $\frac{10}{35}, \frac{6}{21}, \frac{24}{84}$

b) $\frac{12}{8}, \frac{21}{14}, \frac{39}{26}$

43. $\frac{10}{27}$ e $\frac{15}{31}$

44. a) $\frac{5}{7}$

b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{5}{7}$

45. a) >

b) <

c) >

d) >

46. a) $\frac{45}{72} < \frac{56}{72}$

b) $\frac{24}{90} < \frac{25}{90}$

c) $\frac{35}{60} > \frac{33}{60}$

d) $\frac{15}{42} < \frac{16}{42}$

47. a) > c) >

b) < d) >

48. a) $\frac{35}{60}, \frac{22}{60}, \frac{16}{60}$

b) $\frac{36}{12}, \frac{9}{12}, \frac{8}{12}$

c) $\frac{8}{16}, \frac{2}{16}, \frac{5}{16}$

d) $\frac{36}{24}, \frac{8}{24}, \frac{15}{24}$

49. $\frac{12}{15} = \frac{48}{60}$ e $\frac{9}{12} = \frac{45}{60}$

Logo, Alex teve melhor aproveitamento, pois, $\frac{48}{60} > \frac{45}{60}$

50. Desempenho igual $\frac{48}{60} = \frac{48}{60}$

51. Ana 60

Paula 70

52. Podemos observar e concluir que quanto maior o denominador, o inteiro será dividido em partes menores, logo concluímos que em frações com numerador 1, quanto maior o denominador, menor será o número obtido.

53. a) $\frac{8}{13}$
b) $\frac{11}{20}$
c) $\frac{8}{9}$
d) $\frac{7}{36}$
e) $\frac{1}{2}$
f) $\frac{11}{42}$
g) $\frac{4}{7}$

54. a) 1
b) $\frac{2}{5}$
c) $\frac{1}{3}$
d) 2
e) $\frac{7}{5}$

55. a) $\frac{61}{60}$
b) $\frac{43}{24}$
c) 1
d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{3}{8}$

56. a) 2
b) $\frac{5}{8}$

57. a) $5\frac{2}{3}$
b) $3\frac{11}{12}$
c) $6\frac{5}{8}$

58. Lidos $\frac{3}{5}$, faltam $\frac{2}{5}$. Se $\frac{2}{5} = 80$

59. $\frac{2}{3} = 160$ → A estrada tem 240 km

60. $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{4 + 6}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$

Sobraram $\frac{7}{12}$ que custaram R$ 28,00.

Logo a torta custa $\frac{12 \cdot 28}{7}$ = R$ 48,00

61. Gastos: $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

Sobraram $\frac{1}{5}$ que equivalem a R$ 10,00.

Logo, a mesada é de $\frac{5 \cdot 10}{1}$ = R$ 50,00

62. Lidos: $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24}$

O total de 102 páginas equivalem a $\frac{7}{24}$.

Assim, o livro tem $\frac{24 \cdot 102}{17}$ = 144 páginas.

63. a) $\frac{3}{7}$
b) $\frac{1}{15}$
c) $\frac{15}{16}$
d) $\frac{3}{16}$
e) $\frac{3}{50}$
f) $\frac{8}{15}$

64. a) 50
b) 18
c) 25
d) $\frac{1}{4}$
e) $\frac{1}{6}$
f) 10

65. a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{7}$

c) 6

d) $\frac{7}{4}$

e) 1

f) 4

66. A tem $\frac{2}{3}$ de B e B tem $\frac{3}{4}$ de C. Assim, A tem menos que B e B tem menos que C. Logo C tem mais pontos.

Como B tem 42 pontos:

$42 = \frac{3}{4}C \rightarrow C = 56$ pontos

$A = \frac{2}{3}B \rightarrow A = 35$ pontos

67. a) Praticam atletismo $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$, ou seja:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$$

b) Como $\frac{3}{4}$ praticam esportes, $\frac{1}{4}$ não praticam. Logo, não praticam esporte:

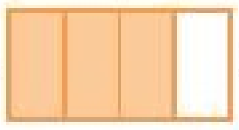
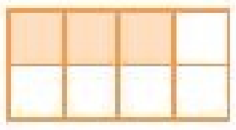
$\frac{1}{4} \cdot 1\,200 = 300$ pessoas

68. $\frac{5}{9} \cdot \frac{12}{9}$

69. a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{5}$

c) 32 g

70.  ·  = 

71. a) $\frac{19}{15}$ c) $\frac{9}{10}$

b) $\frac{103}{30}$ d) $\frac{175}{72}$

72. a) $\frac{7}{24}$ b) $\frac{3}{20}$ c) $\frac{6}{5}$ d) 3 e) 24

73. a) $\frac{45}{16}$

b) $\frac{19}{36}$

74. 50 alunos

75. $\frac{1}{10}$

76. $\frac{1}{4}$ copo de óleo de soja;

$\frac{1}{4}$ copo de leite;

2 ovos;

$\frac{1}{8}$ de kg de queijo;

$\frac{1}{5}$ de kg de polvilho doce.

$\frac{1}{2}$ colher (sobremesa) de sal.

77.

	V ou F
Nas frações equivalentes a 1 inteiro, o numerador é igual ao denominador.	**V**
Se eu partir $\frac{1}{4}$ em 3 partes iguais, cada parte corresponderá a $\frac{1}{12}$.	**V**
Quando dividimos o inteiro em 6 partes e tomamos 5 dessas partes temos $\frac{6}{5}$.	**F**
$\frac{1}{3}$ é menor que $\frac{1}{6}$.	**F**
$\frac{2}{8} = \frac{8}{16}$	**F**
São necessários $\frac{3}{6}$ para completar metade do inteiro.	**V**

78. a) $\frac{32}{243}$ d) $\frac{1}{16}$

b) $\frac{64}{343}$ e) $\frac{121}{225}$

c) $\frac{14}{101}$ f) 1

79. a) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{7}{10}$ d) $\frac{3}{2}$

80. a) $\frac{23}{50}$ c) $\frac{11}{18}$

b) $\frac{7}{200}$ d) $\frac{70}{81}$

81. a) $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{7}\right)\cdot\frac{7}{3}-\left(\frac{2}{3}\right)^2=$

$=\frac{11}{14}\cdot\frac{7}{3}-\frac{4}{9}=$

$=\frac{77}{42}-\frac{4}{9}=$

$=\frac{175}{126}=\frac{25}{18}$

b) $\dfrac{\left(2-\frac{3}{2}\right)^2}{5\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)}=$

$=\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{5\cdot\left(\frac{12}{35}\right)}=\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{12}{7}}$

$=\frac{1\cdot 7}{4\cdot 12}=\frac{7}{48}$

82. a) $1\frac{1}{3}$ d) $\frac{5}{2}$

b) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{5}{9}$

83. Não. Porque $2\cdot\frac{7}{2}+5=12$ e $2\cdot\left(\frac{7}{2}\right)=17$.

84. $\frac{1}{2}$

Respostas da seção Para estudar

85. 12 gols

86. 45 minutos

87. $120:\left(\frac{3}{4}\right)=120\cdot\frac{4}{3}=$ R$ 160,00

88. 250 gramas

89. a) $1\frac{3}{8}$ b) $4\frac{1}{2}$ c) $3\frac{9}{10}$ d) $1\frac{13}{19}$

90. $\frac{5}{10}, \frac{10}{20}, \frac{35}{70}$

91. a) $\frac{9}{24}$ e $\frac{20}{24}$ c) $\frac{14}{20}$ e $\frac{13}{20}$

b) $\frac{35}{60}$ e $\frac{33}{60}$ d) $\frac{24}{90}$ e $\frac{25}{90}$

92. a) $\frac{8}{13}$ c) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{8}{9}$ d) $\frac{4}{7}$

93. a) $\frac{59}{60}$ b) 1

94. a) $\frac{21}{50}$ b) $\frac{22}{105}$

95. a) $\frac{9}{10}$

b) $\frac{6}{5}$

c) 24

96. a) $\frac{5}{18}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{1}{4}$

97. a) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{11}{6}$

b) $\frac{6}{7}$ d) $\frac{5}{12}$

98. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{23}{60}$

capítulo 6

Números decimais

- Transformação de frações em decimais
- Operações com decimais

Mariana Bertoldi

Posto de gasolina com preços de combustíveis São Paulo, SP, 2015.

Conversa Inicial

Durante muitos séculos, as frações foram usadas para representar números que não são inteiros. Apesar de terem sido uma enorme evolução, as operações com frações são um pouco mais trabalhosas do que aquelas efetuadas apenas com números inteiros.

As comparações entre dois números escritos na forma de frações, por exemplo, nem sempre são imediatas. Você já aprendeu que na maior parte dos casos essas comparações exigem a redução das frações ao mesmo denominador.

O trabalho com números decimais nada mais é que operar com frações cujos denominadores são potências de 10. Dessa maneira, essas operações podem ser bastante simplificadas.

A ideia que temos hoje de números decimais surgiu há pouco mais que quatro séculos em função da evolução dos estudos de Astronomia, das formas de cálculo no comércio e nas transações financeiras.

Dessa maneira, $\frac{1}{4}$, por exemplo, passou a ser representado por 0,25, que é equivalente a $\frac{25}{100}$.

Você pode perceber que, do ponto de vista de valores $\frac{25}{100}$ e 0,25 se equivalem. No entanto, são diferentes pela forma como são anotados ou escritos.

Inicialmente, existiam algumas notações deferentes para números decimais. Essas notações sofreram transformações e aprimoramentos com o decorrer dos anos, até chegar à forma que utilizamos hoje em nossas contas. Veja a seguir, como podemos escrever algumas frações:

$\frac{1}{10} = 0{,}1$ **(um décimo)**

$\frac{2}{10} = 0{,}2$ **(dois décimos)**

$\frac{1}{100} = 0{,}01$ **(um centésimo)**

$\frac{7}{100} = 0{,}07$ **(sete centésimos)**

$\frac{31}{100} = 0{,}31$ **(trinta e um centésimos)**

$\frac{628}{100} = 6\frac{28}{100} = 6{,}28$ **(seis inteiros e vinte e oito centésimos)**

Como os números decimais não passam de uma nova forma de representar frações, devem respeitar as mesmas propriedades e operações que estudamos. Vamos estudá-los e aprender as formas mais práticas de operar com eles.

Transformação de frações em decimais

Basicamente, a notação de números decimais depende do posicionamento da vírgula, pois esta separa a parte inteira da parte fracionária. Veja os exemplos:

- em 3,4 temos 3 inteiros e 4 décimos;
- em 0,9 temos 0 inteiro e 9 décimos ou simplesmente 9 décimos;
- em 2,35 temos dois inteiros e trinta e cinco centésimos
- em 72,348 temos 72 inteiros e 348 milésimos

Para a equivalência do decimal com uma fração, a quantidade de algarismos que fica à direita da vírgula determina a quantidade de zeros com que o denominador termina. Observe a seguir:

$$\frac{235}{1\underbrace{00}_{\text{dois zeros}}} \rightarrow 2{,}\underbrace{35}_{\text{dois algarismos depois da vírgula}} \rightarrow \mathbf{\frac{235}{100} = 2{,}35}$$

$$\frac{28}{1\underbrace{0}_{\text{um zero}}} \rightarrow 2{,}\underbrace{8}_{\text{um algarismo depois da vírgula}} \rightarrow \mathbf{\frac{28}{10} = 2{,}8}$$

- Quando necessário, acrescentam-se zeros à esquerda do número que está no numerador:

$$\frac{9}{1\underbrace{00}_{\text{dois zeros}}} \rightarrow 0{,}\underbrace{09}_{\text{dois algarismos depois da vírgula}} \rightarrow \mathbf{\frac{9}{100} = 0{,}09}$$

Vimos como se converte uma fração com denominador 10, 100, 1 000 etc. para a grafia em número decimal. Vamos ver agora o processo inverso: de que forma deve ser feita a passagem dos números com vírgula para frações com denominadores 10, 100, 1 000 etc.

$$72{,}\underbrace{56}_{\text{dois algarismos depois da vírgula}} \rightarrow \frac{7256}{1\underbrace{00}_{\text{dois zeros}}} \rightarrow \mathbf{72{,}56 = \frac{7\,256}{100}}$$

$$0{,}\underbrace{8}_{\text{um algarismo depois da vírgula}} \rightarrow \frac{8}{1\underbrace{0}_{\text{um zero}}} \rightarrow \mathbf{0{,}8 = \frac{8}{10}}$$

Professor, leia o texto com os alunos, faça exemplos e observações importantes no quadro. Estabeleça relação entre os desenhos de figuras, as frações e os números decimais.

A forma de escrever um número decimal baseia-se no sistema de representação **posicional**.

Sendo assim:

- Cada posição vale 10 vezes a posição que está à sua direita, ou seja: a dezena vale 10 unidades; a unidade vale 10 décimos; o décimo vale 10 centésimos e assim por diante. Podemos dizer também que cada posição vale $\frac{1}{10}$ da que está à sua esquerda: a unidade equivale a $\frac{1}{10}$ da dezena; o décimo equivale a $\frac{1}{10}$ da unidade; o centésimo equivale a $\frac{1}{10}$ do décimo e assim por diante.

Leitura dos números decimais

A leitura de um número decimal baseia-se na posição da vírgula. Antes da vírgula, temos as unidades, dezenas, centenas etc. e, depois da vírgula, os décimos, centésimos, milésimos etc. Veja os exemplos a seguir:

- 0,7 são sete décimos e lemos **zero vírgula sete**;
- 0,45 são quarenta e cinco centésimos e lemos **zero vírgula 45**;
- 0,319 são trezentos e dezenove milésimos e lemos **zero vírgula trezentos e dezenove**;
- 15,6 são quinze inteiros e seis décimos e lemos **quinze vírgula seis**.

Atividades

1. Escreva na forma de um número decimal:

a) $\frac{7}{100}$ 0,07

b) $\frac{7}{1\,000}$ 0,007

c) $\frac{776}{10}$ 77,6

d) $\frac{776}{100}$ 7,76

2. Usando algarismos, escreva em seu caderno na forma decimal:

a) quatro décimos 0,4

b) vinte e oito centésimos 0,28

c) trinta e oito milésimos 0,038

d) cinco inteiros e cinco décimos 5,5

e) três inteiros e vinte e seis centésimos 3,26

Ler tabela

3. Um determinado alimento industrializado apresenta em sua embalagem as seguintes informações nutricionais:

Composição nutricional Média em 100 g de produto	
Carboidratos	68,80 g
Lipídios	16,90 g
Proteínas	8,28 g
Calorias	460,4 kcal

Escreva no caderno, na forma de fração decimal, os números decimais que expressam, em gramas, a composição nutricional de Carboidratos, Lipídios e Proteínas.

Carboidratos $\frac{6\,880}{100}$ gramas Lipídios $\frac{1\,690}{100}$ gramas Proteínas $\frac{828}{100}$ gramas

4. Copie a tabela em seu caderno e coloque os números em seus respectivos lugares.

Número	Centena	Dezena	unidade	décimo	centésimo	milésimo
0,523			0,	5	2	3
23,6		2	3,	6		
8,123			8,	1	2	3
203,78	2	0	3,	7	8	
3,609			3,	6	0	9
25,02		2	5,	0	2	

5. Copie a tabela abaixo em seu caderno e preencha corretamente os espaços marcados (||||||) conforme o modelo feito.

Número decimal	Leitura	Fração
0,38	Trinta e oito centésimos	$\frac{38}{100}$
2,9	**Dois inteiros e nove décimos**	$2\frac{9}{10} = 2 + \frac{9}{10} = \frac{20}{10} + \frac{9}{10} = \frac{29}{10}$
81,03	Oitenta e um inteiros e 3 centésimos	$81\frac{3}{100} = 81 + \frac{3}{100} = \frac{8100}{100} + \frac{3}{100} = \frac{8103}{100}$
2,305	**Dois inteiros e trezentos e cinco milésimos**	$2\frac{305}{1000} = 2 + \frac{305}{1000} = \frac{2000}{1000} + \frac{305}{1000} = \frac{2305}{1000}$

Quando, quem e onde

Simon Stevin

Deve-se ao engenheiro e matemático holandês Simon Stevin a introdução de uma notação que indicava nos numeradores de uma fração decimal a separação entre a parte inteira e a decimal, que viria mais tarde a indicar a posição da vírgula na notação de decimais que usamos hoje. Isso ocorreu por volta de 19580.

Posteriormente, em 1615 o escocês John Napier introduziu o uso de um ponto ou de uma vírgula para separar a parte inteira da parte decimal. Muitos países como, por exemplo, Estados Unidos e Inglaterra, ainda utilizam o ponto no lugar da vírgula que utilizamos no Brasil.

Comparando números decimais

Como os números decimais são escritos num sistema posicional, podemos compará-los de forma direta. Começamos comparando as partes inteiras, que são números naturais: o número que possuir a maior parte inteira é o maior.

28,2 > **17**,321 pois **28** > **17**

Caso dois números decimais tenham partes inteiras iguais, comparamos os seus décimos. Persistindo a igualdade, comparamos os milésimos e assim sucessivamente. Confira as comparações a seguir:

- 5,4 > 5,18, pois as partes inteiras são iguais, mas na casa dos décimos temos quatro décimos, que é maior que um décimo (4 > 1);
- 0,02 > 0,0078 porque as partes inteiras são iguais, os décimos também, mas, na casa dos centésimos, temos 2 > 0
- 3,217 = 3,2170 , pois todas as casas são iguais e a inclusão do zero após os milésimos não altera o valor do número.

Professor, para fazer a comparação entre números decimais, não perca de vista as comparações dos números na forma fracionária com desenhos de figuras, para que o aluno possa fazer relações

Atividades

6. Considere os seguintes números decimais: 0,8753; 2,1; 13,008; 0,6; 0,0010; 1,0

Escreva em seu caderno quais deles são:

a) maiores que 2 a) 2,1 ; 13,008

b) maiores que 0,6 b) 0,8753 ; 2,1 ; 13,008 ; 1,0

c) menores que 0,07 c) 0,0010

d) menores que 2,05 d) 0,8753 ; 0,6 ; 0,0010 ; 1,0

Comparar

7. Escreva na forma de uma fração irredutível:

a) 0,2 $\frac{1}{5}$

b) 0,15 $\frac{3}{20}$

c) 0,060 $\frac{3}{50}$

d) 4,10 $\frac{41}{10}$

e) 3,03 $\frac{303}{100}$

f) 2,2 $\frac{11}{5}$

Comparar

8. Complete com **<**, **=** ou **>** no lugar de |||||||:

a) 4,2 ||||||| 2,3 >

b) 11,2 ||||||| 9,7 >

c) 32,3 ||||||| 32,6 <

d) 21 ||||||| 21,878 <

e) 2,67 ||||||| 2,9 <

f) 0,1 ||||||| 0,01 >

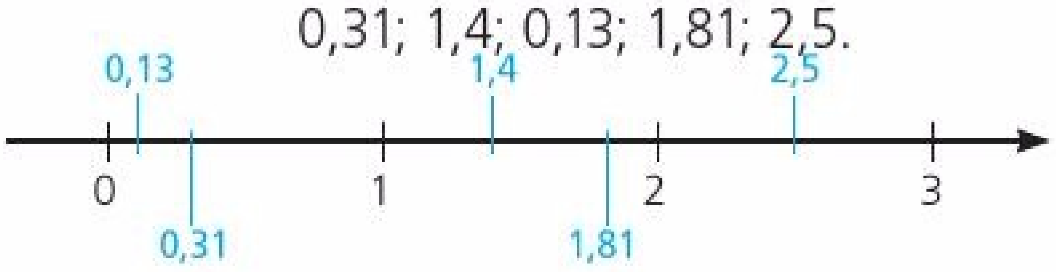
g) 0,1 ||||||| 0,10 =

h) 2,8 ||||||| 2,08 >

i) 0,8 ||||||| 0,800 =

9. Copie em seu caderno a reta numerada abaixo e localize, aproximadamente, na reta os seguintes números decimais:

0,31; 1,4; 0,13; 1,81; 2,5.



10. Responda em seu caderno:

a) Qual é o maior número natural menor que 5,16? 5

b) Qual é o menor número natural maior que 5,16? 6

c) Qual é o menor número natural maior que 990,61? 991

Ordenar

11. Reescreva os números a seguir em ordem crescente:

0,42; 1,006; 18,01; 0,5; 0,061; 4 e 3,122

0,061 ; 0,42; 0,5; 1,006; 3,122; 4; 18,01

Conexão

A moeda brasileira

As primeiras moedas de ouro, prata ou cobre chegaram a nosso país por volta de 1530 e a unidade monetária era a usada em Portugal, o REAL. Tudo se contava em **réis** (plural popular de real) com moedas fabricadas em Portugal e no Brasil. O REAL, cujo símbolo era simplesmente R, vigorou no Brasil até 1833. Neste ano, entrou em vigor como unidade monetária o **MIL-RÉIS** (R$), múltiplo do real, que foi adotado até 1942.

Desde 1942, o Brasil adotou diversas moedas diferentes até chegar ao **Real** de hoje.

Observe a trajetória de nossa moeda no quadro a seguir.

Professor, leia o texto com os alunos e acrescente uma curiosidade nessa aula, conte que Numismática é a ciência que tem por objetivo o estudo das cédulas, moedas e medalhas, muito embora o termo também seja empregado como sinônimo ao colecionismo desses itens.

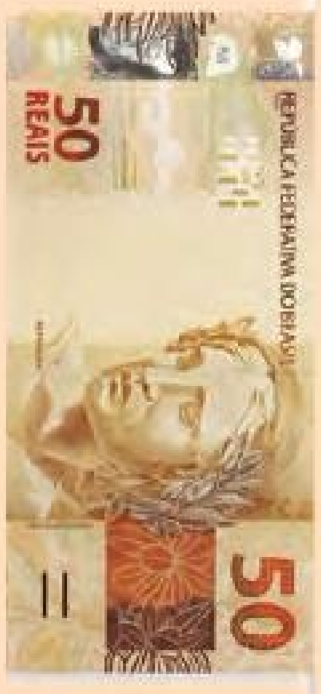
Unidade monetária	Período de vigência	Símbolo
Real (Plural = Réis)	até 7/10/1833	R
Mil Réis	8/10/1833 a 31/10/1942	R$
Cruzeiro	1/11/1942 a 30/11/1964	Cr$
Cruzeiro (eliminação dos centavos)	1/12/1964 a 12/2/1967	Cr$
Cruzeiro Novo	13/2/1967 a 14/5/1970	NCr$
Cruzeiro	15/5/1970 a 14/8/1984	Cr$
Cruzeiro (eliminação dos centavos)	15/8/1984 a 27/2/1986	Cr$
Cruzado (volta dos centavos)	28/2/1986 a 15/1/1989	Cz$
Cruzado Novo	16/1/1989 a 15/3/1990	NCz$
Cruzeiro	16/3/1990 a 31/7/1993	Cr$
Cruzeiro Real	1/8/1993 a 30/6/1994	Cr$
Real (plural = Reais)	A partir de 1/7/1994	R$


R$ 2,00


R$ 5,00


R$ 10,00


R$ 20,00


R$ 50,00


R$ 100,00

Divulgação/Banco Central do Brasil

As imagens não são proporcionais entre si.


R$ 1,00


R$ 0,50


R$ 0,25


R$ 0,10


R$ 0,05


R$ 0,01

Operações com decimais

Agora, vamos estudar a maneira de fazer cálculos com os números decimais. Como facilitador, temos o fato de os números decimais serem escritos no sistema posicional. As regras para as operações estudadas para os naturais e inteiros valem também para os decimais. O único cuidado que devemos tomar é quanto à posição da vírgula.

Adição e Subtração de decimais

Na adição e na subtração de números decimais, somamos ou diminuímos ordenadamente centésimos com centésimos, décimos com décimos, unidades com unidades, dezenas com dezenas, centenas com centenas etc.

Para fazer isso, escrevemos esses números de modo que as vírgulas dos números decimais da operação estejam alinhadas (uma sobre a outra), fazendo com que centésimos, décimos e outras casas estejam também alinhadas.

- Vamos efetuar 12,37 + 5,287.

$$\begin{array}{r} 12{,}3\,{}^{1}70 \\ +\ 5{,}2\,87 \\ \hline 17{,}6\,57 \end{array}$$

Na casa dos centésimos, efetuamos: 7 + 8 = 15. Isso equivale a 15 centésimos, que equivalem a 1 décimo (10 centésimos) mais 5 centésimos. Escrevemos 5 na casa dos centésimos e acrescentamos 1 na casa dos décimos. Isso explica o "**vai um**" da casa dos centésimos para a dos décimos.

Professor, converse com os alunos sobre a necessidade da organização dos registros para realizar as operações com decimais (soma e subtração).

- Vamos efetuar 9 – 4,3.

Inicialmente, escrevemos 9,0 ao invés de 9, para alinhar a vírgula:

$$\begin{array}{r} 9{,}0 \\ -\ 4{,}3 \\ \hline \end{array}$$

Como não é possível subtrair 3 décimos de 0 décimos, pedimos 10 décimos "**emprestados**" das 9 unidades, trocando essas 9 unidades por 8 unidades e 10 décimos.

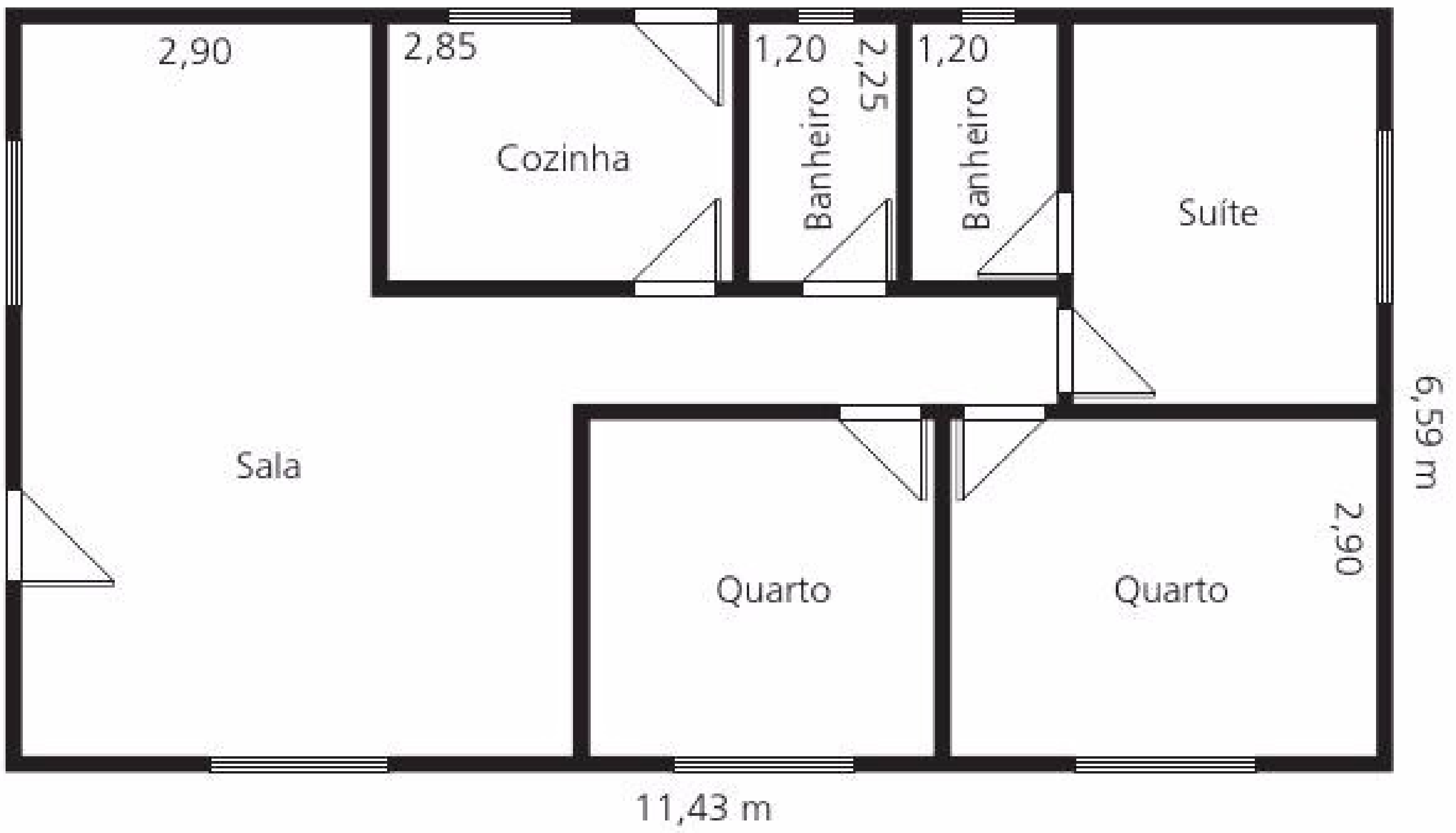
$$\begin{array}{r:r:} {}^{8}\cancel{9}, & {}^{1}0 \\ -\ 4, & 3 \\ \hline 4 & 7 \end{array}$$

9,0 – 4,3 = 4,7

Atividades

12. A figura a seguir representa a planta de um apartamento de 3 dormitórios, sendo que um deles é uma suíte. Apenas algumas medidas em metros estão assinaladas nesta planta.

Interpretar figura



Sabendo que as medidas externas são 11,43 m e 6,59 m e que cada parede tem espessura de 0,13 m, analise a planta e determine:

a) As medidas internas da suíte (desconsidere seu banheiro); 2,50 x 3,30

b) A largura do corredor que dá acesso aos quartos. 0,92

13. Calcule mentalmente as operações:

a) 7,4 + 3,1 10,5
c) 29,07 + 13,20 42,27
b) 8,6 – 5,3 3,3
d) 110,87 – 52,35 58,52

14. Efetue as seguintes contas em seu caderno:

a) 24,5 + 9,2 33,7
c) 14,55 – 3,2 11,35
b) 301,2 + 9,96 311,16
d) 1,289 – 0,987 0,302

15. Faça a soma $\frac{2}{10} + \frac{37}{1\,000}$:

a) Reduzindo ao mesmo denominador e somando os numeradores; $\frac{237}{1\,000}$

b) Transformando cada fração em número decimal; 0,2 + 0,037 = 0,237

c) Compare os resultados mesmo resultado

16. Calcule as expressões a seguir em seu caderno:

a) 56,1 – (9,78 + 11,23 – 0,13) 35,22

b) 57,022 – (5,13 – 1,065) 52,957

c) (38,02 – 5,1) – 1,06 31,86

d) (0,6 – 0,44) – (10 – 9,88) 0,04

17. Um bebê nasceu saudável com 2,840 kg. Ao sair do hospital tinha emagrecido 0,184 kg, como ocorre com todos os bebês. Um mês depois de sair do hospital, engordou 0,292 kg e no segundo mês mais 0,43 kg. Que peso tinha o bebê no início do terceiro mês? Interpretar texto
3,3840 kg

18. No lugar de ▼, que número decimal devemos escrever?

a) ▼ + 4,1 + 5,07 = 11,1 1,93

b) 6,57 + 33,6 – ▼ = 9,02 31,15

c) 21,87 – 15 – ▼ = 1,23 5,64

d) (19,67 + ▼) – 3,2 = 26,44 9,97

Multiplicação de dois números decimais

Antes de estabelecermos uma regra para a multiplicação de dois números decimais, vamos observar o que ocorre quando realizamos a multiplicação transformando-os em frações. Veja, por exemplo a multiplicação de 3,4 por 2,7:

$$3{,}4 = \frac{34}{10}$$

$$2{,}7 = \frac{27}{10}$$

Observe que no numerador obtivemos o produto 34 · 27 e no denominador 10 · 10, ou seja o 100 que representa os centésimos. O resultado 9,18 terá, então, duas casas decimais.

Se fizermos, agora, a multiplicação de 2,12 por 3,302, podemos já estabelecer que o numerador será 212 · 3302 e o denominador 100 000, pois 2,12 tem duas casas decimais e 3,302 tem 3.

Logo, o resultado terá cinco casas depois da vírgula. É o que acontece, pois 2,12 · 3,302 = 7,00024.

A partir desses exemplos, podemos estabelecer a regra a seguir para a multiplicação de números decimais:

Professor, leia o texto com os alunos e utilize exemplos, no quadro, para ajudar a compreensão.

> Para multiplicar dois números decimais, multiplicamos normalmente os números, desconsiderando as vírgulas. O resultado terá tantas casas decimais quanto a soma dos números das casas decimais dos fatores.

Uma consequência prática desta regra de multiplicação ocorre quando multiplicamos um decimal por 10, 100, 1 000, 10 000 etc.

Veja o que ocorre nesses casos com a multiplicação de 2,367 por 10, 100 e 1000:

Antes, transformamos 2,367 em fração: $2{,}367 = \frac{2\,367}{1\,000}$

$$2{,}367 \cdot 10 = \frac{2\,367}{\underset{100}{\cancel{1\,000}}} \cdot \cancel{10}^{1} = \frac{2\,367}{100} = 23{,}67$$

$$2{,}367 \cdot 100 = \frac{2\,367}{\underset{10}{\cancel{1\,000}}} \cdot \cancel{100}^{1} = \frac{2\,367}{10} = 236{,}7$$

$$2{,}367 \cdot 1\,000 = \frac{2\,367}{\underset{1}{\cancel{1\,000}}} \cdot \cancel{1\,000}^{1} = 2\,367$$

É possível que na multiplicação por potências de 10, a vírgula "**anda**" tantas casas para a direita quanto for o número de zeros da potência de 10.

Podemos, então, estabelecer a seguinte regra:

> Multiplicando um número decimal por 10, a vírgula **avança** uma posição para a direita; por 100, a vírgula avança duas posições para a direita; por 1 000, avança três; e assim sucessivamente.

Professor, converse com os alunos sobre a importância de utilizar estimativas na matemática. Faça uso de estimativas nas multiplicações de decimais para que o aluno possa ter uma ideia do valor do resultado esperado.

Se, por outro lado, multiplicarmos um decimal ou mesmo um número inteiro por 0,1; 0,01; 0,001 etc., a vírgula irá **retroceder** para a esquerda uma casa, duas, três casas, respectivamente.

Veja os exemplos:

- 0,07 · 10 = 0,7
- 0,07 · 100 = 7
- 33,21 · 1 000 = 33 210
- 192,333 · 100 = 19 233,3
- 134,5 · 0,1 = 13,45
- 18 · 0,001 = 0,018

Atividades

Cálculo mental

19. Calcule mentalmente os produtos a seguir e anote o resultado em seu caderno. Para isso, basta deslocar a vírgula.

a) 0,015 · 10 a) 0,15
b) 0,015 · 100 b) 1,5
c) 0,015 · 1 000 c) 15
d) 2,358 · 10 d) 23,58
e) 2,358 · 100 e) 235,8
f) 2,358 · 1 000 f) 2358
g) 5,13 · 10 g) 51,3
h) 5,13 · 100 h) 513
i) 7,84 · 1 000 i) 7 840
j) 26,78 · 10 j) 267,8
l) 26,78 · 100 l) 2 678
m) 26,78 · 1 000 m) 26 780

20. Faça mentalmente os produtos e anote os resultados em seu caderno:

a) 255,8 · 0,1 a) 25,58
b) 255,8 · 0,01 b) 2,558
c) 255,8 · 0,001 c) 0,2558
d) 69 · 0,1 d) 6,9
e) 69 · 0,001 e) 0,69
f) 0,5 · 0,1 f) 0,05
g) 0,5 · 0,01 g) 0,005
h) 0,5 · 0,001 h) 0,0005

21. Sabendo que 1 quilômetro tem 1000 metros (1 km = 1000 m), calcule quantos metros têm:

a) 6 km a) 6000 m

b) 5,01 km b) 5010 m

c) 13,26 km c) 13260

d) 13,08 km d) 13080

e) 0,82 km e) 820 m

f) 0,75 km f) 750 m

g) 0,216 km g) 216 m

h) 0,007 km h) 7 m

22. Copie em seu caderno os dados das colunas abaixo e utilize estimativa para fazer associações entre as colunas das multiplicações e a de resultados.

a) 5,63 · 2,41	88,249
b) 18,01 · 4,93	7,676
c) 3,7 · 8,12	13,512
d) 1,9 · 4,04	30,044

23. Um proprietário de um carro flex (bicombustível) pediu no posto de gasolina que o frentista colocasse 15 litros de gasolina e, em seguida, 25 litros de álcool. Se naquele posto o litro de gasolina custava R$ 3,09 e o de álcool R$ 1,99, quanto o motorista pagou ao posto? R$ 96,10

24. Na região metropolitana de São Paulo, formada pelo município de São Paulo e por mais 38 municípios, moram, aproximadamente 21 milhões de habitantes. Se no município de São Paulo residem 57 centésimos desta população, quantos são os habitantes dos outros 38 municípios? 9,03 milhões

25. Verifique se a afirmação feita abaixo é verdadeira ou falsa e justifique sua resposta.

"O resultado da multiplicação de dois números decimais será sempre maior do que os valores envolvidos na multiplicação"

A afirmação é falsa.
Exemplo: 0,2 · 0,3 = 0,06

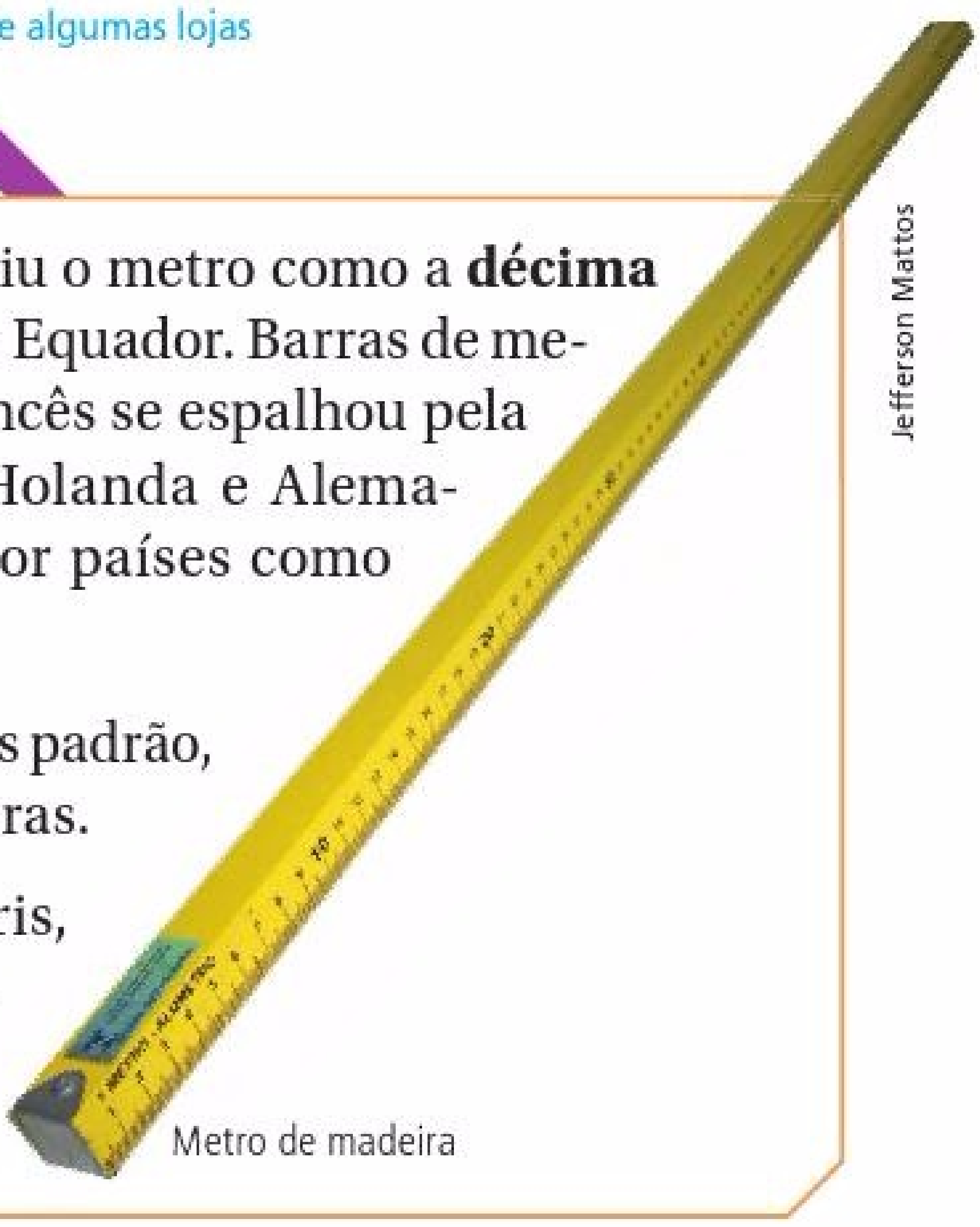
Professor, leia e discuta o texto com os alunos. Comente que até hoje algumas lojas de tecido possuem o metro de madeira para fazer medições.

Quando, quem e onde

Em 1791, a Academia Francesa de Ciências definiu o metro como a **décima milionésima** parte da distância do polo da Terra até o Equador. Barras de metal foram criadas como padrão e o uso do metro francês se espalhou pela Europa, sendo largamente utilizado na Bélgica, Holanda e Alemanha, apesar de não ter sido aceito, inicialmente, por países como EUA e Inglaterra.

Vários países criaram suas próprias barras métricas padrão, mas estas eram ligeiramente diferentes umas das outras.

Em 1875, em uma convenção realizada em Paris, dezessete nações concordaram com um padrão internacional e diversos outros países aderiram a essa convenção nos anos seguintes, inclusive o Brasil.



Jefferson Mattos

Metro de madeira

Divisão de números naturais com quociente decimal

Quando fizemos a divisão não exata de dois números naturais, estudamos o conceito de resto. Na divisão 13 ÷ 5, o resto é 3. Se quisermos prosseguir a divisão para encontrarmos um quociente decimal, devemos considerar que este resto é 30 décimos.

Assim, podemos prosseguir, dividindo 30 décimos por 5. Dividindo esses décimos, o resultado também será em décimos. Por isso, colocamos uma vírgula no quociente: o algarismo que vier depois dessa vírgula indicará os décimos do quociente.

DÉCIMOS

13 ÷ 5 → $\begin{array}{r|l} \mathbf{13} & \mathbf{5} \\ \cline{2-2} \mathbf{3\ 0} & \mathbf{2,6} \\ \mathbf{0} & \end{array}$ → **13 ÷ 5 = 2,6**

DÉCIMOS

260 ÷ 8 → $\begin{array}{r|l} \mathbf{260} & \mathbf{8} \\ \cline{2-2} \mathbf{20} & \mathbf{32,5} \\ \mathbf{4\ 0} & \\ \mathbf{0} & \end{array}$ → **260 ÷ 8 = 32,5**

Atividades

Efetue em seu caderno as divisões e escreva os quocientes como se pede.

26. Quocientes com uma casa após a vírgula:
- a) 8 ÷ 5 1,6
- b) 24 ÷ 10 2,4
- c) 62 ÷ 5 12,4
- d) 48 ÷ 15 3,2

27. Quocientes com duas casas após a vírgula:
- a) 3 ÷ 120 0,02
- b) 4 ÷ 25 0,16

28. Quocientes com três casas após a vírgula:
- a) 2 ÷ 5 0,400
- b) 1 ÷ 4 0,250
- c) 87 ÷ 145 0,600
- d) 17 ÷ 20 0,850
- e) 18 ÷ 25 0,720
- f) 33 ÷ 40 0,825

29. Qual é o número que fica no meio do segmento abaixo? 11,5

30. Indique os números que dividem o segmento abaixo em 4 partes iguais. 16,25; 17,5 e 18,75

Dízimas periódicas

Existem divisões com quocientes decimais que nunca terminam. Por mais que acrescentemos casas decimais, elas sempre deixam resto. Veja, por exemplo $2 \div 3$:

$$\begin{array}{l|l} 20 & 3 \\ \cline{2-2} \;\;20 & 0{,}66666\ldots \\ \;\;\;\;20 & \\ \;\;\;\;\;\;20 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;20 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;2 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\vdots & \end{array}$$

O quociente de $2 \div 3$ é 0,666... , onde o algarismo 6 se repete indefinidamente. Dizemos, então, que a forma decimal de $\frac{2}{3}$ é 0,666..., com infinitas casas decimais.

Esse número decimal é abreviado utilizando-se uma barra sobre o algarismo que se repete indefinidamente. Assim $\frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$.

Números desse tipo são chamados de **dízimas periódicas** e a fração que dá origem a eles é chamada de **fração geratriz**.

Algumas vezes, a forma decimal de uma dízima periódica não apresenta apenas um algarismo se repetindo. Veja o caso de $1 \div 7 : = 0{,}\overline{142\,857}$.

Fazendo a divisão, encontraremos $1 \div 7 = 0{,}142\,857\,142\,857\,142\,857\ldots$ Nesse caso, o grupo de algarismos que se repete periodicamente é 142 857. O grupo de algarismos que se repete num dízima periódica é denominado de **período** da dízima. No caso da dízima $0{,}\overline{6}$ o período é 6.

Professor, resolva no quadro alguns exemplos de divisões e associe os valores da divisão com as classes e ordens dos números envolvidos na mesma.

Atividades

31. As representações decimais das frações abaixo são dízimas periódicas. Calcule e transcreva as dízimas utilizando a notação com barra no período.

a) $\frac{5}{9}$ 0,5

b) $\frac{7}{9}$ 0,7

c) $\frac{135}{999}$ 0,135

d) $\frac{13}{99}$ 0,13

32. Responda:

a) Um número será multiplicado por uma fração. Qual é a fração para que o resultado seja a metade do número inicial? $\frac{1}{2}$

b) Um número será multiplicado por um número decimal. Qual é o número decimal para que o resultado seja a metade do número inicial? 0,5

Divisão de dois números decimais

Para compreender o que ocorre na divisão de dois decimais, vamos utilizar dois exemplos.

1º exemplo: 0,54 ÷ 0,36.

Sabemos que multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo número, o quociente não se altera. Esta é uma propriedade da divisão. Pois bem, neste caso, vamos multiplicar o dividendo e o divisor por 100. Fazendo isso, as vírgulas vão avançar duas casas para a direita e teremos uma divisão de dois números naturais:

$$\begin{array}{l|l} 54 & 36 \\ \hline 180 & 1,5 \\ \ \ 0 & \end{array} \quad \rightarrow \quad 0,54 \div 0,36 = 1,5$$

2º exemplo: 8,72 ÷ 3,2.

Professor, compare a divisão dos números decimais com a divisão de frações. Utilize os mesmos valores numéricos para a comparação.

Igualamos o número de casas decimais do dividendo e do divisor, escrevendo 3,20 no lugar de 3,2. Com isso, podemos eliminar a vírgula e proceder a divisão.

$$\begin{array}{l|l} 8\cancel{,}72 & 3\cancel{,}20 \\ \hline 2\ 320 & 2,725 \\ \ \ \ 800 & \\ \ \ 1\ 600 & \\ \ \ \ \ \ \ 0 & \end{array} \quad \rightarrow \quad 8,72 \div 3,2 = 2,725$$

Para dividir dois números decimais devemos igualar o número de casas decimais desses números para, em seguida, eliminar as vírgulas e efetuar a divisão.

Atividades

33. Quatro amigos foram a um restaurante e dividiram igualmente uma conta de R$ 123,60. Quanto coube a cada um?
R$ 30,90

34. Efetue:

a) 38,5 ÷ 5,5 7
b) 7,5 ÷ 0,2 37,5
c) 12 ÷ 2,5 4,8
d) 7,37 ÷ 1,34 5,5
e) 10,2 ÷ 3,4 3
f) 11,25 ÷ 2,5 4,5

35. Coloque no lugar de ▥ os sinais **+**, **−**, **·** ou **÷**

a) 1,8 ▥ 0,3 = 6 :
b) 1,8 ▥ 0,3 = 2,1 +
c) 1,8 ▥ 0,3 = 0,54 ×
d) 1,8 ▥ 0,3 = 1,5 −

36. Efetue as seguintes divisões:

a) 124 : 10 a) 12,4
b) 124 : 100 b) 1,24
c) 124 : 1 000 c) 0,124
d) 124 : 10 000 d) 0,0124

37. Observando o exercício anterior, quais conclusões podemos tirar com as divisões que foram feitas?

Cálculo mental

Quando dividimos o número 124 por potências de base 10, a vírgula se deslocou para a esquerda o número de vezes da potência 10.

38. Sabemos que a divisão é a operação inversa da multiplicação. Portanto, o comportamento da vírgula quando fazemos divisões por potências de 10, será o oposto da multiplicação. Quando multiplicamos um decimal por 100, a vírgula avança duas casas para a direita; quando dividimos por 100, a vírgula recua duas casas para a esquerda. A partir desta propriedade, calcule mentalmente:

a) 27,8 ÷ 10 2,78
b) 43 ÷ 10 4,3
c) 3,9 ÷ 10 0,39
d) 0,28 ÷ 10 0,028
e) 524,6 ÷ 100 5,246
f) 3,75 ÷ 100 0,0375
g) 67 ÷ 100 0,67
h) 2 378 ÷ 1 000 2,378
i) 465,6 ÷ 1 000 0,4656
j) 32,2 ÷ 1 000 0,0322

39. Ainda com base na ideia de que a divisão é a operação inversa da multiplicação, calcule mentalmente:

a) 17,83 ÷ 0,1 178,3
b) 9,1 ÷ 0,1 91
c) 13 ÷ 0,1 130
d) 0,82 ÷ 0,1 8,2
e) 2,28 ÷ 0,01 228
f) 7,4 ÷ 0,01 740
g) 11 ÷ 0,01 1100
h) 0,063 ÷ 0,01 6,3
i) 4,029 ÷ 0,001 4029
j) 15,6 ÷ 0,001 15 600
l) 58 ÷ 0,001 58 000
m) 0,00062 ÷ 0,001 0,62

Potenciação de números decimais

Da mesma forma que na potenciação de números naturais, para obter uma potência multiplicamos a base tantas vezes quantas o expoente indicar. Veja os exemplos:

Professor, ao resolver exemplos no quadro, sobre a potência e a raiz quadrada de um número decimal, fale sobre as operações inversas: potenciação e radiciação.

- $1{,}3^3 = 1{,}3 \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}3 \rightarrow 1{,}3^3 = 1{,}69 \cdot 1{,}3 = 2{,}197$
- $0{,}4^2 = 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16$
- $2{,}44^1 = 2{,}44$
- $8{,}25^0 = 1$

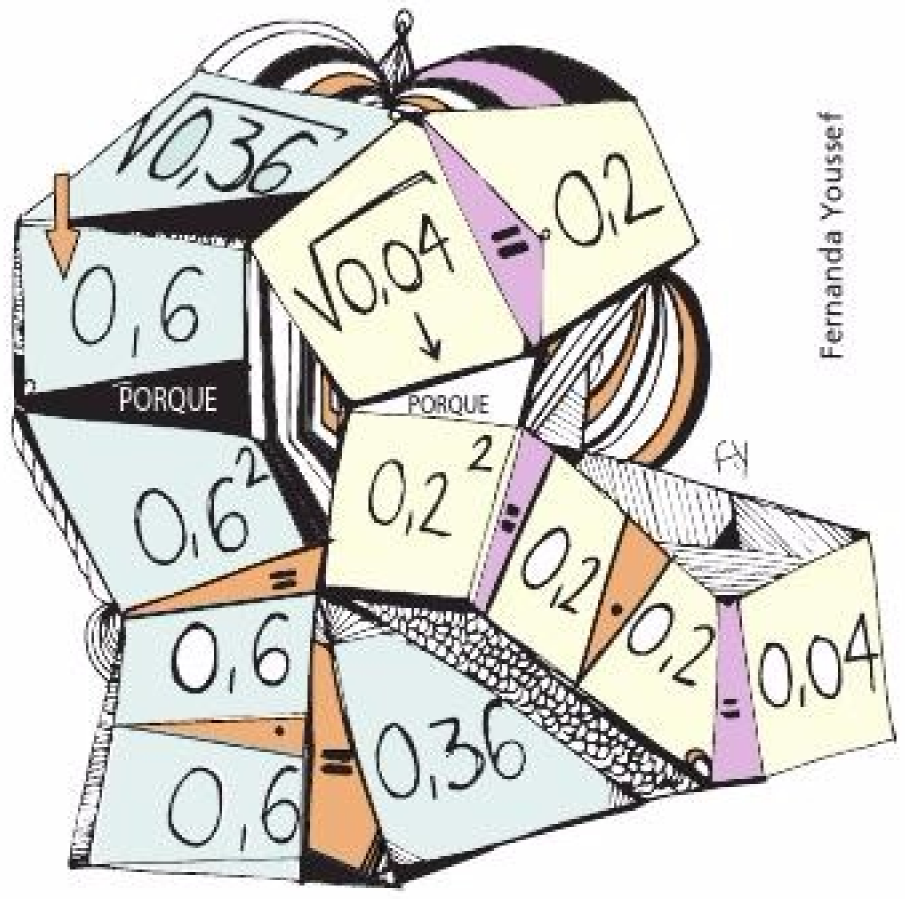
Valem, portanto, todas as regras que estudamos para a multiplicação de números decimais no cálculo de potências desses números.

Raiz quadrada de um número decimal

Para fazer o cálculo da raiz quadrada de um decimal, basta lembrar que a raiz quadrada é a operação inversa de se elevar o decimal ao quadrado.

Observe dois exemplos:

- $\mathbf{\sqrt{0{,}36} = 0{,}6}$, porque $\mathbf{0{,}6^2 = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36}$
- $\mathbf{\sqrt{0{,}04} = 0{,}2}$, porque $\mathbf{0{,}2^2 = 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04}$



Fernanda Youssef

Atividades

40. Calcule as potências a seguir:

a) $8{,}3^0$ 1

b) $3{,}703^1$ 3,703

c) $2{,}3^2$ 5,29

d) $0{,}4^4$ 0,0256

e) $0{,}7^2$ 0,49

f) $2{,}55^2$ 6,5025

g) $0{,}1^6$ 0,000001

41. Calcule as raízes:

a) $\sqrt{0{,}49}$ 0,7

b) $\sqrt{0{,}01}$ 0,1

c) $\sqrt{0{,}16}$ 0,4

d) $\sqrt{0{,}0001}$ 0,01

42. Calcule o valor das expressões numéricas, respeitando a hierarquia das operações e dos sinais de parênteses, colchetes e chaves:

a) $6{,}9 - \{6{,}8 - [6{,}7 - (6{,}6 - 6{,}5)]\}$ 6,7

b) $[22 - 2{,}6 \cdot (3{,}29 + 4{,}41)] \cdot 2{,}5$ 4,95

c) $[(8{,}8 + 1{,}9) \cdot 4{,}8 - 1{,}34] \div 6{,}1$ 8,2

d) $3{,}1 \div [43{,}1 - 5{,}5 \cdot (3{,}4 + 4{,}4)]$ 15,5

43. Calcule o valor de:

a) $[11{,}78 \div (2{,}3 - 1{,}8)] \div (2{,}3^2 + 0{,}91)$ 3,8

b) $\dfrac{3{,}5 \cdot [5{,}7 - (2{,}6 - 1{,}52)]}{0{,}78 + 0{,}72}$ 10,78

Para estudar

44. Escreva na forma de um número decimal:

a) $\dfrac{4}{100}$

b) $\dfrac{17}{1\,000}$

c) $\dfrac{176}{10}$

d) $\dfrac{176}{100}$

45. Na etiqueta de um achocolatado em pó, está impressa a composição média para cada 100 g de pó: ! Interpretar tabela

Composição média por 100 g de pó	
Gordura	2,0 g
Proteínas	45,3 g
Lactose	33,9 g
Sais minerais	12,8 g
Água	6,0 g

Indique em frações decimais denominadores 1, 10, 100, 1 000 etc cada valor da ediqueta.

46. Escreva por extenso:

a) 12,45

b) 0,12

c) 58,7

d) 52,26

e) 0,021

f) 5,3

47. A seguir, estão seis números decimais:

$x = 0{,}5$; $y = 0{,}05$; $z = \dfrac{5}{100}$; $k = 0{,}050$; $m = \dfrac{50}{100}$; $n = 0{,}050000$

! Comparar

a) Quais desses números são iguais?

b) Escreva-os em ordem crescente.

48. No lugar de ||||||, o que se deve escrever: **<**, **=** ou **>**?

a) 3,7 |||||| 3,700

b) 0,005 |||||| 0,050

c) 12,503 |||||| 12,53

d) 2 |||||| 2,0

49. Efetue:

a) 7,02 + 5,9

b) 7,02 – 5,9

c) 9 – 6,2

d) 9 – 6,02

50. Nas operações a seguir, faça os cálculos mentalmente, apenas deslocando a vírgula:

a) 258,6 · 0,1

b) 258,6 · 0,01

c) 173 · 0,1

d) 173 · 0,001

e) 0,3 · 0,01

f) 0,3 · 0,001

Cálculo mental

51. Efetue:

a) 3,7 · 74,7

b) 3,7 · 7,47

c) 3,7 · 33

d) 3,7 · 0,33

e) 3,7 · 0,02

f) 0,44 · 25

52. Determine a dízima periódica correspondente a cada fração a seguir.

a) $\frac{7}{9}$

b) $\frac{13}{99}$

c) $\frac{135}{999}$

d) $\frac{71}{999}$

53. Efetue:

a) 14,3 : 6,5

b) 7,5 : 0,2

c) 12 : 2,5

d) 7,37 : 1,34

e) 10,2 : 3,4

f) 11,25 : 2,5

54. No lugar de ▼, que número decimal deve ser escrito?

a) ▼ : 1,3 = 1,3

b) ▼ × 2,5 = 50

55. O dono de uma padaria comprou 5 caixas de doce por R$ 220,00. Cada caixa tem 20 doces e ele vendeu cada doce por R$ 4,00.

a) Quanto ele lucrou em cada doce?

b) Quanto ele lucrou nas 5 caixas de doce?

56. No lugar de ▥, que sinal devemos colocar: **+**, **−**, **·** ou **:** ?

a) 12 ▥ 1,2 = 10

b) 12 ▥ 1,2 = 10,8

c) 12 ▥ 1,2 = 14,4

d) 12 ▥ 1,2 = 13,2

57. Encontre:

a) $\sqrt{0,25}$

b) $\sqrt{0,0256}$

c) $\sqrt{0,0009}$

d) $\sqrt{0,04}$

58. Calcule o valor de:

a) [2,73 : (2,3 – 1,0)] : (1,42 + 0,01)

b) $\frac{0,5 \cdot [5,38 - (2,4 - 2,02)]}{0,68 + 0,42}$

Resolução das atividades

1. a) 0,07
b) 0,007
c) 77,6

2. a) 0,4
b) 0,28
d) 5,5
d) 7,76
e) 3,26

3. Carboidratos $\frac{6\,880}{100}$ gramas

Lipídios $\frac{1\,690}{100}$ gramas

Proteínas $\frac{828}{100}$ gramas

4.

Número	Centena	Dezena	unidade	décimo	centésimo	milésimo
0,523			**0,**	**5**	**2**	**3**
23,6		**2**	**3,**	**6**		
8,123			**8,**	**1**	**2**	**3**
203,78	**2**	**0**	**3,**	**7**	**8**	
3,609			**3,**	**6**	**0**	**9**
25,02		**2**	**5,**	**0**	**2**	

5.

Número decimal	Leitura	Fração
0,38	Trinta e oito centésimos	$\frac{38}{100}$
2,9	**Dois inteiros e nove décimos**	$2\frac{9}{10} = 2 + \frac{9}{10} = \frac{20}{10} + \frac{9}{10} = \frac{29}{10}$
81,03	Oitenta e um inteiros e 3 centésimos	$81\frac{3}{100} = 81 + \frac{3}{100} = \frac{8\,100}{100} + \frac{3}{100} = \frac{8\,103}{100}$
2,305	**Dois inteiros e trezentos e cinco milésimos**	$2\frac{305}{1\,000} = 2 + \frac{305}{1\,000} = \frac{2\,000}{1\,000} + \frac{305}{1\,000} = \frac{2\,305}{1\,000}$

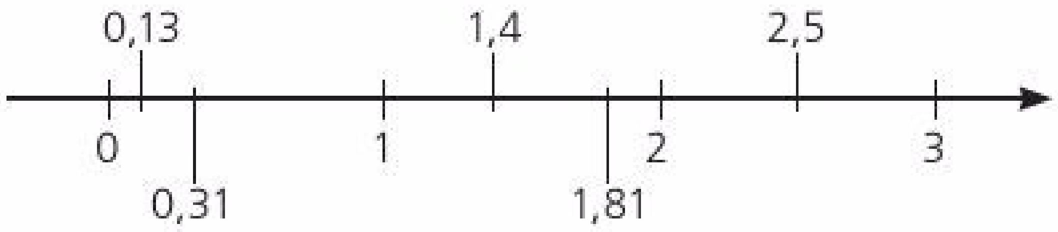
6. a) 2,1 ; 13,008
b) 0,8753 ; 2,1 ; 13,008 ; 1,0
c) 0,0010
d) 0,8753 ; 0,6 ; 0,0010 ; 1,0

7. a) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{3}{20}$
c) $\frac{3}{50}$
d) $\frac{41}{10}$
e) $\frac{303}{100}$
f) $\frac{11}{5}$

8. a) >
b) >
c) <
d) <

e) <
f) >
g) =
h) >
i) =

9.



10. a) 5
b) 6
c) 991

11. 0,061 ; 0,42; 0,5; 1,006; 3,122; 4; 18,01

12. a) 6,59 – 3 · 0,13 – 2,90 = 3,30 m
11,43 – 6 · 0,13 – 2,90 – 2,85 – 1,20 – 1,20 =
= 2,50 m
b) 6,59 – 2,25 – 0,13 = 0,92

13. a) 10,5
b) 3,3
c) 42,27
d) 58,52

14. a) 33,7
b) 311,16
c) 11,35
d) 0,302

15. a) $\frac{237}{1\,000}$
b) 0,2 + 0,037 = 0,237
c) Obtém-se o mesmo resultado

16. a) 35,22
b) 52,957
c) 31,86
d) 0,04

17. peso = 2,840 – 0,175 + 0,292 + 0,430
peso = 3,378 Kg

18. a) 1,93
b) 31,15
c) 5,64
d) 9,97

19. a) 0,15
b) 1,5
c) 15
d) 23,58
e) 235,8
f) 2358
g) 51,3
h) 513
i) 7 840
j) 267,8
l) 2 678
m) 26 780

20. a) 25,58
b) 2,558
c) 0,2558
d) 6,9
e) 0,69
f) 0,05
g) 0,005
h) 0,0005

21. a) 6 000 m
b) 5 010 m
c) 13 260 m
d) 13 080 m
e) 820 m
f) 750 m
g) 216 m
h) 7 m

22. 

a) 5,63 · 2,41

b) 18,01 · 4,93

c) 3,7 · 8,12

d) 1,9 · 4,04

23. 15 · 3,09 + 25 · 1,99 = R$ 96,10

24. 21 – 0,57 · 21 = 9,03 milhões

25. A afirmação é falsa.
Exemplo: 0,2 · 0,3 = 0,06

26. a) 1,6
b) 2,4
c) 12,4
d) 3,2

27. a) 0,025
b) 0,16

28. a) 0,4
b) 0,25
c) 0,6
d) 0,85
e) 0,72
f) 0,825

29. 11,5

30. 16,25; 17,5 e 18,75

31. a) 0,5
b) 0,7
c) 0,135
d) 0,13

32. a) $\frac{1}{2}$
b) 0,5

33. R$ 30,90

34. a) 7
b) 37,5
c) 4,8
d) 5,5
e) 3
f) 4,5

35. a) :
b) +
c) x
d) –

36. a) 12,4
b) 1,24
c) 0,124
d) 0,0124

37. Quando dividimos o número 124 por potências de base 10, a vírgula se deslocou para a esquerda o número de vezes da potência 10.

38. a) 2,78
b) 4,3
c) 0,39
d) 0,028
e) 5,246
f) 0,0375
g) 0,67
h) 2,378
i) 0,4656
j) 0,0322

39. a) 178,3
b) 91
c) 130
d) 8,2
e) 228
f) 740
g) 1100
h) 6,3
i) 4029
j) 15 600
l) 58 000
m) 0,62

40. a) 1
b) 3,703
c) 5,29
d) 0,0256
e) 0,49
f) 6,5025
g) 0,000001

41. a) 0,7
b) 0,1
c) 0,4
d) 0,01

42. a) 6,9 – {6,8 – [6,7 – 0,1]}
= 6,9 – {6,8 – 6,6} = 6,9 – 0,2 = 6,7
b) [22 – 2,6 · 7,70] · 2,5 =
= [22 – 20,02] · 2,5 = 4,95
c) [10,7 · 4,8 – 1,34] : 6,1 =
= 50,02 : 6,1 = 8,2
d) 3,1 : [43,1 – 5,5 · 7,8] =
= 3,1 : 0,2 = 15,5

43. a) [11,78 : 0,5] : (5,29 + 0,91) =
= 23,56 : 6,2 = 3,8
b) $\frac{3,5 \cdot [5,7 - 1,08]}{0,78 + 0,72} =$
$\frac{3,5 \cdot 4,62}{1,5} = 10,78$

Respostas da seção Para estudar

44. a) 0,04
b) 0,017
c) 17,6
d) 1,76

45. gordura $\frac{20}{10}$ g

proteínas $\frac{453}{10}$ g

lactose $\frac{339}{10}$ g

sais minerais $\frac{128}{10}$ g

água $\frac{60}{10}$ g

46. a) doze inteiros e quarenta e cinco centésimos
b) doze centésimos
c) cinquenta e oito inteiros e sete décimos
d) cinquenta e dois inteiros e vinte e seis centésimos
e) vinte e um milésimos
f) cinco inteiros e três décimos

47. a) x = m
y = z = k = n
b) y, z, k, n, x e m

48. a) =
b) <
c) <
d) =

49. a) 12,92
b) 1,12
c) 2,8
d) 2,98

50. a) 25,86
b) 2,586
c) 17,3
d) 0,173
e) 0,003
f) 0,0003

51. a) 276,39
b) 27,639
c) 122,1
d) 1,221
e) 0,074
f) 11

52. a) $0,\overline{7}$
b) $0,\overline{13}$
c) $0,\overline{135}$
d) $0,\overline{071}$

53. a) 2,2
b) 37,5
c) 4,8
d) 5,5
e) 3
f) 4,5

54. a) 1,69
b) 20

55. a) R$ 1,80
b) R$ 180,00

56. a) :
b) –
c) x
d) +

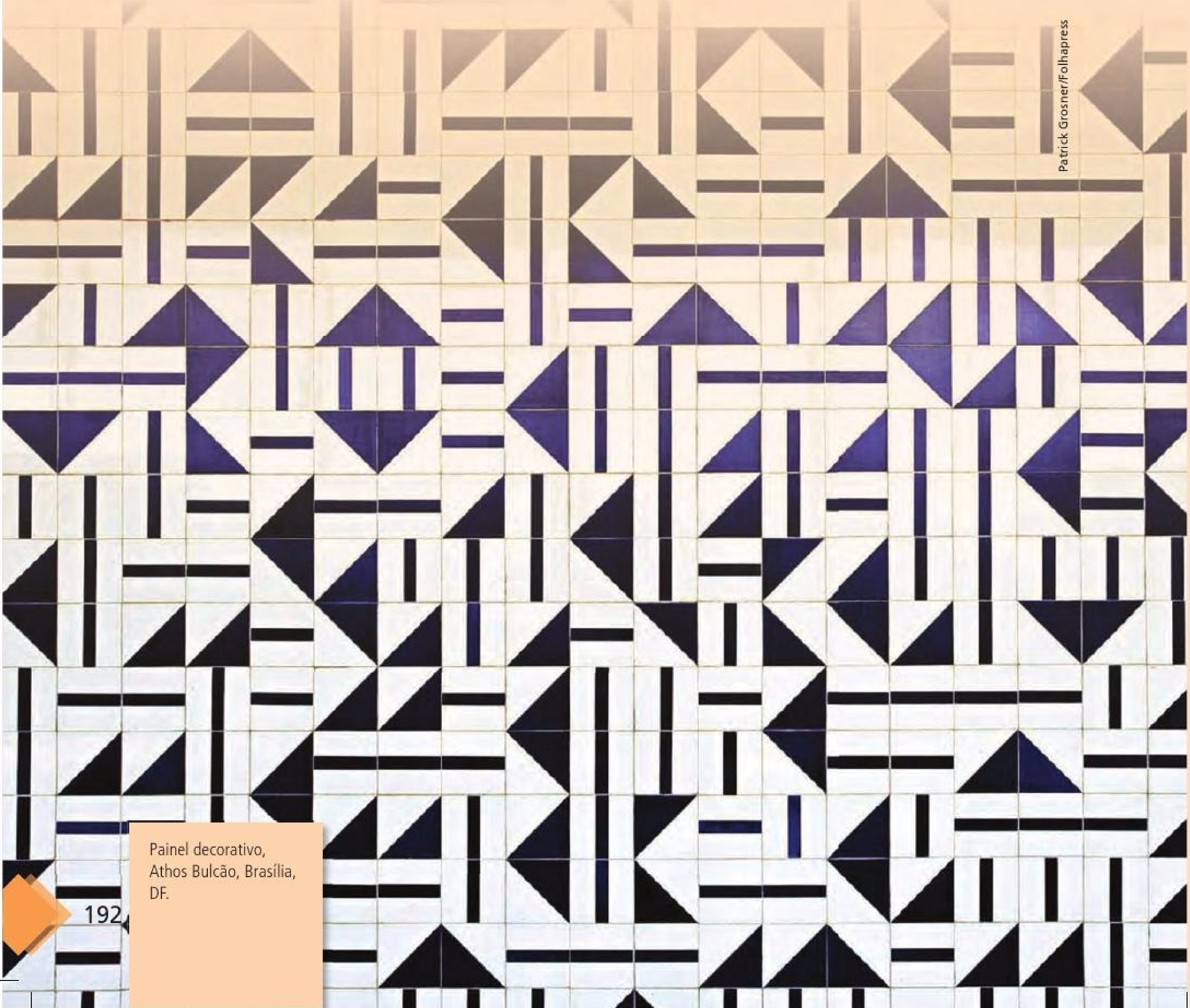
57. a) 0,5
b) 0,16
c) 0,03
d) 0,2

58. a) 1
b) 1,5

capítulo 7

Perímetros e áreas

- Perímetro de um polígono
- Área de um polígono



Patrick Grosner/Folhapress

Painel decorativo, Athos Bulcão, Brasília, DF.

Conversa Inicial

Professor, a próxima conversa inicial é sobre perímetros e áreas de um polígono. Retome a definição de polígonos com os alunos para dar início à leitura.

Já aprendemos o que são polígonos e quais são os principais polígonos. Porém, quando estudamos esse ponto, nossa preocupação era entender como os lados e os ângulos determinavam a forma e o tipo de polígono.

Os lados e os ângulos determinam muito mais que a forma de um polígono. Determinam também medidas importantes para o nosso dia a dia, ao projetarmos objetos, prédios, estradas e ocuparmos o espaço que transformamos. Essas medidas são os perímetros e as áreas.

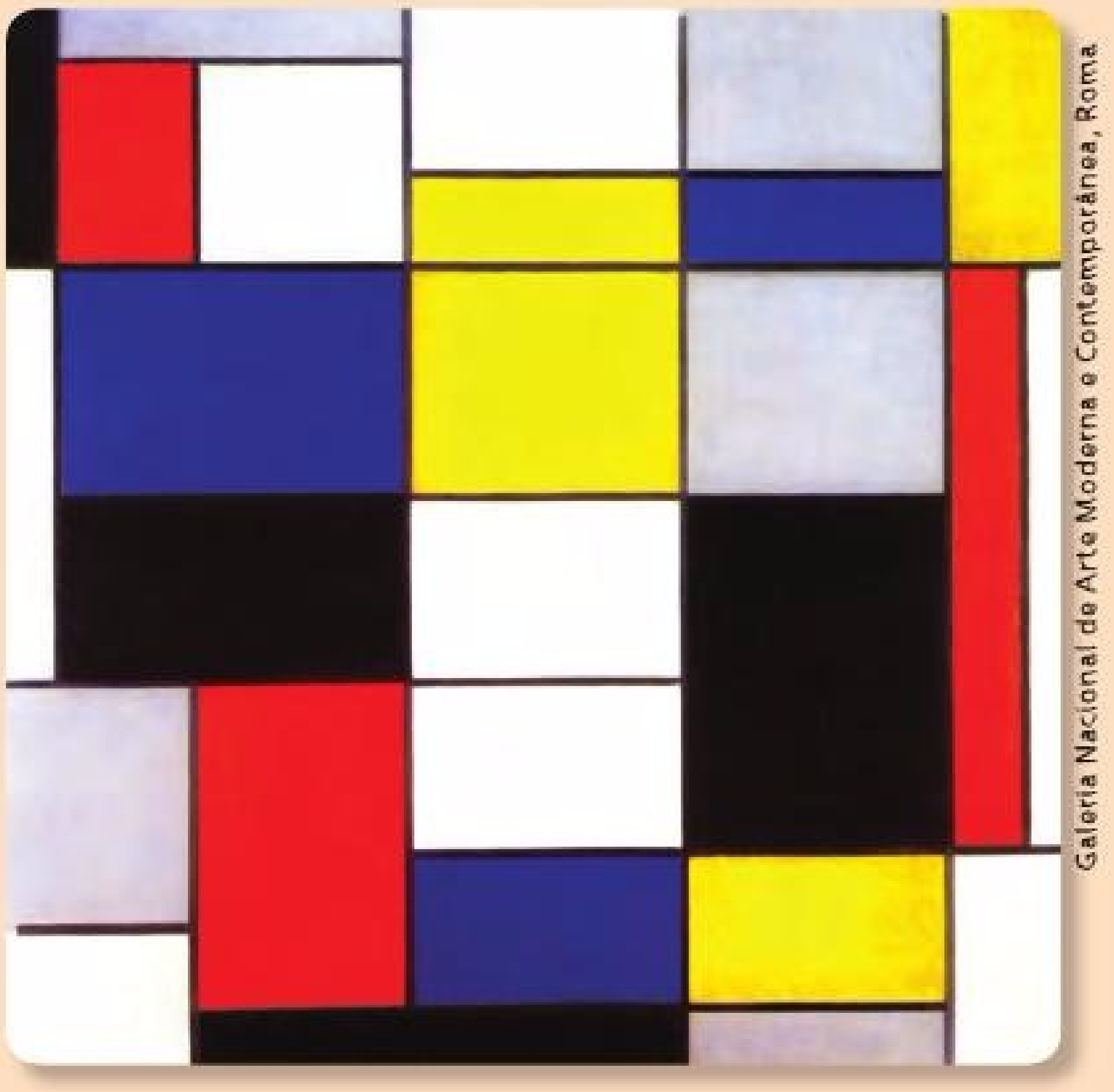
Qual seria a relação entre os lados e a forma de um polígono? Como podemos estabelecer, também, uma relação entre os lados de uma figura plana com a área que ela ocupa?

André Deak

Estação de Metrô Brigadeiro - São Paulo. Painel "Cores e Formas", Cícero Dias, 1991, 20,0 x 2,0 m

As respostas a essas perguntas serão encontradas ao longo do estudo da Geometria. Neste momento de nosso estudo, é importante que você compreenda os conceitos de perímetro nos diversos polígonos e o de área num quadrilátero muito especial chamado retângulo.

Este também é o momento em que você vai começar a se familiarizar com as unidades de medidas de comprimento e área, que serão detalhadas mais adiante.



Galeria Nacional de Arte Moderna e Contemporânea, Roma

Piet Mondrian
Composição A, 1920, óleo sobre tela, 91,5 cm x 92 cm.
Galeria Nacional de Arte Moderna e Contemporânea, Roma

Perímetro de um polígono

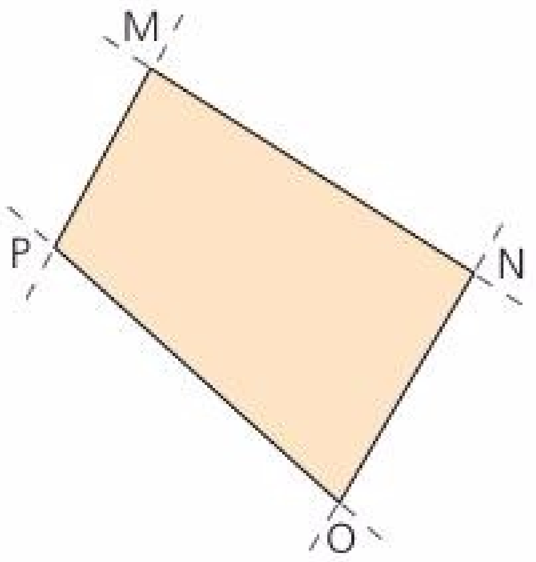
O **perímetro** de um polígono qualquer é a soma das medidas de seus lados. Esta definição vale tanto para os polígonos **convexos** quanto para os **côncavos**.

Cafea/Dreamstime

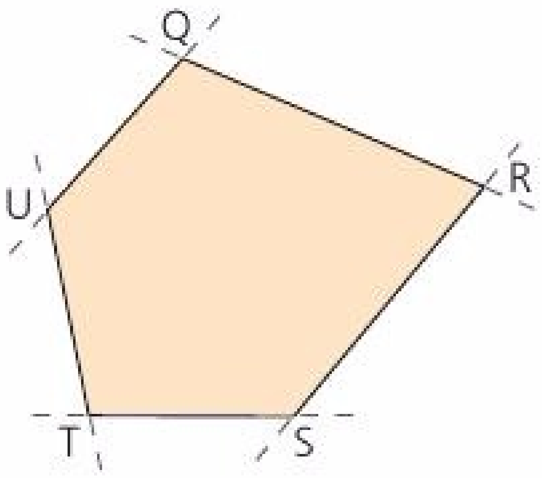
Perímetro de um terreno

Polígono **convexo** é todo aquele no qual os prolongamentos dos lados são sempre exteriores ao polígono.

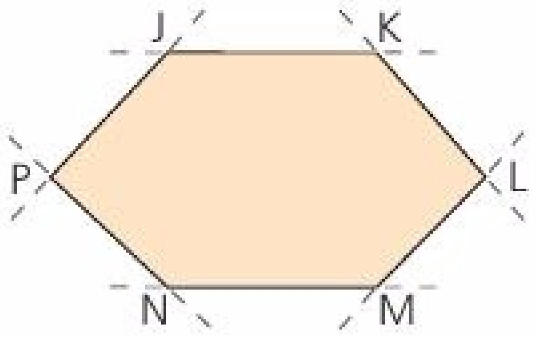
Observe essa característica nos polígonos convexos a seguir.



Quadrilátero convexo

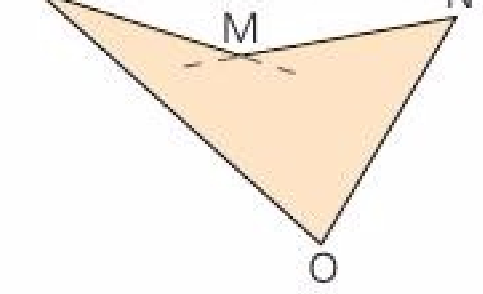


Pentágono convexo

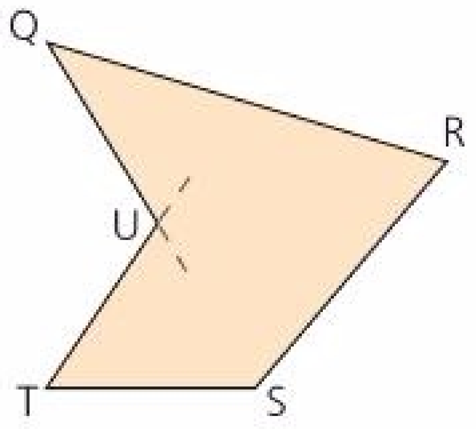


Hexágono convexo

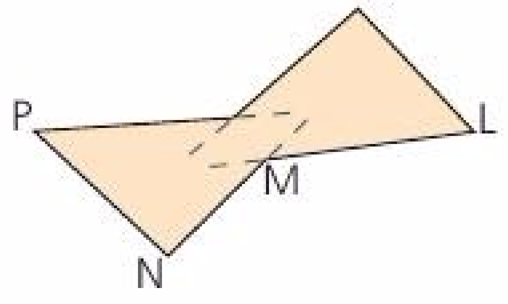
Quando um polígono não tem essa característica (prolongamentos de todos os lados exteriores ao polígono), ele é chamado de **polígono côncavo**.



Quadrilátero côncavo

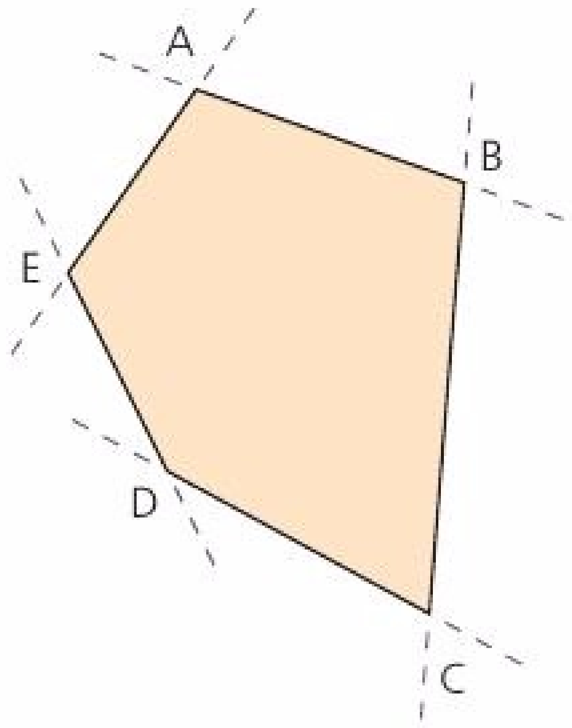


Pentágono côncavo



Hexágono côncavo

Vamos nos preocupar em estudar apenas os polígonos convexos. Considere, por exemplo o polígono ABCDE a seguir.

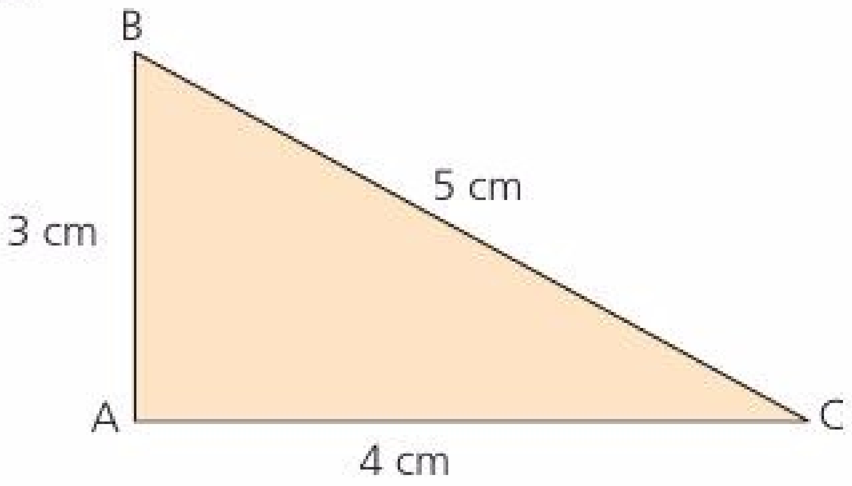


O perímetro do polígono ABCDE é simbolizado por **2p** e dado por:

$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EA}$$

Observe os exemplos :

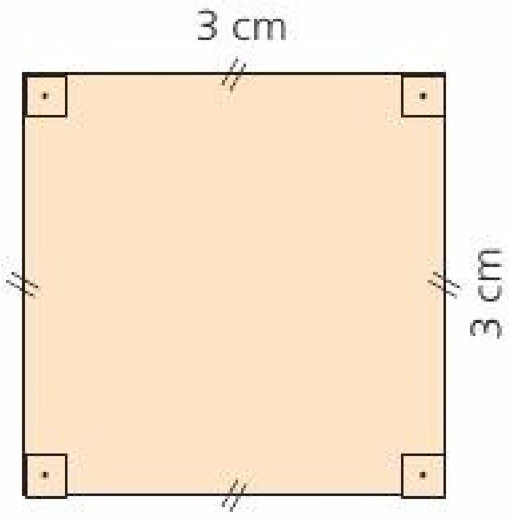
- O triângulo retângulo ABC da figura abaixo tem lados que medem 3 cm, 4 cm e 5 cm.



Professor, estimule a observação, construindo no quadro os polígonos. Essa prática facilita o entendimento do conceito de perímetro.

Seu perímetro é 2p = 3 + 4 + 5 → 2p = 12 cm.

- Um quadrado tem lado de medida igual a 3 cm.



Como tem quatro lados iguais, o perímetro de um quadrado será sempre $2p = 4 \cdot \ell$, onde ℓ é seu lado. Assim, o perímetro do quadrado da figura é $2p = 4 \cdot 3 = 12$ cm.

De forma geral, se um polígono de **n** lados for regular e tiver lado ℓ seu perímetro será $\mathbf{2p = n} \cdot \ell$

Como você pode observar, utilizamos o símbolo **2p** para representar o perímetro. Dessa forma, o símbolo **p** representa a metade do perímetro ou o **semiperímetro**.

Atividades

Professor, oriente os alunos a usarem material adequado (régua e esquadro) nas construções das figuras dos exercícios.

1. Determine o perímetro de cada um dos seguintes polígonos regulares:

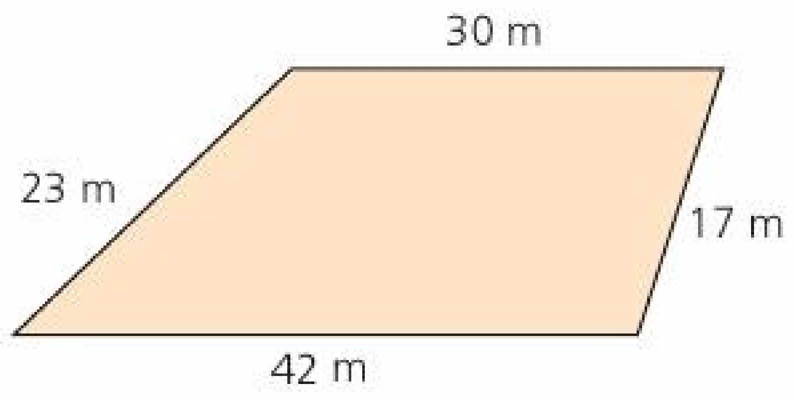
a) triângulo equilátero de lado 5 cm. 15 cm

b) quadrado de lado 12 cm; 48 cm

c) hexágono de lado 7 cm. 42 cm

2. O campo de futebol de um clube tem 60 m de largura. Calcule o seu perímetro, sabendo que seu comprimento é o dobro da largura. 360 m

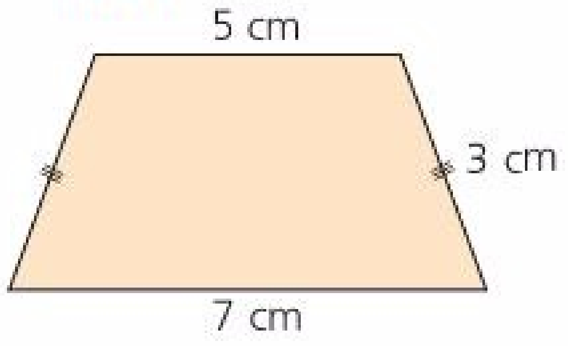
3. A figura abaixo representa a planta de um terreno que tem a forma de um quadrilátero. Seu proprietário deseja cercá-lo totalmente com um alambrado. Quantos metros de alambrado ele deverá comprar? 112 cm



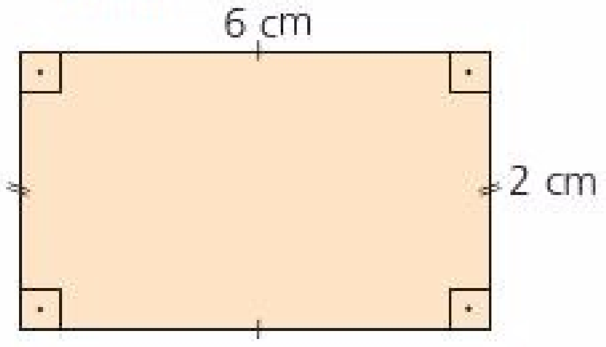
Identificar figuras

4. As marcas nos lados dos polígonos a seguir indicam a igualdade dos lados. Assim, lados com mesmas marcas são iguais. Calcule o perímetro do polígono em cada um dos casos.

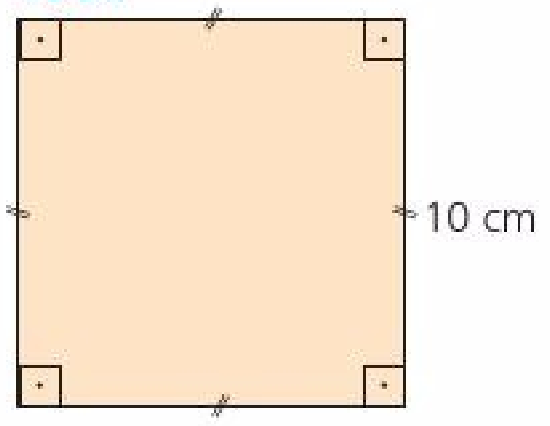
a) 18 cm



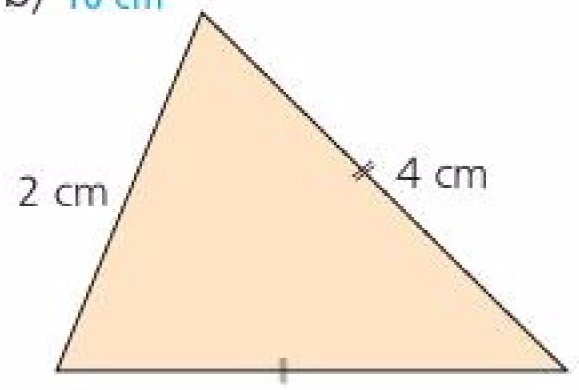
c) 16 cm



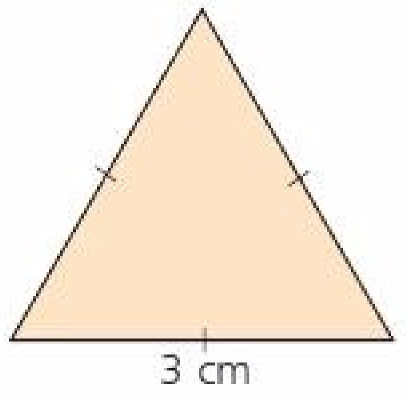
e) 40 cm



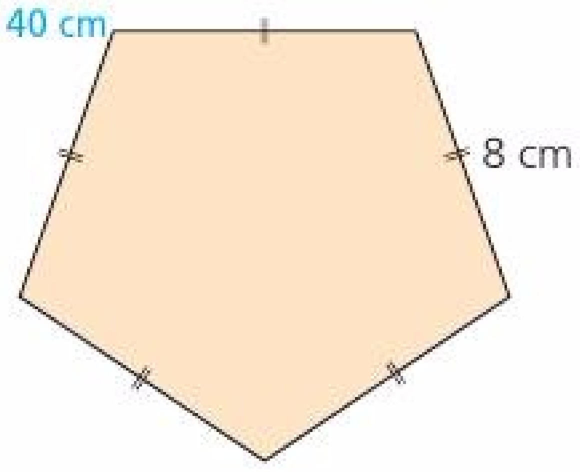
b) 10 cm



d) 9 cm



f) 40 cm



Interpretar texto

5. Resolva os seguintes problemas, fazendo, em seu caderno, um esboço da situação proposta.

a) Calcule o perímetro de uma moldura retangular cuja base mede 47 cm e a altura 28 cm. 150 cm

b) Um terreno retangular foi cercado totalmente com dois fios de arame paralelos em todo o perímetro. Para isso, foram gastos 400 metros de arame. Se a frente do terreno mede 35 m, quanto mede a lateral do terreno. 65 cm

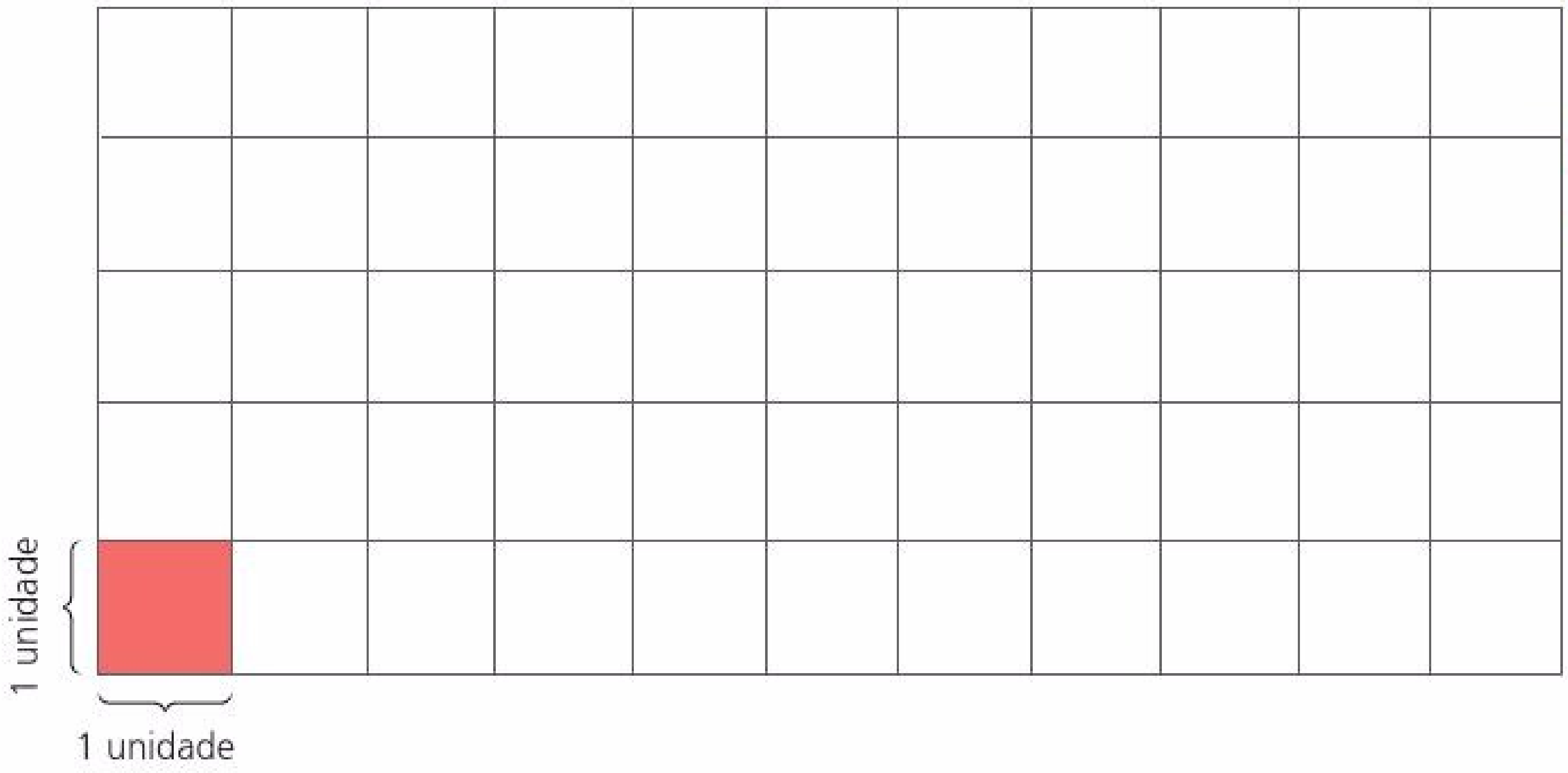
c) A largura **ℓ** de um retângulo, cujo perímetro é 20 m, tem 2 metros a mais que o comprimento **c**. Qual a medida da largura ℓ e o comprimento c desse retângulo? c = 4 cm e ℓ = 6 cm

Área de um polígono

Para medirmos a área de um polígono precisamos estabelecer uma unidade de área, da mesma maneira que para medir o perímetro utilizamos o metro e o centímetro como unidades de comprimento.

Professor, leia o texto sobre área de polígono, faça as representações no quadro. Exemplifique com situações do cotidiano como, por exemplo a necessidade de se conhecer a área da capa de um livro para encapá-lo com plástico.

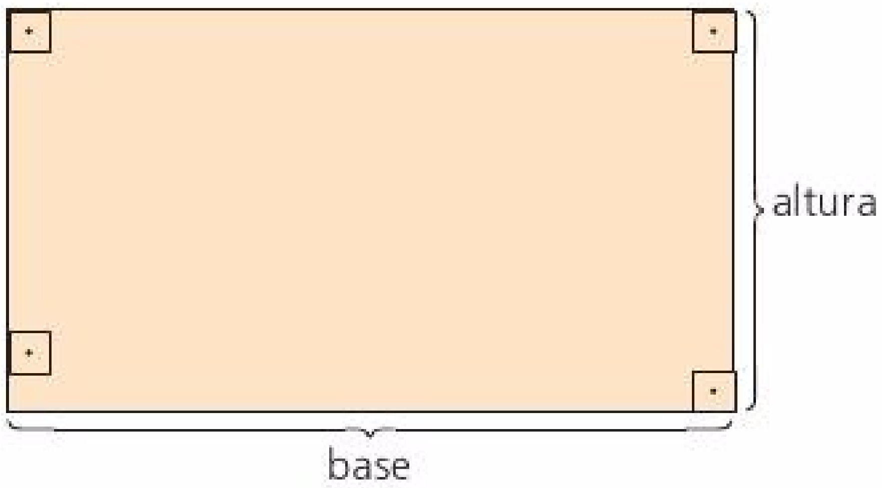
Considere o retângulo:



Se dividirmos o comprimento e a altura em medidas de 1 unidade, teremos um pequeno quadrado que terá como área **1 unidade quadrada**. Se a unidade for o metro, a área unitária será 1 m^2, se for o centímetro, a área unitária será 1 cm^2 . O importante é perceber que esta unidade de área será utilizada para estabelecer a área total da figura.

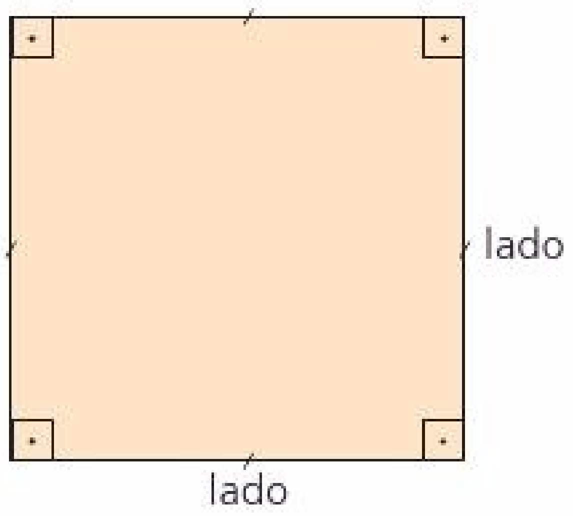
Área do retângulo

A figura básica para o cálculo de áreas é o retângulo, cuja área (A) é dada pelo produto de suas dimensões. As dimensões de um retângulo podem ser chamadas de largura e comprimento, ou ainda, base e altura.



$$A_{\text{retângulo}} = \textbf{base} \cdot \textbf{altura}$$

O quadrado é um tipo particular de retângulo no qual base e altura têm a mesma medida e são chamadas de **lado do quadrado**.

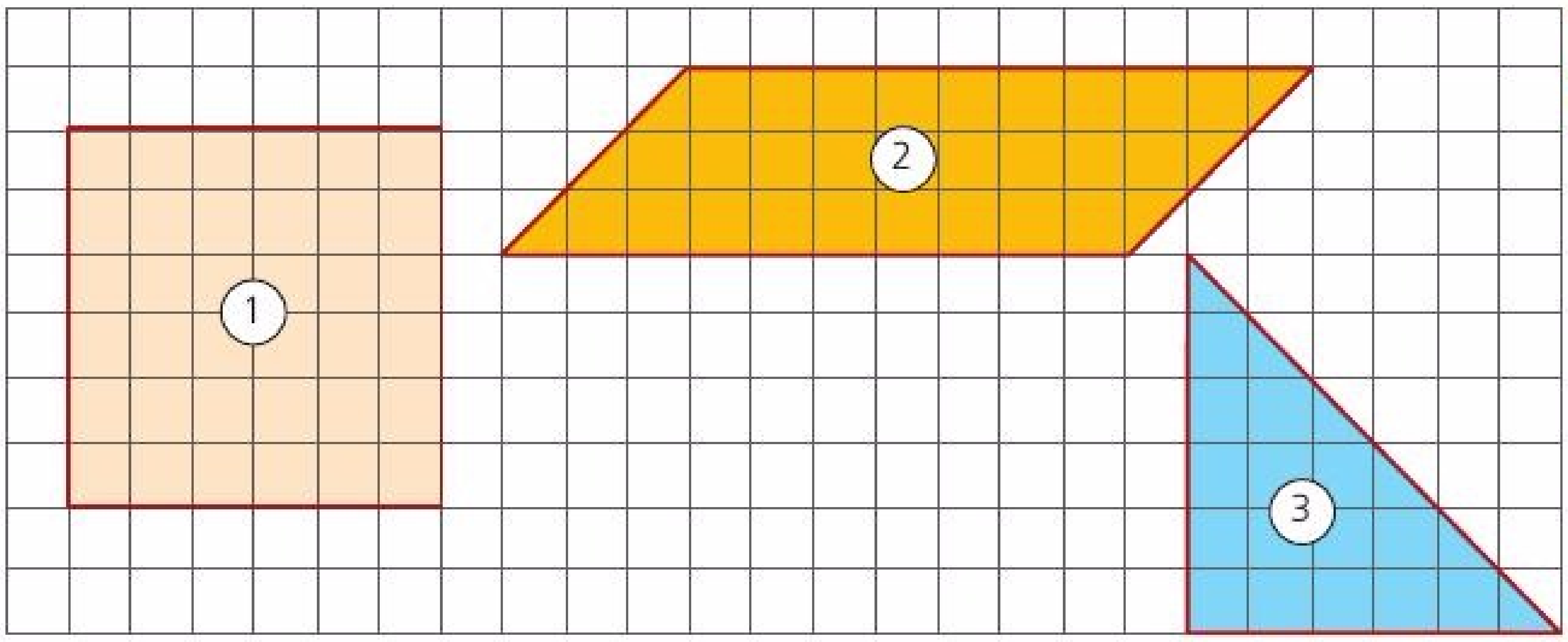


$$A_{quadrado} = \textbf{lado} \cdot \textbf{lado}$$

Atividades

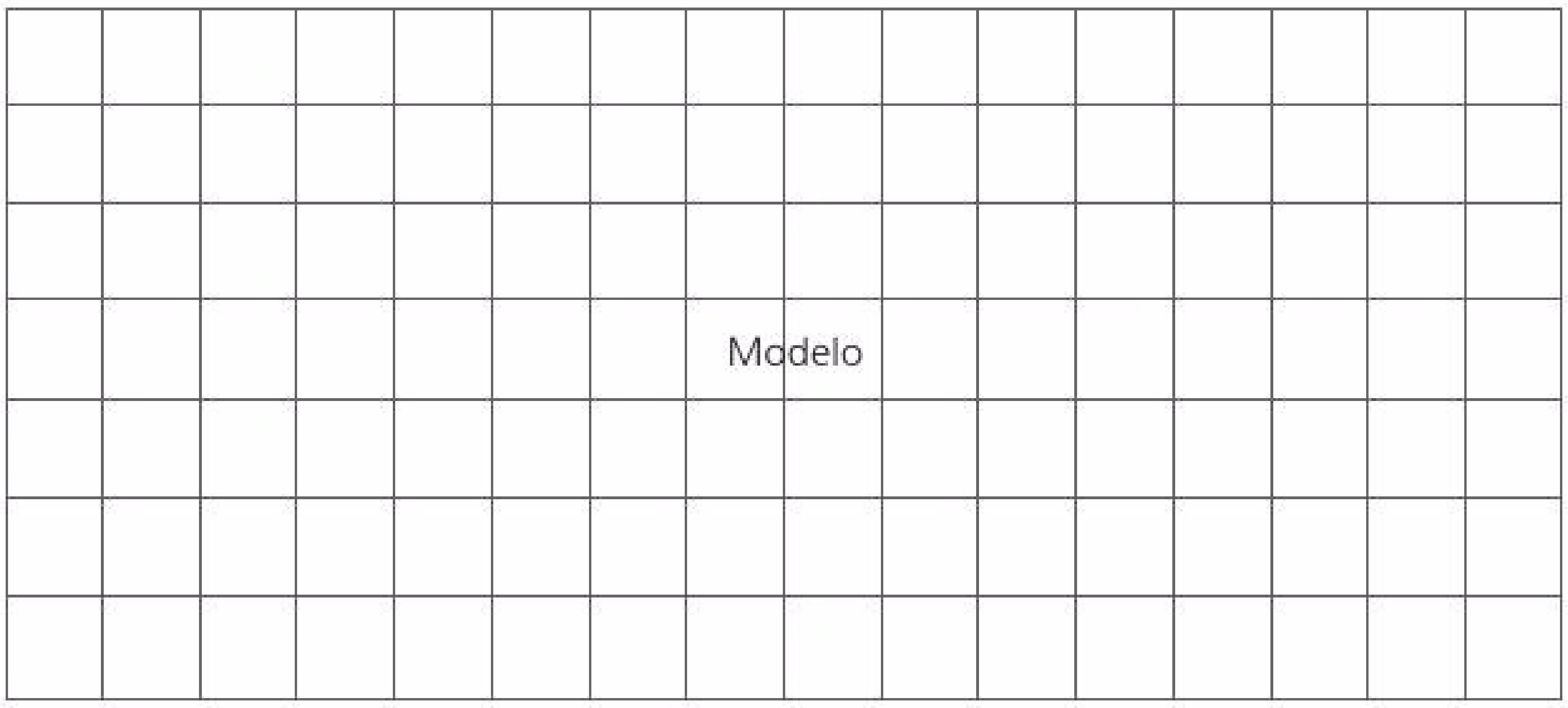
Professor, peça aos alunos que comparem as soluções encontradas para as atividades 6 e 7 e apresentem para a turma as mais interessantes.

6. A medida do lado de cada quadradinho é 1 cm. Observe a superfície ocupada pelas figuras desenhadas nesse quadriculado e calcule suas áreas. Interpretar figura

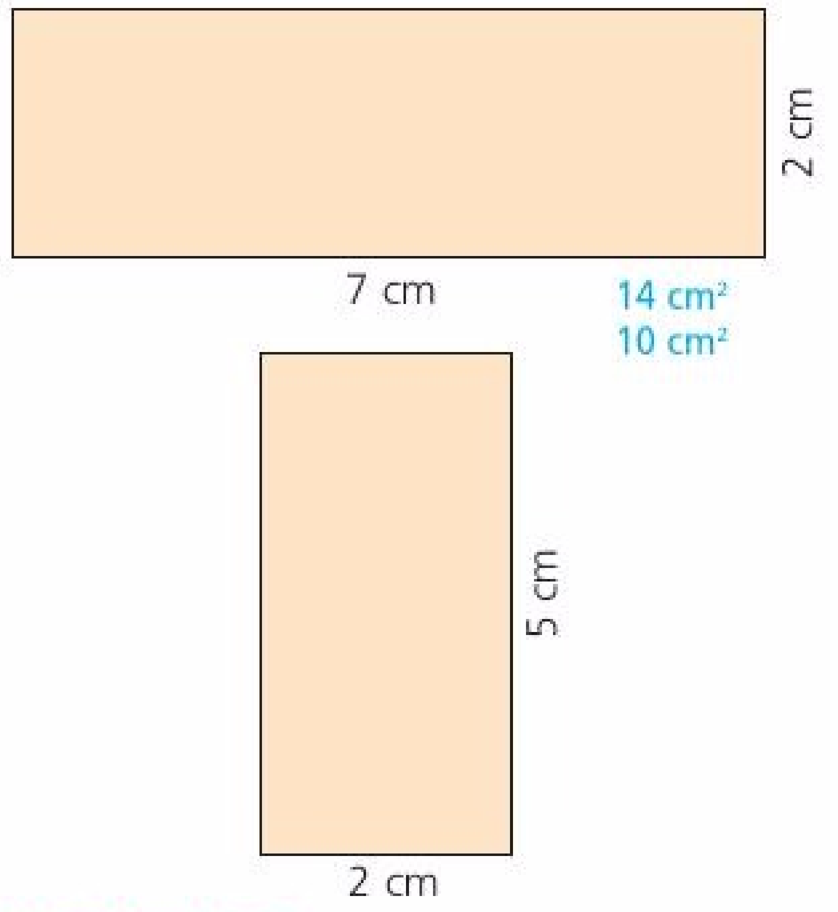


1 – A = 36 cm²
2 – A = 30 cm²
3 – A = 18 cm²

7. Copie o quadriculado a seguir em seu caderno, fazendo a medida do lado de cada quadradinho ser de 1 cm. Desenhe, nesse quadriculado, três quadriláteros diferentes cujas áreas sejam de 24 cm². Resposta pessoal.



8. Calcule a área dos retângulos seguintes.



14 cm²
10 cm²

Interpretar texto

9. Resolva cada um dos problemas a seguir, fazendo em seu caderno, um esboço da situação apresentada.

a) Calcule a área de uma parede retangular, cuja base mede 2 metros e a altura 3 metros. $A = 6 \text{ m}^2$

b) Calcule a área de uma parede retangular, sabendo que sua altura é 3 metros e sua base, o dobro desta altura. $A = 18 \text{ m}^2$

c) Um retângulo tem 42 metros quadrados de área e 3 metros de comprimento. Qual é a sua largura? $x = 14 \text{ m}$

10. Desenhe o esboço e calcule a área de um quadrado cujo lado mede

a) 4 centímetros $A = 16 \text{ cm}^2$

b) 3 metros $A = 9 \text{ m}^2$

11. Resolva os problemas a seguir:

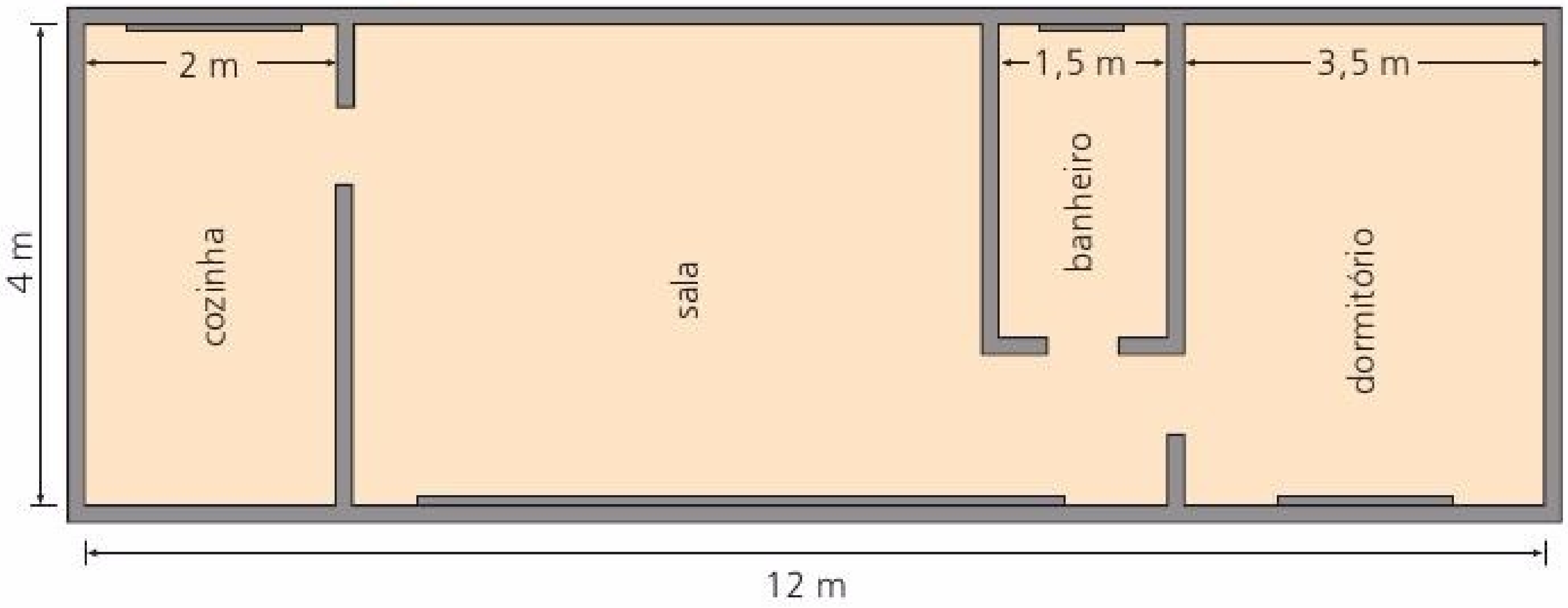
a) Calcule a área ocupada por uma quadra de forma quadrada de 8 metros de lado. $A = 64 \text{ m}^2$

b) Calcule a área de uma janela quadrada cujo perímetro é 8 metros. $A = 4 \text{ m}^2$

c) Quanto mede o lado de um quadrado cuja área vale 25 metros quadrados? Lado = 5 m

12. A figura representa a planta de um apartamento de 1 quarto. Considerando que as indicações de medidas são internas, que todos os cômodos são retangulares e desprezando-se a largura das paredes, calcule:

Interpretar figura



a) a área total do apartamento; $A_{TOTAL} = 48 \text{ m}^2$

b) a área da cozinha; $A_{COZINHA} = 8 \text{ m}^2$

c) a área do dormitório; $A_{DORMITÓRIO} = 14 \text{ m}^2$

d) a área da sala. $A_{SALA} = 20 \text{ m}^2$

13. Responda as questões abaixo e justifique.

a) Duas figuras podem ter a mesma área e perímetros diferentes?
Sim. Exemplo: um quadrado com lado medindo 2 e um retângulo com lados medindo 1 e 4.

b) Duas figuras podem ter o mesmo perímetro e áreas diferentes?
Sim. Exemplo: um quadrado com lado medindo 3 e um retângulo com lados medindo 2 e 4.

Para estudar

Professor, é importante que o aluno faça todos os exercícios para trabalhar as diferentes linguagens: matemática, geométrica e texto.

14. Copie cada afirmação a seguir em seu caderno e classifique em verdadeira (V) ou falsa (F). Justifique cada resposta.

a) a área de um quadrado de 1 m de lado é 1 m^2.

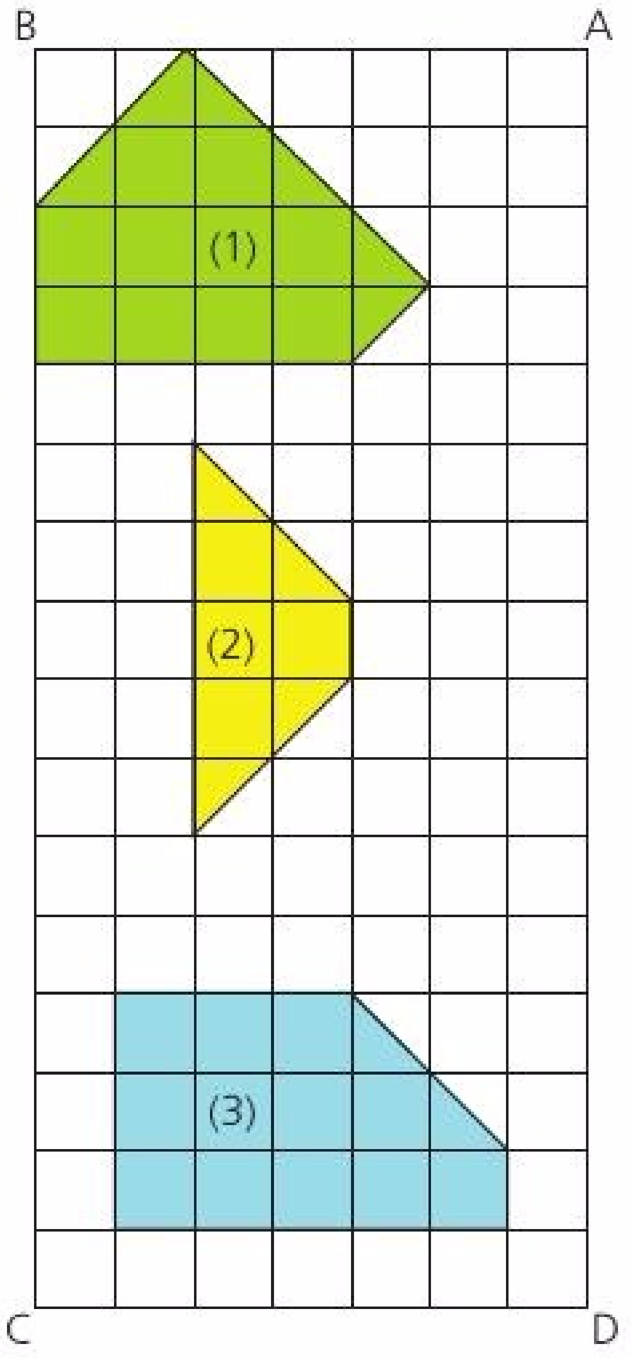
b) a área de um quadrado de 10 m de lado é 10 m^2.

c) 100 m^2 é a área de um quadrado de 10 m de lado.

d) 1000 m^2 é a área de um quadrado de 1000 m de lado.

Argumentar

15. O retângulo ABCD da figura tem os lados divididos em segmentos iguais de 1 m.



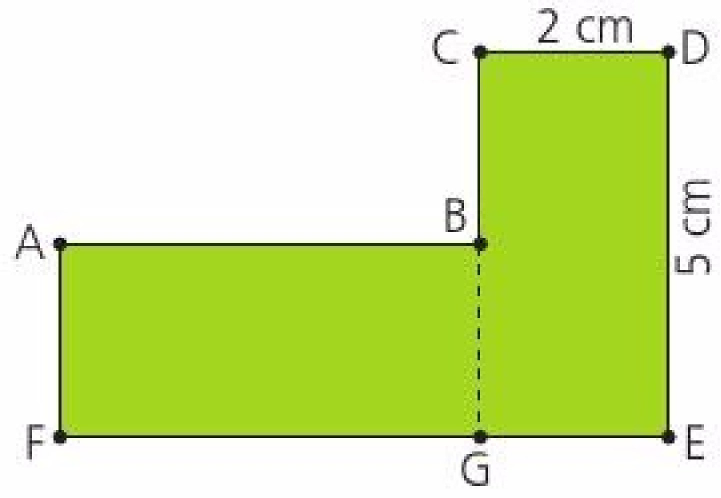
Responda:

a) Qual a área do retângulo ABCD?

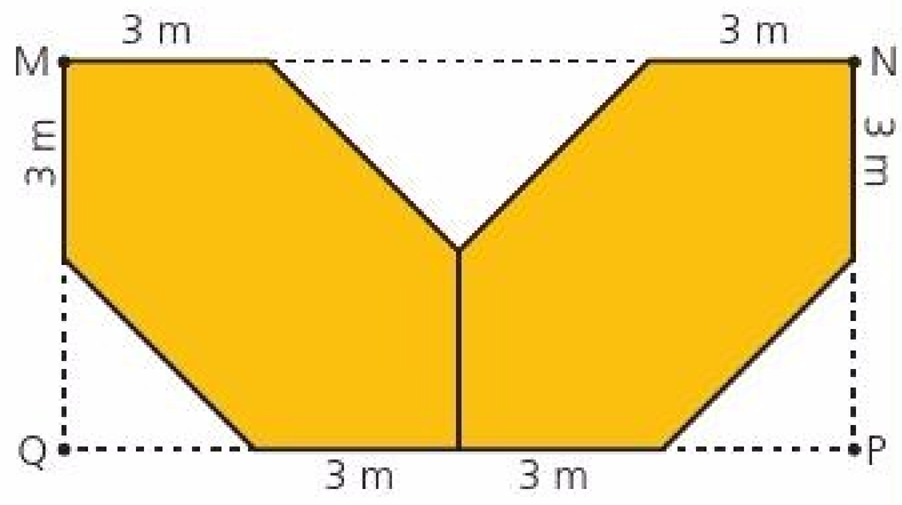
b) Quais as medidas das áreas das figuras (1), (2) e (3)?

16. Qual a área de cada um dos polígonos a seguir, sabendo que na figura **a**, os retângulos ABFG e CDEG têm lados iguais e que, em **b**, MNPQ é um retângulo de lados 12 m e 6 m.

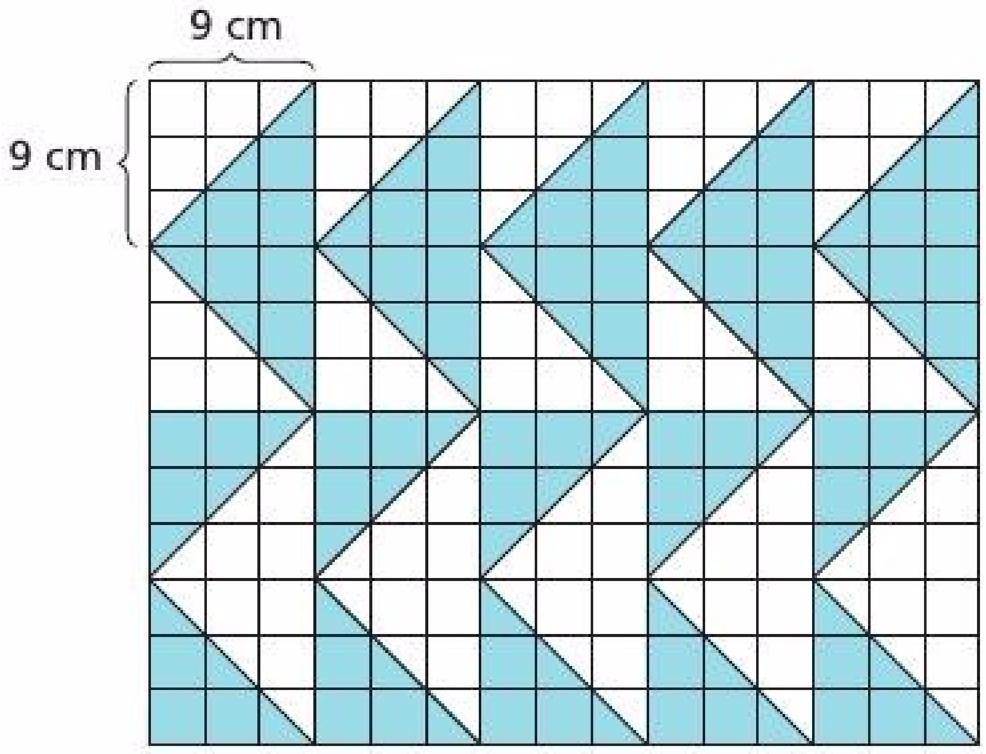
a)



b)



17. Cada azulejo utilizado no revestimento de uma parede é quadrado e tem 9 cm de lado. A figura mostra uma parte desta parede. Responda:



a) Qual é a área total da parte mostrada na figura?

b) Qual é a área que é vista em azul?

18. Num retângulo, o comprimento é o dobro da largura. Calcule a área do retângulo nos seguintes casos:

a) O retângulo tem 24 m de comprimento.

b) O retângulo tem 9 m de largura.

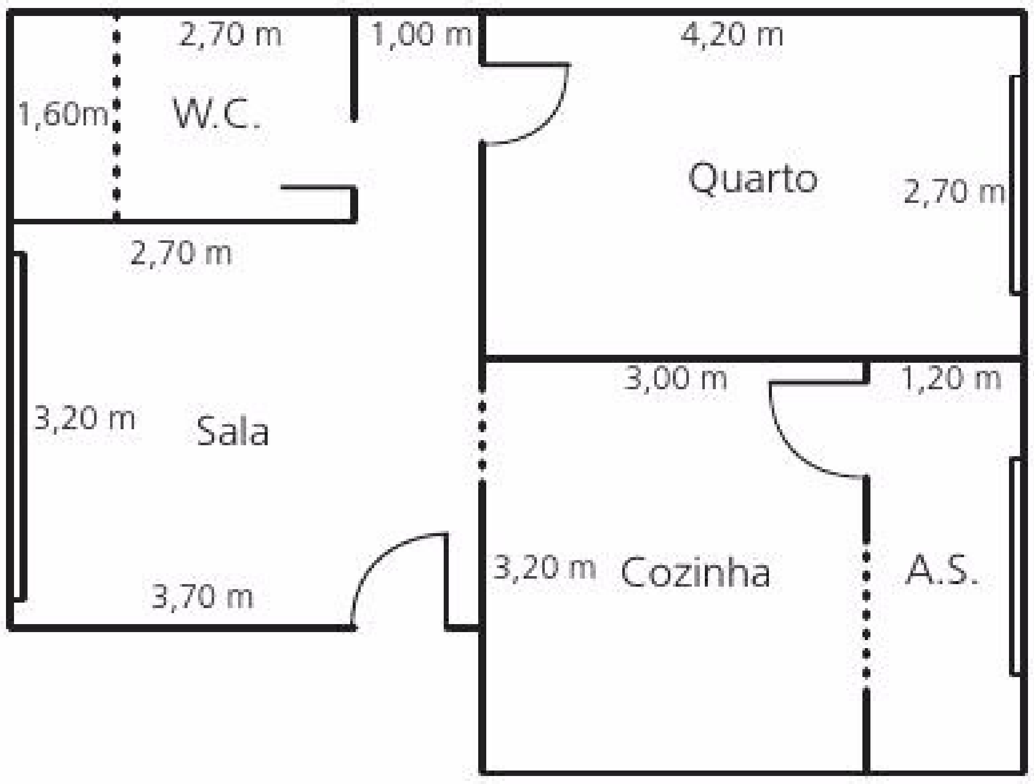
19. Um retângulo de 15 cm de largura tem 255 cm² de área. Quantos metros tem o comprimento deste retângulo?

20. As dimensões do campo do Estádio do Maracanã, onde ocorreu a final da Copa do Mundo de Futebol em 2014 entre Argentina e Alemanha, são de 110 metros de largura por 75 metros de comprimento. Qual é a área do campo?


Agência Brasil

Estádio do Maracanã, Rio de Janeiro, RJ, 2014.

21. Um arquiteto fez uma planta preliminar de um apartamento de 1 quarto. O resultado está a seguir, com as medidas internas de cada cômodo. Lembre-se de que todos são retangulares.



a) Qual o comprimento e a largura do quarto?

b) qual a área do quarto?

c) Qual é a área da cozinha?

d) Qual a área da Área de Serviço (AS)?

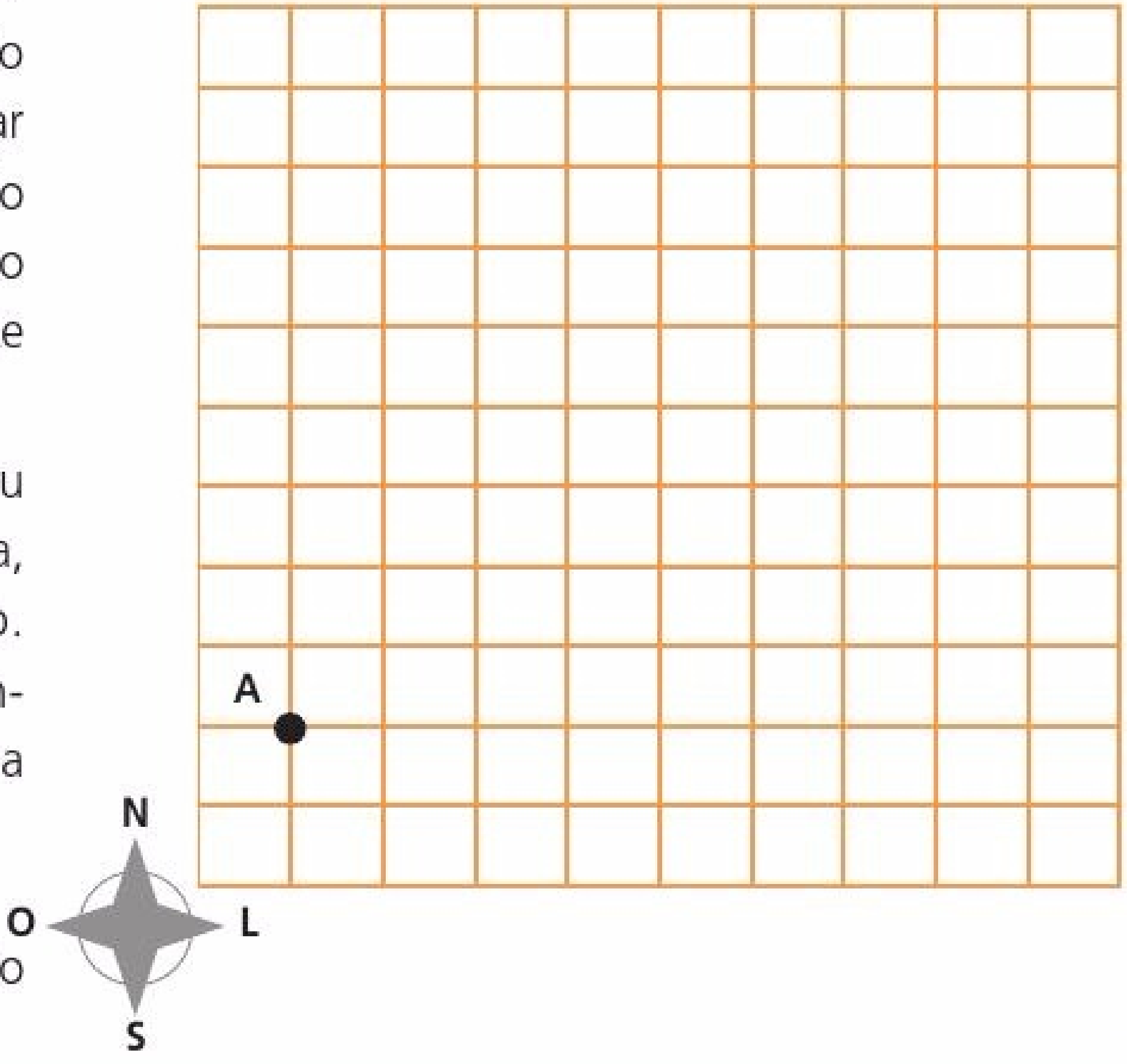
Desafio

Fábio deseja colocar grama em uma parte de seu quintal, representado abaixo. A região que Fábio vai colocar grama ocupa a seguinte região: saindo de A, ande quatro unidades para o leste, depois seis unidades para o norte e retorne para o ponto A.

a) Copie a malha quadriculada em seu caderno e trace, utilizando régua, a região delimitada por Fábio. (Cada unidade de área corresponde ao menor quadrado da malha quadriculada)

b) Qual polígono você obteve?

c) Qual é a área da região que Fábio deseja gramar?



Resolução das atividades

1. a) $2p = 5 + 5 + 5 = 15$ cm

b) $2p = 12 + 12 + 12 + 12 = 48$ cm

c) $2p = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 42$ cm

2. $2p = 60 + 60 + 120 + 120 = 360$ m

3. Deverá comprar o equivalente a soma de todos os lados:

$23 + 30 + 17 + 42 = 112$ cm

4. a) Trapézio com 2 lados de 3 cm
$2p = 2 \times (3) + 5 + 7 = 18$ cm

b) Triângulo isósceles com 2 lados de 4 cm
$2p = 2 \times (4) + 2 = 8 + 2 = 10$ cm

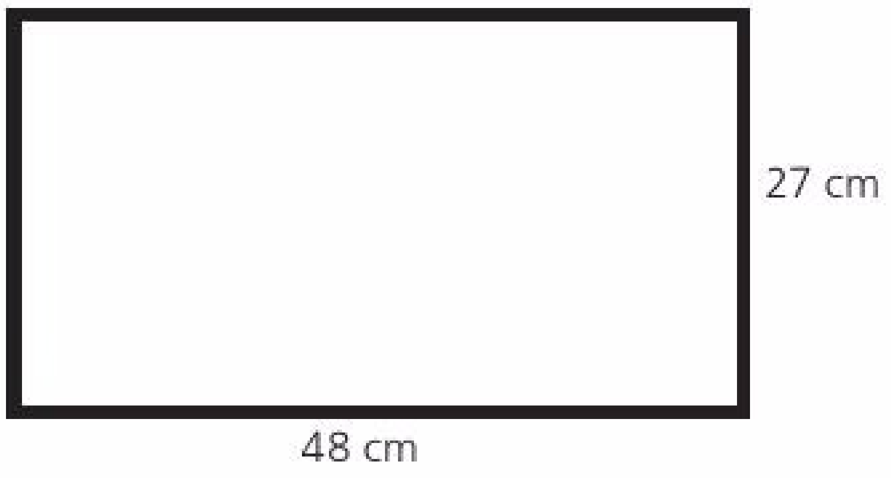
c) Retângulo com 2 lados de 2 cm e 2 lados com 6 cm
$2p = 2 \times (2) + 2 \times (6) = 4 + 12 = 16$ cm

d) Triângulo equilátero com 3 cm de lado
$2p = 3 \times (3) = 9$ cm

e) Quadrado com 10 cm de lado
$2p = 4 \times 10 = 40$ cm

f) Pentágono de 8 cm de lado
$2p = 5 \times (8) = 40$ cm

5. a)



$2p = (2 \times 28) + (2 \times 47)$

$2p = 56 + 94 = 150$ cm

b) dois fios = dobro do perímetro = 2 (2p)

$2\,(2p) = 400$

$2p = 200$

mas sabemos que

$2p = (2 \times 35) + 2x$

$2p = 70 + 2x$

Assim:

$200 = 70 + 2x$

$2x = 100$

$x = 65$ cm

c) O perímetro é 20 cm como sabemos que

$2p = c + c + (c + 2) + (c + 2)$

Temos:

$20 = 2c + 2c + 4$

$4c = 16$

$c = 4$ cm

Como a largura tem 2 metros a mais, temos:
$\ell = 6$ m

6. 1 – $A_1 = 6 \cdot 6 = 36$ cm^2

2 – $A_2 = 10 \cdot 3 = 30$ cm^2

3 – $A_3 = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$ cm^2

7. Resposta pessoal.

8. $A = 7$ cm $\cdot$ 2 cm $= 14$ cm^2

$A = 2$ cm $\cdot$ 5 cm $= 10$ cm^2

9. a) $A = 2$ m $\cdot$ 3 m
$A = 6$ m^2

b) $A = 6$ m $\cdot$ 3 m
$A = 18$ m^2

c) A = base · altura

Sabemos que $A = 40$ m^2

Então
$42 = 3 \cdot x$

$x = \frac{42}{3}$

$x = 14$ m

10. a) $A = \text{lado} \cdot \text{lado}$

$A = 44$

$A = 16\ \text{cm}^2$

b) $A = \text{lado} \cdot \text{lado}$

$A = 3 \cdot 3$

$A = 9\ \text{m}^2$

11. a) $A = \text{lado} \cdot \text{lado}$

$A = 8 \cdot 8 = 64\ \text{m}^2$

b) $P = \ell + \ell + \ell + \ell = 4\ell$

Nesse caso $\rightarrow 4\ell = 8$

$P = 8\ \text{m} \quad \ell = 2\ \text{m}$

Então: $A = \text{lado} \cdot \text{lado}$

$A = 2 \cdot 2 = 4\ \text{m}^2$

c) Nesse caso $A = 25\ \text{m}^2$

então: $A = \text{lado} \cdot \text{lado} = 25\ \text{m}^2$

$\rightarrow \text{Lado}^2 = 25\ \text{m}^2$

$\text{Lado} = 5\ \text{m}$

12. a) $A_{\text{TOTAL}} = \text{base} \cdot \text{altura}$

$A_{\text{TOTAL}} = 12 \cdot 4 = 48\ \text{m}^2$

b) $A_{\text{COZINHA}} = \text{base} \cdot \text{altura}$

$A_{\text{COZINHA}} = 2 \cdot 4 = 8\ \text{m}^2$

c) $A_{\text{DORMITÓRIO}} = \text{base} \cdot \text{altura}$

$A_{\text{DORMITÓRIO}} = 3{,}5 \cdot 4 = 14\ \text{m}^2$

d) Mas $A_{\text{SALA}} = \text{base} \cdot \text{altura}$

$\text{Base} = 12 - 2 - 1{,}5 - 3{,}5 = 5\ \text{m}$

Então: $A_{\text{SALA}} = 5 \cdot 4$

$A_{\text{SALA}} = 20\ \text{m}^2$

13. a) Sim. Exemplo: um quadrado com lado medindo 2 e um retângulo com lados medindo 1 e 4.

b) Sim. Exemplo: um quadrado com lado medindo 3 e um retângulo com lados medindo 2 e 4.

Respostas da seção Para estudar

14. a) Verdadeira.

b) Falsa.

c) Verdadeira.

d) Falsa.

15. a) $A_{\text{RetânguloABCD}} = 112\ \text{m}^2$

b) figura (1) = $13\ \text{m}^2$

figura (2) = $6\ \text{m}^2$

figura (3) = $13\ \text{m}^2$

16. a) $20\ \text{cm}^2$

b) $54\ \text{m}^2$

17. a) $A_{\text{TOTAL}} = 1\,620\ \text{cm}^2$

b) $A_{\text{Parte Azul}} = 810\ \text{cm}^2$

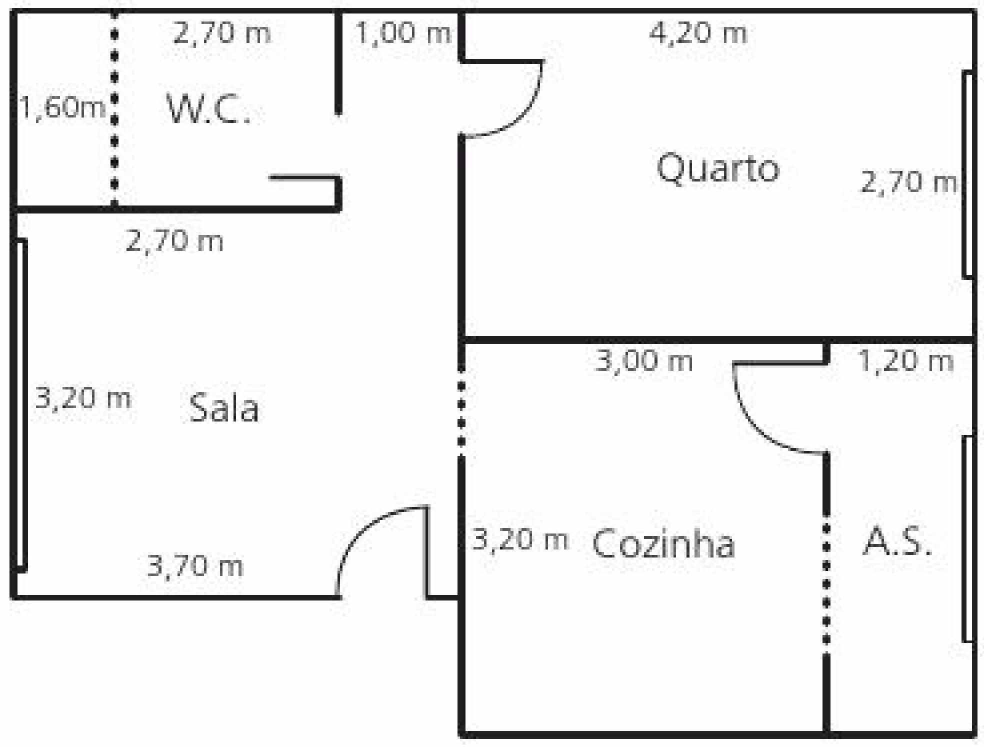
18. a) $A = 288\ \text{m}^2$

b) $A = 162\ \text{m}^2$

19. 17 cm

20. $A_{\text{CAMPO}} = 8\,250\ \text{m}^2$

21.



a) Comprimento = 4,20 m

Largura = 2,70 m

b) $A_{\text{QUARTO}} = 11{,}34\ \text{m}^2$

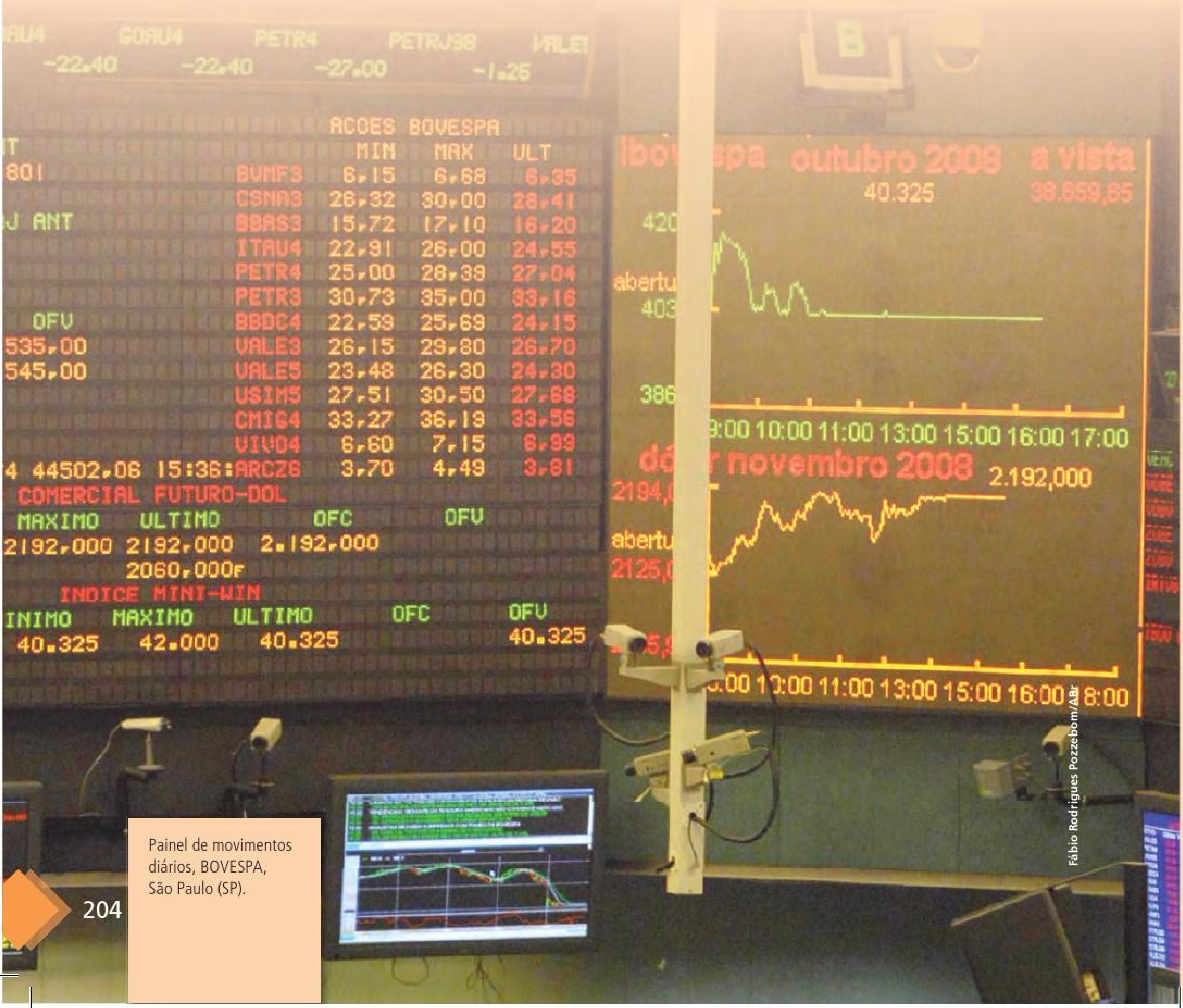
c) $A_{\text{Cozinha}} = 9{,}6\ \text{m}^2$

d) $A_{\text{AS}} = 3{,}84\ \text{m}^2$

capítulo **8**

Tabelas e gráficos

- Tabelas
- Gráficos de colunas



Painel de movimentos diários, BOVESPA, São Paulo (SP).

Fábio Rodrigues Pozzebom/ABr

Conversa Inicial

Professor, leve para a sala de aula jornais e revistas que ilustrem o uso de tabelas e gráficos nos veículos de comunicação. Fale sobre a importância de conhecer a linguagem matemática para fazer a leitura e interpretações dessas informações.

Ao abrimos um jornal, uma revista, ou mesmo uma página de Internet, é muito comum encontrarmos os mais diferentes tipos de tabelas. Elas são utilizadas, por exemplo, para detalhar uma notícia que envolve diversas informações, para mostrar a evolução de indicadores financeiros, populações e até mesmo a classificação dos times em torneios esportivos.

Veja as tabelas a seguir. Uma mostra as alturas de meninos e meninas de acordo com a idade e a outra as alíquotas do Imposto de Renda para o ano de 2015.

Relação entre idade e altura

Idade	Menino	Menina
Recém nascido	50 cm	49 cm
3 meses	60 cm	59 cm
6 meses	66 cm	65 cm
9 meses	71 cm	69 cm
1 ano	75 cm	73 cm
2 anos	86 cm	85 cm
3 anos	94 cm	93 cm
4 anos	102 cm	101 cm
5 anos	109 cm	106 cm
6 anos	115 cm	114 cm
7 anos	120 cm	120 cm
8 anos	126 cm	126 cm
9 anos	131 cm	132 cm
10 anos	136 cm	138 cm
11 anos	141 cm	142 cm
12 anos	146 cm	149 cm
13 anos	156 cm	154 cm
14 anos	160 cm	157 cm
15 anos	168 cm	160 cm
16 anos	171 cm	160 cm
17 anos	173 cm	160 cm
18 anos	175cm	162 cm

Fonte: OMS (Organização Mundial da Saúde)

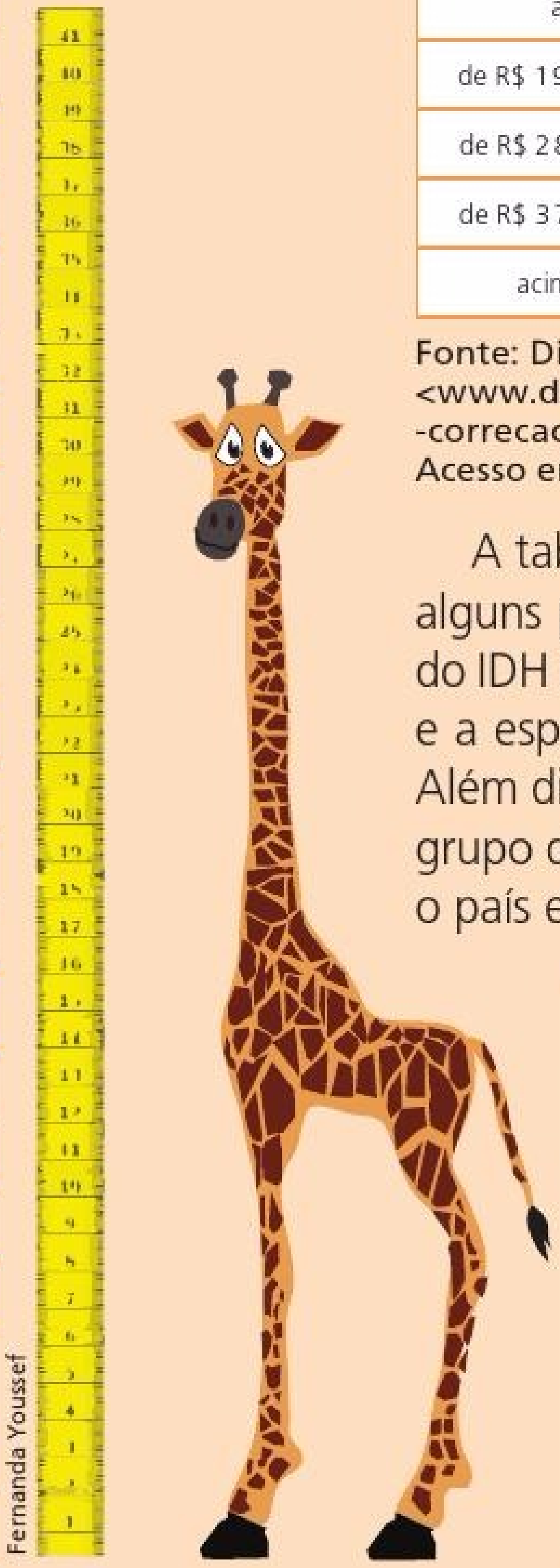
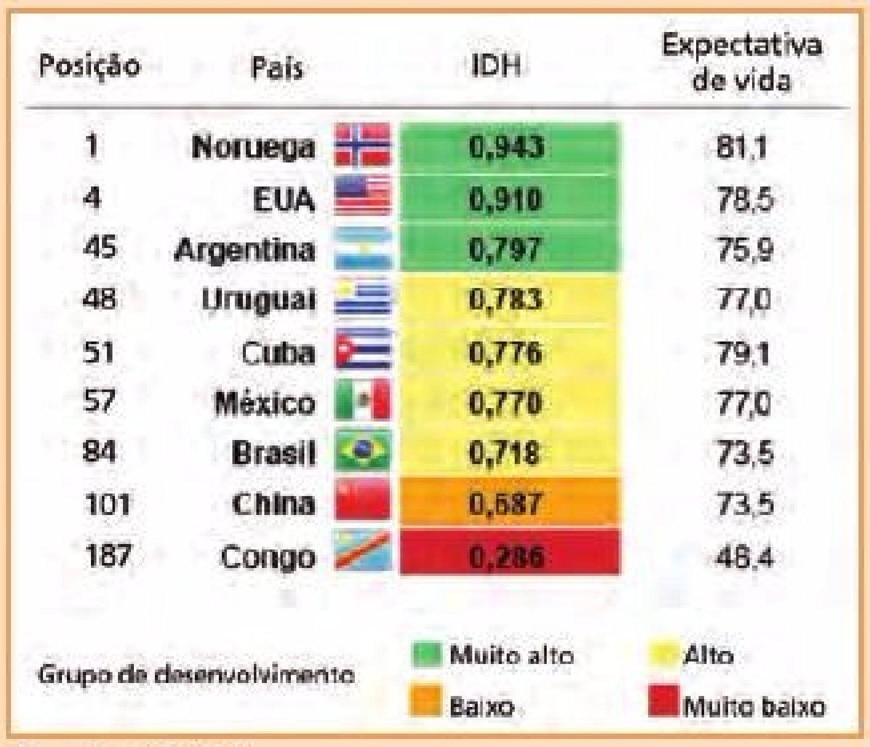

Fernanda Youssef

Tabela do IR para 2015 (a partir de 01/04)		
Salários	Alíquota (%)	Parcela a deduzir
até R$ 1 903,98	Isento	—
de R$ 1 903,99 até R$ 2 826,65	7,5	R$ 134,08
de R$ 2 826,66 até R$ 3 751,05	15	R$ 335,03
de R$ 3 751,06 até R$ 4 463,81	22,5	R$ 602,96
acima de R$ 4463,81	27,5	R$ 826,15

Fonte: Diário Oficial da União. Disponível em: <www.doolhojornal.com/news/economia/publica--correcao-tabela-imposto-renda>. Acesso em 22 mar. 2015

A tabela abaixo apresenta as posições de alguns países, incluindo o Brasil, no *ranking* do IDH (Índice de Desenvolvimento Humano) e a espectativa de vida de seus habitantes. Além disso, usando cores, a tabela mostra o grupo de desenvolvimento ao qual pertence o país e suas bandeiras.



Posição	País	IDH	Expectativa de vida
1	Noruega	0,943	81,1
4	EUA	0,910	78,5
45	Argentina	0,797	75,9
48	Uruguai	0,783	77,0
51	Cuba	0,776	79,1
57	México	0,770	77,0
84	Brasil	0,718	73,5
101	China	0,687	73,5
187	Congo	0,286	48,4

Grupo de desenvolvimento
🟩 Muito alto
🟨 Alto
🟧 Baixo
🟥 Muito baixo

Fonte: ONU.

Neste capítulo vamos estudar as diversas maneiras de interpretar os dados de uma tabela e como transformar uma tabela em um gráfico, facilitando ainda mais a interpretação dos dados.

Tabelas

Professor, leia os textos abaixo com seus alunos e construa a tabela no quadro.

As tabelas e os gráficos que podemos fazer a partir delas, apresentam diversas vantagens em relação às demais formas de representação, pois traduzem mais facilmente as relações mantidas entre os dados relativos aos fenômenos estudados.

As tabelas são produzidas dispondo-se os dados em linhas e colunas, de tal maneira que se possa observar a relação entre eles. A organização de uma tabela deve sempre objetivar a maior clareza possível em sua leitura e traduzir as grandes categorias de variáveis envolvidas no fenômeno estudado.

Suponha, por exemplo, que uma pesquisa realizada com 510 pessoas na cidade de São Paulo, para as quais foi perguntado por qual dos 5 grandes times do estado elas torcem, tenha produzido os seguintes dados: 150 torcem pelo Corinthians, 130 pelo Palmeiras, 110 pelo São Paulo, 80 pelo Santos, 30 pela Portuguesa e 10 por nenhum deles.

Todas essas informações estão na tabela abaixo:

Pesquisa sobre times preferidos

Times	Votos
Corinthians	150
Palmeiras	130
São Paulo	110
Santos	80
Portuguesa	30
Nenhum	10

Veja que grande utilidade tem uma tabela. Com ela, podemos perceber mais claramente o significado dos dados que a compõem, bem como a importância de cada um deles.

Fernanda Youssef

Gráficos de colunas

Professor, é muito importante pedir papel quadriculado aos alunos.

A tabela que representa a pesquisa sobre os times preferidos pode ser representada de uma maneira diferente fazendo-se um gráfico a partir de seus dados. Existem diversos tipos de gráficos que podemos fazer. Vamos, inicialmente, aprender como fazer um **gráfico de colunas**.

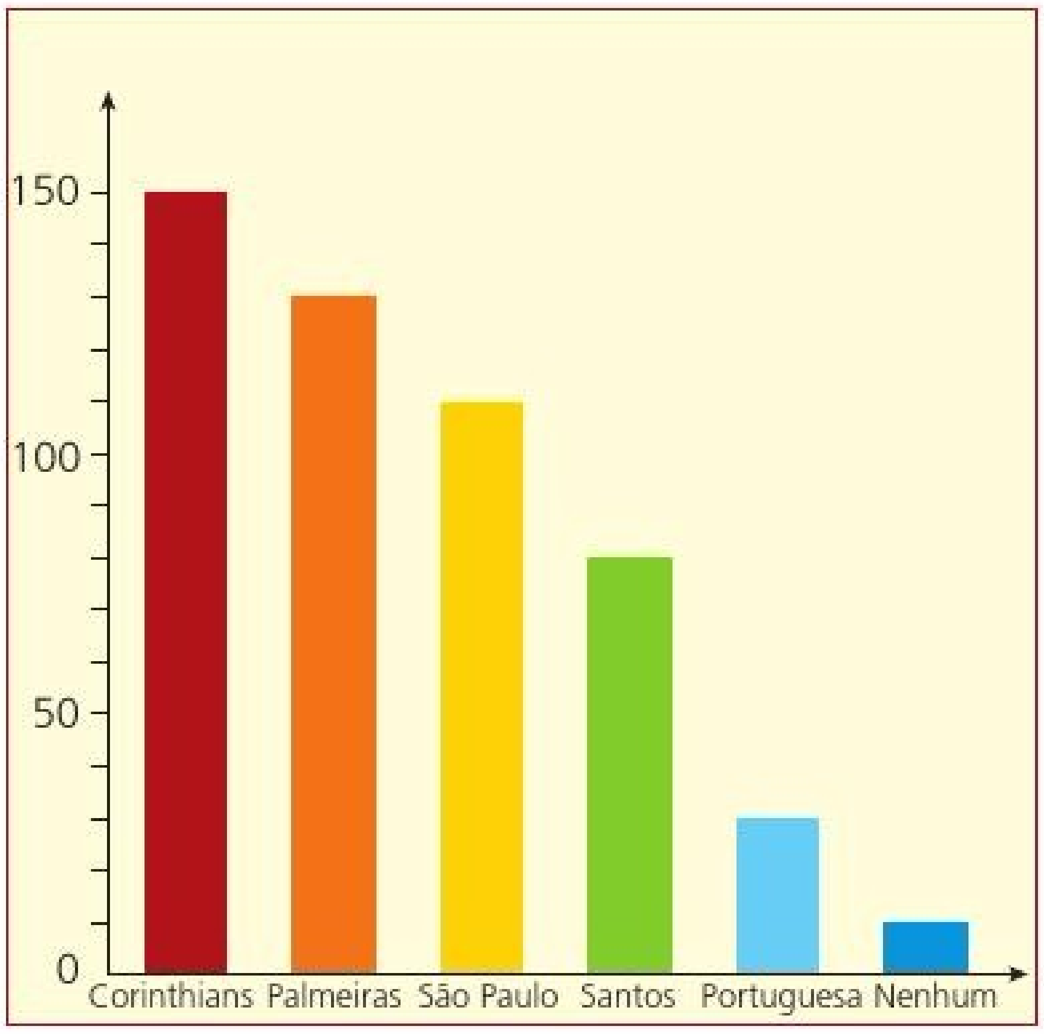
Utilizando um papel quadriculado, dispomos os nomes dos times, um ao lado do outro, numa linha horizontal, e sobre cada time desenhamos uma barra que representa a quantidade de votos que cada um obteve. Nesse caso, vamos atribuir a cada quadradinho do papel quadriculado o valor de 10 votos. Observe o que acontece:

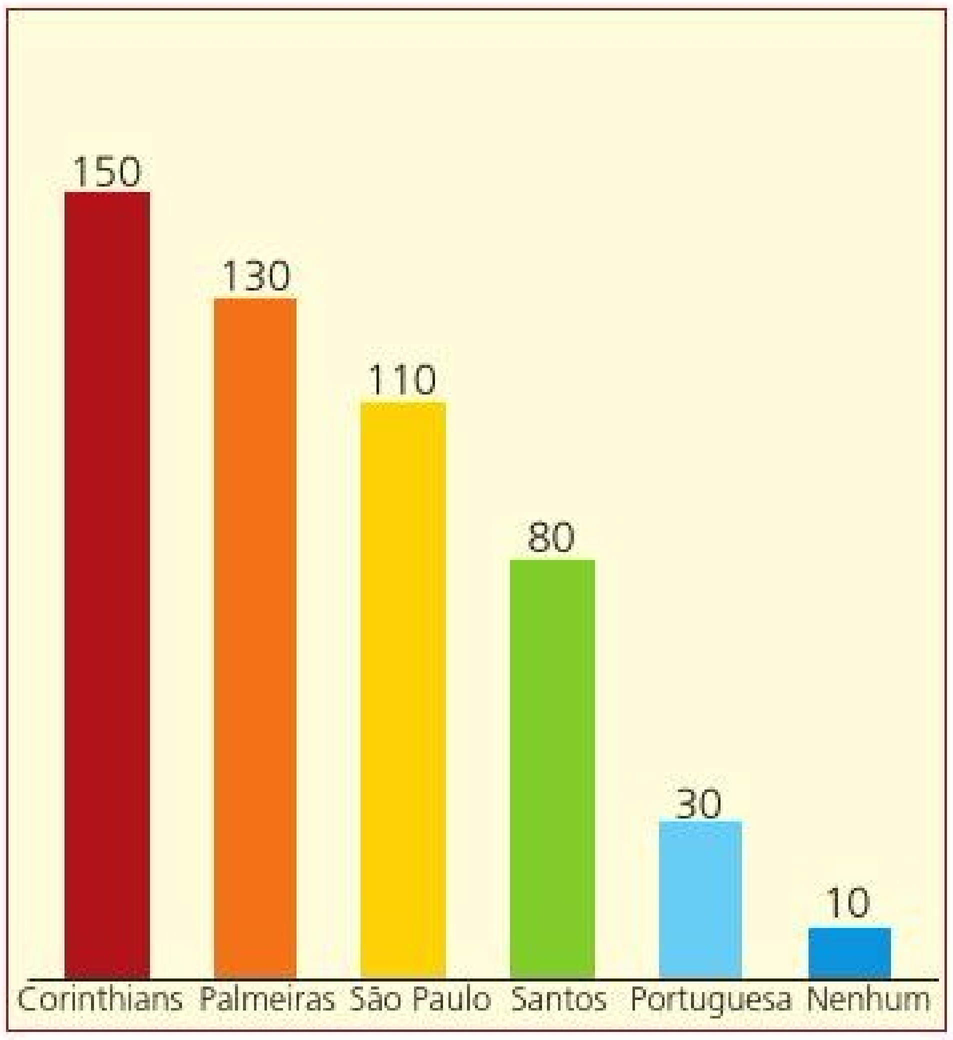
Basta uma simples olhada para que as informações contidas no gráfico fiquem claras e que possamos entendê-las.

Times preferidos em São Paulo

Porém, nem sempre as barras estão dispostas em papel quadriculado e nem sempre é utilizada uma escala, como a que utilizamos definindo que cada quadradinho equivalia a 10 votos. Existem situações em que os valores são indicados em um eixo vertical ou mesmo sobre cada uma das barras. Veja a mesma pesquisa representada em outros dois gráficos.

Professor, utilize os gráficos desta página para mostrar a importância da utilização de materiais adequados nas construções de gráficos.



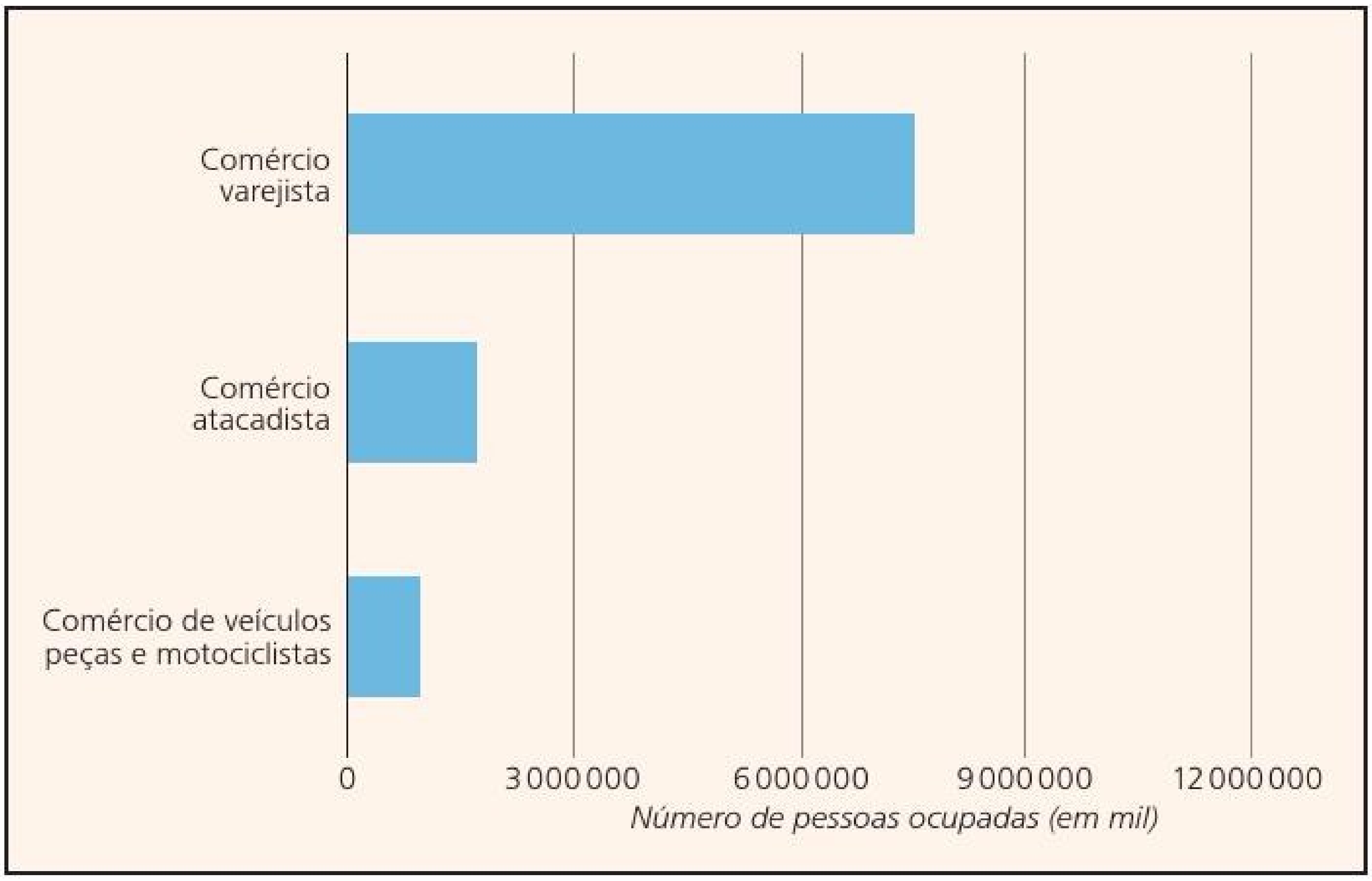


Professor, converse com os alunos sobre a importância da linguagem matemática em diversos setores da sociedade. Faça observações quanto á facilidade de ler as informações em um gráfico bem elaborado.

Observe, agora, um gráfico de barras publicado pelo **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)**, órgão responsável pelo levantamento de todos os dados relativos à população, geografia, comércio, indústria, serviços e levantamentos sobre a qualidade de vida no Brasil.

O gráfico apresenta dados a respeito dos empregos no setor de comércio no ano de 2006.

EMPREGOS NO SETOR DE COMÉRCIO – 2012



Fonte: IBGE. Disponível em <brasilemsintese.ibge.gov.br>. Acesso em 30 mar. 2014.

Confira no gráfico as seguintes estimativas:

- Em 2012, aproximadamente 7 500 000 pessoas estavam empregadas no setor do comércio varejista;
- Pouco mais de 1 700 000 pessoas trabalhavam no setor atacadista;
- Perto de 950 000 no comércio de veículos, peças e motocicletas.

Note que as informações que retiramos do gráfico são aproximadas, mas servem para nos dar uma ideia razoável sobre a distribuição dos empregos no setor do comércio no Brasil, tais como a segmentação das atividades e a predominância do setor de varejo sobre os demais naquele ano.

Para ler

Professor, leia o texto com seus alunos e discuta a situação apresentada no infográfico.

Setores produtivos

O trabalho e a produção no Brasil são comumente divididos entre quatro setores:

As imagens não são proporcionais entre si.

Foto [1] Fernando Bueno/Pulsar Imagens; [2] Cezar Diniz/Pulsar Imagens; [3] Tiago Queiroz/AE; [4] Juca Martins/Olhar Imagem

Você já deve saber que o setor industrial é formado pelas diferentes fábricas onde os mais diferentes tipos de produtos são desenvolvidos. Já o setor agropecuário diz respeito às diferentes modalidades de trabalho no campo, desde o plantio e colheita de grãos, hortaliças, frutas etc., até a criação de bovinos, suínos, caprinos e outros animais.

O setor de serviços é aquele que se incumbe da prestação de todos o tipos de serviços, tais como serviços financeiros, médicos, odontológicos e de saúde em geral, de mecânica, de manutenção etc. O setor de comércio é representado pelos diferentes empreendimentos de vendas de produtos, como, por exemplo, livros, eletrodomésticos, carros, roupas etc. Quando nos referimos a empreendimentos que vendem para consumidores finais (como você, por exemplo), estamos nos referindo ao que chamamos de varejo. Existem outros empreendimentos que vendem em grandes quantidades, exatamente para que as lojas sejam abastecidas para vender aos consumidores finais. Nesse caso, dizemos que se trata de comércio atacadista ou vendas no atacado.

Atividades

Professor, leia com os alunos as questões propostas e discuta cada situação.

1. Copie em seu caderno a tabela abaixo (sem as estrelas) e, a partir do gráfico do IBGE sobre empregos no setor de comércio em 2012 (página 208), preencha a tabela sobre esses empregos. Na coluna da esquerda da tabela, escreva os tipos de estabelecimentos comerciais e na da direita o número aproximado de trabalhadores empregados nesses estabelecimentos.

ESTABELECIMENTOS	NÚMERO DE EMPREGADOS
Atacadista	1 700 000
Varejista	75 000 000
Veículos, peças e motocicletas	950 000

Em seguida, responda, também em seu caderno:

a) Qual o setor com maior número de empregados? Varejista

b) Qual o setor com menor número de empregados? Veículos, peças e motocicletas

c) Quantos são os trabalhadores brasileiros do comércio que não trabalham no setor atacadista? 8 450 000 pessoas

2. A tabela a seguir foi elaborada com base na entrada de clientes em um Shopping Center durante um sábado, na semana anterior ao Natal, quando o Shopping fecha às 24h.

Horários de funcionamento	Clientes
Da abertura até 12h	700
Após as 12h até 14h	950
Após as 14h até 16h	1 350
Após as 16h até 18h	1 450
Após as 18h até 20h	1 250
Após as 20h até 22h	900
Após as 22h até 24h	450
Total	**7 050**

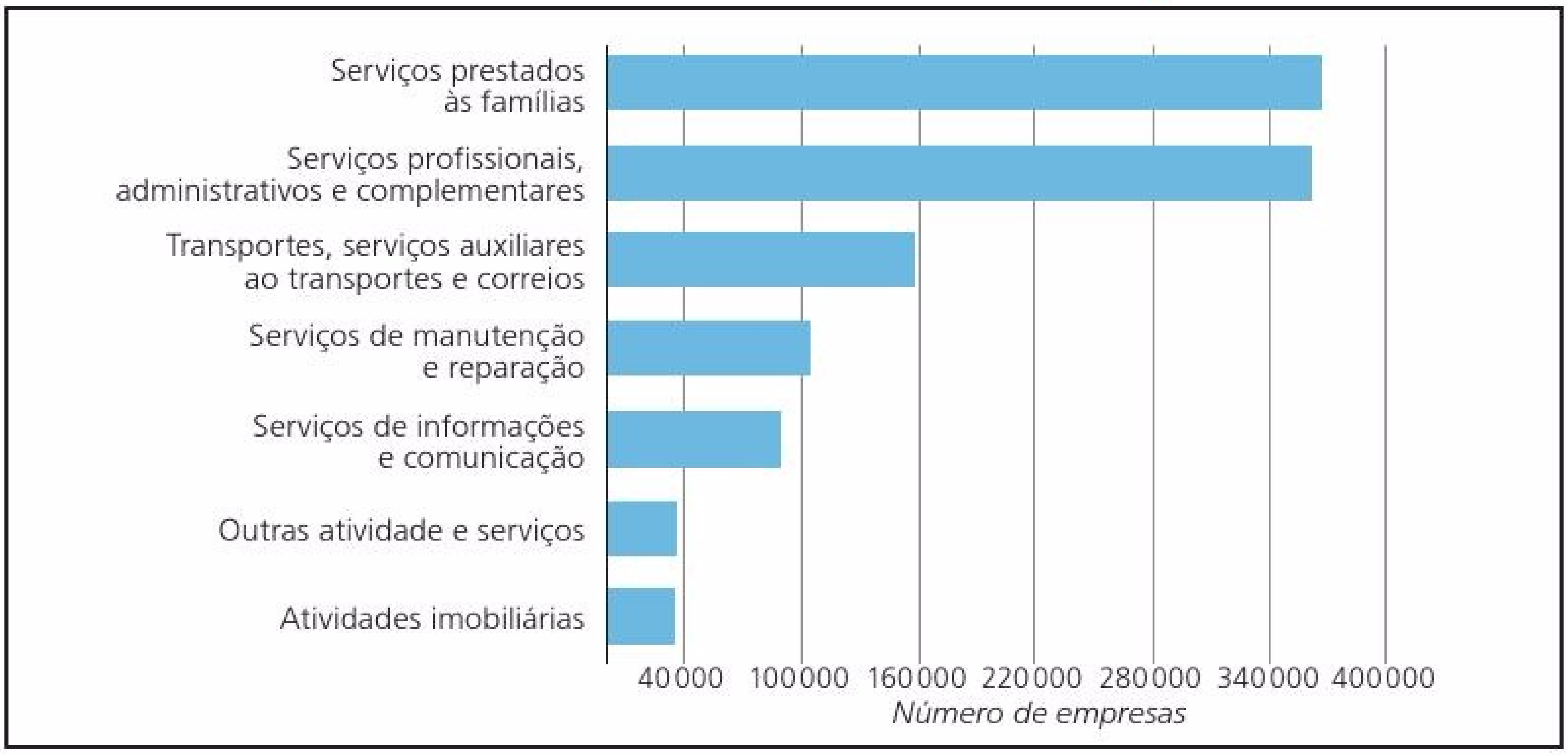
Analise a tabela e responda:

a) Qual o horário em que mais clientes entraram no Shopping? entre 16 h e 18 h

b) Sabendo que cada cliente gastou em média R$ 80,00 em sua estada no Shopping, qual será o faturamento médio do Shopping ao final do dia? R$ 80 · 7 050 = R$ 564 000,00

3. Construa um gráfico de colunas em papel quadriculado, apresentando os dados da tabela dos clientes que entraram no Shopping Center do exercício anterior, utilizando papel quadriculado. Cada quadradinho representa 100 clientes. Lembre-se de que você pode utilizar valores aproximados e indicar esses valores da tabela sobre cada barra. Não é preciso representar o total.
Construção no caderno.

4. O gráfico a seguir mostra a quantidade de empresas de prestação de serviços, de acordo com o tipo de serviço prestado. Ele também foi publicado pelo IBGE e refere-se ao ano de 2012. A primeira barra se refere a serviços prestados a famílias. São pouco mais de 340 000 empresas que prestam esses serviços. Agora, analise o gráfico e responda: ! Fazer estimativas



Fonte IBGE. Disponível em <http://www.ibge.gov.br/brasil_em_sintese/>. Acesso em 04 dez 2013.

a) Quantas são aproximadamente as empresas que prestam serviços de transportes?
Cerca de 160 000 empresas

b) Que tipos de serviços prestados apareciam em maior número em 2012.
Serviços prestados a famílias

! Interpretar tabela

5. A tabela a seguir mostra as distâncias aéreas aproximadas, entre quatro capitais brasileiras. As distâncias estão em quilômetros.

	São Paulo	Rio de Janeiro	Belo Horizonte	Salvador
São Paulo	▥	400	560	1 510
Rio de Janeiro	400	▥	360	1 350
Belo Horizonte	560	360	▥	980
Salvador	1 510	1 350	980	▥

Considere um avião que vai de São Paulo a Belo Horizonte e, em seguida, a Salvador, enquanto um segundo avião sai do Rio de Janeiro e vai para Salvador passando por Belo Horizonte. Com base na tabela, responda:

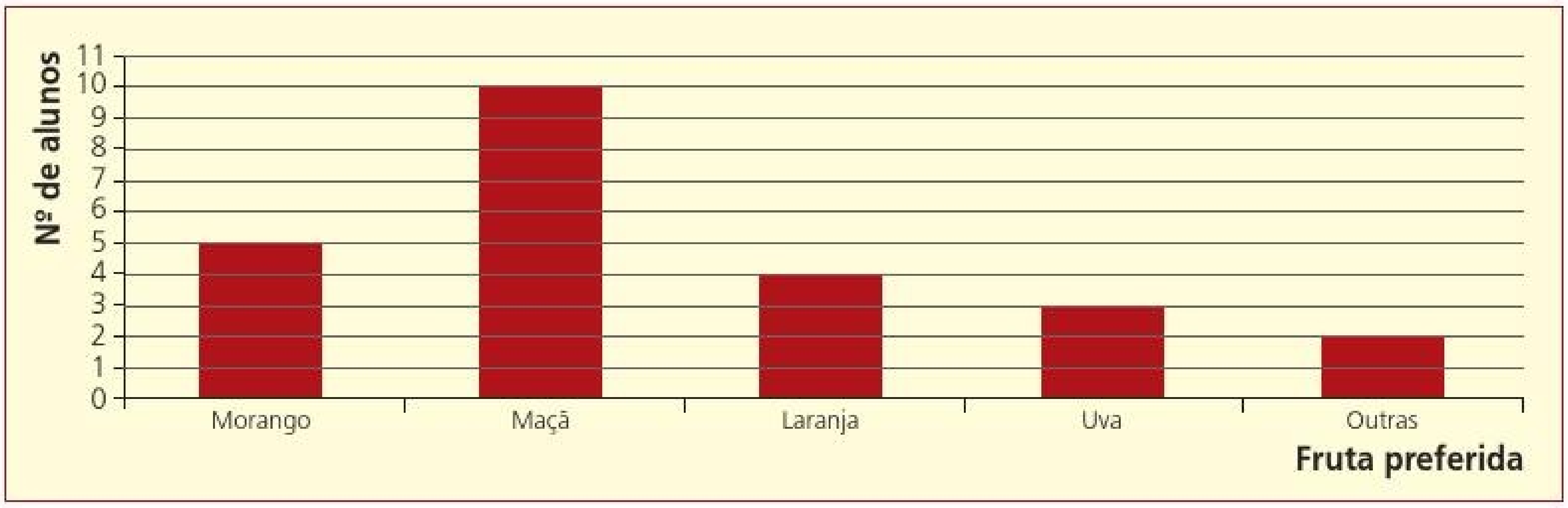
a) Qual dos dois percursos é maior? O maior percurso é do primeiro avião

b) Qual a diferença entre os dois percursos? 220 km

c) Que distância percorre entre ida e volta um avião que faz a ponte aérea entre São Paulo e Rio de Janeiro? 400 km

6. O Campeonato Brasileiro de Futebol é organizado entre 20 times que jogam entre si duas vezes em turno e returno por pontos corridos. Quantos jogos são realizados nesse campeonato?
380 jogos

7. Francisco fez uma pesquisa entre os alunos de sua turma de 6º ano. A pesquisa pedia que cada aluno respondesse à seguinte questão: qual a fruta de que você mais gosta? O resultado está representado pelo gráfico a seguir.



Com base no gráfico da pesquisa de Francisco, responda:

a) Qual a fruta mais indicada? maçã

b) Quantos alunos não têm a fruta mais indicada como sua preferida? 10

c) Quantos alunos não indicaram morango, laranja, maçã ou uva? 2

d) Quantos alunos tem a turma? 24 alunos

8. A tabela a seguir mostra a altura média de jovens entre 10 e 18 anos e foi organizada com base em dados da Organização das Nações Unidas (ONU).

Idade (anos)	Altura (cm)	
	Sexo masculino	Sexo feminino
Mais que 10 anos até 11 anos	140	142
Mais que 11 anos até 12 anos	147	148
Mais que 12 anos até 13 anos	153	155
Mais que 13 anos até 14 anos	160	159
Mais que 14 anos até 15 anos	166	161
Mais que 15 anos até 16 anos	171	162
Mais que 16 anos até 17 anos	175	163
Mais que 17 anos até 18 anos	177	164

Responda:

a) Qual a variação da altura média dos meninos entre os 10 e os 18 anos? E a das meninas?
37 cm

b) Entre que idades as meninas são, em média, mais altas que os homens?
Entre 10 e 13 anos

c) Entre que idades ocorre o contrário?
Entre 14 e 18 anos

Na prática

Pesquise em sua escola

Forme um grupo com mais dois colegas e escolha um dos temas a seguir:

- Animal de estimação preferido
- Matéria preferida
- Tipo de música preferido
- Programa de TV preferido
- Time de futebol preferido
- Esporte predileto
- Altura dos meninos da classe
- Altura das meninas da classe
- Mês de aniversário dos alunos da classe

Fernanda Youssef

a) Considerando o tema escolhido pelo grupo, faça uma pesquisa com os alunos da turma e monte em seu caderno uma tabela como o modelo abaixo. Em seguida, preencha-a, com a coluna da esquerda indicando as opções de cada tema e na da direita a quantidade de respostas para cada opção. O total de votos nesta tabela deverá sempre ser igual ao total de alunos na turma.

OPÇÕES	QUANTIDADE
Outros (ou outras)	
Total	

b) Representando os resultados, faça um gráfico de barras em um papel quadriculado, no qual cada quadradinho represente 5 alunos.

Professor, proponha aos alunos que montem o perfil da classe. Leia o roteiro da pesquisa junto aos alunos e forme grupos de trabalho. Após o término do trabalho, cole nas paredes da sala de aula os dados obtidos na pesquisa para que haja a socialização dos dados.

Para estudar

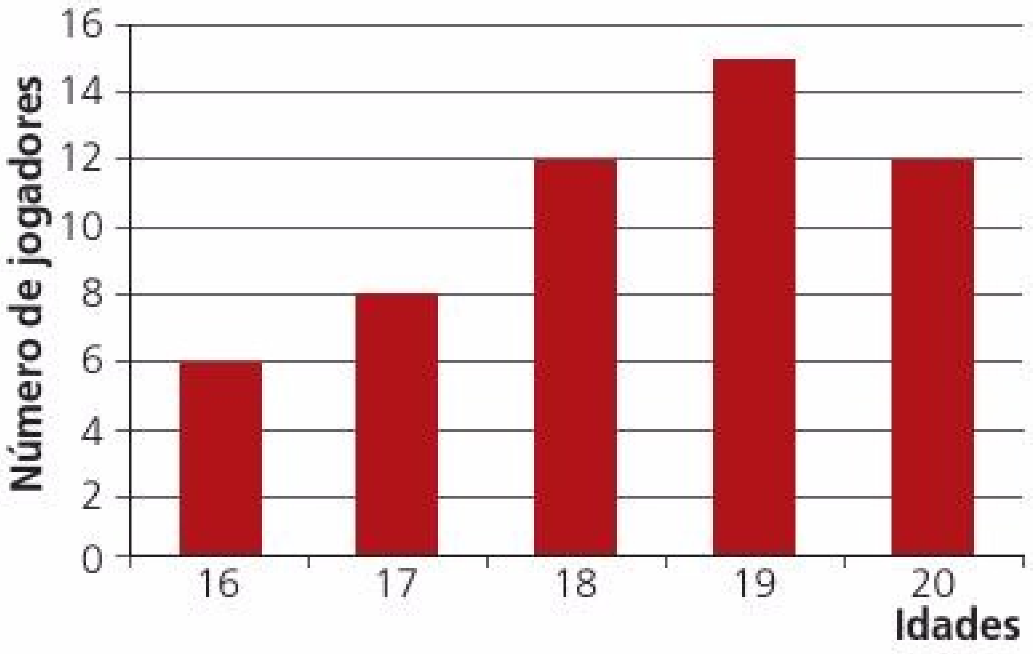
Professor, reforce a importância de o aluno resolver todos os exercícios propostos, utilizando material adequado nas construções de gráficos e tabelas.

9. Um Instituto de Pesquisa ouviu a opinião de 171 pessoas sobre o desempenho de uma banda de *rock* em um festival. O resultado está na tabela a seguir.

Opinião	Número de pessoas
Ótimo	45
Bom	84
Regular	27
Ruim	15

Construa em seu caderno um diagrama quadrado com 10 cm de lado e quadriculados de meio centímetro. Faça o gráfico de colunas que represente a pesquisa realizada após o *show*.

10. Numa competição esportiva, admitiam-se apenas jogadores entre 16 e 20 anos. Feito um levantamento sobre a idade dos participantes obteve-se o seguinte gráfico:



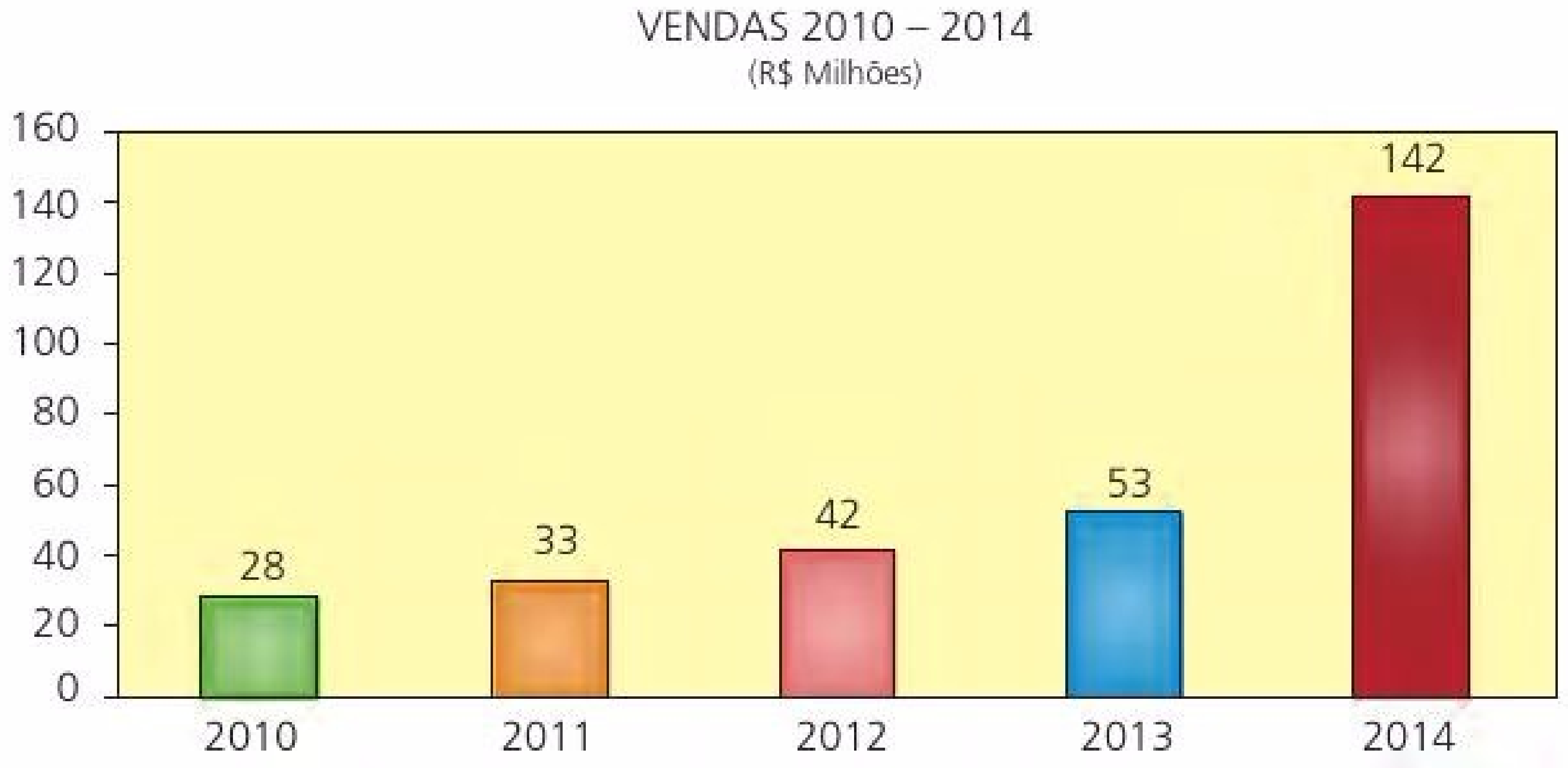
a) Analise o gráfico e monte em seu caderno uma tabela que indique a quantidade de participantes de cadaw idade.

b) Calcule o número total de competidores.

c) Quantos jogadores têm mais de 18 anos?

d) Quantos jogadores têm idades maiores ou iguais a 17 anos?

11. Uma Cooperativa de Produtores de Grãos para exportação teve um desempenho de vendas, no período de 2010 a 2014, representado pelo gráfico a seguir.



Com base nos valores apresentados no gráfico, responda:

a) Entre que anos houve a maior variação de vendas? Qual o valor dessa variação.

b) Qual a variação de vendas entre o ano inicial e o ano final do período representado pelo gráfico?

Resolução das atividades

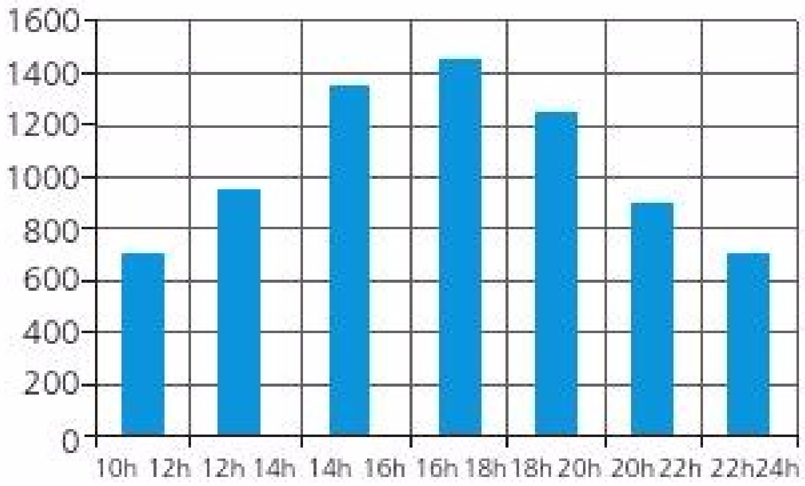
1.

Estabelecimentos	Números de empregados
Atacadista	1 700 000
Varejista	7 500 000
Veículos, peças e motocicletas	950 000

2. a) entre 16 h e 18 h

b) R$ 80 · 7 050 = R$ 564 000,00

3.



4. a) Cerca de 160 000 empresas.

b) Serviços prestados a famílias

5. Primeiro avião → 560 km + 980 km = 1 540 km

Segundo avião → 360 km + 960 km = 1 320 km

a) O maior percurso é do primeiro avião

b) 1 540 km – 1 320 km = 220 km

c) 400 km

6. São realizados 20 · 19 = 380 jogos

7. a) maçã

b) 10

c) 2

d) 5 + 10 + 4 + 3 + 2 = 24 alunos

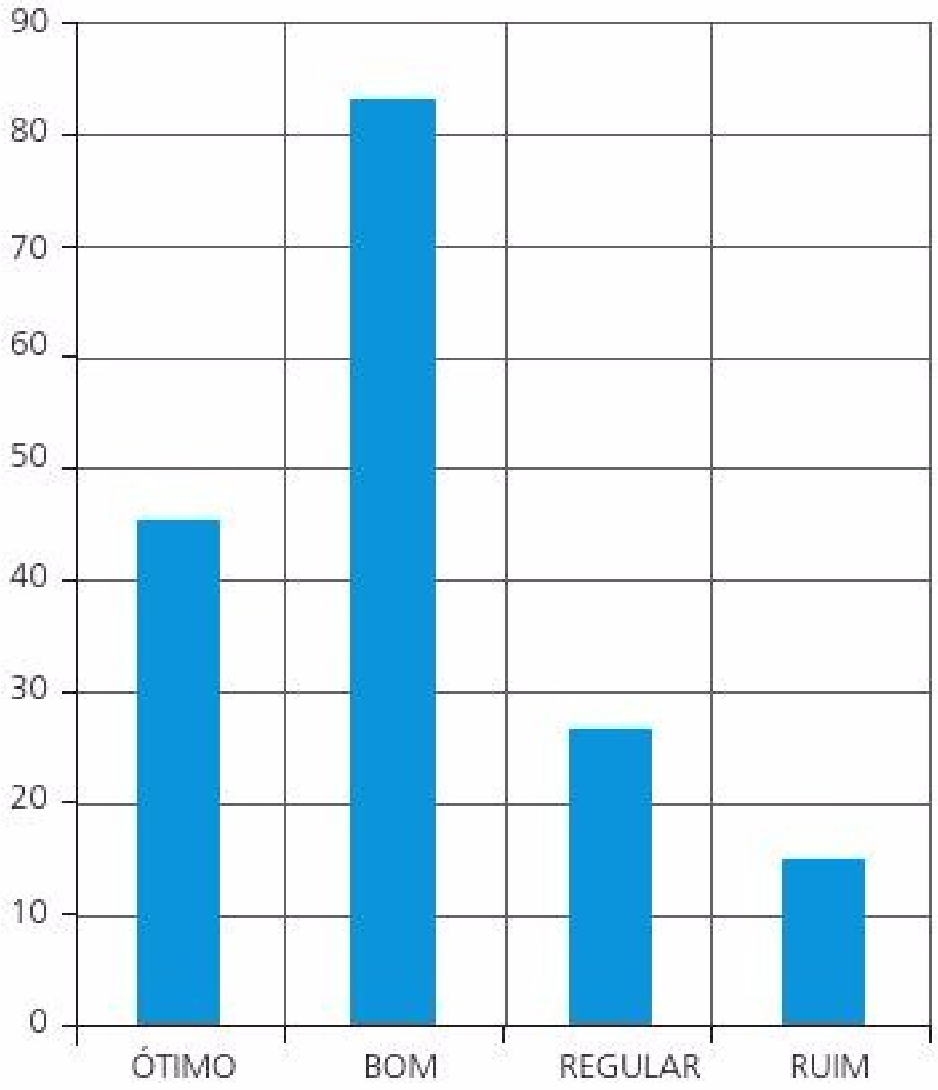
8. a) 177 cm – 140 cm = 37 cm

b) Entre 10 e 13 anos

c) Entre 14 e 18 anos

Respostas da seção Para estudar

9.



10. a)

Idades	Número de jogadores
16	6
17	8
18	12
19	15
20	12

b) 53 competidores

c) 27 jogadores

d) 47 jogadores

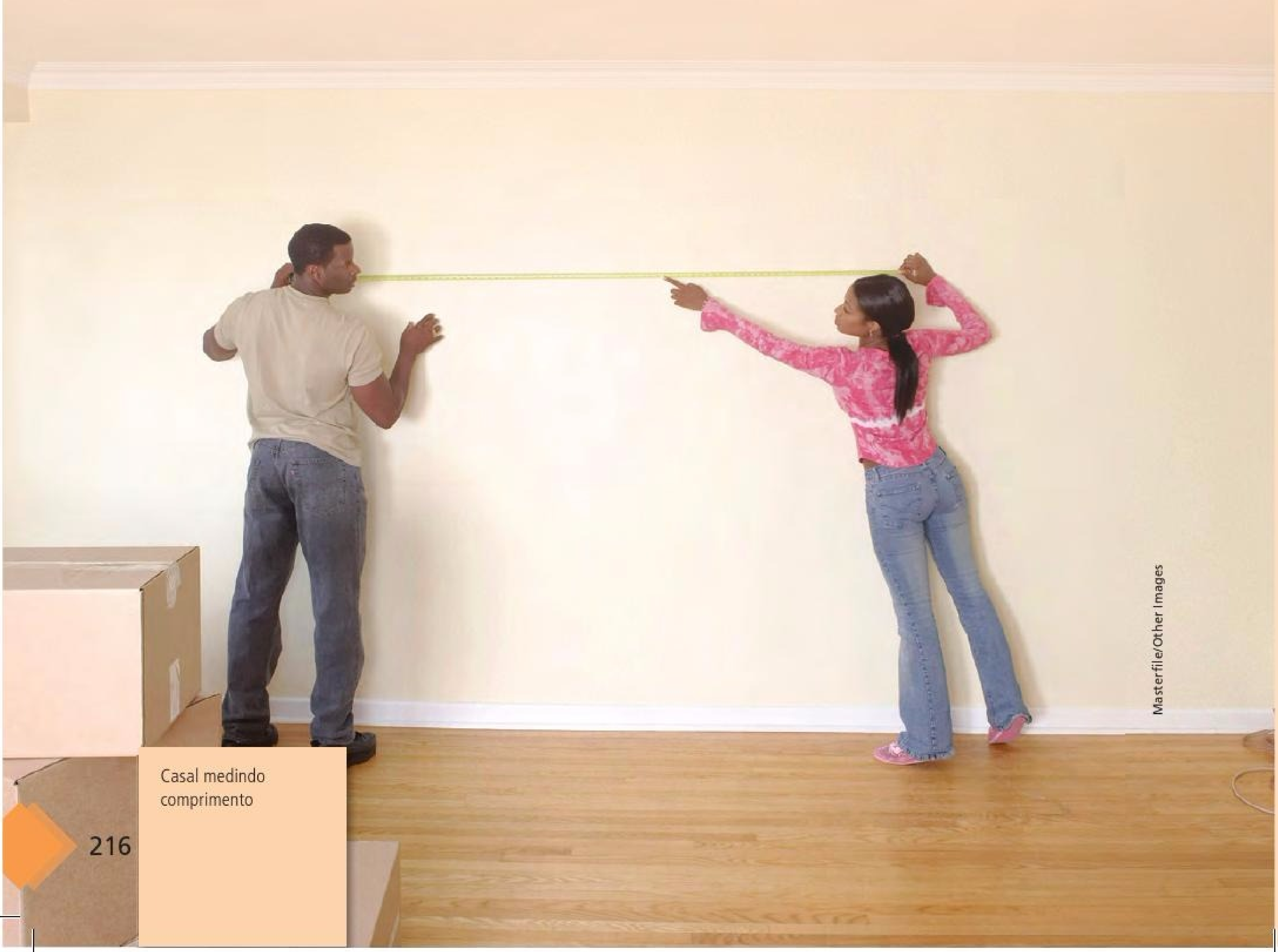
11. a) Entre 2010 e 2011. R$ 90 milhões.

b) R$ 114 milhões.

capítulo 9

Medidas

- Sistema métrico decimal
- Medidas de comprimento
- Medidas de área
- Medidas de volume e capacidade
- Medidas de massa
- Medidas de tempo



Masterfile/Other Images

Casal medindo comprimento

Conversa Inicial

O ato de medir sempre fez parte do cotidiano dos seres humanos, pois a compreensão do que acontece ao nosso redor depende de dominarmos os fenômenos com os quais nos relacionamos.

Para conhecermos as dimensões do local em que estamos, uma distância percorrida, o tempo gasto para realizar um trabalho, a energia elétrica consumida em um mês etc., precisamos realizar medidas.

Conta Mensal de Serviços de Água e/ ou Esgotos
companhia de saneamento básico do estado de são paulo-sabesp

RGI
00599825/51

Mes de Referencia
NOVEMBRO/15

Endereco
NICOLAU MARIA ROSSETTI,R PROF 22

Numero da Conta
1383005998251

Hidrometro Y01S301210
Codif. 35.120.059.0369.0287.0000.0000

Economias:	Res	Com	Ind	Pob	CR
	1				

LEITURA

Data	Condicao	Anterior	Atual	Proxima Data Prevista
05/12/11	LEITURA NORMAL	924	930	04/01/12

CONSUMO (m3)

Atual	Ultimos meses						Media	Ajuste
6	MAI -	9 R	JUL -	6 R	SET -	5 R	7	1.033
	JUN -	7 R	AGO -	6 R	OUT -	10 R		

TARIFAS DE AGUA POR FAIXAS DE CONSUMO

Faixas	Tarifas	Consumo (m3)	Valor-R$
ATE 10	15,16	Valor Minimo	15,16
11 A 20	2,37		
21 A 30	5,92		
31 A 50	5,92		
ACIMA DE 50	6,52		
Subtotal por Economias			15,16
X 0001	(Qtd. de Economias)		15,16
X 1.00000000	(Ft de Ajuste Tarifario)		15,16

DISCRIMINACAO DO FATURAMENTO

Agua	15,16
Esgotos	15,16

Vencimento 15/12/15

Total a Pagar R$ *********30,32

Conta de água com valores de consumo mensal

Professor, leia o texto e discute com os alunos o conceito de grandeza, o que é mensurável e o que não é mensurável.

Considerando que dependemos bastante do ato de medir, é importante que tenhamos sistemas organizados para realizar medidas. Nesse sentido, é fundamental que compreendamos o conceito de unidade de medida. Afinal, medir alguma coisa é estabelecer quantas vezes essa coisa é maior ou menor do que uma unidade que escolhemos como padrão.

Durante muito tempo, cada cultura teve seu próprio sistema de medidas. Essas unidades de medidas eram geralmente arbitrárias e baseavam-se, por exemplo, no corpo humano. É o caso do palmo, pé e polegada, dos quais você já deve ter ouvido falar.

Andrew C./SXC

Mão humana indicando a polegada.

Professor, é fundamental diferenciar grandezas (o que é mensurável) de unidades de medidas (como se mede).

Sistema Métrico Decimal

As diferentes unidades criavam diversos problemas para o comércio, especialmente quando este se dava entre povos que utilizavam unidades diferentes. A necessidade de converter uma medida em outra era tão importante quanto a necessidade de converter uma moeda em outra. Na verdade, em muitos países, inclusive no Brasil dos tempos do Império, a instituição que cuidava da moeda também cuidava do sistema de medidas.

Em 1789, numa tentativa de resolver esse problema, foi criado o Sistema Métrico Decimal, constituído inicialmente de três unidades básicas: o metro, que deu nome ao sistema, o litro e o quilograma.

Metro

No Sistema Métrico Decimal, a unidade de medida parra a grandeza **comprimento** foi denominada **metro** e definida como uma pequena parte de um meridiano terrestre. Para materializar o metro, construiu-se uma barra de platina que está no Escritório Nacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, na França. Esta barra de platina tem similares em outros institutos de pesos e medidas do mundo.

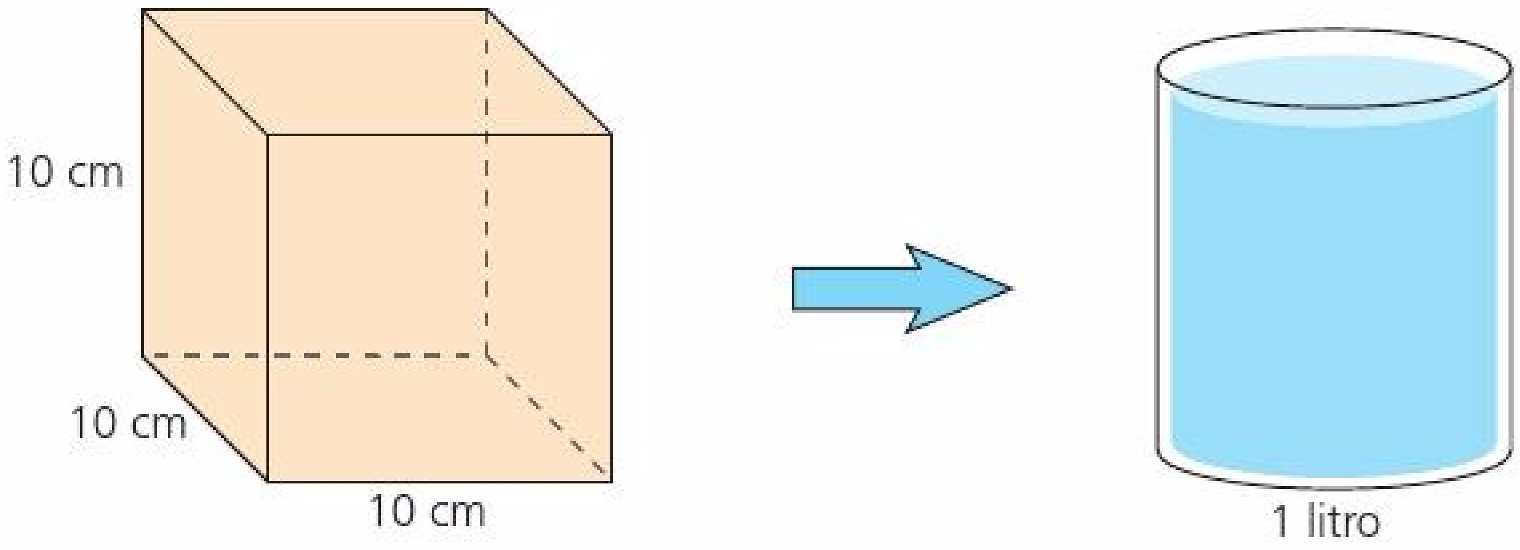
Omikron/Photo Researchers/Getty Images

Barra de platina que está no Bureau Nacional de Medidas, Syracuse (EUA)

Hoje, o metro é definido da seguinte maneira: "comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo, durante um intervalo de tempo equivalente a $\frac{1}{299\,792\,458}$ de segundo". Para que você entenda essa definição, basta saber que a velocidade da luz no vácuo é de **299 792,458** quilômetros por segundo, ou **299 792 458** metros por segundo. Por essa razão, na fração utilizada na definição, a luz percorrerá 1 metro.

Litro

A unidade de medida de volume, no Sistema Métrico Decimal, foi chamada de litro e definida como o volume de um cubo de 10 cm de aresta. Atualmente, ao invés do litro, utilizamos o metro cúbico como unidade de medida.



Quilograma

O quilograma é definido para medir massa. Inicialmente, no Sistema Métrico, 1 quilograma era definido como sendo a massa de um litro de água pura. Para representar um quilograma, foi construído um cilindro de platina que também se encontra no Escritório Nacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, na França e em outros institutos de pesos e medidas no mundo.


Omikron/Photo Researchers/Getty Images

Cilindro de platina que está no Bureau Nacional de Medidas, Syracuse (EUA)

Diversos países adotaram o sistema métrico, inclusive o Brasil. Isso favoreceu o desenvolvimento científico e tecnológico, pela facilidade de troca de informações e de utilização de máquinas e instrumentos com medidas comuns. Mais tarde, a partir de 1960, o Sistema Métrico Decimal evoluiu para o Sistema Internacional de Medidas, adotado hoje em todos os países do mundo.

Medidas de Comprimento

Entre as medidas mais comuns que realizamos em nosso dia a dia está a medida de **comprimento**. Já sabemos que a unidade de medida de comprimento é o **metro** e seu símbolo é **m**.

Professor, leve para a sala de aula alguns objetos como trena, fita métrica, para fazer algumas medições junto com os alunos. Meça a altura dos alunos, tamanho da sala de aula, medidas do quadro, entre outras medidas.

Albert Lozano Nieto; Avesun/PhotoXpress; Dora Mitsonia/SXC; Mibseo/Dreamstime

Metro dobrável, fica métrica, régua e trena.

Dependendo do comprimento que seja necessário medir, podemos utilizar outras unidades que são derivadas do metro. Para medir grandes distâncias, por exemplo, como a distância entre duas cidades, geralmente utilizamos o quilômetro, que equivale a 1 000 metros. Seu símbolo é **km**, pois o prefixo **k**, representa 1 000 vezes.

Cpenler/Dreamstime

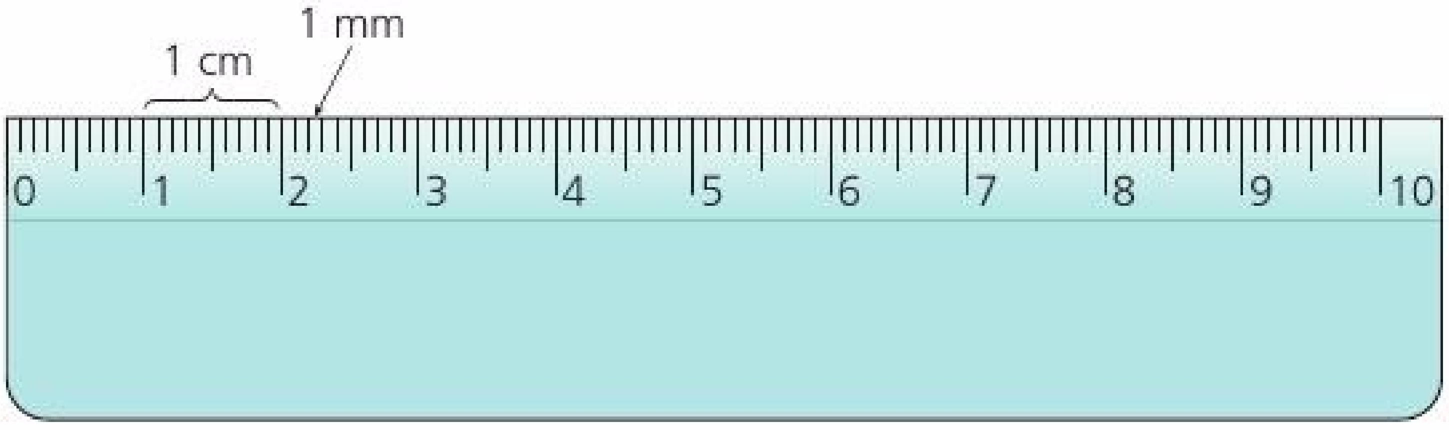
Placa indictiva de quilômetro em rodovia.

1 km = 1 000 m

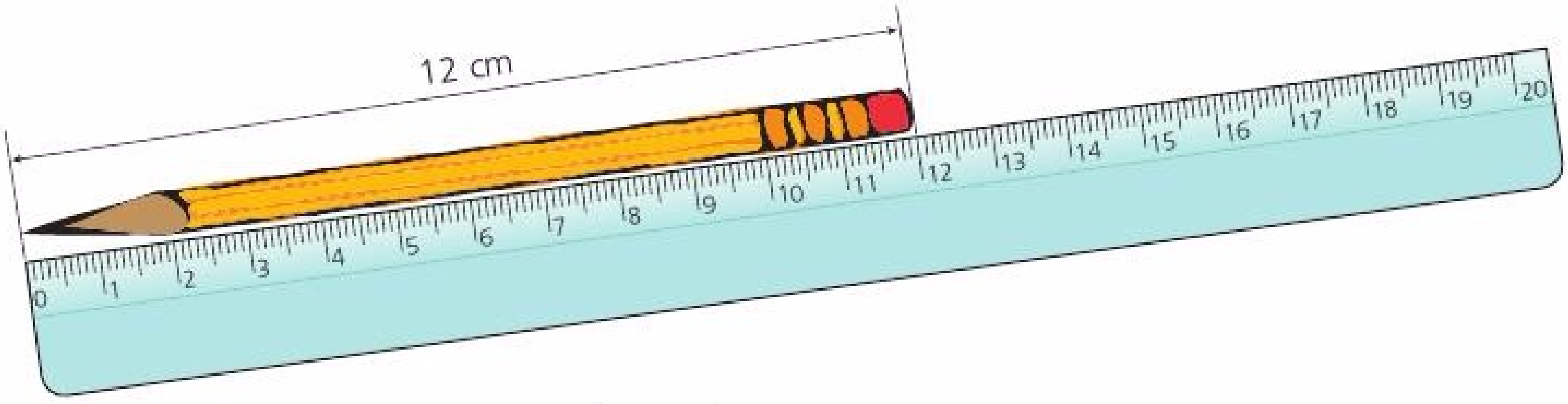
Por outro lado, quando precisamos medir comprimentos pequenos, como o tamanho de um lápis, por exemplo, utilizamos o centímetro **(cm)** ou o milímetro (**mm**).

O **centímetro** é a **centésima parte do metro**, e o milímetro é a milésima parte do metro, ou seja o centímetro equivale ao metro dividido por 100 e o milímetro ao metro dividido por 1 000.

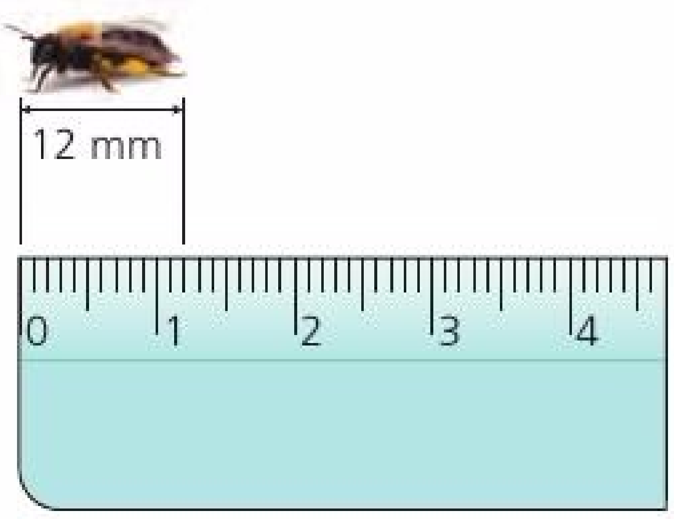
Note que a régua a seguir está graduada até os 10 cm e que cada divisão do centímetro equivale a 1 mm. Nessa régua temos 100 mm.



1 cm = 0,01 m
1 mm = 0,001 m



O lápis mede 12 cm



Siloto/PhotoXpress

As imagens não são proporcionais entre si.

Uma abelha mede 12 mm

O quilômetro, o centímetro e o milímetro são, sem dúvida, as unidades derivadas do metro mais utilizadas na medida de comprimentos. Porém, existem outras. Observe o quadro dessas unidades de comprimento no sistema métrico.

MÚLTIPLOS			UNIDADE FUNDAMENTAL	SUBMÚLTIPLOS		
quilômetro **km** 1 000 m	hectômetro **hm** 100 m	decâmetro **dam** 10 m	metro **m** 1 m	decímetro **dm** 0,1 m	centímetro **cm** 0,01 m	milímetro **mm** 0,001 m

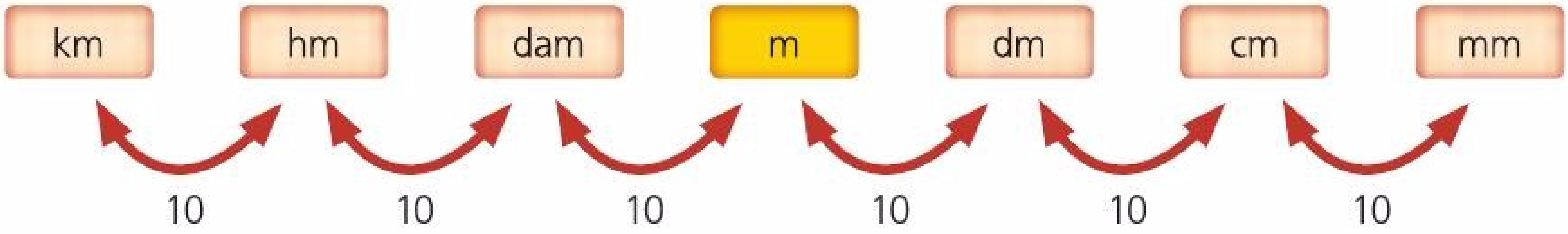
Professor, reproduza a tabela com as unidades de medidas no quadro e faça as relações entre as unidades de medidas para garantir a compreensão.

Note no quadro acima que cada unidade é equivalente a 10 vezes a unidade imediatamente à sua direita. Assim, temos, por exemplo, que 1 km que equivale a 10 hm.

A partir desse quadro, você pode utilizar unidades diferentes para expressar um mesmo comprimento. Uma pessoa pode dizer que mora a 5 000 m ou a 5 km da praia e um lápis pode medir 12 cm ou 120 mm.

Vamos ver como se transforma uma medida de comprimento, de uma unidade para outra.

Basta observar o quadro das unidades de comprimento do sistema métrico e estabelecer a relação entre cada uma delas:



No quadro, da esquerda para a direita, cada unidade equivale a 10 vezes a seguinte. Por isso, para transformar uma certa medida, de uma unidade para a seguinte, devemos multiplicar por 10 o número que indica a medida. Por exemplo:

- 7,2 dam = 72 m
- 120 km = 1 200 hm = 12 000 dam = 120 000 m

Observe que, para passarmos de km para metros, multiplicamos 3 vezes sucessivas por 10, pois o metro está a 3 posições à direita do km.

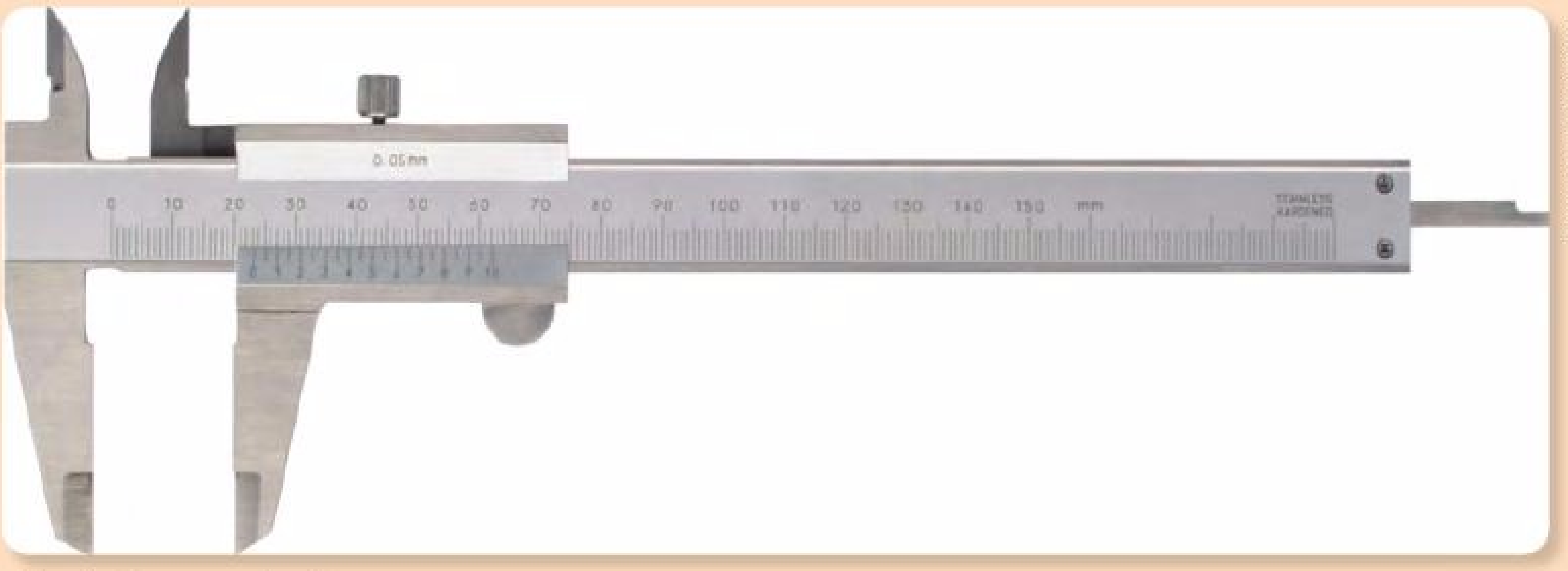
Veja agora que, para transformar uma certa medida de uma unidade para uma anterior, dividimos por 10 o número que indica a medida. Por exemplo:

- 80 dam = 8 hm
- 15 cm = 1,5 dm
- 2 300 m = 230 dam = 23 hm

Professor, conte aos alunos sobre a invenção do paquímetro que aconteceu no século XVI. Pedro Nunes foi o inventor do Nônio, instrumento usado para medir frações em uma escala. Clavius o aperfeiçoou e Vernier conduziu o desenvolvimento até obter o instrumento paquímetro.

O paquímetro

O Paquímetro é um instrumento de precisão que serve para efetuar medidas de comprimentos, espessuras, diâmetros e profundidades, geralmente em situações de dimensões reduzidas.


Thorsten Mauch/SXC

Paquímetro convencional.

O Paquímetro é uma régua metálica sob a qual está montada uma segunda haste, que pode deslizar sob ela. Sua escala é graduada em milímetros e polegadas. A polegada é uma unidade de medida de comprimento que equivale a 25,4 mm. A haste deslizante possui uma escala bastante pequena, possibilitando medidas de até 1/10 de milímetro, ou até mais, em alguns paquímetros especiais.

Gokhan Okur/SXC

Paquímetro digital.

O paquímetro é utilizado por diversos profissionais, como os que trabalham em oficinas, laboratórios de mecânica, serralherias, artesanato de ferro e de madeira, e nos demais ofícios que necessitam medidas mais precisas, como aqueles em que as exigências de precisão forem da ordem de 0,1 mm, 0,05 mm e 0,02 mm na escala métrica ou 1/128 da polegada. Existem paquímetros mais modernos, como o da foto acima, que fornecem leituras digitais, dispensando o ajuste das hastes para se obter a precisão desejada.

Atividades

1. Construa em seu caderno a tabela que relaciona os múltiplos e submúltiplos do metro (m). Construção no caderno.

2. Responda, em seu caderno, cada uma das questões estabelecendo a igualdade:

a) Um metro tem quantos centímetros? 100 cm

b) Um metro tem quantos milímetros? 1 000 mm

c) Um quilômetro tem quantos metros? 1 000 m

d) Um decímetro tem quantos milímetros? 100 mm

e) Dez milímetros equivalem a quantos centímetros? 1 cm

3. A Cordilheira do Himalaia é a mais alta cadeia montanhosa do mundo e localiza-se entre a Índia e o Paquistão, passando pela região do Tibete, na China. No Himalaia estão localizadas as dez montanhas mais altas do planeta, entre elas o Monte Everest.

Luca Galuzzi/Creative Commons

Suas altitudes estão apresentadas na tabela a seguir em duas unidades: metros e pés.

! Interpretar tabela

Ordem	Montanha	Altitude (m)	Altitude (pés)
1	Monte Everest	8848	29028
2	K2	8611	28251
3	Kangchenjunga	8586	28169
4	Lhotse	8516	27940
5	Makalu	8485	27838
6	Cho Oyu	8188	26864
7	Dhaulagiri	8167	26795
8	Manaslu	8163	26781
9	Nanga Parbat	8125	26657
10	Annapurna I	8091	26545

Analise a tabela e responda com valores aproximados:

a) Quanto mede em metros 1 pé? 0,305 m

b) Quanto mede em centímetros 1 pé? 30,5 cm

c) Qual a diferença, em metros, entre as altitudes do Monte Everest e do Pico K2? 237 m

d) Qual a diferença entre as altitudes do Monte Everest e do 10º pico mais elevado da Terra? 757 m

4. Transforme:

a) 178 500 cm em quilômetros 1,785 km

b) 78,1 km em centímetros 7 810 000 cm

c) 12 000 000 cm em quilômetros 120 km

d) 0,547 km em centímetros 54700 cm

5. Transforme:

a) 2 755 mm em metros 2,755 m

b) 0,4 m em centímetros 40 cm

c) 1,73 km em metros 1730 m

d) 7 700 m em quilômetros 7,7 km

e) 5 000 cm em quilômetros 0,050 km

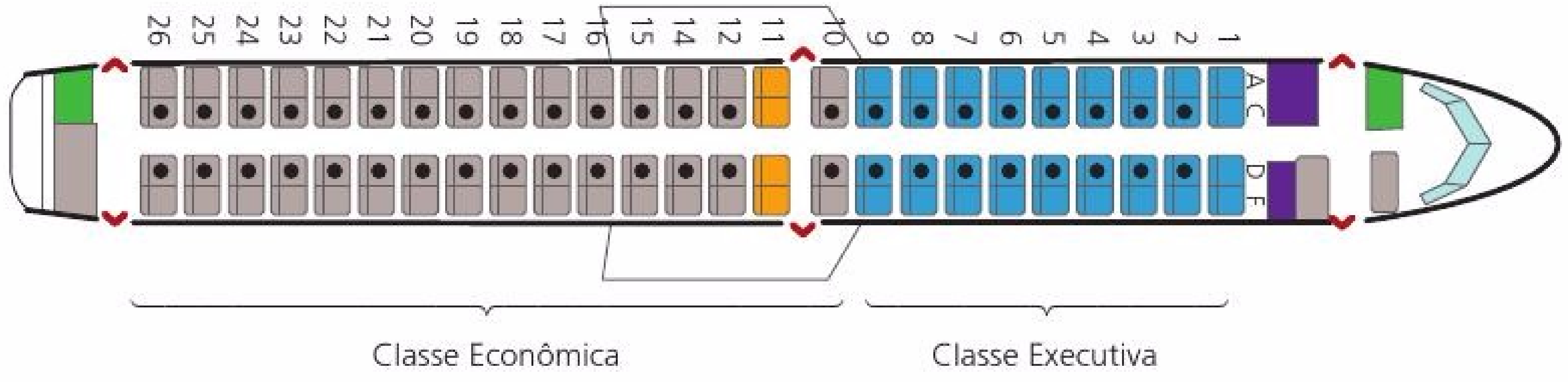
f) 0,001 km em centímetros 100 cm

6. Num determinado voo, o comandante do avião informou aos passageiros que estavam voando a 12 000 pés de altura. Sabendo que 1 pé equivale a aproximadamente 30,5 cm, determine a altitude do avião em metros. 4 200 m

7. Em alguns países, nos Estados Unidos, por exemplo, são muito usadas as unidades de comprimento pé e polegada. Sabendo que uma polegada tem 2,54 cm e o pé 30,5 cm, calcule, aproximadamente, quatas polegadas mede 1 pé. Aproximadamente 12 polegadas.

8. A jarda inglesa foi definida como sendo a distância entre a ponta do nariz e a ponta do polegar com o braço esticado do Rei Henrique I (1069 - 1135). Sabendo que uma jarda equivale a 0,91m, Responda se uma pessoa percorreu 3780 jardas, em decâmetros quanto ela percorreu?
343,98 dam

9. A planta abaixo é de um jato comercial. Alguns dados de sua ficha técnica, bem como o mapa de assentos do avião estão apresentados a seguir.



Envergadura **das asas: 28,872m**
Comprimento: **36,25m**
Velocidade **de cruzeiro: 850 km/h**
Alcance: **4500 km**

Número de passageiros: 100
Distância entre assentos:
- **Classe econômica: 31 polegadas**
- **Classe executiva: 32 polegadas**

Sabendo que 1 polegada equivale a 2,54 cm, responda:

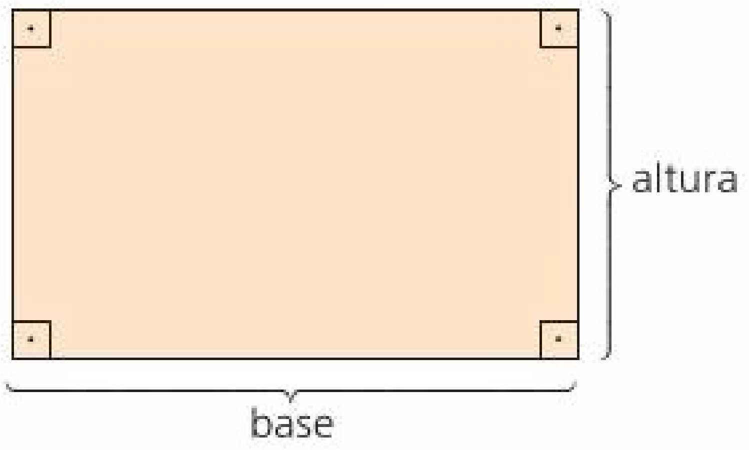
a) Qual a distância em centímetros dos assentos da classe econômica? 78,74 cm

b) Qual a distância em centímetros dos assentos da classe executiva? 81,28 cm

Medidas de Área

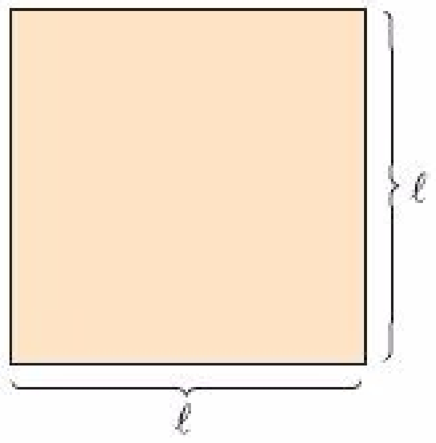
Área é a medida de uma superfície plana. Já estudamos a forma de calcular a área do quadrado e a área do retângulo. Vamos relembrá-las:

Área do retângulo



(base = b e altura = h) → $A_{\text{retângulo}} = b \cdot h$

Área do quadrado



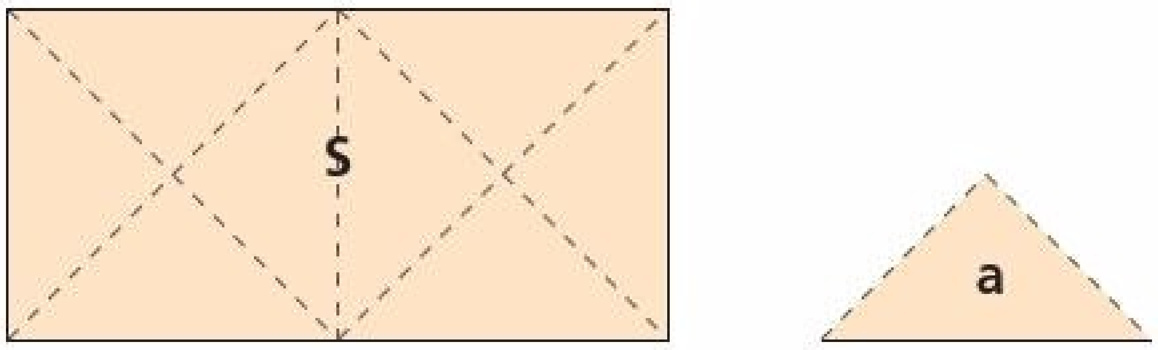
$A_{\text{quadrado}} = \ell \cdot \ell$ ou $A = \ell^2$

Para medir uma superfície devemos compará-la com outra, tomada como padrão. Veja os exemplos a seguir:

A superfície **S** da figura pode ter valores diferentes, dependendo da unidade utilizada:

a) Tomando o triângulo como unidade de área **a**, a área S da figura será igual a:

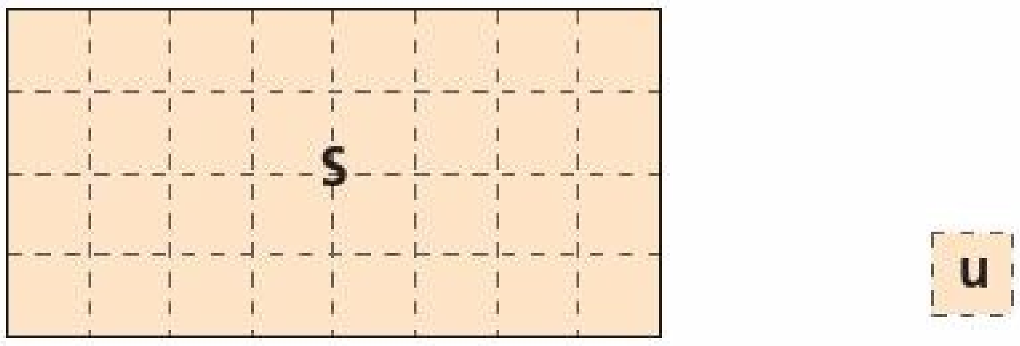
$$S = 8a$$



Professor, desenhe as figuras no quadro para retomar o conceito de áreas.

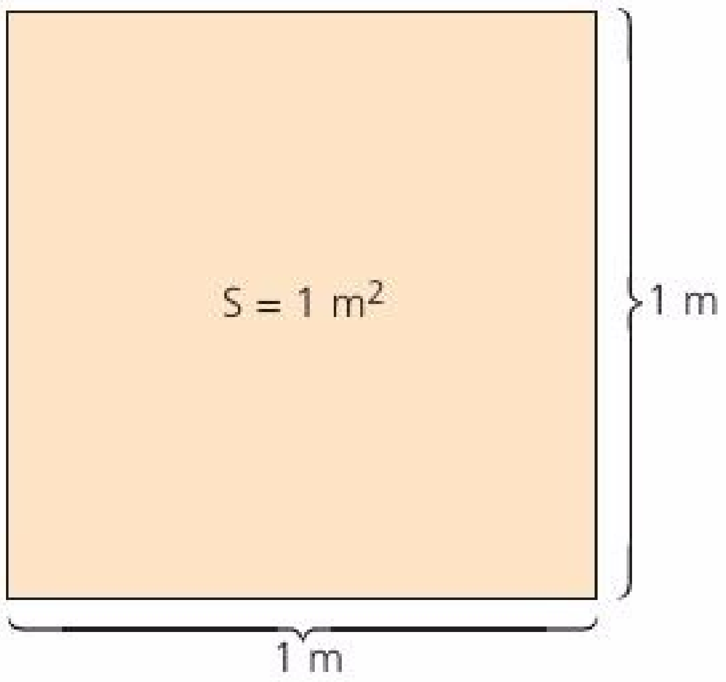
b) Tomando, agora, o quadrado como unidade de área **u**, a área do retângulo será igual a:

$$S = 32u$$



Observe no retângulo acima que temos 8 . 4 = 32 quadrados de área **u**.

Convenciona-se que a unidade padrão de medida de área é o **metro quadrado**, definida pela medida da superfície de um quadrado de lado 1 m.



Caso a unidade **u** do exemplo (b) acima fosse 1 m^2, a superfície **S** mediria 32 m^2.

Múltiplos e submúltiplos do metro quadrado

Em determinados casos, a medida de uma superfície pode ser feita com facilidade utilizando-se o **metro quadrado (m^2)**. É o caso do cálculo da área da lavanderia do apartamento representado pela planta a seguir:

Cinthia Yamsaki

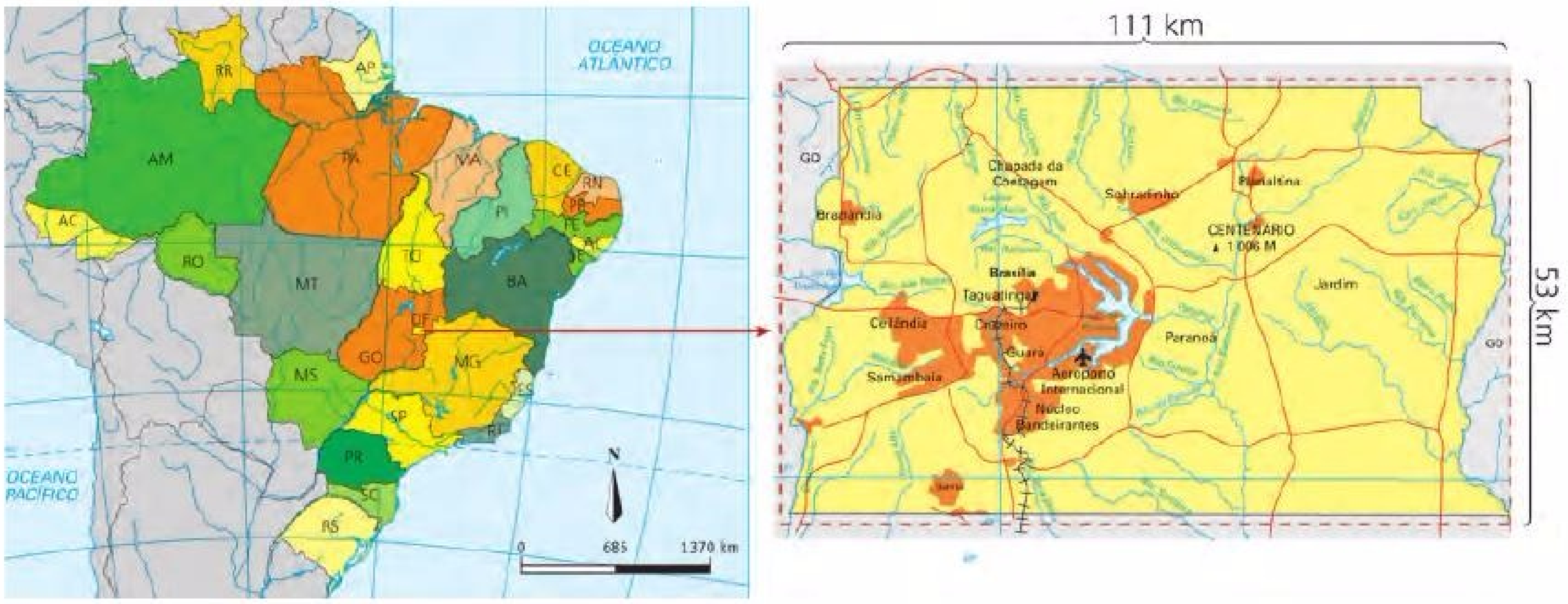
Planta de um apartamento de um quarto.

A área será $S = (2\ m) \cdot (4\ m) \rightarrow S = 8\ m^2$.

Para medir a área de grandes superfícies, como, por exemplo as superfícies de cidades ou países, utilizamos um múltiplo do metro quadrado: o **quilômetro quadrado (km^2)**, que equivale à área de um quadrado de lados de 1 km.

A área do Distrito Federal, onde se localiza Brasília, nossa capital, e outras cidades como Ceilândia e Taguatinga, é de aproximadamente 5 850 km^2.

Cinthia Yamsaki

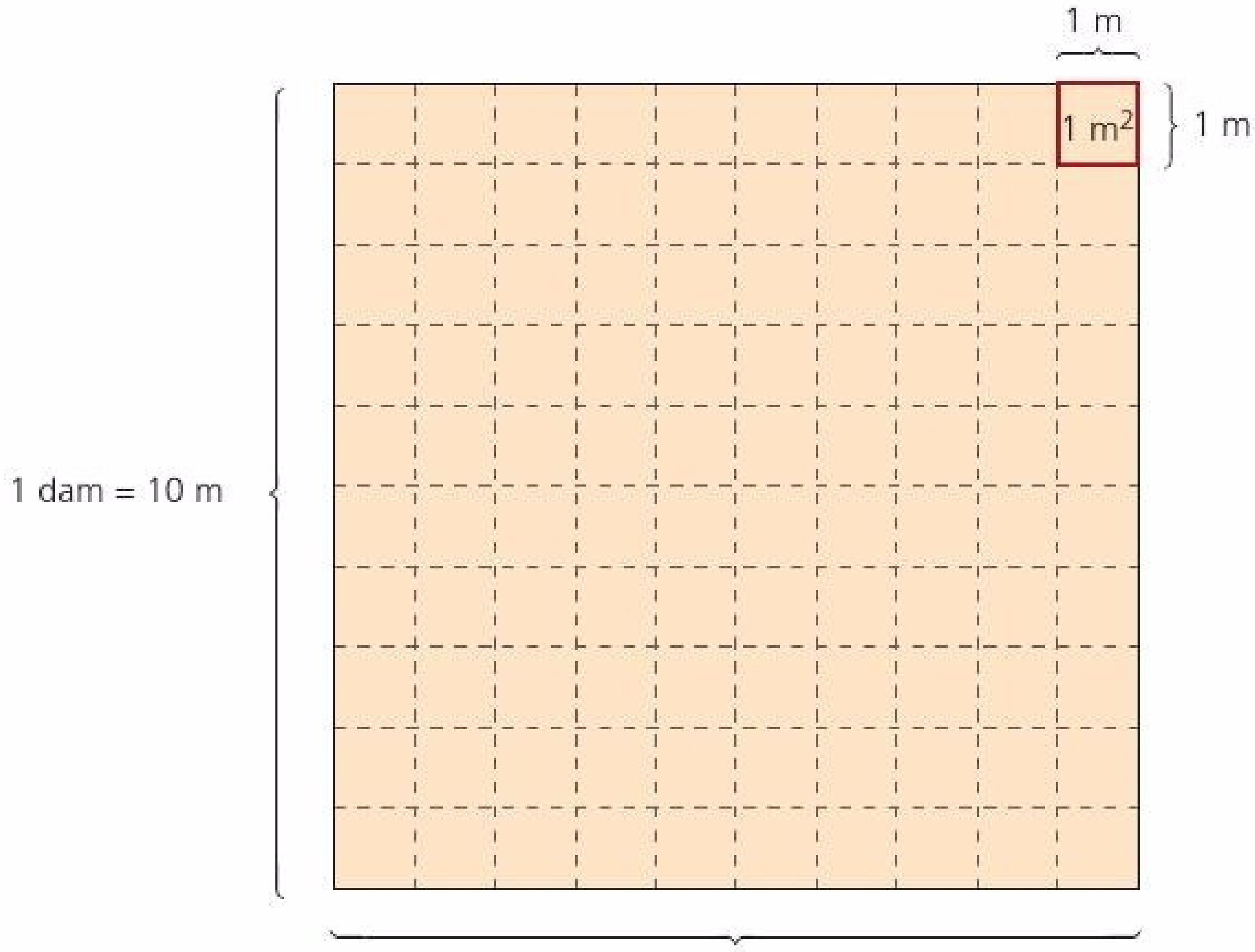


Com base em FERREIRA, Graça M. Lemos. *Atlas geográfico espaço mundial.* São Paulo: Moderna, 2010. pp. 119-162.

Existem também superfícies pequenas que podem ser medidas com o **cm²** e outras que medimos utilizando o **mm²**. O importante é conhecer quais são as relações entre os múltiplos e submúltiplos do **m²**.

Para investigar essas relações, vamos considerar um quadrado de lado 10 m, ou seja, 1 dam:

Professor, reproduza os desenhos no quadro para estabelecer as relações e obter as conclusões sobre os múltiplos e submúltiplos do m².



Dividindo-se cada lado em 10 partes, a área S do quadrado será:

$S = (1 \text{ dam}) \times (1 \text{ dam}) = 1 \text{ dam}^2 = (10 \text{ m}) \times (10 \text{ m}) = 100 \text{ m}^2$

Podemos, então, concluir que **1 dam² = 100 m²**.

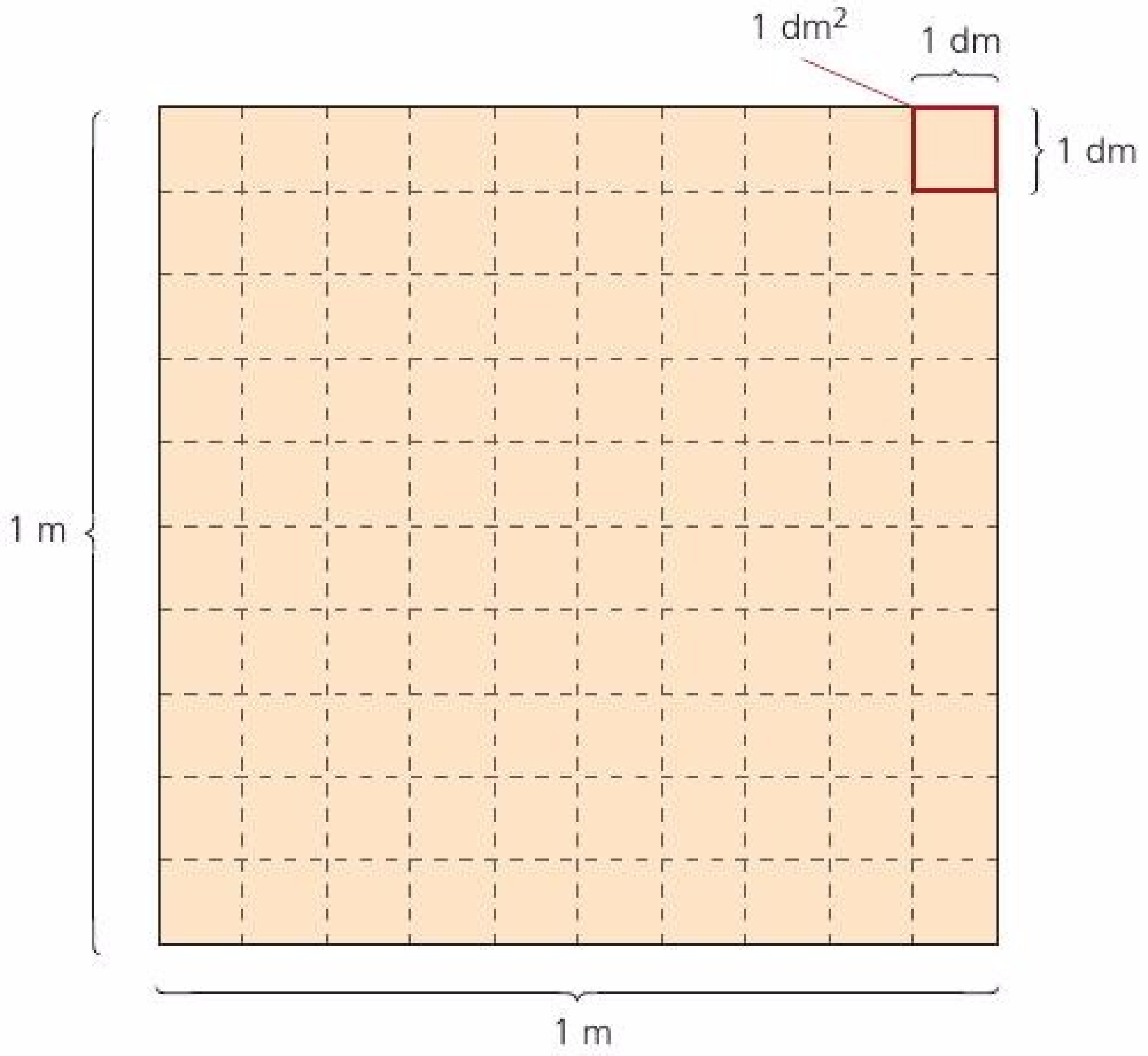
Se tomarmos um quadrado de lados iguais a 1 hm e fizermos o mesmo raciocínio de dividir cada lado em 100 partes iguais a 1 m cada, teríamos:

$$\mathbf{1 \text{ hm}^2 = (100 \text{ m}) \times (100 \text{ m}) = 10\,000 \text{ m}^2}$$

Da mesma maneira, para um quadrado de lados iguais a 1 km, divididos cada um em 1000 partes iguais a 1 m, teríamos:

$$\mathbf{1 \text{ km}^2 = (1\,000 \text{ m}) \times (1\,000 \text{ m}) = 1\,000\,000 \text{ m}^2}$$

Se tomarmos, agora, um quadrado de lados iguais a 1 m e dividirmos os lados em 10 partes iguais teremos um quadrado cujos lados medem 10 dm.



No quadrado de lados iguais a 10 dm, temos:

$$\mathbf{1\ m^2 = (10\ dm) \times (10\ dm) = 100\ dm^2 \rightarrow 1\ dm^2 = 0{,}01\ m^2}$$

Da mesma maneira que fizemos com os múltiplos do metro, podemos fazer com os submúltiplos:

$$\mathbf{1\ m^2 = (100\ cm) \times (100\ cm) = 10000\ cm^2 \rightarrow 1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2}$$

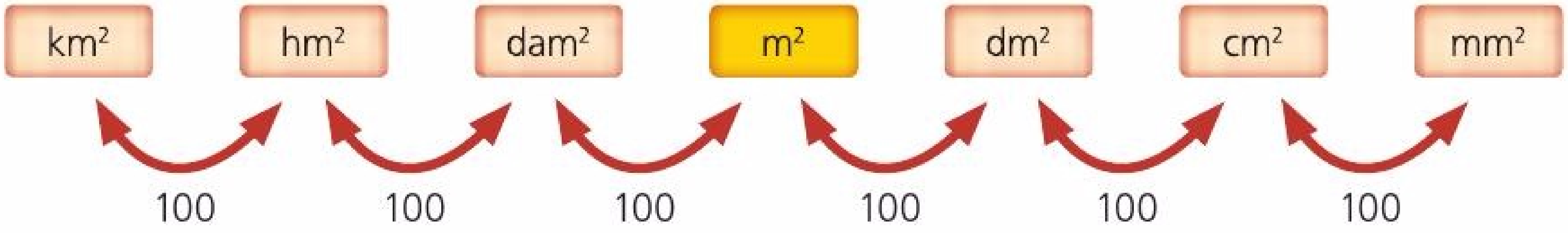
$$\mathbf{1\ m^2 = (1000\ mm) \times (1000\ mm) = 1000000\ cm^2 \rightarrow 1\ mm^2 = 0{,}000001\ m^2}$$

Considerando todos os valores que obtivemos para múltiplos e submúltiplos do m², podemos montar uma tabela que relaciona esses múltiplos e submúltiplos:

MÚLTIPLOS			UNIDADE FUNDAMENTAL	SUBMÚLTIPLOS		
quilômetro quadrado **km²** 1 000 000 m²	hectômetro quadrado **hm²** 10 000 m²	decâmetro quadrado **dam²** 100 m²	metro quadrado **m²** 1 m²	decímetro quadrado **dm²** 0,01 m²	centímetro quadrado **cm²** 0,0001 m²	milímetro quadrado **mm²** 0,000001 m²

Agora, vamos analisar como se transforma uma medida de área, de uma unidade para outra.

Veja no quadro das unidades de área do sistema métrico que cada unidade equivale a 100 vezes a unidade à sua direita. Por isso, para transformar uma medida, de uma unidade para a seguinte da tabela, devemos multiplicar por 100 o número que indica a medida. Para passar de uma unidade para a anterior, no sentido inverso, devemos dividir por 100.



Observe os exemplos:

- $12\ km^2 = 1200\ hm^2$
- $54\,000\ mm^2 = 540\ cm^2 = 5{,}4\ dm^2$
- $0{,}437\ hm^2 = 43{,}7\ dam^2 = 4370\ m^2$
- $0{,}000012\ km^2 = 0{,}0012\ hm^2$
- $7\,463\ m^2 = 74{,}63\ dm^2$
- $8\,500\,000\ km^2 = 8\,500\,000\,000\,000\ m^2$

Atividades

10. Construa em seu caderno a tabela que relaciona os múltiplos e submúltiplos do metro (m). Construção no caderno

11. Copie cada igualdade a seguir em seu caderno e substitua cada ★ por uma unidade que seja um múltiplo ou submúltiplo do m^2:

a) $0{,}96\ m^2 = 96$ ★ $96\ dm^2$

b) $0{,}0034\ m^2 = 0{,}34$ ★ 0,34 dm

c) $2\,000\,000\ m^2 = 2$ ★ $2\ km^2$

d) $23{,}489\ m^2 = 234\,890$ ★ $234\,890\ cm^2$

12. Transforme cada medida a seguir em m^2:

a) $654\ dm^2$ $6{,}54\ m^2$

b) $467\,520\ cm^2$ $46{,}752\ m^2$

c) $0{,}579\ hm^2$ $5\,790\ m^2$

d) $6{,}7\ km^2$ $6\,700\,000\ m^2$

e) $0{,}778\ dam^2$ $77{,}8\ m^2$

13. As dimensões oficiais de um campo de futebol são: comprimento de 105 m e largura de 70 m.

Quantos campos de futebol inteiros cabem num terreno plano de $22\,050\ m^2$? (use sua calculadora) 3 campos de futebol

14. Calcule a área de um retângulo de base 16 cm e altura 4 cm. A = 64 cm^2

15. Num retângulo, a base é igual ao triplo da altura. Calcule a área do retângulo nos seguintes casos:

a) O retângulo tem 24 cm de base. A = 192 cm^2

b) O retângulo tem 2 m de altura. A = 12 m^2

! Interpretar texto

16. As páginas de um livro de 108 páginas são retangulares e têm 28 cm de comprimento por 21 cm de largura. Quantos metros quadrados de papel foram consumidos na impressão de 3 000 exemplares do livro?

88,2 m^2

17. Um retângulo tem base medindo 25 m e área de 875 m^2. Quantos metros tem a altura deste retângulo?

35 m

18. Calcule a área de um quadrado cujo perímetro é:

a) 24 m A = 36 m^2

b) 100 hm A = 625 hm^2

c) 200 km A = 2 500 km^2

19. Para medir grandes extensões de terra, sobretudo áreas ocupadas por fazendas, sítios, e florestas, são utilizados múltiplos especiais do m^2 denominados de unidades agrárias. São elas:

are (a) → 1 a = 100 m^2
hectare (ha) → 1 ha = 100 a = 10 000 m^2
alqueire → 1 alqueire = 2,42 ha = 24 200 m^2

Com base na tabela, converta os valores a seguir para m^2:

a) 132 a 1 320 m^2

b) 34,568 ha 345 680 m^2

c) 67 alqueires 1 621 400 m^2

! Professor, converse com os alunos sobre a importância de fazer todas as atividades propostas para garantir a compreensão do conteúdo e estabelecer relações entre os mesmos.

20. O Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) é um órgão do Ministério da Ciência e Tecnologia que, entre outras atividades, monitora o território nacional gerando imagens de satélites que servem para orientar ações estratégicas para nosso desenvolvimento.
Leia com atenção um trecho de um boletim do INPE sobre o desmatamento da Amazônia divulgado em novembro de 2014:

> *A estimativa da taxa anual do desmatamento medida pelo* **PRODES**, *o* ***Projeto de Monitoramento do Desmatamento na Amazônia Legal por Satélite*** *realizado pelo* ***Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)***, *aponta que foram desmatados 4 848 km² no período de agosto de 2013 a julho de 2014.*
>
> *A taxa estimada em 2014 indica uma redução em relação ao período anterior – PRODES 2013, em que foram medidos 5 891 km².*
>
> *O PRODES utiliza imagens de satélites da classe Landsat e computa como desmatamento as áreas maiores que 6,25 hectares, onde ocorreu remoção completa da cobertura florestal – o corte raso.*
>
> *A tabela a seguir apresenta a distribuição da taxa de desmatamento nos estados que compõem a Amazônia Legal nos anos de 2013 e 2014.*

DESMATAMENTO NA AMAZÔNIA LEGAL		
Estados	PRODES 2013 (km^2)	PRODES 2014 (km^2)
Acre	221	312
Amazonas	583	464
Amapá	23	NO
Maranhão	403	246
Mato Grosso	1 139	1 048
Pará	2346	1829
Rondônia	932	668
Roraima	170	233
Tocantins	74	48
Amazônia Legal	**5 891**	**4 848**

Disponível em http://www.inpe.br/noticias/noticia.php?Cod_Noticia=3781. Acesso em 26 fev. 2015.

Interpretar tabela

Responda:

a) Qual é a área em hectares desmatada em 2013 e em 2014? 589 100 ha e 484 800 ha

b) Qual é, em hectares, a redução da área desmatada entre os anos de 2013 e 2014? 104 300 ha

21. Na tabela a seguir estão as áreas em km^2 de todos os estados brasileiros (Unidades da Federação) e a área total de nosso País.

Unidade da Federação	Área (km^2)
Rondônia	237 590,54
Acre	164 123,74
Amazonas	1 559 148,89
Roraima	224 303,19
Pará	1 247 954,32
Amapá	142 828,52
Tocantins	277 720,56
Maranhão	331 936,95
Piauí	251 611,93
Ceará	148 886,31
Rio Grande do Norte	52 811,13
Paraíba	56 469,74
Pernambuco	98 149,12
Alagoas	27 774,99
Sergipe	21 918,49
Bahia	564 733,08
Minas Gerais	586 519,73
Espírito Santo	46 096,92
Rio de Janeiro	43 777,95
São Paulo	248 222,36
Paraná	199 307,94
Santa Catarina	95 733,98
Rio Grande do Sul	281 731,44
Mato Grosso do Sul	357 145,53
Mato Grosso	903 378,29
Goiás	340 111,38
Distrito Federal	5 801,94
BRASIL	8 514 876,60

Fonte: IBGE. <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/areaterritorial/principal.shtm>. Acesso em 25 mar. 2015.

Com base na tabela e utilizando sua calculadora, responda:

a) Qual é, em área, o maior estado brasileiro? Amazonas

b) Qual a área do maior estado em hectares? 155 914 889 ha

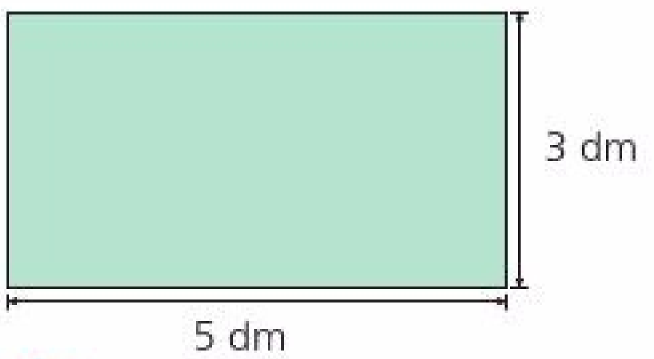
c) Excetuando-se o Distrito Federal, qual a área em hectares do menor estado brasileiro?

85 148 766 ha

d) Qual é a área do Brasil em hectares? 2 191 849 ha

22. Copie cada figura em seu caderno. Calcule as áreas das superfícies coloridas. Lembre-se de indicar corretamente a unidade de medida de área.

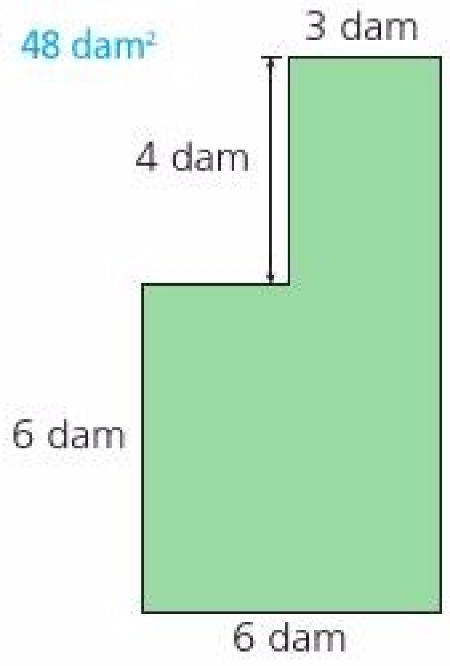
a)



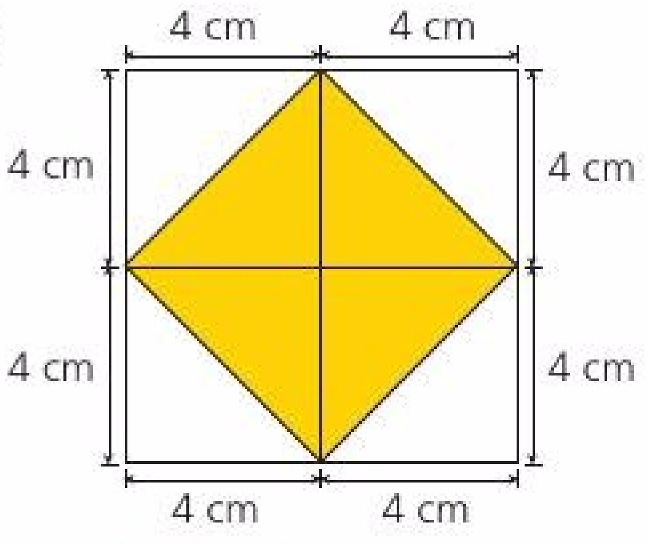
15 m²

b)

48 dam²



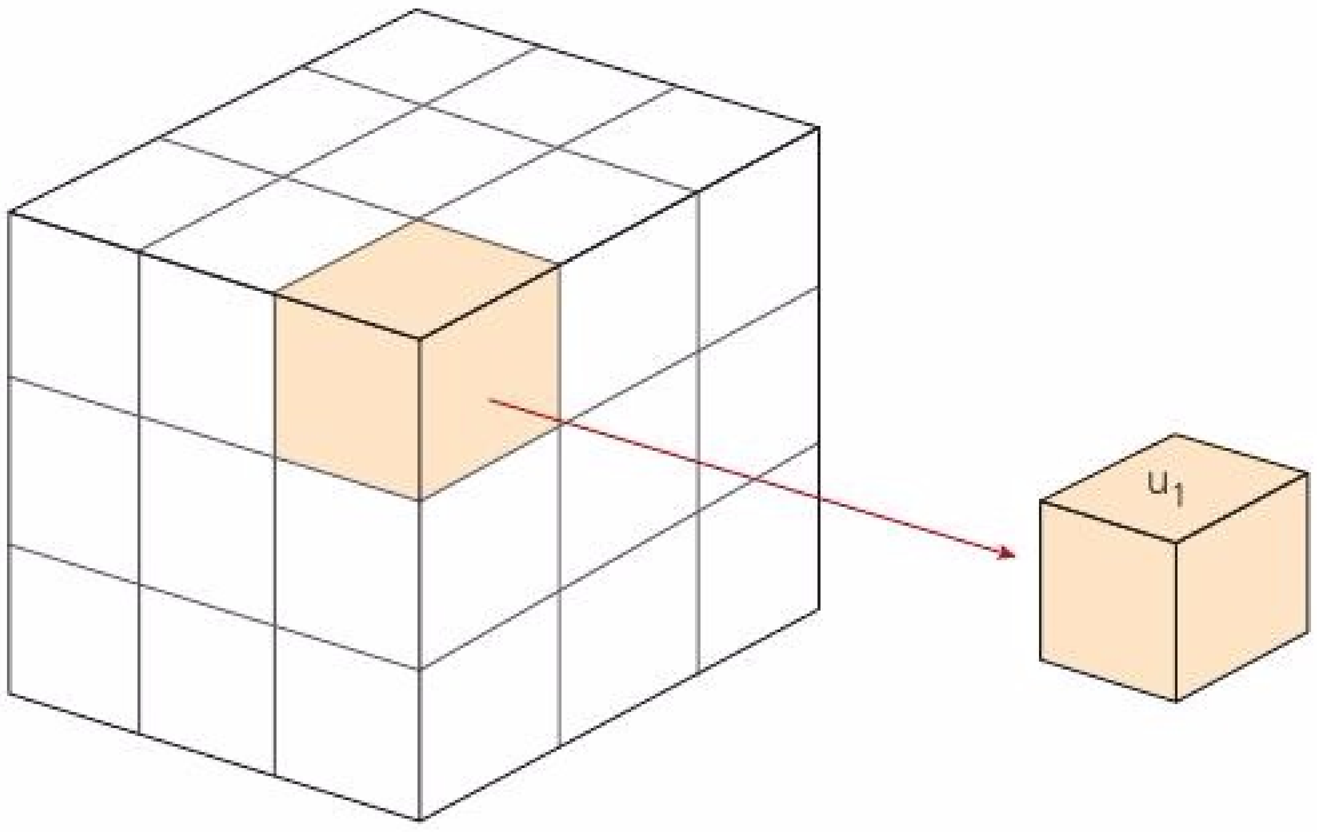
c)

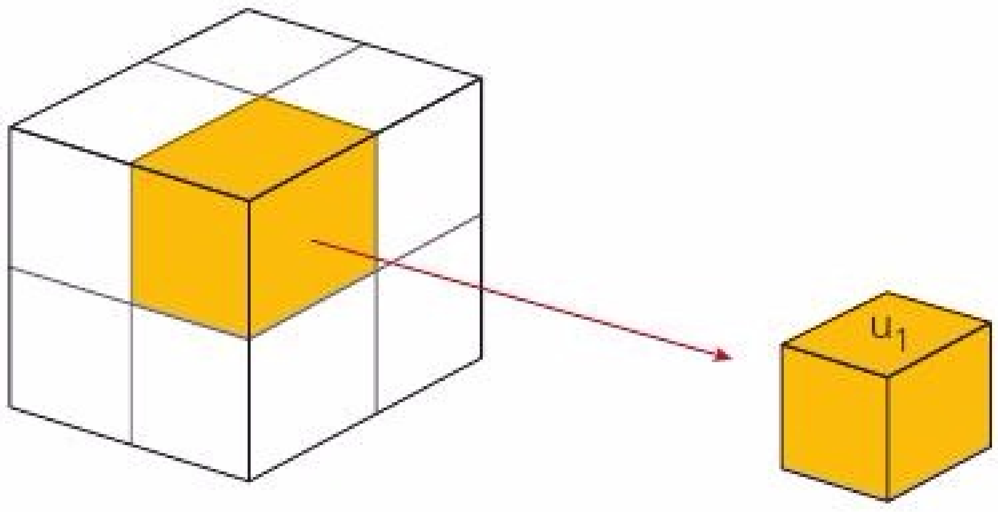


A = 32 cm²

Medidas de Volume e Capacidade

Chamamos de volume de um sólido à medida do espaço ocupado por ele. Para medir esse volume (V), precisamos também de uma unidade de medida (u). Veja, por exemplo, dois sólidos e a medida de seus volumes a partir das unidades escolhidas:

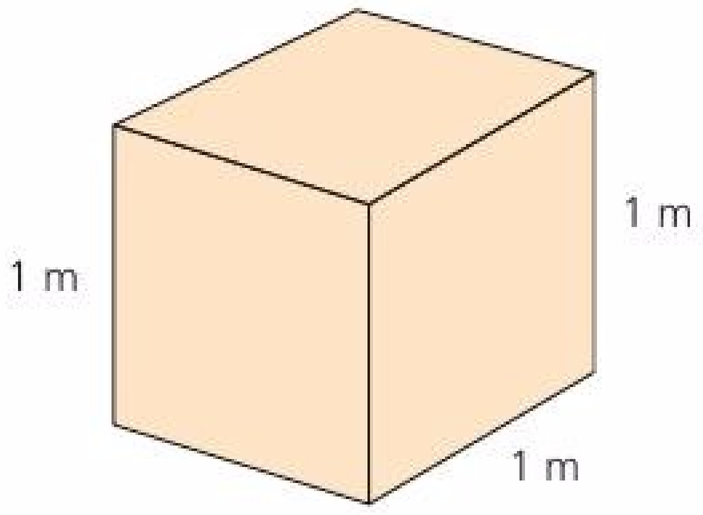




Professor, leia o texto com os alunos, faça as representações no quadro e estabeleça as relações entre os múltiplos e submúltiplos do m³.

No primeiro caso, a unidade u_1 cabe 27 vezes no cubo. Logo, $V_1 = 27u_1$. No segundo caso, a unidade u_2 cabe 8 vezes no cubo. Logo, $V_2 = 8u_2$.

A unidade definida para se medir volume é o **metro cúbico (m^3)** e equivale ao volume de um cubo cujas arestas medem 1 metro.

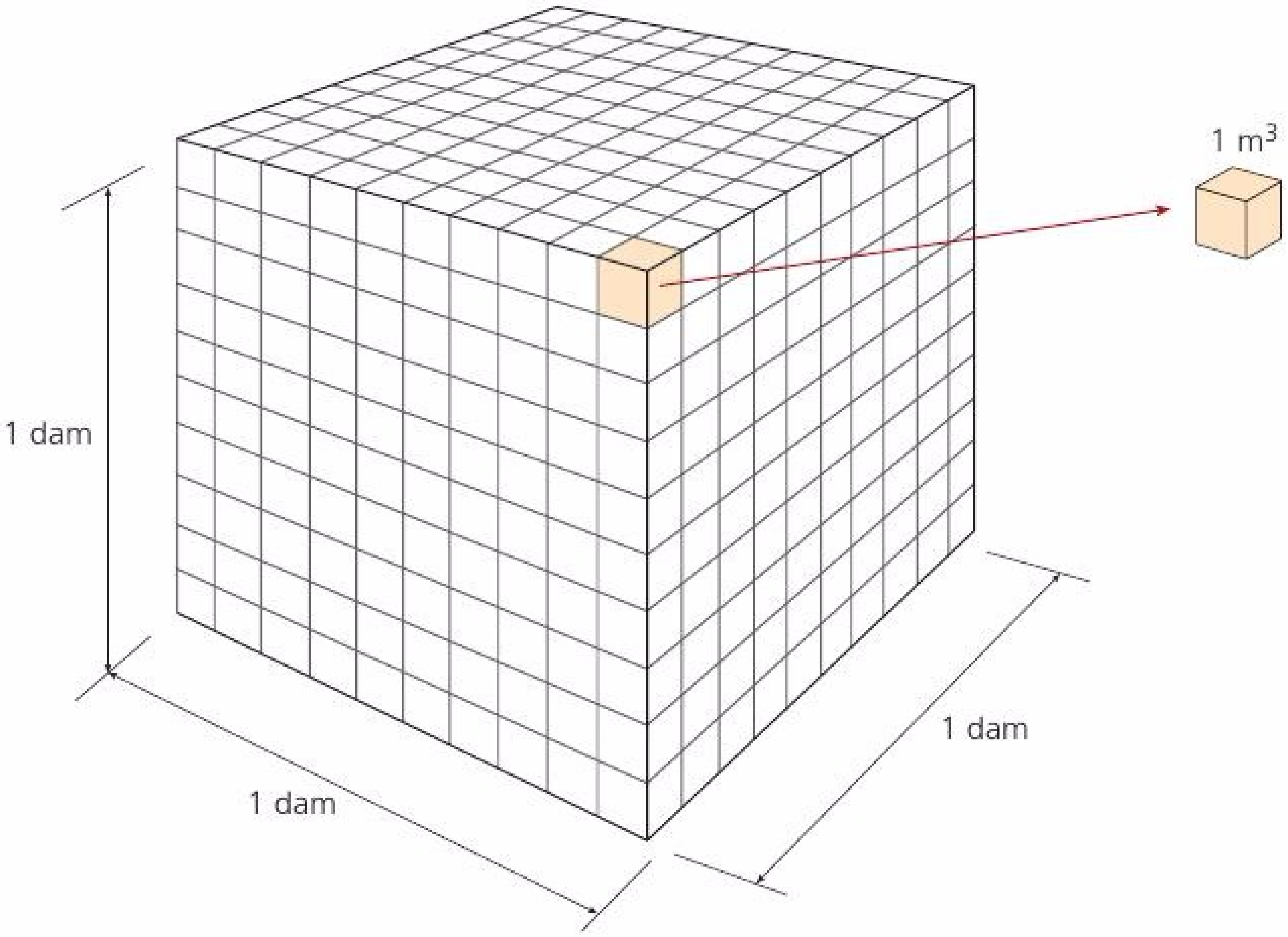


Múltiplos e submúltiplos do metro cúbico

Para medir o volume de sólidos muito grandes é conveniente utilizarmos como unidade um dos seguintes múltiplos do metro cúbico.

- **o decâmetro cúbico (dam^3);**
- **o hectômetro cúbico (hm^3);**
- **o quilômetro cúbico (km^3).**

Vamos considerar um cubo de aresta igual a 1 dam, que equivale a 10 m:



Se cada aresta for dividida em 10 partes iguais de 1 metro cada uma, escrevemos o volume do cubo da seguinte forma:

$$1 \text{ dam}^3 = (10 \text{ m}) \times (10 \text{ m}) \times (10 \text{ m})$$

$$\mathbf{1 \text{ dam}^3 = 1\,000 \text{ m}^3}$$

Da mesma maneira, podemos estabelecer as relações entre o hm^3 e o m^3, bem como entre o km^3 e o m^3:

$$1 \text{ hm}^3 = 1\,000 \text{ dam}^3 \rightarrow 1 \text{ hm}^3 = 1\,000 \times 1\,000 \text{ m}^3$$

$$\mathbf{1 \text{ hm}^3 = 1\,000\,000 \text{ m}^3}$$

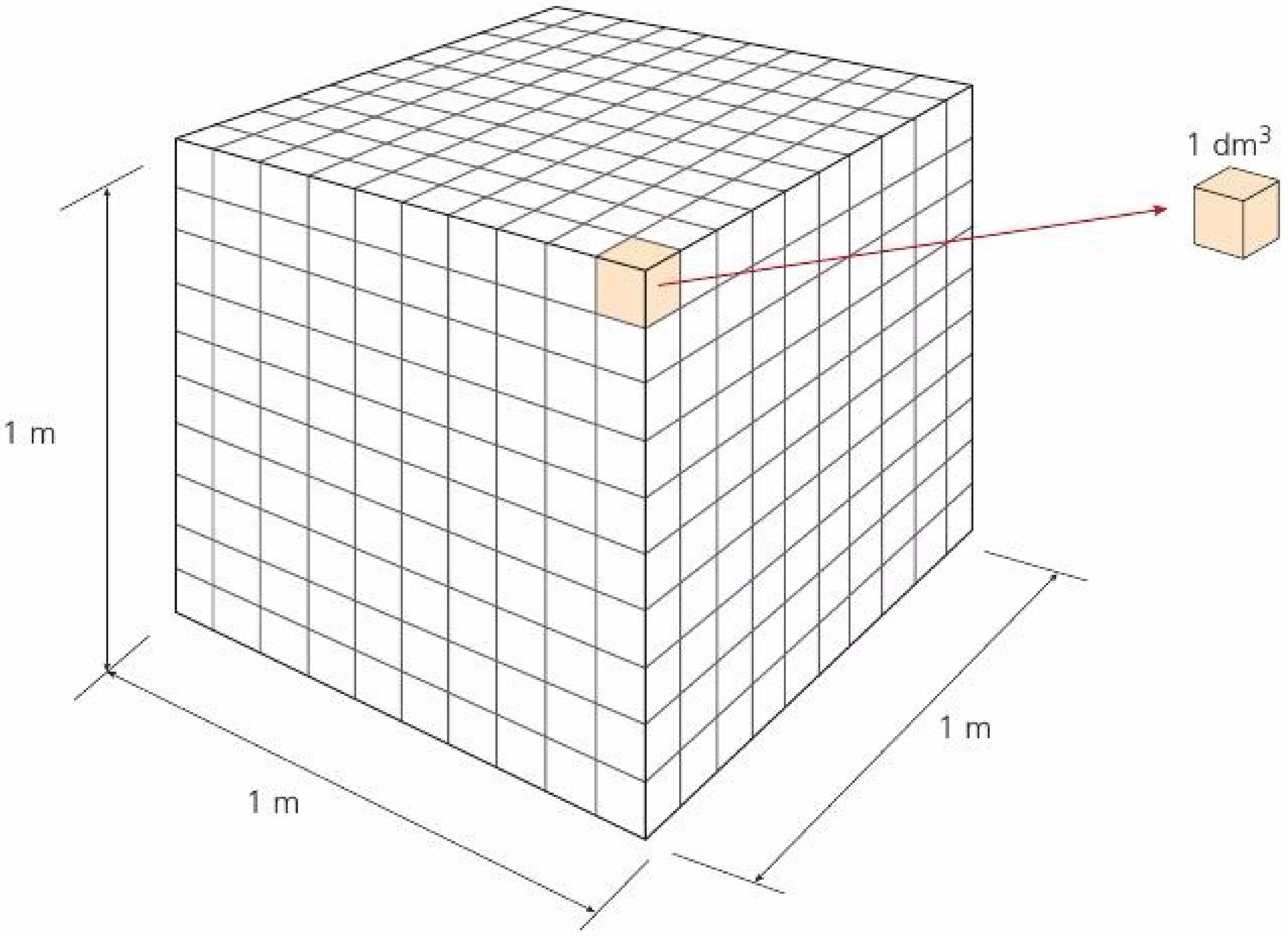
$$1 \text{ km}^3 = 1\,000 \text{ hm}^3 \rightarrow 1 \text{ km} = 1\,000\,000 \text{ dam}^3$$

$$\mathbf{1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3}$$

Por outro lado, para sólidos pequenos, devemos utilizar como unidades de medida de volume os submúltiplos do m^3:

- **o decímetro cúbico (dm^3)**
- **o centímetro cúbico (cm^3)**
- **o milímetro cúbico (mm^3)**

Vamos analisar agora um cubo de aresta igual a 1 m, que é dividida em 10 partes iguais de 1 dm^3:



O volume desse cubo é de 1 m³ e pode ser expresso também em dm³:

$$1\ m^3 = (10\ dm) \times (10\ dm) \times (10\ dm)$$

$$1\ m^3 = 1\,000\ dm^3$$

$$\mathbf{1\ dm^3 = 0{,}001\ m^3}$$

Os outros submúltiplos são calculados da seguinte forma:

$$1\ m^3 = (100\ cm) \times (100\ cm) \times (100\ cm)$$

$$1m^3 = 1\,000\,000\ cm^3$$

$$\mathbf{1\ cm^3 = 0{,}000001\ m^3}$$

$$1\ m^3 = (1\,000\ mm) \times (1\,000\ mm) \times (1\,000\ mm)$$

$$1\ m^3 = 1\,000\,000\,000\ mm^3$$

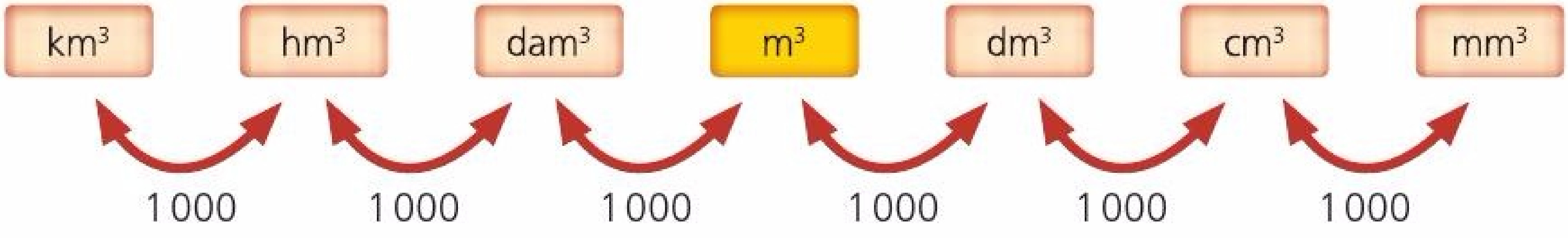
$$\mathbf{1\ mm^3 = 0{,}000000001\ m^3}$$

Conhecendo-se as relações entre os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico, podemos montar a tabela a seguir:

MÚLTIPLOS			UNIDADE FUNDAMENTAL	SUBMÚLTIPLOS		
quilômetro cúbico **km³** 1 000 000 000 m³	hectômetro cúbico **hm³** 1 000 000 m³	decâmetro cúbico **dam³** 1 000 m³	metro cúbico **m³** 1 m³	decímetro cúbico **dm³** 0,001 m³	centímetro cúbico **cm³** 0,000001 m³	milímetro cúbico **mm³** 0,000000001 m³

Vamos ver agora como se transforma uma medida de volume de uma unidade para outra.

Veja no quadro das unidades de volume que cada unidade equivale a 1 000 vezes a unidades à sua direita. Por isso, para transformar uma certa medida, de uma unidade para a seguinte da tabela, devemos multiplicar por 1 000 o número que indica a medida e, para passar para uma unidade anterior, devemos dividir por 1 000.



Observe os exemplos:

- 2 km³ = 2000 hm³
- 53 000 mm³ = 53 cm³ = 0,053 dm³

Atividades

23. Quantos cm^3 cabem nos seguintes volumes:

a) 1 m^3 1000000 cm^3 b) 1 dm^3 1000 cm^3

24. Quantos m^3 cabem nos seguintes volumes:

a) 1 hm^3 1000000 m^3 b) 1 km^3 1000000000 m^3

25. Transforme as seguintes medidas de volume em m^3:

a) 34 dm^3 0,034 m^3 c) 9,6 dam^3 9600 m^3

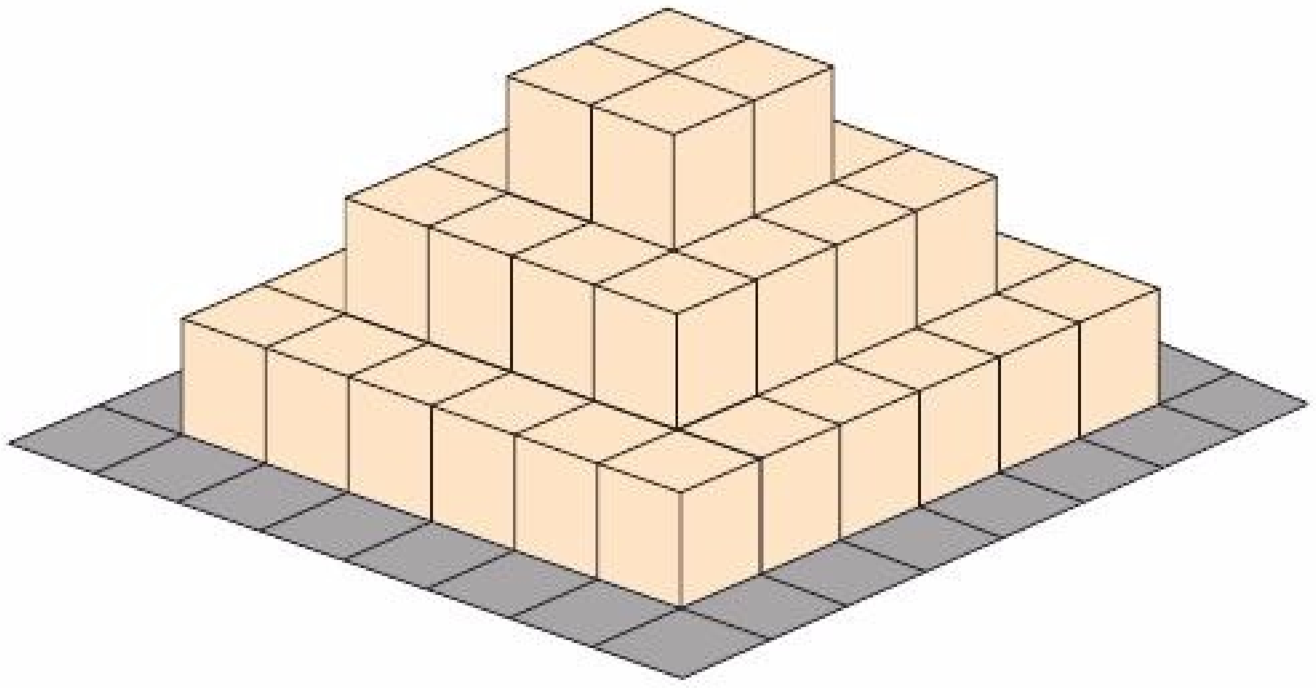
b) 32450 cm^3 0,032450 m^3 d) 1234689 mm^3 0,0001234689 m^3

26. Transforme as medidas de volume abaixo em m^3 e coloque-as em ordem crescente.

0,023 hm^3 - 67243101 cm^3 - 53 dam^3 - 34781,9 dm^3

$34{,}7819 \text{ m}^3 < 67{,}243101 \text{ m}^3 < 23000 \text{ m}^3 < 53000 \text{ m}^3$

27. Considere a pilha de cubos todos geometricamente iguais.



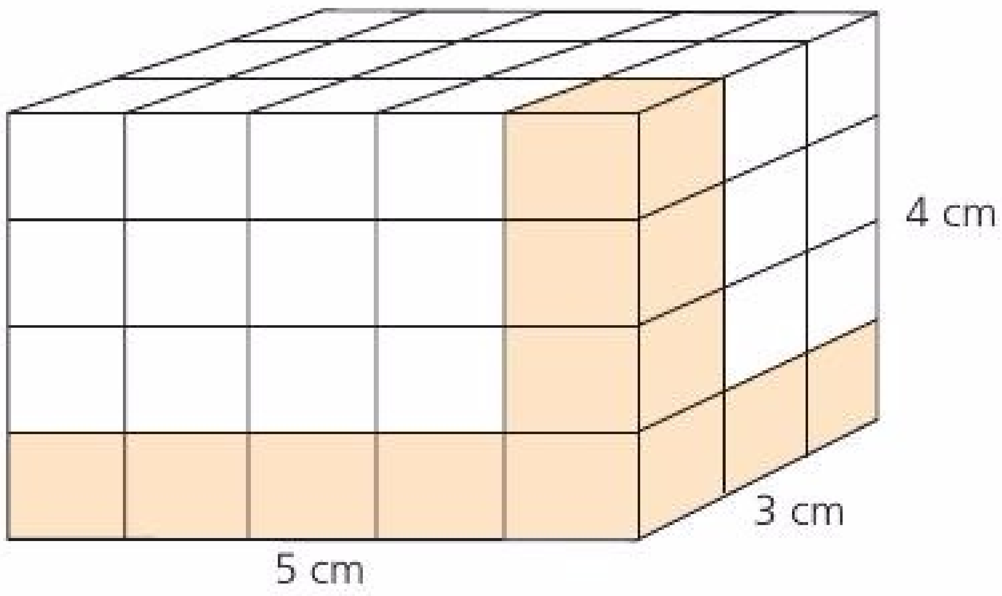
a) Qual é a medida do volume da pilha, considerando a unidade de volume como sendo 1 cubo? 56 unidades de volume

b) Sendo a unidade de volume representada por 5 cubos, qual é a medida do volume da pilha? 11,2 unidades de volume

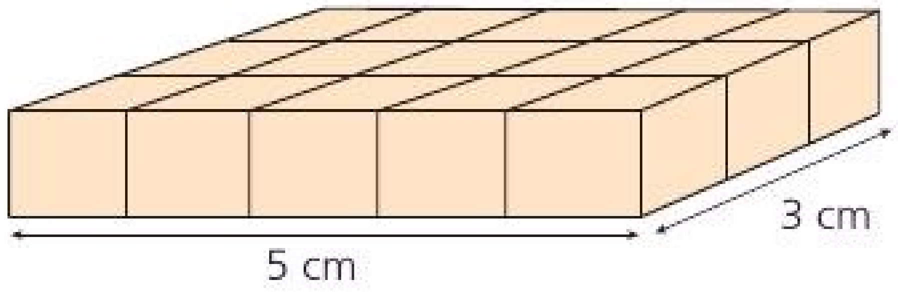
Volume de um paralelepípedo retangular

Chamamos de paralelepípedo retangular o sólido que tem seis faces retangulares. Veja, por exemplo, o paralelepípedo retângulo de dimensões 5 cm, 4 cm e 3 cm.

Para encontrar seu volume, vamos dividir cada uma de suas dimensões em partes iguais a 1cm. Fazendo isso obteremos cubos de 1 cm^3, que usaremos como unidade de medida do volume do paralelepípedo.



O volume deste paralelepípedo pode ser calculado imaginando-se que ele é composto de quatro camadas de cubos:

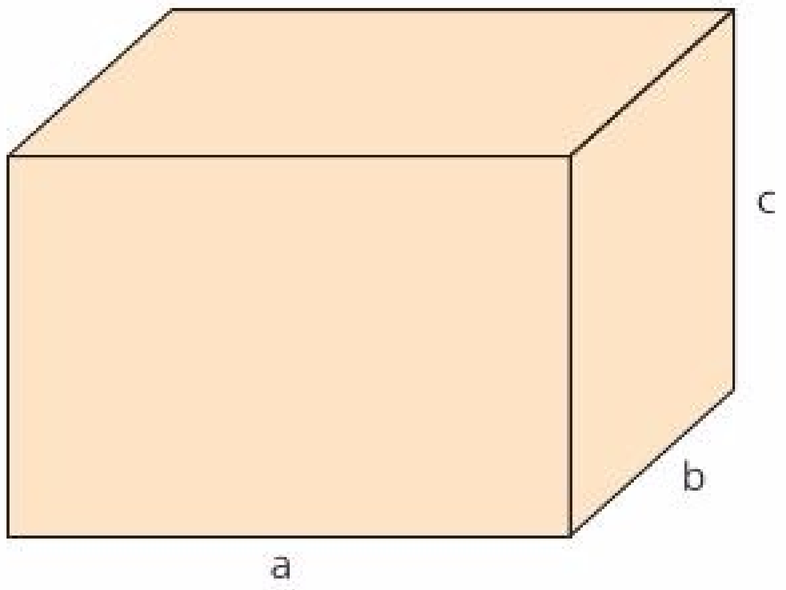


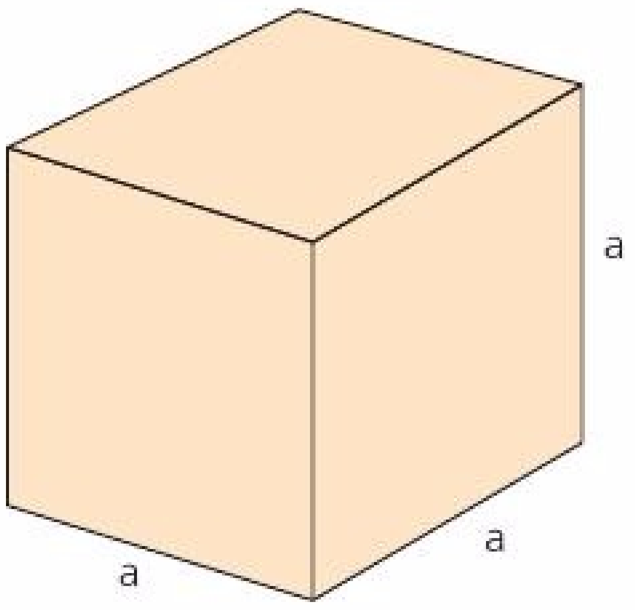
Professor, fale com os alunos que para calcular o volume de um sólido geométrico é necessário que todas as dimensões estejam na mesma unidade de medida.

Como cada camada tem $5 \cdot 3 = 15$ cubos de 1 cm^3 cada, o volume total será:

$$\mathbf{V = 4 \cdot 5 \cdot 3 = 60\ cm^3}$$

A partir desse exemplo, podemos estabelecer a fórmula de cálculo do volume de um paralelepípedo retângulo. Chamando-se as três dimensões do paralelogramo de **a**, **b** e **c**:





$$\mathbf{V = a \cdot b \cdot c}$$

Se o paralelepípedo for um cubo, teremos $a = b = c$ e o volume será:

$$\mathbf{V_{cubo} = a^3}$$

Acompanhe os exemplos:

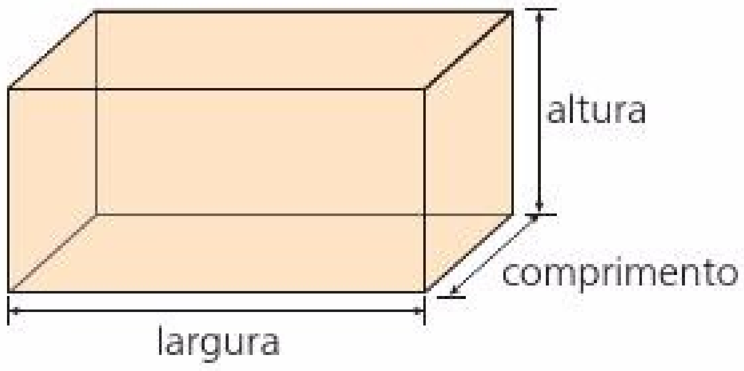
- O volume de um paralelepípedo retangular com dimensões 10 cm, 5 cm e 3 cm é:
  $V = 10\ cm \cdot 5\ cm \cdot 3\ cm \rightarrow V = 150\ cm^3$
- O volume de um cubo com 5 cm de aresta é:
  $V = a^3 \rightarrow V = (5\ cm)^3 \rightarrow V = 125\ cm^3$

Atividades

28. Uma piscina tem a forma de um paralelepípedo retangular. Seu comprimento é 7 m, sua largura é 3 m e sua profundidade é 1 m. Qual é o volume (em m^3) de água que ela comporta? 21 m^3

29. Uma caixa-d'água tem a forma de um paralelepípedo retangular e dimensões de 1,1 m, 1,2 m e 1,4 m. Qual o seu volume em m^3? (utilize a calculadora) V = 1,848 m^3

30. Um paralelepípedo retangular tem 48 cm de largura. Essa largura é o triplo do comprimento e este é o dobro da altura. Qual é o volume do paralelepípedo em cm^3?
V = 6 144 cm^3



31. Dois paralelepípedos têm mesmo comprimento e mesma largura, mas o primeiro tem o dobro da altura do segundo. Quantas vezes o volume do segundo cabe no primeiro?
$V_2 = 2V_1$

32. O Aquífero Guarani, é a maior reserva subterrânea de água doce do mundo e localiza-se sob os territórios do Brasil, Paraguai, Uruguai e Argentina.

Ao longo de um ano, ele recebe cerca de 160 km^3 de água, que permeiam o solo em aproximadamente 150 mil km^2. Desse total, calcula-se que 40 km^3 podem ser usados a cada ano, sem comprometer o aquífero.

Cinthia Yamasaki

Com base em *Atlas geográfico Espaço Mundial*. São Paulo: Moderna, 2010, p. 126

Responda:

Sabendo que um habitante consome em média 125 m^3 de água por ano, quantos habitantes podem ser atendidos pelos 40 km3 que podem ser usados a cada ano, sem prejuízo do aquífero?

320 000 000 habitantes

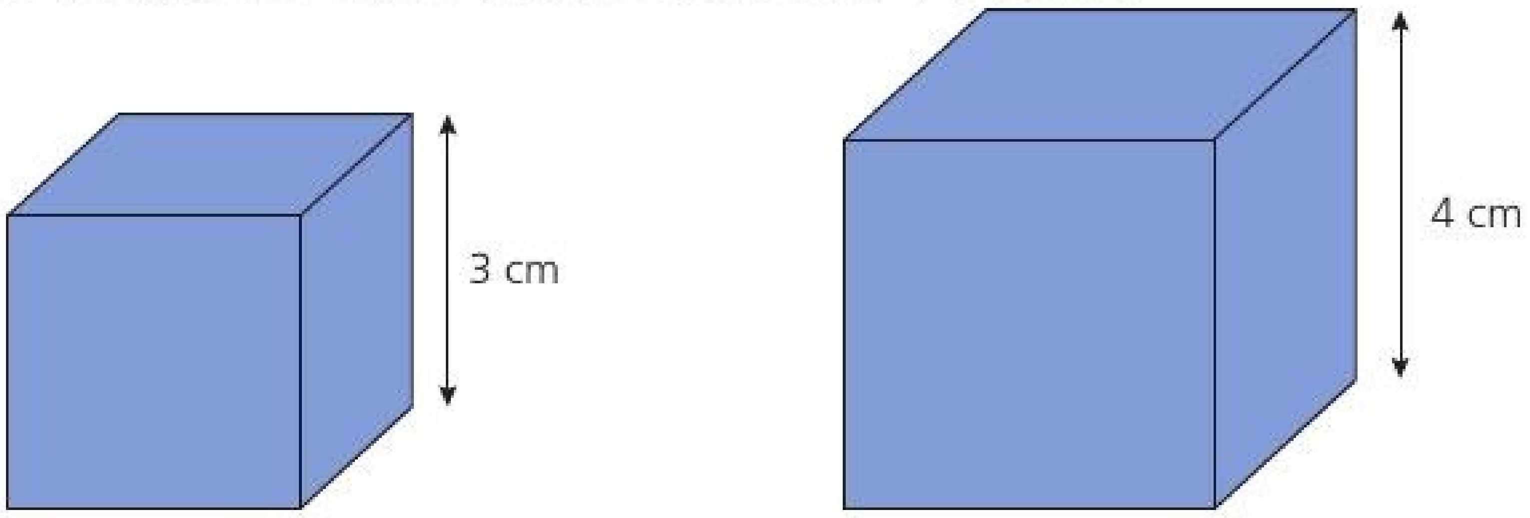
33. É possível dois sólidos com formas diferentes possuírem o mesmo volume? Justifique.
Sim, é possível. Exemplo: um cubo de dimensões 4 cm e um paralelepípedo de dimensões 1cm, 1 cm e 64 cm.

34. Um cubo de volume 27 dm³ está dentro de um paralelepípedo retangular de dimensões 40 cm, 40 cm e 50 cm.

a) Qual é a medida da aresta do cubo? 3 dm

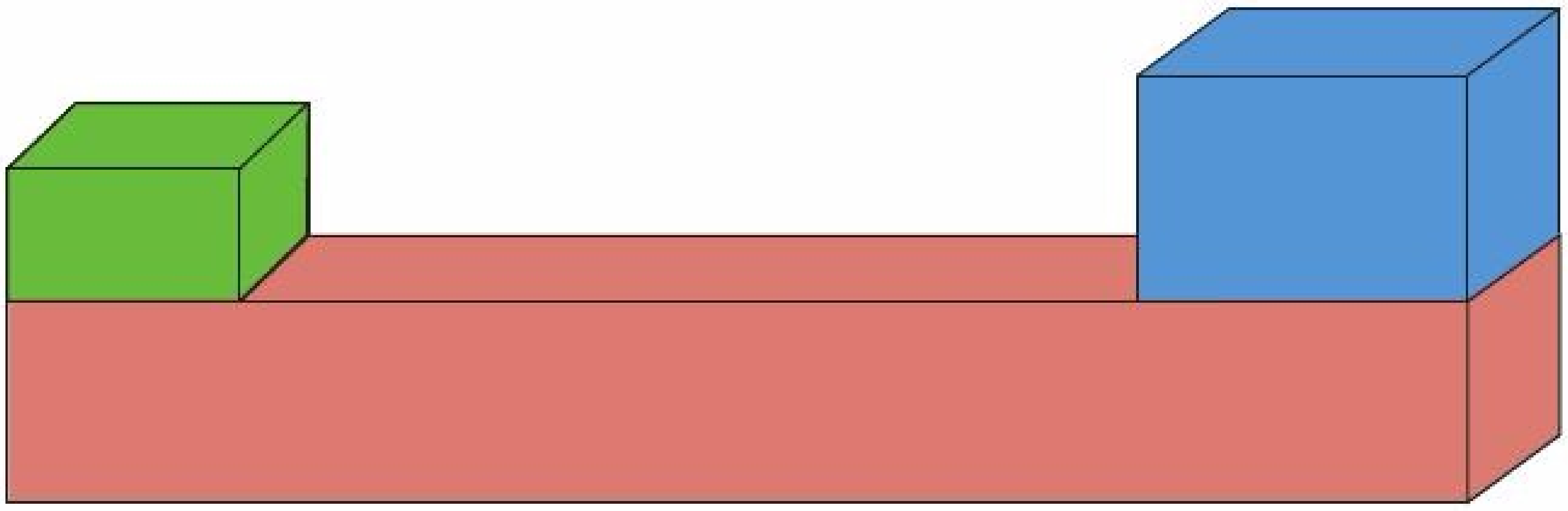
b) Qual é a medida do volume entre os dois sólidos? 57 dm³

35. Calcule o volume dos cubos abaixo e responda a questão:

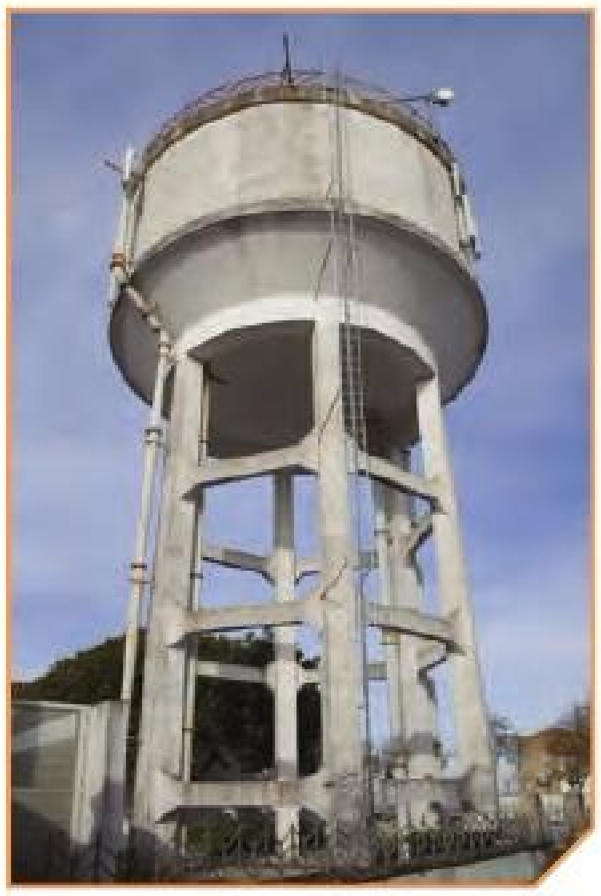


Se duplicarmos as arestas dos cubos qual será a relação entre os volumes anterior e atual?
O volume será oito vezes maior ao duplicar as arestas.

36. Os sólidos abaixo formam uma escultura. O cubo azul tem aresta medindo 20 cm, a aresta do cubo verde mede $\frac{3}{5}$ da aresta do cubo azul e o paralelepípedo vermelho tem 15cm de altura, 10 cm de largura e 50 cm de comprimento.



Calcule o volume da escultura em dm³.
17,228 dm³



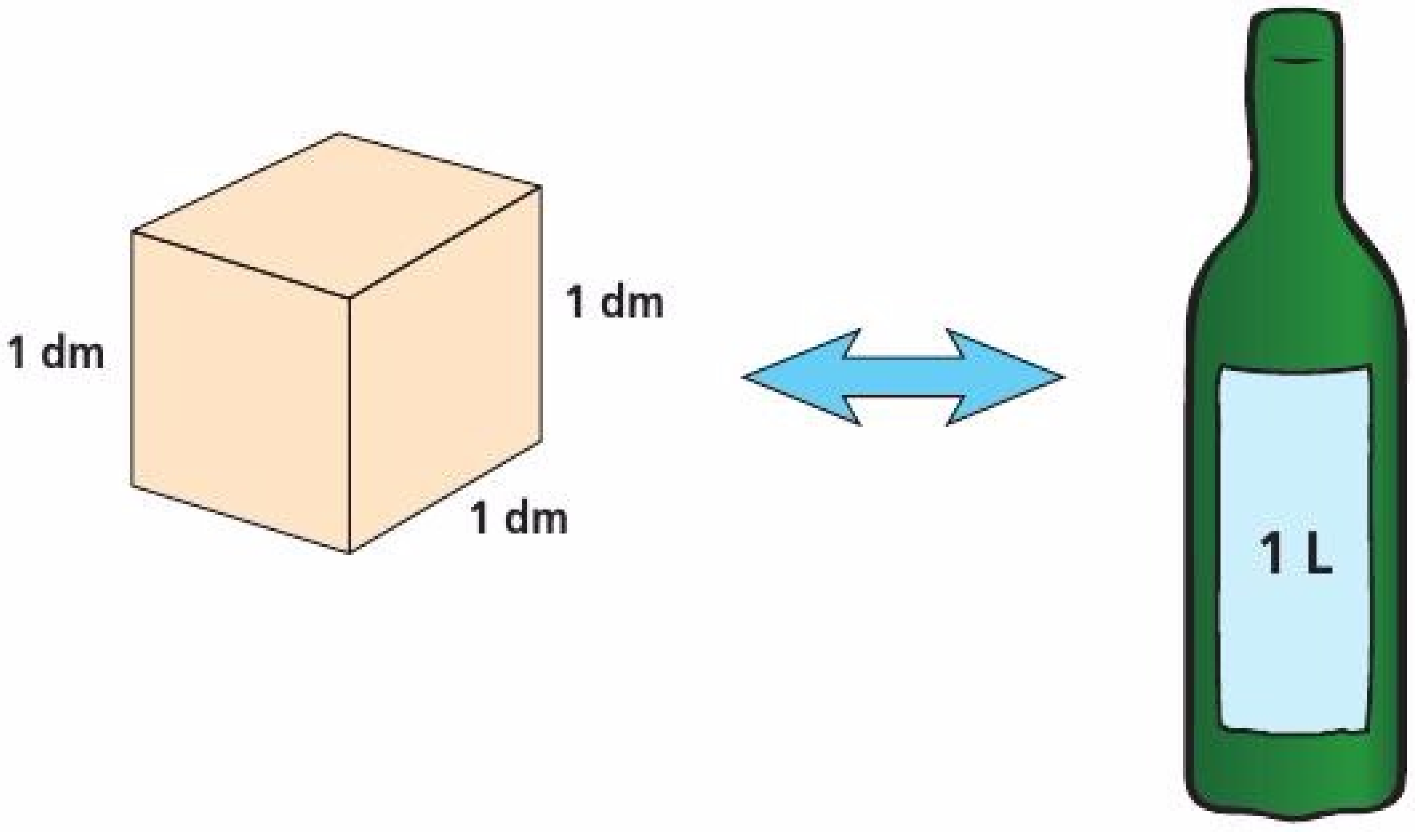
Agostinho Gonçalves/shutterstock

Reservatório de água com volume de 400 m³.
Indaiatuba, SP, 2012.

Medida de capacidade

Os líquidos têm a propriedade de ocupar o volume dos recipientes onde se encontram. É assim em garrafas, tambores e caixas-d'água dos mais diferentes formatos. Independentemente do formato do recipiente, o que importa é sua capacidade. A capacidade corresponde ao volume que ele pode conter. Por essa razão, podemos usar as unidades de volume do sistema métrico para medir a capacidade. Existe, porém, uma unidade mais utilizada para se medir a capacidade: **o litro** (símbolo: L)

A capacidade de um **litro** (L) é igual ao volume de um cubo que tem 1 dm de aresta.



Professor, leia o texto com os alunos e faça no quadro a tabela que relaciona os múltiplos e submúltiplos do litro, para que os alunos compreendam as relações estabelecidas.

Múltiplos e submúltiplos do litro

Observe na tabela a seguir que os múltiplos e submúltiplos do litro variam também de 10 em 10. Ou seja, da esquerda para a direita, cada unidade é 10 vezes menor que a anterior.

MÚLTIPLOS			UNIDADE FUNDAMENTAL	SUBMÚLTIPLOS		
quilolitro **kL** 1000 L	hectolitro **hL** 100 L	decalitro **daL** 10 L	litro **L** 1 L	decilitro **dL** 0,1 L	centilitro **cL** 0,01 L	mililitro **mL** 0,001 L

Em nosso cotidiano, encontramos o uso frequente do litro e do mililitro. Veja:


Davide Guglielmo/SXC

Caixa de leite – 1L


Dima Peskoff/SXC

Água Mineral – 10L


Aleksandr Ugorenkov/PhotoXpress

Garrafa pet – 2L


Veronika Sussmannova/Dreamstime

Shampoo – 780 mL


NatUlrich/PhotoXpress

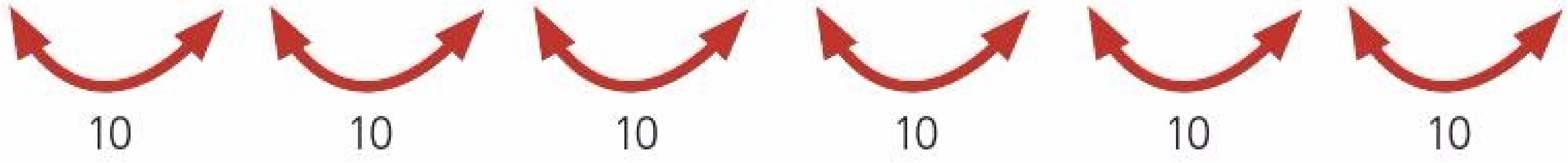
Seringa descartável – 50 mL


Alessandro Paiva/SXC

Lata de refrigerante – 350 mL

Para fazermos conversões de unidades entre múltiplos e submúltiplos do litro, devemos observar que cada unidade equivale a 10 vezes a unidade à sua direita.

MÚLTIPLOS			UNIDADE FUNDAMENTAL	SUBMÚLTIPLOS		
quilolitro **kL** 1 000 L	hectolitro **hL** 100 L	decalitro **daL** 10 L	litro **L** 1 L	decilitro **dL** 0,1 L	centilitro **cL** 0,01 L	mililitro **mL** 0,001 L



Por isso, para transformar uma certa medida, de uma unidade para a unidade à sua direita, devemos multiplicar por 10 o número que indica a medida. Para fazer o contrário, ou seja, transformar uma medida de unidade para a anterior, dividimos por 10. Por exemplo:

- 0,13 L = 1,3 dL
- 31 hL = 310 dal = 3 100 L
- 1 L = 10 dL = 100 cL = 1 000 mL
- 2,34 dL = 0,234 L

Vimos que o litro é uma medida de capacidade que equivale ao volume de um cubo de aresta 1 dm. Isso significa que:

$$1\ L = 1\ dm^3$$

Convertendo-se 1 dm^3 para m^3 obteremos: 1 dm^3 = 0,001 m^3. Logo:

$$1\ L = 0{,}001\ m^3 \rightarrow 1\ m^3 = 1\,000\ L$$

É interessante notarmos que 1 m^3, ou 1 000 L, é o volume, ou capacidade, de uma caixa-d'água residencial padrão.

Atividades

! Professor, na atividade 41, converse com seus alunos sobre a responsabilidade que cada cidadão deve ter no consumo de diário de água.

37. Um determinado cubo tem capacidade de 1 L. Quantos centímetros de aresta tem esse cubo? 10 cm

38. Transforme em litros:

a) 13 daL 130 L
b) 5 dL 0,5 L
c) 1 200 cL 12 L
d) 2 455 mL 2,455L

39. Um garrafão de água mineral com capacidade para 10 litros de água pode ser despejado totalmente dentro de um filtro com capacidade para 0,0000098 dam^3, sem derramar água?
Não, porque 0,0000098 dam^3 equivale a 9,8 litros

40. Suponha que você possui uma jarra com 1,5 l de suco para servir em copos com capacidade de 180 ml. Quantos copos cheios podem ser servidos? 8 copos

41. Sabendo-se que um banho em que o chuveiro fica ligado durante 15 minutos gasta, em média, 150 litros de água, responda:

a) Quantos litros de água uma pessoa gasta em uma semana (7 dias), demorando 20 minutos em média a cada banho?
$V_1 = 1\,400$ L

b) Quantos litros seriam economizados se esta pessoa diminuísse para 10 minutos cada banho? $V_2 = 700$ L

42. Um aquário tem 50 cm de comprimento, 20 cm de largura e 30 cm de altura. Nele, colocou-se água até que seu nível ficasse 4 cm abaixo do nível máximo. Quantos litros de água foram colocados nesse aquário? V = 26 L


Orlando Florin Rosu/Dreamstime

43. Dados da Sabesp, empresa responsável pelo tratamento e distribuição de água no estado de São Paulo, indicam que uma torneira desregulada e gotejando desperdiça, em média, 45 litros de água por dia.
Responda:

a) Quantos litros de água são desperdiçados por mês por uma torneira gotejando? 1 350 L

b) Quantos metros cúbicos são perdidos por essa torneira gotejando? 1,35 m^3

Medidas de Massa

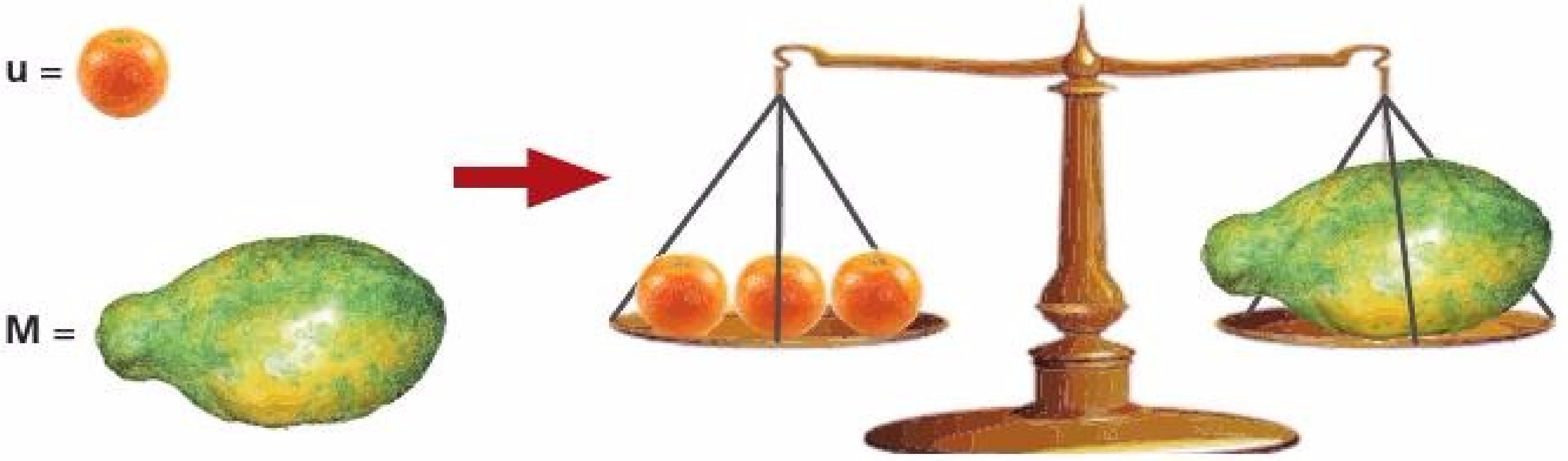
Neste capítulo, estudamos diversas unidades que se relacionavam com dimensões e formas. Vamos estudar agora a medida da massa de um corpo.

A massa de um corpo é a medida da quantidade de matéria que ele contém.

Uma forma de determinar a massa de um corpo, consiste em tomar um outro corpo como unidade de medida e compará-los. Para fazer essa comparação podemos utilizar uma balança. Veja o exemplo:

- Se tomarmos como unidade **u** uma laranja, podemos estabelecer a massa **M** do mamão:

Professor, discuta o conceito de massa com os alunos. Coloque no quadro a tabela de múltiplos e submúltiplos do grama e relacione as unidades.



Maps World

Com a balança, descobrimos que a massa do mamão é igual a 3 laranjas. Ou seja:

$$M = 3u$$

Jacek/Kino

Balança digital

A unidade padrão de massa utilizada internacionalmente é o **quilograma,** que equivale a uma peça de platina que se encontra no Escritório Nacional de Pesos e Medidas em Sèvres, na França.

A unidade de massa é a única dentre as unidades do Sistema Internacional que permanece com um padrão físico, pois trata-se de medir uma quantidade de matéria. Apesar disso, os velhas balanças que utilizavam"pesos" já foram substituídas por balanças digitais mais precisas.

O **grama** é um submúltiplo do quilograma. Por ser muito utilizado em nosso cotidiano é tomado como referência.

MÚLTIPLOS			UNIDADE FUNDAMENTAL	SUBMÚLTIPLOS		
quilograma **kg** 1000 g	hectograma **hg** 100 g	decagrama **dag** 10 g	grama **g** 1 g	decigrama **dg** 0,1 g	centigrama **cg** 0,01 g	miligrama **mg** 0,001 g

Observe no quadro que cada unidade de massa é 10 vezes a unidade à sua direita. Com base nisso, da mesma forma com que trabalhamos com o metro e o litro, podemos fazer as transformações de unidades.

Acompanhe os exemplos:

- 2 500 g = 2,5 kg
- 27 dg = 270 mg
- 4 388 hg = 438,8 kg

Quando medimos massas muito grandes, é comum utilizarmos como unidade a **tonelada** (cujo símbolo é **t**). Uma tonelada equivale a 1 000 quilogramas:

1 t = 1000 kg

Um elefante adulto, por exemplo, pode chegar a 7 000 kg, ou 7 t.

Atividades

44. Transforme em gramas:

a) 0,56 kg 560 g
b) 4,13 kg 4130 g
c) 5,11 hg 511 g
d) 28,3 dg 2,83 g
e) 7,4 dag 74 g
f) 6 200 mg 6,2 g

45. Transforme em quilogramas:

a) 7 375 g 7,375 kg
b) 125 dg 0,0125 kg
c) 378 g 0,378 kg
d) 7 200 g 7,2 kg
e) 155 dag 1,55 kg
f) 12 g 0,012 kg

46. Se 1 t = 1 000 kg, podemos dizer que 1 kg = 0,001 t. Pensando nisso, transforme em toneladas:

a) 2 kg 0,002 t
b) 127 kg 0,127 t
c) 27 kg 0,027 t
d) 1,27 kg 0,00127 t

47. Para fazer 3 000 livros de 32 páginas cada um, foram utilizados 384 kg de papel. Qual é, aproximadamente a massa, em gramas, de cada página do livro? 4 g

48. No setor agropecuário, é muito comum se utilizar como unidade de massa a **arroba**, que equivale a 15 kg. Responda, utilizando sua calculadora:

a) Quantas arrobas pesa uma vaca de 450 kg? 30 arrobas

b) Quantos quilogramas tem um bezerro de 12 arrobas? 180 kg

49. Sabendo que, inicialmente, o quilograma foi definido como a quantidade de matéria contida em 1 litro de água pura, podemos elaborar a seguinte tabela:

1 L	1 kg
1 cm^3	1 g
1 m^3	1 000 kg

Com base na tabela, responda:

a) Qual a massa de 25 L de água pura? 25 kg

b) Qual a massa de 1 000 L de água pura? 1 000 kg = 1 t

c) Qual a massa de 10 L de água mineral? 10 kg

d) Uma caixa d'água de 2 000 L tem uma massa de 120 kg quando está vazia. Qual a massa dessa caixa d'água quando está cheia? 2 120 kg

Medidas de Tempo

Professor, leia o texto sobre medidas de tempo com os alunos e converse sobre outras possibilidades de medir o tempo: trimestre, bimestre, semestre, quinquênio entre outras formas.

Medir o tempo é uma das atitudes mais antigas dos seres humanos. Há muito se percebeu que para medir o tempo era necessário utilizar algum fenômeno **periódico**, isto é, algo que se repetia em determinados intervalos de tempo. Assim, esse intervalo era utilizado como unidade de medida.

Atualmente, medimos o tempo utilizando **horas, minutos, segundos, dias, semanas, meses, anos, séculos** etc.

As imagens não são proporcionais entre si.


JMFontecha/PhotoXpress

Relógio de sol


Aleksandra P./SXC

Ampulheta


Emily2k/Dreamstime

Relógio analógico


Dmitry Rukhlenko/Dreamstime

Relógio digital

Assim:

- 1 minuto tem 60 segundos
- 1 hora tem 60 minutos
- 1 dia tem 24 horas
- 1 ano tem 12 meses
- Os meses de abril, junho, setembro e novembro têm 30 dias

- Os meses de janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro e dezembro têm 31 dias
- Fevereiro tem 28 dias em anos não bissextos e 29 dias nos anos bissextos
- Uma década tem 10 anos
- Um século tem 100 anos
- Um milênio tem 1 000 anos

Como horas, minutos e segundos se relacionam como múltiplos de 60, devemos realizar operações de forma um pouco diferente. Veja o exemplo:

Um *show* de *rock* começa às 22h 35min e dura 1h 45min. A que horas ele termina?

Para responder a essa pergunta, precisamos somar 22h 35min com 1h 45min.

$$\begin{array}{r} 21\text{h } 35\text{min} \\ +\ \ 1\text{h } 45\text{min} \\ \hline 22\text{h } 80\text{min} \end{array}$$

Professor, comente com os alunos sobre a importância da organização dos registros dos dados em um exercícios ou atividade.

Como 1 hora tem 60 minutos, 80 minutos correspondem a 1 hora mais 20 minutos.

Então:

22h 80min = 22h + 1h + 20min = 23h 20 min

Portanto, o *show* termina às 23h 20min.

Atividades

50. Um *show* de música na TV começa às 13h 25min e dura 2h 45min. A que horas ele termina? 16h 10min

51. Qual a diferença, em horas entre a duração dos meses de agosto e novembro? 24 horas

52. Quantas horas tem 1 mês de 30 dias? E um ano de 365 dias? 720 h, 8 760 h

53. Aproximadamente, quantas horas você já viveu? (use a calculadora). Resposta pessoal.

54. Diego tem um compromisso as 18 horas. Sabendo que ele chegou com $\frac{1}{4}$ de hora atrasado, desenhe em seu caderno o relógio abaixo com os ponteiros indicando o horário que Diego chegou em seu compromisso.

55. Logo após tomar o café da manhã, Lúcia perguntou as horas para sua mãe, que respondeu: "...quinze para as 8". A que horas a mãe de Lúcia se referiu? 7h 45min

56. Para ir à escola, Mariana acorda às 6h 20min. Leva 10 minutos para se arrumar e 15 minutos tomando café.

a) A que horas Mariana está pronta para sair? 6h 45min

b) Se ela demora 20 minutos para chegar à escola, a que horas ela estará chegando lá? 7h 05min

57. O planeta Saturno executa uma órbita completa ao redor do Sol em aproximadamente 10 950 dias terrestres. Sabendo que a Terra completa uma órbita em 365 dias, quantos anos terrestres dura o ano de Saturno? 30 anos terrestres

Nasa

O planeta Saturno

58. O horário de uma escola é o seguinte:

1ª aula	7h30 – 8h15
2ª aula	8h20 – 9h05
3ª aula	9h10 – 9h55
4ª aula	10h15 – 11h00
5ª aula	11h05 – 11h50

Responda:

a) Qual é a duração de cada aula? 45 minutos

b) Qual é a duração dos intervalos entre as duas primeiras aulas? 5 minutos ou 20 minutos

c) Qual é o maior intervalo entre aulas? 20 minutos

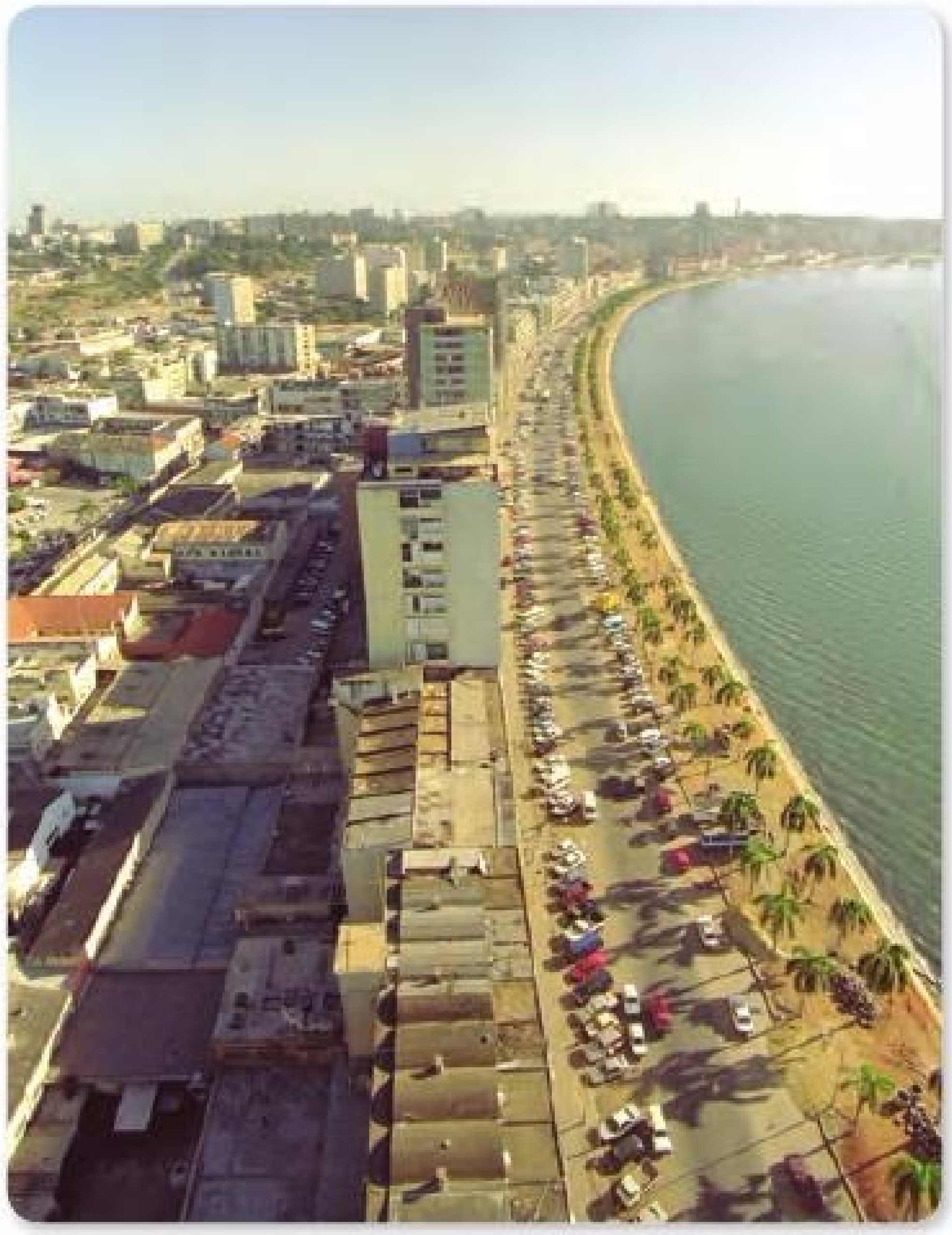
59. Quantos dias uma pessoa demoraria para contar até 100 000, se demorasse apenas 1 segundo para contar cada número? Faça uma estimativa utilizando sua calculadora. Lembre-se de que cada hora tem 60 minutos, cada minuto 60 segundos e que o dia tem 24 horas. 11,6 dias

60. De uma estação ferroviária, parte para a capital um trem a cada 2h 40min. Considerando que o primeiro trem parte às 10h 20min e que após as 18 horas não parte nenhum trem, quantos trens partem para a capital a cada dia? Partem apenas dois trens.

! Interpretar texto

61. Luanda é a capital de Angola, país africano onde se fala a língua portuguesa. Quando em Brasília é meio-dia, em Luanda são 4 horas da tarde, ou 16 horas, em função do fuso horário. O dia 31 de dezembro de 2011, às 23h 40min, em Brasília, correspondeu a que dia, mês, ano e hora em Luanda?

31 de dezembro de 2011, 23h 40min em Brasília
01 de janeiro de 2012, 03h 20min em Luanda



Nicolas Randal/Alamy/Glow Images

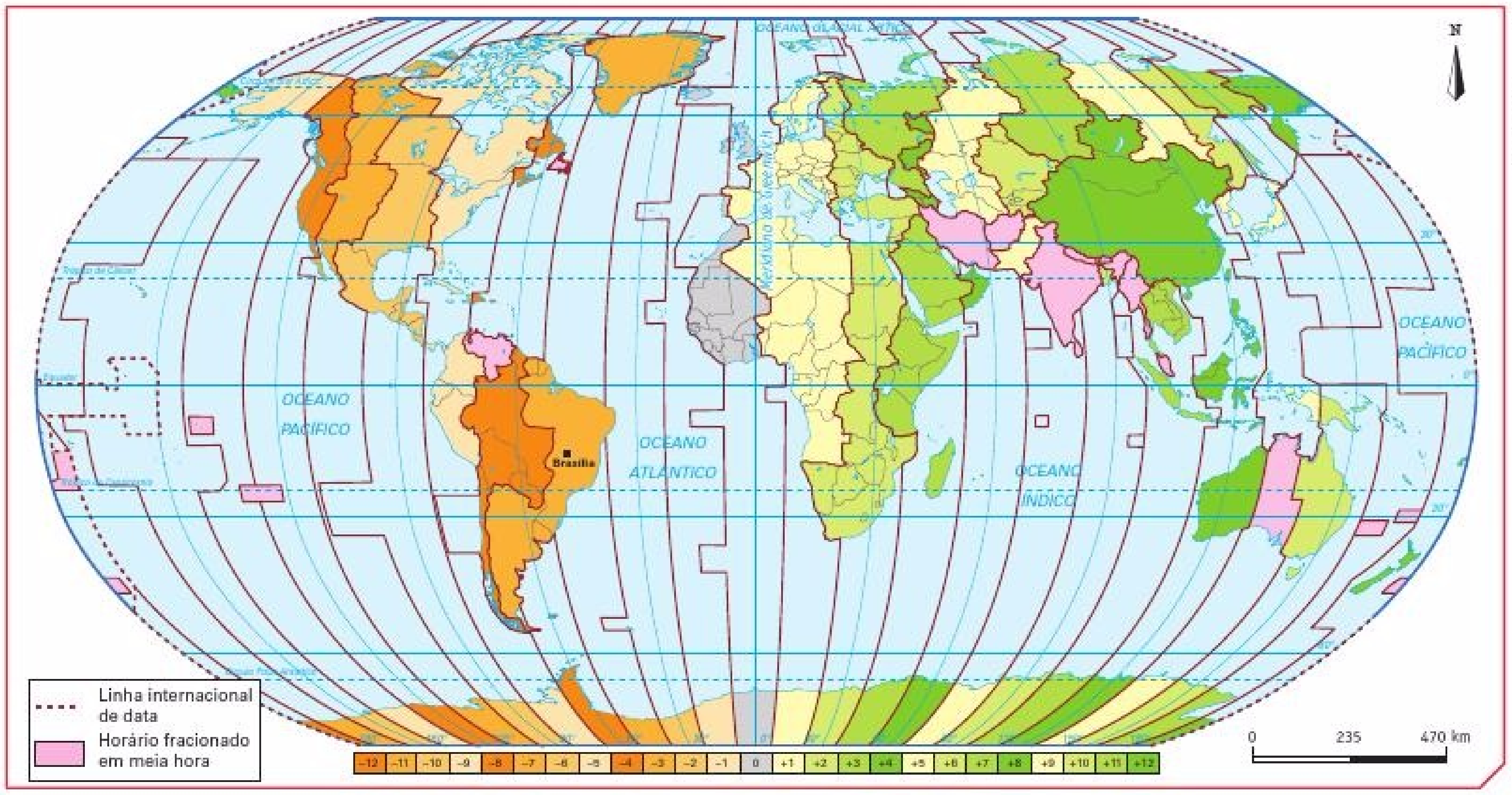
Luanda, capital de Angola.

Para ler

Professor, antes de iniciar a leitura do texto, converse com os alunos sobre o horário de verão, se eles lembram o que muda em seu dia a dia e quais são as vantagens de adotar esse horário. Após a conversa inicie a leitura do texto, que é rico em informações, e explore as imagens disponibilizadas.

Horário de verão

Os fusos horários são formados dividindo-se os 360° da circunferência da Terra pelas 24 horas do dia. O resultado são 24 fusos horários de 15° cada. O meridiano de Greenwich, na Inglaterra, é o marco zero de referência para os fusos horários. As horas aumentam para leste e diminuem para oeste, devido à translação da Terra ao redor do Sol.



Cinthia Yamasaki

O Brasil está a oeste do meridiano de Greenwich. Isso significa que, em relação a Greenwich, temos fusos horários de 2, 3 ou 4 horas a menos, dependendo do estado que considerarmos.

Cinthia Yamasaki

Com base em *Atlas geográfico escolar.* Rio de Janeiro: IBGE, 2009 p. 91.

O horário de verão consiste basicamente em aproveitar a luz do dia para economizar energia, pois no verão os dias são mais longos.

No Brasil o horário de verão foi estabelecido pela primeira vez em outubro de 1931. Para implantá-lo, adianta-se uma hora no horário dos estados mais distantes do equador: Rio Grande do Sul, Santa Catarina, Paraná, São Paulo, Rio de Janeiro, Espírito Santo, Minas Gerais, Goiás, Mato Grosso, Mato Grosso do Sul e Distrito Federal. Nos demais estados o horário é mantido. Durante sua vigência, a diferença de horário entre alguns estados brasileiros, que era de 1 hora, passa a ser de 2 horas. É o caso, por exemplo, entre os estados de São Paulo e Amazonas.

Em média, o horário de verão tem 120 dias de duração e apresenta uma sensível economia de energia elétrica nos diversos setores de nossa economia.

Para estudar

Fazer estimativas

62. Considere as seguintes unidades de medida de distâncias: quilômetro, metro, centímetro e milímetro. Diga qual delas costuma ser usada quando medimos:

a) a distância de São Paulo a Nova York

b) a espessura do vidro para-brisas do automóvel.

c) a altura de uma torre de TV

d) a largura de uma quadra de vôlei

63. Sabendo que 1 cm = 0,01 m e que 1 m = 100 cm. Pergunta-se:

a) 5 m têm quantos centímetros?

b) 4,8 m têm quantos centímetros?

c) 1,96 m têm quantos centímetros?

d) 0,02 m tem quantos centímetros?

64. Transforme:

a) 9 735 mm em metros

b) 0,7 m em centímetros

c) 3,75 km em metros

d) 7 600 m em quilômetros

e) 0,017 km em centímetros

Argumentar

65. Responda em seu caderno se as afirmações são verdadeiras (V) ou falsas (F). Justifique.

a) 1 km^2 é a área de um quadrado com lados de 10 hm.

b) 400 m^2 é a área de um quadrado com lados de 20 m.

c) 100 cm^2 é a área de um quadrado com 1 dm de lado.

66. Uma caixa-d'água tem uma base com as dimensões 70 cm e 30 cm. Sua altura é 40 cm. Qual é o seu volume?

67. Converta as medidas a seguir para metros cúbicos (m^3):

a) 1,3 km^3

b) 2 400 dm^3

c) 42 000 cm^3

d) 1 200 000 mm^3

68. Substitua o símbolo ▼ nas frases a seguir por uma unidade de volume conveniente.

a) No último mês, o consumo de água em nossa casa foi de 820 ▼.

b) O médico aplicou uma injeção de 10 ▼.

c) Fui à padaria e comprei 2▼ de leite.

d) Um garrafa de refrigerante contém 290▼ de líquido.

69. Dados da Sabesp indicam que a Região Metropolitana de São Paulo tem, em regime normal do funcionamento dos reservatórios, uma disponibilidade hídrica (de água) de 200 mil litros/habitante/ano. Isso significa que, para cada habitante dessa região, estão disponíveis 200 mil litros de água por ano. Com base na disponibilidade indicada acima, responda:

a) Quantos metros cúbicos de água cada habitante da Região Metropolitana de São Paulo tem disponível por ano?

b) Quantos metros cúbicos cada habitante tem disponível por dia?

70. Transforme em gramas:

a) 0,46 kg

b) 7,89 hg

c) 1,4 dag

d) 2,1 kg

e) 38,5 dg

f) 5 200 mg

71. Transforme em quilogramas:

a) 3 375 g

b) 98 g

c) 155 dag

d) 85 dg

e) 9 200 g

f) 1 g

Resolução das atividades

1.

MÚLTIPLOS			UNIDADE FUNDAMENTAL	SUBMÚLTIPLOS		
quilômetro km 1 000 m	hectômetro hm 100 m	decâmetro dam 10 m	metro m 1 m	decímetro dm 0,1 m	centímetro cm 0,01 m	milímetro mm 0,001 m

2. a) 100 cm
b) 1 000 mm
c) 1 000 m
d) 100 mm
e) 1 cm

3. a) 0,305 m
b) 30,5 cm
c) 237 m
d) 757 m

4. a) 178 500 cm = 1,785 km
b) 78,1 km = 7 810 000 cm
c) 1 2000 000 = 120 km

5. a) 2 755 mm = 2,755 m
b) 0,4 m = 40 cm
c) 1,73 km = 1730 m
d) 7 700 m = 7,7 km
e) 5 000 cm = 0,050 km
f) 0,001 km = 100 cm

6. 1 200 · 0,35 = 4 200 m

7. 1 pé = 12 polegadas

8. 343,98 dam

9. a) 78,74 cm para classe econômica
b) 81,28 cm para a classe executiva

10. a) 0,96 m^2 = 96 dm^2
b) 0,0034 m^2 = 0,34 dm^2
c) 2 000 000 m^2 = 2 km^2
d) 23,489 m^2 = 234 890 cm^2

11.

MÚLTIPLOS			UNIDADE FUNDAMENTAL	SUBMÚLTIPLOS		
quilômetro quadrado **km^2** 1 000 000 m^2	hectômetro quadrado **hm^2** 10 000 m^2	decâmetro quadrado **dam^2** 100 m^2	metro quadrado **m^2** 1 m^2	decímetro quadrado **dm^2** 0,01 m^2	centímetro quadrado **cm^2** 0,0001 m^2	milímetro quadrado **mm^2** 0,000001 m^2

12. a) 654 dm^2 = 6,54 m^2
b) 467 520 cm^2 = 46,752 m^2
c) 0,579 hm^2 = 5 790 m^2
d) 6,7 km^2 = 6 700 000 m^2
e) 0,778 dam^2 = 77,8 m^2

13. 70 · 105 = 7 350 m^2
22 050 : 7 350 = 3 campos de futebol

14. A = 16 cm x 4 cm → A = 64 cm^2

15. base = 3 · altura

a) base = 24 cm → altura = 8 cm
A = 24 · 8 → a = 192 cm^2

b) altura = 2m → base = 6 m
A = 6 · 2 → a = 12 m^2

16. Área da página = 0,28 · 0,21 = 0,0588 m^2
Para 3 000 páginas → 1500 folhas
Consumo = 1 500 · 0,0588
Consumo = 88,2 m^2

17. Base = 25 m
Área = 875 m^2
875 = 25·altura → altura = 35 m

18. a) 24 m : 4 = 6m → A = 36 m^2
b) 100 hm : 4 = 25 hm → A = 625 hm^2
c) 200 km : 4 = 50 km
A = 2 500 km^2

19. a) 132 a = 1 320 m^2
b) 34,568 ha = 345 680 m^2
c) 67 alqueires = 67 · 24 200 km^2 =
= 1 621 400 m^2

20. a) 589 100 ha e 484 800 ha
b) 104 300 ha

21. a) Amazonas
b) 1570745,68 km^2 = 1 570 745 680 000 m^2 =
= 157 074 568 ha
c) Sergipe → 21910,35 km^2 = 2 191 035 ha
d) 8 514 876,60 km^2 = 85 148 766 ha

22. a) 5m · 3m = 15 m^2
b) 6 dam · 6 dam + 4 dam · 3 dam =
= 48 dam^2
c) Metade da área total do quadrado
A = 64 : 2 → A = 32 cm^2

23. a) 10 000 000 cm^3 b) 1 000 cm^3

24. a) 1 000 000 m^3 b) 1 000 000 000 m^3

25. a) 0,034 m^3 c) 9 600 m^3
b) 0,032450 m^3 d) 0,0001234689 m^3

26. 34,7819 m^3 < 67,243101 m^3 < 23 000 m^3 < 53000 m^3

27. a) 56 unidades de volume
b) 11,2 unidades de volume

28. V = 7 · 3 · 1 = 21 m^3

29. V = 1,1 · 1,2 · 1,4 m^3 → V = 1,848 m^3

30. V = 48 · 16 · 8 → V = 6 144 cm^3

31. $V_1 = c \cdot l \cdot h$ e $V_2 = c \cdot l \cdot 2h$
$V_2 = 2V_1$

32. 40 000 000 000 : 125 =
= 320 000 000 habitantes

33. Sim, é possível. Exemplo: um cubo de dimensões 4 cm e um paralelepípedo de dimensões 1cm, 1 cm e 64 cm.

34. a) 3 dm b) 57 dm^3

35. O volume será oito vezes maior ao duplicar as arestas.

36. 17,228 dm^3

37. 1 L = 1 dm^3 → volume de um cubo de aresta 10 cm

38. a) 13 daL = 130 L
b) 5 dL = 0,5 L
c) 1 200 cL = 12 L
d) 2 455 mL = 2,455L

39. Não, porque 0,0000098 dam^3 equivale a 9,8 litros

40. 8 copos

41. Com 150 L gastos em 15 minutos, temos 10 L por minuto. Assim:
a) 20 minutos → 200 L → V_1 = 7 · 200
V_1 = 1 400 L
b) 10 minutos → V_2 = 700 L

42. V = 50 · 20 · (30–4) → V = 26 000 cm^3
V = 26 L

43. a) 30 · 45 = 1350 L
b) 1350 L = 1,35 m^3

44. a) 0,56 kg = 560 g
b) 4,13 kg = 4130 g
c) 5,11 hg = 511 g
d) 28,3 dg = 2,83 g
e) 7,3 dag = 73 g
f) 6 200 mg = 6,2 g

45. a) 7 375 g = 7,375 kg.
b) 125 dg = 0,0125 kg
c) 378 g = 0,378 kg
d) 7 200 g = 7,2 kg

e) 155 dag = 1,55 kg
f) 12 g = 0,012 kg

46. a) 2 kg = 0,002 t
b) 127 kg = 0,127 t
c) 27 kg = 0,027 t
d) 1,127 g = 0,00127 t

47. 3 000 · 32 = 96 000 páginas
384 : 96 000 = 0,004 kg por página → cada página tem 4 g

48. a) 450 : 15 = 30 arrobas
b) 12 · 15 = 180 kg

49. a) 25 L de água pura equivalem a 25 kg
b) 1 000 L de água pura equivalem a 1 000 kg = 1 t
c) 10 L de água mineral equivalem a 10 kg
d) 2 000 L → 2000 kg
Total = 2 000 kg + 120 kg = 2 120 kg

50. 13h 25min + 2h 45min = 15h 70min = = 16h 10min

51. 24 horas, pois agosto tem 1 dia a mais que novembro.

52. 30 dias = 30 · 24 = 720h
365 dias = 365 · 24 = 8 760h

53. Resposta pessoal

54.

55. 7h 45min

56. a) 6h 20min + 10min + 15 min = 6h 45min
b) 6h 45min + 20min = 6h 65min =
= 7h 05min

57. 10950 : 365 = 30 anos terrestres

58. a) 45 minutos
b) 5 minutos
c) 20 minutos

59. 100 000 segundos = 100 000 : (24 · 60 · 60)
11,6 dias

60. 10h 20 min + 2h 40 min = 12h 60min = 13h
13h + 2h 40min = 15h 40min
15h 40min + 2h 40min = 18h 20min
Partem apenas dois trens.

61. 31 de dezembro de 2011, 23h40min em Brasília
01 de janeiro de 2012, 03h20 min em Luanda

Respostas da seção Para estudar

62. a) Quilômetro
b) Milímetros
c) Metros
d) Metros

63. a) 500 cm
b) 480 cm
c) 196 cm
d) 2 cm

64. a) 9,735 m
b) 70 cm
c) 3 750 m
d) 7,6 km
e) 1 700 m

65. a) V.
b) V.
c) V.

66. 84 000 cm^3

67. a) 1 300 000 000 m^3
b) 2,4 m3
c) 0,041 m3
d) 0,012 m3

68. a) L
b) mL
c) L
d) ML

69. a) 200 m3
b) 0,548 m^3

70. a) 460 kg
b) 7890 g
c) 14 g
d) 2100 g
e) 0,385 g
f) 5,2 g

71. a) 3,375 kg
b) 0,098 kg
c) 1,55 kg
d) 0,00085 kg
e) 9,2 kg
f) 0,002 kg

Indicações de leituras complementares

A seguir, apresentamos uma relação de títulos indicados para sua leitura. Neles, você irá encontrar interessantes relações entre a Matemática e seu cotidiano, além da revelação da beleza presente nas formas geométricas e das divertidas atividades e jogos que podem ser desenvolvidos utilizando os conceitos matemáticos. Tudo isso ajudará bastante no desenvolvimento de seu raciocínio lógico.

BARI, Atílio. *O tesouro do pirata pão-duro*. São Paulo: Scipione, 2002.

Coleção *O Prazer da Matemática*, de vários autores (Lisboa: Gradiva)

GUELLI, O. *O mágico da Matemática*. São Paulo: Atual, 1997.

GUELLI, Oscar. *A invenção dos números*. São Paulo: Ática, 1998.

IMENES, Luis Márcio Pereira et al. Coleção *Pra que Serve a Matemática?* São Paulo: Atual, 1990.

- *Álgebra*
- *Ângulos*
- *Equação do 2° grau*
- *Frações e números decimais*
- *Estatística*
- *Geometria*
- *Números negativos*
- *Proporções*
- *Semelhanças*

IMENES, Luis Márcio Pereira et al. Coleção *Vivendo a Matemática*. São Paulo: Scipione, 1990.

- *Brincando com números*
- *Geometria dos mosaicos*
- *Descobrindo o teorema de Pitágoras*
- *Medindo comprimentos*
- *Problemas curiosos*
- *Polígonos, centopeias e outros bichos*
- *Geometria das dobraduras*
- *Lógica? É lógico*
- *Os poliedros de Platão e os dedos da mão*
- *Semelhança não é mera coincidência*
- *Os números na história da civilização*
- *A numeração indo-arábica*
- *Par ou ímpar?*

MACHADO, Nilson José. *A Geometria na sua vida*. São Paulo: Ática, 2003.

MALBA Tahan. *As maravilhas da Matemática*. Rio de Janeiro: Bloch, 1987.

MALBA Tahan. *Matemática divertida e curiosa*. Rio de Janeiro: Record, 2008.

MALBA Tahan. *O homem que calculava*. Rio de Janeiro: Record, 2008.

OBERMAIR, Gilberto. *Quebra-cabeças, truques e jogos com palitos de fósforo*. Rio de Janeiro: Ediouro. 2000.

RAMOS, Luzia Faraco. *Frações sem mistério*. São Paulo: Ática, 2001.

ROSA NETO, Ernesto. *As mil e uma equações*. São Paulo. Ática, 2001.

TEIXEIRA, Martins Rodrigues. *Quem inventou o dinheiro?* São Paulo: FTD, 1998.

TEIXEIRA, Martins Rodrigues. *Uma aventura na mata - frações*. São Paulo: FTD, 1997.

TOWNSEND, Charles. *O livro dos desafios*, v. 1. Rio de Janeiro: Ediouro, 2004.

TRAMBAIOLLI NETO, Egídio. *A profecia*. São Paulo: FTD, 1997.

TRAMBAIOLLI NETO, Egídio. *A revelação*. São Paulo: FTD, 1997.

Referências Bibliográficas

BAIFANG, Liu. *Puzzles com fósforos*. Trad. Jorge Casimiro. Lisboa: Gradiva, 1995. (O prazer da Matemática).

BASSANEZI, R. C. *Ensino-Aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo: Contexto, 2002.*

BERLOQUIN, Pierre. *100 jogos geométricos*. Lisboa: Gradiva, 2001.

BERLOQUIN, Pierre. *100 jogos numéricos*. Lisboa: Gradiva, 2000.

BICUDO, M. Aparecida Viggiani (Org.). *Educação matemática*. São Paulo: Moraes, 1987.

BIEMBENGUT, M. S. et al. *Ornamentos e Criatividade : uma alternativa para ensinar geometria* plana. Blumenau: Ed. da FURB, 1996.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Contexto, 2000.

BLOOM, Benjamin S. et al. *Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar*. São Paulo: Pioneira, 1983.

BORIN, Júlia. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de Matemática*. São Paulo: CAEM-USP, 1995. v. 6.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. 2. ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BROUSSEAU,G. *Introdução ao estudo das situações didáticas – Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo*: Ática, 2008.

BRUNER, Jerome S. *O processo da educação*. 4. ed. Trad. Lobo L. de Oliveira. São Paulo: Nacional, 1974.

CAGGIANO, Ângela. et al. *Problema não é mais problema*. São Paulo: FTD, 1996. v. 4.

CAPRA, Frejot. *O ponto de mutação: a ciência, a sociedade e a cultura emergente*. São Paulo: Cultrix, 1982.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Gradiva, 1998.

CARDOSO, Virgínia Cardia. *Materiais didáticos para as quatro operações*. São Paulo: CAEM-USP, 1992. v. 2.

CARVALHO, F. et al. *Por que Baskara? História & Educação Matemática*, v. 2, n. 2. Rio Claro, 2002.

CARVALHO, M.C.C.S. *Padrões Numéricos e funções*. São Paulo: Moderna, 1998.

CENTURIÓN, Marília. *Conteúdo e metodologia da Matemática: números e operações*. São Paulo: Scipione, 1994.

COLE, K. C. *O universo e a xícara de chá – A matemática da verdade e da beleza*. Rio de Janeiro: Record, 2006.

COLEÇÃO Matemática: aprendendo e ensinando. São Paulo: Atual/Mir, 1997.

COXFORD, Arthur R; SHULTE, Albert P. (Orgs.). *As ideias da Álgebra*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

D'AMBROSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1997.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática: elo entre tradição e modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e Matemática*. São Paulo/Campinas: Summus/Editora da Unicamp, 1986.

DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 1996.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 1989.

DANTZIG, Tobias. *Número: a linguagem da ciência*. Trad. Sérgio Góes de Paula. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

DEMO, Pedro. *Avaliação qualitativa*. São Paulo: Cortez, 1987.

DEVLIN, Keith. *O gene da matemática*. Rio de Janeiro: Record, 2004.

DINIZ, M. Ignez de S. V.; SMOLE, K. C. S.. *O conceito de ângulo e o ensino de Geometria*. São Paulo: CAEM-USP, 1993. v. 3.

DINIZ, M. Ignez; SMOLE, K. C. S.; MILANI, Estela. *Jogos de Matemática de 6º a 9º ano*. São Paulo: Artmed, 2006. (Coleção Cadernos do Mathema)

ESTEVES, 0. P. *Testes, medidas e avaliação*. Rio de Janeiro: Arte & Indústria, 1972.

FRIEDMAN, Thomas L. *O mundo é plano*. Rio de Janeiro: Objetiva, 2007.

FRIEDMAN, Thomas L. *Quente, Plano e Lotado*. Os desafios e oportunidades de um novo mundo. Rio de Janeiro: Objetiva, 2007.

GARBI, Gilberto G. *A rainha das ciências – Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática.* São Paulo: Livraria da Física, 2007.

GARDNER. H. *Inteligências múltiplas: a teoria na prática.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

GLADWELL, Malcolm. *Fora de série – Outliers.* São Paulo: Sextante, 2008

GLEISER, Marcelo. *A dança do Universo: dos Mitos de criação ao big-bang.* São Paulo: Companhia das Letras, 1997.

HAYDT, R. Cazaux. *Avaliação do processo ensino-aprendizagem.* São Paulo: Ática, 1988.

HOGBEN, Lancelot. *Maravilhas da Matemática.* 4. ed. Porto Alegre: Globo, 1956.

IFRAH, Georges. *Os números: a história de uma grande invenção.* 4. ed. Trad. Stella M. de Freitas Senra. São Paulo: Globo, 1992.

JACOBINI, O. R. *A modelação matemática aplicada no ensino de estatística em cursos de graduação.* Dissertação de mestrado. Rio Claro: IGCE/UNESP, 1999. 155p.

LIBÂNEO, José Carlos. *Didática.* São Paulo: Cortez, 1993.

LINDQUIST, Mary M.; SHULTE, Albert P. (Orgs.). *Aprendendo e ensinando Geometria.* São Paulo: Atual, 1994.

LUCKESI, C. *Avaliação na aprendizagem escolar.* São Paulo: Cortez, 1992.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *O que é mesmo o ato de avaliar a aprendizagem?* Revista Pedagógica. Porto Alegre: Artmed, n. 12, fev.-abr. 2000.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e língua materna.* São Paulo: Cortez, 1990.

MARTINS, J. S. *O trabalho com projetos de pesquisa: do ensino fundamental ao ensino médio.* Papirus, 2001.

MIORIM, M. Ângela. *Introdução à história da Educação Matemática.* São Paulo: Atual, 1998.

MLODINOW, Leonard. *A Janela de Euclides. - A história da geometria das linhas paralelas ao hiperespaço*, 2. ed. Geraçao Editorial, 2004.

MLODINOW, Leonard. *O andar do bêbado – Como o acaso determina nossas vidas. Rio de Janeiro:* Jorge Zahar, 2009.

MOREY, Bernadete. *Geometria e trigonometria na Índia e nos países árabes.* (Org. Sergio Nobre). Rio Claro: Unesp, 2003. (História da Matemática para professores)

OCHI, Fusako Hori. et al. *O uso de quadriculados no ensino de Geometria.* São Paulo: CAEM-USP, 1992. v. 1.

PERRENOUD, P. *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens.* Porto Alegre: Artmed, 1999.

PIAGET, Jean. *Fazer e compreender Matemática.* São Paulo: Melhoramentos, 1978.

PIRES, C.M.C. *Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede.* São Paulo: FTD, 2000.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas.* Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, João P. da; BROCADO, J; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na sala de aula.* Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

RIBEIRO, José Pedro Machado; DOMITE, M. do C. Santos; FERREIRA, Rogerio. *Etnomatemática: papel, valor e significado.* Porto Alegre: Zouk, 2004.

ROCHA FILHO, Romeu C. *Grandezas e unidades de medida: o sistema internacional de unidades.* São Paulo: Ática, 1988.

ROSA; OREY, Daniel C. *Etnomatemática como ação pedagógica.* Natal: UFRN, 2004.

SANT'ANNA, Flávia M. et al. *Planejamento de ensino e avaliação.* 11. ed. Porto Alegre, 1995.

SINGH, Simon. *O último teorema de Fermat.* Rio de Janeiro: Record, 1998.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. *Coleção do Professor de Matemática.* Rio de Janeiro: SBM, 1999. Vários números.

SOUSA, C. Prado de (Org.). *Avaliação do rendimento escolar.* Campinas: Papirus, 1991.

SOUZA, E. Reame. et al. *A Matemática das sete peças do Tangram.* São Paulo: CAEM-USP, 1995. v. 7.

STEWART, IAN. *Incríveis passatempos matemáticos.* Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2010.

STRATHERN, Jorge. *Pitágoras e seu teorema em 90 minutos.* Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998.

TAHAN, Malba. *Diabruras da Matemática: problemas curiosos e fantasias aritméticas.* 2. ed. São Paulo: Saraiva, 1996.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Didática de Matemática: como dois e dois. A construção da Matemática.* São Paulo: FTD, 1997.

Matemática

ASSESSORIA PEDAGÓGICA

6º ano

Ensino Fundamental

UMA PALAVRA INICIAL

Caro(a) professor(a),

Esta coleção pretende contribuir com o seu trabalho e o de seus alunos. Este manual tem como objetivo apresentar um panorama da abordagem dos conteúdos da coleção e fundamentar as opções que assumimos na condução do curso de Matemática para as séries finais do Ensino Fundamental. Além disso, propõe sugestões e canais de aquisição de conhecimentos que o ajudem a oferecer a seus alunos uma aprendizagem mais eficaz.

O **Assessoria Pedagógica** objetiva também auxiliá-lo no planejamento e gestão de suas aulas e, dessa forma, procura descrever os processos de abordagem dos conteúdos, exercícios e atividades individuais e em grupo, funcionando como um valioso recurso, que deve ser um agente importante do processo de ensino-aprendizagem.

Nesse contexto, buscamos aqui ampliar as informações propostas no livro do aluno, oferecendo sugestões complementares de atividades, leituras, e de projetos a serem desenvolvidos com os alunos, entre outras.

A proposta desta obra surgiu na prática de sala de aula, objetivando despertar o interesse do aluno pela Matemática presente em seu cotidiano. A partir das atividades aqui propostas, procuramos fazer o aluno "enxergar" onde, como e quando a Matemática se manifesta; seja na natureza, nas construções humanas, nas leis da Ciência, na Astronomia ou atividades corriqueiras como, por exemplo, fazer compras, ouvir uma música ou praticar esportes.

Essa abordagem levou à produção desta coleção como uma ferramenta de diálogo nas diferentes linguagens da Matemática. Isso pode ser visto no formalismo e no encadeamento da apresentação dos conceitos, nas diferentes seções que apresentam textos complementares para leitura, aplicações e conexões interdisciplinares, informações históricas contextualizadas, oficinas, desafios, curiosidades e exercícios com dosagem progressiva de dificuldade.

Acreditamos que, com sua insubstituível colaboração, conseguiremos atingir os objetivos gerais e específicos da Educação Matemática respeitando as especificidades sociais e culturais de cada escola que utilizar essa obra. Nossos alunos precisam desta educação de qualidade. Nosso país, também.

Os Autores

Pressupostos da coleção

A Matemática constitui uma das mais significativas e universais heranças culturais da humanidade e é, também, um aprimorado modo de pensar e de se ter acesso ao conhecimento. A ênfase da Educação Matemática no Ensino Fundamental está na utilização da Matemática para resolver problemas, raciocinar, apropriar-se e difundir conhecimentos, o que implica em abordá-la de forma a desenvolver alunos seguros e motivados.

A Matemática sempre foi usada na sociedade relacionando-se com as mais diversas áreas da atividade humana. Porém, num mundo cada vez mais tecnológico, ela passa a ter, também, uma maior importância implícita, que deve ser discutida pelos educadores, objetivando o aprimoramento da aprendizagem pelos alunos e da apropriação das tecnologias disponíveis.

O trabalho dos educadores deve ter como objetivo ajudar a revelar a matemática presente nas mais variadas situações e promover a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes nos modos como lidam com a Matemática.

Trata-se de promover o desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes em vez de simplesmente adicionarmos capacidades de resolução de problemas, raciocínio e comunicação e atitudes favoráveis à atividade matemática a um currículo baseado em conhecimentos isolados e técnicas de cálculo. Ao mesmo tempo, destaca-se a compreensão de aspetos fundamentais da natureza e do papel da Matemática e dá-se uma atenção explícita ao desenvolvimento das concepções dos alunos sobre a própria Matemática.

Com esse olhar, é possível encontrar muitos estudos e experiências sobre a construção e aquisição dos conceitos e procedimentos matemáticos, que defendem, acima de tudo, que o ensino da Matemática não se limita à transmissão de informações, mas trata-se de um processo complexo de construção de um conjunto de competências cognitivas, que deve ter a participação ativa dos alunos.

Nessa obra, procuramos abordar algumas competências gerais de forma articulada com as competências específicas de cada conteúdo trabalhado dentro do campo dos **números e operações, da álgebra, da geometria, das grandezas e medidas e do tratamento das informações**.

Assim, as sugestões de abordagem dos conteúdos apresentadas nessa coleção tendem a relacionar essas competências e permite que o professor possa adaptá-las para cada contexto educacional dentro das diversidades de cada cenário de nosso País.

Vários significados

A necessidade de compreender os vários significados e propriedades das operações fundamentais e dominar os algoritmos são imprescindíveis no mundo atual, pois permitem desenvolver a capacidade de contar, comparar e quantificar grandezas, além de fazer e compreender codificações. Por isso, propomos o uso do cálculo mental, estimativas e o uso da tecnologia para apresentar conteúdos de aritmética, álgebra, contagens, sistemas de medidas, geometria e no tratamento da informação.

Por meio da percepção de regularidades, a obra propõe a construção de modelos simbólicos em várias situações e, da mesma forma, busca a compreensão e interpretação de problemas do cotidiano, correlacionando, eventualmente, outras áreas do conhecimento. Dessa forma, destaca-se o estudo da álgebra, que assume também, a função de linguagem capaz de expressar propriedades matemáticas e suas relações com a realidade.

O estímulo ao uso da percepção espacial e sua interação com o mundo físico em que vive o aluno, é destacado no ensino da Geometria, onde desenvolvemos as competências de localização, visualização, construção e representação de figuras geométricas, de forma a estimular a capacidade de organização e síntese desse conhecimento.

Buscamos, também, propiciar ferramentas de conexão da realidade das aulas de matemática com as demais disciplinas e com o mundo exterior. Assim, o estudo dos conceitos de número natural, inteiro, racional e irracional associa-se ao conceito de grandezas e, assim, relaciona-se à Geometria e à Álgebra, de forma a permitir uma linguagem que favoreça aplicações em outras disciplinas.

O tratamento da informação baseia-se na leitura e interpretação de problemas do cotidiano. A coleção trata de maneira simples e natural de estatística, probabilidade e contagens. A coleta, seleção, organização, apresentação e interpretação crítica dos dados são abordadas com exemplos e atividades que estimulam o uso de inferências baseadas em informações qualitativas ou quantitativas. São introduzidos os conceitos de chance e incerteza ainda nessa fase da educação básica, além de uma ampla apresentação dos diversos tipos de gráficos, aqui entendidos também como "idioma" cada vez mais presente na comunicação matemática.

Nesse cenário, a contextualização e a proposta de interdisciplinaridade e multidisciplinaridade são consequências naturais de um processo de trabalho no dia a dia em sala de aula, na escola e na comunidade, nas quais alunos e professores estão inseridos. Essa conduta participativa, crítica e responsável viabiliza discussões sobre o papel da Educação Matemática na vida desses indivíduos e na sociedade, formando assim, agentes transformadores, críticos e responsáveis, capazes de exercer sua cidadania.

Considerando os pressupostos que assumimos para o desenvolvimento desta coleção, apresentamos a seguir a competências a serem desenvolvidas e os objetivos específicos de cada um dos eixos de condução do curso.

I. Competências gerais a serem desenvolvidas

- Reconhecer a Matemática como instrumento para a compreensão e resolução de problemas do homem na sociedade contemporânea;
- Interpretar matematicamente situações do cotidiano e de outras áreas do conhecimento;
- Resolver problemas de forma criativa, criando suas próprias estratégias de forma a desenvolver a iniciativa e a imaginação;
- Usar o raciocínio matemático de forma independente para compreender o mundo que o cerca;
- Avaliar de forma crítica os resultados obtidos;
- Contribuir para a formação de um cidadão crítico, criativo, observador e leitor do mundo que o cerca;
- Raciocinar e fazer abstrações com base em situações concretas;
- Representar, organizar e generalizar;
- Compreender e transmitir ideias matemáticas por escrito e oralmente;
- Desenvolver a capacidade de argumentação de forma consistente e, assim, desenvolver também sua autoconfiança exprimindo e fundamentando as suas opiniões e formando juízos sobre as situações com as quais é confrontado;
- Desenvolver a curiosidade e o prazer pela aprendizagem de novos assuntos, de forma a aumentar o interesse pelos problemas da sociedade em que vive;
- Estabelecer conexões entre os diferentes campos da matemática;
- Estabelecer conexões entre a matemática e as demais áreas do saber;
- Manipular diferentes tipos de dispositivos tecnológicos como suporte ao raciocínio matemático.

II. Objetivos e competências específicas

Números e Operações/Álgebra

- Compreender o sentido global dos textos trabalhados;
- Relacionar a história da humanidade com o desenvolvimento da matemática;
- Transferir o uso da linguagem oral para a escrita;
- Relacionar a língua materna e a linguagem matemática;
- Usar com clareza os símbolos matemáticos;
- Comparar, refletir e deduzir por meio dos textos trabalhados;

- Ler e interpretar textos diversos;
- Operar através dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão;
- Operar através dos algoritmos da potenciação e radiciação;
- Desenvolver jogos ou atividades lúdicas para complementar o processo do ensino -aprendizagem no desenvolvimento da criatividade, aplicando também o cálculo mental;
- Utilizar os variados recursos tecnológicos para o desenvolvimento de habilidades cognitivas.
- Ler e interpretar textos para compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação.
- Interpretar matematicamente situações do dia-a-dia e, também, do mundo tecnológico e científico para o exercício da cidadania. Usar com clareza os símbolos matemáticos.

Geometria

- Compreender o sentido global dos textos trabalhados;
- Conhecer os conceitos primitivos de ponto, reta e plano;
- Reconhecer e classificar polígonos, triângulos e quadriláteros;
- Interpretar figuras que foram reduzidas e ou ampliadas por meio de uma escala;
- Desenvolver jogos ou atividades lúdicas para complementar o processo do ensino-aprendizagem no desenvolvimento da criatividade, aplicando também o cálculo mental;
- Utilizar os variados recursos tecnológicos para o desenvolvimento de habilidades cognitivas.
- Usar com autonomia o raciocínio matemático para compreensão do mundo que o cerca, desenvolvendo a visão geométrica, a visão espacial e o raciocínio lógico dedutivo.
- Classificar ângulos quanto à sua medida, calcular a soma das medidas dos ângulos de um polígono.
- Fazer uso de régua e de outros instrumentos de medição.
- Compreender e transmitir ideias matemáticas por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação.
- Classificar ângulos definidos por retas paralelas e transversais.
- Calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero.
- Reconhecer retângulos, trapézios, paralelogramos, losangos e aplicar suas propriedades.
- Reconhecer a diferença entre figuras planas e figuras tridimensionais.
- Identificar e diferenciar sólidos geométricos.
- Reconhecer os elementos de um prisma e de uma pirâmide.
- Definir expressões para cálculo de área e de volume dos sólidos geométricos.
- Reconhecer a maior rigidez de um triângulo em relação aos outros polígonos.
- Verificar a condição de existência de um triângulo.
- Reconhecer as isometrias de figuras planas.
- Representar as simetrias de figuras planas.

- Verificar as condições necessárias para a congruência de triângulos.
- Reconhecer a circunferência e seus elementos.
- Explorar a relação entre as medidas do comprimento da circunferência e seu diâmetro.
- Explorar os ângulos na circunferência.
- Reconhecer a semicircunferência como um lugar geométrico. Identificar polígonos inscritos e circunscritos na circunferência.
- Calcular as áreas do círculo, da coroa e do setor circular.
- Explorar e aplicar as relações entre as medidas de cordas e outros segmentos em uma circunferência.
- Identificar retas externas, secantes e tangentes a uma circunferência.
- Caracterizar os elementos de um triângulo retângulo.
- Aplicar as relações de semelhança em triângulos assim como o Teorema de Pitágoras.
- Identificar e aplicar outras relações métricas no triângulo retângulo.
- Definir as razões trigonométricas no triângulo retângulo utilizando a semelhança de triângulos.

Grandezas e Medidas

- Compreender o sentido global dos textos trabalhados;
- Fazer uso de uma régua e conhecer outros instrumentos para medição;
- Usar adequadamente as diversas unidades de medida de comprimento;
- Desenvolver jogos ou atividades lúdicas para complementar a aprendizagem, desenvolver a criatividade e aplicar também o cálculo mental;
- Utilizar os variados recursos tecnológicos para o desenvolvimento de habilidades cognitivas.
- Compreender e utilizar o conceito de medidas padronizadas e não padronizadas, reconhecer a importância social da adoção de medidas padronizadas.
- Compreender e utilizar medidas usuais de comprimento, de área, de massa e capacidade.
- Utilizar com pertinência ferramentas matemáticas em situações do cotidiano, de práticas sociais, de maneira a exercer a sua cidadania.
- Raciocinar e fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar adequadamente suas ideias matemáticas.
- Reconhecer e operar com as unidades grau e radiano.

Tratamento da Informação

- Ler e interpretar textos em forma de tabelas e gráficos;
- Compreender o sentido global dos textos trabalhados;
- Construir gráficos de colunas, de barras, de setores, de linhas e pitogramas;
- Registrar, organizar, e coletar elementos elencados numa pesquisa;
- Desenvolver pesquisas para exercitar o tratamento da informação e para conhecer o ambiente no qual está inserido;
- Utilizar os variados recursos tecnológicos para o desenvolvimentos de habilidades cognitivas.

- Promover uma reflexão sobre o termo frequência.
- Construir tabelas de frequências.
- Ler, interpretar e construir histogramas.
- Calcular a média de um conjunto de dados.

III. EXPERIÊNCIAS DE APRENDIZAGEM

O desenvolvimento do conjunto de competências citado, deve se dar dentro de um universo rico de experiências de aprendizagem, formando um mosaico de interações com os mais diversos campos do conhecimento, da história, do desenvolvimento e da utilização da Matemática.

Assim, uma boa utilização dos livros desta coleção deve levar os alunos a ter oportunidades de se envolver nos seguintes tipos de experiências de aprendizagem:

Resolução de problemas

É o mais comum e universal contexto de aprendizagem matemática. Deve, por isso, estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nas diversas atividades apresentadas ao longo do curso. Os problemas são situações que constituem desafios para os alunos, em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução. São diferentes de exercícios, geralmente de resolução mecânica e repetitiva, em que apenas se aplica um algoritmo que conduz diretamente à solução. A formulação de problemas deve igualmente integrar a experiência matemática e vivencial dos alunos.

Atividades de pesquisa

Numa atividade de pesquisa, os alunos exploram uma situação problema, procuram regularidades, fazem e testam hipóteses, argumentam e comunicam oralmente ou por escrito as suas conclusões. Qualquer tema da matemática pode proporcionar ocasiões para a realização de atividades de natureza investigativa. Este tipo de atividades também é favorável à ligação da matemática com outras áreas do conhecimento.

Projetos

Um projeto é uma atividade prolongada que normalmente inclui trabalho dentro e fora da sala de aula e é realizada em grupo. Pressupõe a existência de um objetivo claro, compreendido pelos alunos, desenvolvimento e a apresentação de resultados. Qualquer tema da Matemática pode proporcionar ocasiões para a realização de projetos. Pela sua própria natureza, os projetos constituem contextos naturais para o desenvolvimento de trabalho interdisciplinar.

Textos e Comunicação oral

A leitura, a interpretação e a escrita de pequenos textos de conteúdos matemáticos ou a eles associados, devem permear todo o curso, sobretudo no Ensino Fundamental. Na comunicação oral, são importantes as experiências de argumentação e de discussão em grande e pequeno grupo, assim como a compreensão das exposições do professor.

Prática de procedimentos e algoritmos

A prática de procedimentos não deve constituir uma atividade repetitiva, isolada e sem significado. Deve ser entendida como algo que pode promover a aquisição de habilidades utilizáveis com segurança e autonomia. O cálculo mental, o domínio de um algoritmo, a utilização de uma fórmula, a resolução de uma equação, uma construção geométrica, a manipulação de um instrumento, entre muitos outros procedimentos, habilidades úteis que se adquirem com prática, desde que sejam claras sua compreensão e a sua integração nas experiências matemáticas significativas.

Exploração de conexões

Um componente essencial da formação matemática é a compreensão das relações existentes entre as diversas ideias matemáticas, bem como daquelas existentes entre essas ideias e outras áreas de aprendizagem como a música, as artes plásticas, a natureza, a arquitetura e a tecnologia. Atividades que permitam evidenciar e explorar tais conexões devem ser proporcionadas a todos os alunos.

Utilização das tecnologias na aprendizagem da Matemática

O mundo tem passado por mudanças cada vez mais aceleradas. Estamos diante de um novo paradigma, a revolução tecnológica, em que as informações são processadas de maneira rápida. A educação está cada vez mais inserida nesse processo de busca da construção contínua do conhecimento.

Objetos digitais de aprendizagem

No ambiente educacional, muito se tem discutido acerca do conceito de objetos de aprendizagem. A principal ideia sobre eles, genericamente falando, é que se configuram em qualquer artefato, organização material ou comportamental, digital ou não digital, que possa ser usada, reutilizada ou referenciada durante o uso de técnicas pedagógicas que deem suporte ao ensino. Dessa maneira, todo objeto de aprendizagem pode ser utilizado como um meio de ensino/aprendizagem. Um cartaz, uma maquete, um kit de laboratório, uma canção, um ato teatral, uma apostila, o próprio livro, um filme, um jornal, uma página web, diferentes livros podem ser objetos de aprendizagem. Mesmo não sendo um conceito, ainda, universalmente aceito, é razoável supor que o caráter de suporte à situação de ensino prevalece quando tentamos entender o conceito mais central de objeto de aprendizagem.

No contexto dos impactos de tecnologias da informação e da comunicação nos processos educacionais, devemos considerar que o computador e os dispositivos móveis, como tablets e celulares, representam poderosas ferramentas para auxiliar professores a desenvolver situações de aprendizagem que permitam ao aluno a construção do saber de forma mais prazerosa e eficiente. Nessas circunstâncias, passamos a considerar o conceito de objetos digitais de aprendizagem.

Nessa sociedade tecnológica e informacional, as tecnologias interativas aplicadas à educação permitem a pluralidade de abordagens, o atendimento a diferentes estilos de aprendizagem e, por essa razão, favorece a aquisição de conhecimentos, competências e habilidades. Caminhamos para um novo cenário, em que cursos e materiais digitais, destinados a uma nova dinâmica de aulas, criam um novo contexto em que o professor assume funções novas e diferenciadas. Os educadores devem fazer sua parte pela procura de informações e de recursos disponíveis, refletindo sobre a utilização de novas ferramentas.

Entre essas possibilidades, destaca-se o uso desses objetos digitais de aprendizagem ao longo do conteúdo trabalhado no livro. Tais objetos encontram-se disponíveis e diversos portais e sites, dentre os quais destaca-se o Portal do Professor, espaço em que o professor pode acessar sugestões de planos de aula e baixar mídias de apoio, que servem como objetos digitais de aprendizagem. Além disso, o professor toma conhecimento de notícias sobre educação e iniciativas do MEC e pode compartilhar planos de aula, participar de discussões ou mesmo fazer um curso. O acesso ao Portal do MEC é:

portaldoprofessor.gov.br.

O planejamento e o desenvolvimento dos objetos de aprendizagem buscam soluções que favorecem as capacidades de ordem cognitiva superior, com atividades interativas e situações que estimulam a aprendizagem dos estudantes. A pretensão é que os objetos de aprendizagem sejam disponibilizados ao longo do desenvolvimento dos conteúdos, sempre que puderem prover à situação de ensino níveis de interação que os processos convencionais não alcancem. Esses objetos, como dissemos, se configuram por recursos digitais que trazem informações em diversos formatos como imagens, sons, infográficos, simuladores, jogos e listas complementares de conteúdos, testes e novos textos, entre outros, sempre com objetivos educacionais.

Existem diversas abordagens para a definição e a caracterização de objetos digitais de aprendizagem. Nos últimos anos, muito se tem discutido e escrito acerca de tão valorosa colaboração para a situação de ensino e aprendizagem.

De modo geral, há uma interessante convergência dos diversos autores a respeito das principais características destes objetos de aprendizagem. Entre elas, destacam-se:

- a flexibilidade – os objetos digitais são flexíveis, isto é, podem ser utilizados e reutilizados em diversas situações, sem nenhum tipo de manutenção;
- são fáceis de serem atualizados, mesmo por que, seu uso em diferentes situações, constantemente sugere melhorias;
- os objetos são customizáveis, pois, em muitos casos, suas estruturas centrais podem ser adaptadas para o uso em diversas áreas do conhecimento;
- a partir do momento em que um objeto é reutilizado diversas vezes em diversas especializações, ao longo do tempo ele melhora e sua consolidação cresce de maneira espontânea.

O uso dos objetos digitais de aprendizagem pode se dar diretamente em sala de aula, por meio de projeções em dispositivos do tipo data show, combinando tais projeções com o acompanhamento de materiais impressos.

Como foi dito, não podemos negar o impacto e a potencialidade das novas tecnologias como um conjunto de recursos que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. Inicialmente, ressaltamos a necessidade de se pensar em um ensino de Matemática que capacita os alunos para o uso confortável de calculadoras e planilhas eletrônicas, dois instrumentos de trabalho extensivamente utilizados nos mais diversos ambientes do mundo moderno.

No trabalho com calculadoras é preciso saber informar, via teclado, as instruções de execução das operações que devem ser realizadas..

De outro lado, as planilhas eletrônicas manipulam tabelas cujas células podem ser relacionadas por expressões matemáticas. Para operar com uma planilha, em um nível básico, é preciso algum conhecimento matemático, uma vez que as operações e as funções são definidas sobre as células de uma tabela em que se faz uso de notação para matrizes. Assim, é importante conhecer bem a notação matemática usada para expressar diferentes conceitos, em particular o conceito de função, apresentado no livro de 9º ano desta coleção. Além disso, a elaboração de planilhas mais complexas requer raciocínio típico dos problemas que exigem um processo de solução em diferentes etapas.

No uso de tecnologia para o aprendizado da Matemática, a definição de alguns objetos digitais de aprendizagem, além de softwares e planilhas, pode ser um fator determinante para a melhoria da qualidade do aprendizado por meio da exploração de conceitos e ideias oportunamente propostos nas situações de ensino.

Nessas situações, o professor deve saber explorar a variedade de soluções que podem ser dadas para um mesmo problema e capitalizar para o grupo a capacidade criativa de cada um de seus alunos, produzindo discussões e trocas de ideias que revelam uma intensa atividade intelectual.

Entre os diversos tipos de objetos digitais de aprendizagem, destacamos:

Galerias

Coleções de imagens relativas ao tema suscitado no ponto onde estão incluídas. São excelentes ferramentas para introdução de conceitos, levantamento de conhecimentos prévios e ilustração de uma gama de exemplos visuais, com legendas específicas, que objetivam o enriquecimento do conteúdo estudado. Em geral, as galerias oferecem a ferramenta de zoom, que permite a análise de detalhes interessantes nas diversas fotografias ou ilustrações apresentadas.

Algumas galerias de imagens podem, também, simular um desenvolvimento progressivo de algum processo, transformação de um fenômeno qualquer representado por uma figura, foto ou esquema. Além dessas utilizações, as galerias são extremamente úteis para criar questões em situações de avaliação, em razão da variedade de aspectos que apresentam sobre um único conceito.

Animações e Infográficos animados

Como o próprio nome desse tipo de objeto sugere, a inserção do movimento como elemento que introduz um novo nível de percepção de um conceito, esquema, figura ou situação dinâmica, que o papel apresenta de forma estática, pode fazer a diferença na compreensão do que se estuda. O professor deve usar as animações em suas aulas, paralisando-as para mostrar um detalhe num infográfico ou fixando-se em um detalhe que pode ser observado por mecanismos de zoom. Existem situações nas quais os infográficos animados contêm vídeos ou mesmo galerias.

Vídeos

A utilização de vídeos como objetos de aprendizagem é antiga e muito desenvolvida. A principal diferença em relação ao uso clássico de vídeos e seu uso no formato de objetos digitais encontram-se na duração. No caso dos objetos digitais, situa-se entre 1 e 3 minutos. Apenas em alguns casos especiais essa duração se aproxima dos 5 minutos;

Simuladores

Esse tipo de objeto digital reúne os principais atributos do formato digital: permite aplicações em diversos contextos, bem como o controle de seu uso em sala de aula ou em laboratórios de informática. Sobretudo no desenvolvimento de conteúdos que exigem interações com fenômenos impossíveis de serem reproduzidos em condições normais de ensino, ou ainda quando são necessários múltiplos exemplos com variações de parâmetros, como no caso de traçados de gráficos.

Jogos

O jogo eletrônico é uma categoria de software de entretenimento cujo objetivo da interação envolve completar uma tarefa, vencer um desafio, obter a maior pontuação, derrotar um adversário. Essa estrutura pode ser utilizada para a fixação de conteúdos educacionais, fazendo com que o aluno desenvolva a percepção dos conceitos através da intensa interação exigida pelos jogos.

Programas e aplicativos

Agora, se imaginarmos como a tecnologia pode nos ajudar no ensino de Matemática, devemos considerar, a princípio, o grande conjunto de programas destinados especificamente a esse fim, como os geradores de gráficos do tipo do **Geogebra** ou os softwares de desenho e geometria, como o **CABRI**, nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, fazer experimentos, testar hipóteses, esboçar conjecturas, criar estratégias para resolver problemas. São características desses programas:

- conter certo domínio de saber matemático – a sua base de conhecimento;
- oferecer diferentes representações para um mesmo objeto matemático;
- possibilitar a expansão de sua base de conhecimento por meio de ensaios;
- permitir a manipulação dos objetos que estão na tela.

Se, por um lado, é muito interessante o uso de grandes programas como o **Geogebra** e o **CABRI**, há que se considerar, também que, para a utilização mais eficiente, esse tipo de software praticamente exige um treinamento específico do aluno, o que, em si, pode ser um obstáculo suplementar à conquista de objetivos instrucionais menos sofisticados, mas estratégicos. A seguir, estão alguns links interessantes para a download gratuito de vários desses softwares:

http://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/extensao/lab-mat/softwares-matematicos/
http://www.m3.ime.unicamp.br
https://www.ufpe.br/dmat
http://www.math.psu.edu/MathLists/Software.html
http://www.ufv.br/dma/intermat/Softwares/softwares_matematicos.htm
http://www.apm.pt/apm/software/soft.htm
http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/
http://www.mat.ufrgs.br/edumatec
http://www.ufv.br/cee/pec/Neicim/ead/linksmat.htm
ttp://www.projetozk.ufjf.br/base_p/ensaios/ensaio3/ant_primos.htm
http://math.exeter.edu/rparris/
http://am.esalq.usp.br/desr/dum/node2.html

IV. ORGANIZAÇÃO GERAL DA COLEÇÃO

Conversa Inicial

Esta seção, apresentada no início de cada capítulo, tem como objetivo recuperar a importância e a variedade das experiências que o aluno já possui sobre o assunto e, ao mesmo tempo, introduzir de forma problematizada a necessidade de estudo dos conceitos matemáticos envolvidos no capítulo.

Uma prática interessante para o início do desenvolvimento de cada capítulo é, antes da exploração da seção **Conversa Inicial**, fazer um inventário oral dos conteúdos que já foram trabalhados até o momento. Isso pode fortalecer a discussão dos temas propostos na seção e melhorar a percepção dos alunos em relação às razões pelas quais estudam o conteúdo do capítulo.

Além disso, a seção **Conversa Inicial** pode ser explorada com outros exemplos, dados ou informações, diferentes daqueles propostos no livro e, muitas vezes, tais dados e informações podem ser fornecidos ou enriquecidos pelos próprios alunos, desde que estimulados pelo professor a apresenta-los ou falar sobre eles.

Sugerimos também que o professor dê preferência para explorar temas regionais ou locais, que possam se adaptar à exemplificação contida na seção, de forma a permitir que o aluno identifique a Matemática que está presente na cultura, perceba que ela faz parte da história da civilização e se aproprie do conhecimento matemático pela evidência de seus usos sociais.

Atividades

Esta seção apresenta problemas e exercícios de aplicação dos conteúdos abordados nos capítulos. Os exercícios utilizam diversos enfoques para os temas e diferentes graus de dificuldades. As atividades foram selecionadas segundo o critério de contribuir para o desenvolvimento das competências citadas na parte inicial desta Assessoria Pedagógica, sem, no entanto, deixar de lado a importância de desenvolver as habilidades específicas que envolvem a manipulação de algoritmos, conceitos e nomenclaturas da linguagem matemática. A identificação das principais competências e habilidades às quais se referem as atividades é feita com um ícone e com uma descrição junto às listas.

Com o objetivo de tornar os livros didaticamente mais eficientes e também de proporcionar aos alunos uma visão detalhada das etapas de resolução das atividades propostas, de tal forma que eles aprimorem os processos discutidos em sala de aula e se referenciem para a resolução de outras atividades propostas, introduzimos ao final de cada capítulo a resolução de todas as atividades nele contidas, exceção feita àquelas da seção **Para estudar**.

Desafio

Aqui o aluno é exposto a situações que o provocam a usar a criatividade para resolver problemas e propor soluções interpretando o mundo de forma crítica, fazendo uso da Matemática.

As atividades que os alunos desenvolvem a partir da seção **Desafio** devem sempre ser entendidas como estímulo ao raciocínio lógico e à exploração da capacidade criativa de cada um. Procure, neste caso, mostrar que um mesmo Desafio pode ter caminhos diversos para sua solução e estimule a discussão em sala de aula.

A resolução de Desafios é uma prática que permite ao aluno se colocar diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e não apenas o uso padronizado de regras.

Sugerimos que o professor explore essa seção de forma ampla e criativa, propondo inclusive, situações para jogos e competições se o ambiente de sua sala de aula for propício.

Para estudar

Essa seção propõe uma relação de atividades, com diferentes graus de dificuldade, que abordam os conteúdos trabalhados no capítulo e as relações estabelecidas com outros temas. Espera-se que o aluno interprete as informações dos exercícios, relacione os conteúdos e aplique os conhecimentos adquiridos para estruturar as resoluções, garantindo assim um bom momento de estudo. Especificamente para esta seção, não foram incluídas as resoluções no livro do aluno. A ideia é que os alunos relacionem as atividades aqui propostas e retornem às atividades resolvidas em classe para montar, autonomamente, suas soluções. As resoluções das atividades da seção Para estudar encontram-se nesta Assessoria Pedagógica. Os exercícios podem ser utilizados como avaliações contínuas do processo de aprendizagem e também em diferentes estratégias de aprendizado, como por exemplo, alunos em duplas confrontando as resoluções de suas atividades ou resolvendo-as no quadro.

Conexão

Os textos apresentados nessa seção resgatam exemplos de aplicações da Matemática nas mais diversas áreas do conhecimento. Sua abordagem visa instigar o aluno a relacionar os conteúdos estudados ao mundo que o cerca e, dessa forma, ampliar sua percepção da Matemática e compreendendo-a, também, como linguagem.

Além disso, é possível propor novas questões de interpretação desses textos e relacioná-los com os conteúdos de outras disciplinas e, em alguns casos, conteúdos relacionados com outros temas da própria Matemática. Essa prática poderá viabilizar a criação de novas questões para atividades, ou ainda, para futuras avaliações em grupo ou individuais.

O processo de leitura e interpretação de textos é essencial para toda prática educativa e é um dos principais desafios que nós, professores, enfrentamos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pois muitas vezes há uma superposição da dificuldade de leitura na língua materna com as dificuldades de interpretar a linguagem matemática. Segundo muitos pesquisadores, a habilidade de ler e interpretar textos não se desenvolve espontaneamente e deve ser objeto de um trabalho específico do professor, que deve oferecer aos alunos um modelo de como isso deve ser feito.

Sugerimos ainda, destaque especial para a observação e leitura criteriosa do rico repertório de imagens oferecidas nessa seção e, salientamos que, esse processo de comunicação em sala de aula pode ser utilizado como um importante instrumento para que professores e alunos partilhem os significados matemáticos e linguísticos dos textos.

Quando, quem e onde

Os textos desta seção foram escritos de forma simples e clara para tornar a leitura agradável e possuem todo o rigor científico nas informações neles contidos. O aluno perceberá os caminhos percorridos na construção do pensamento matemático e assim entenderá que são processos longos, não havendo o imediatismo das conclusões ou validações. Os textos abordam a Matemática como um conjunto de conhecimentos e uma linguagem em construção, negando o pressuposto de uma Matemática pronta e acabada, abrindo, assim, possibilidades para discussões e reflexões. Essa seção vincula os conhecimentos matemáticos com as necessidades do momento histórico de cada época, possibilitando ao professor estimular os alunos a fazerem relações com a História da Humanidade. Gera também, permanentes oportunidades para a realização de atividades com outros componentes curriculares como, por exemplo, História, Artes, Ciências, Geografia e Língua Portuguesa. Podem ser sugeridas pesquisas para que o aluno conheça mais sobre os diversos vultos citados na coleção e suas contribuições para a humanidade.

Na prática

Essa seção oferece atividades nas quais os alunos desenvolvem na prática o que aprenderam. São apresentadas propostas de oficinas, pesquisas ou ações que possibilitem observar e interpretar situações problema, aplicando os temas estudados. Nesse contexto, enfatizamos que esta seção oferece melhores condições de ser desenvolvida em grupos ou, pelo menos, em duplas. O trabalho cooperativo aplicado na sala de aula de Matemática enfatiza a interação entre professor e alunos, assim como entre os próprios alunos. Ao trabalharem cooperativamente as atividades dessa seção, os alunos se envolvem em duas situações de aprendizagem; a solução de situações problema e o trabalho produtivo das atividades instrucionais propostas.

Essa prática permitirá ainda expandir as propostas de cada seção para outros trabalhos ou mesmo conectar algum trabalho que os grupos estejam fazendo em outras disciplinas, sempre adequando essas propostas à realidade dos seus alunos.

Além disso, essa seção oferece ainda uma boa oportunidade para propor a organização de exposições dos trabalhos realizados pelos seus alunos para os demais grupos da classe e para as demais classes da escola.

Para ler

Sugerimos textos e informações complementares que visam ilustrar e enriquecer a aprendizagem do aluno, ampliando seu processo de construção de conhecimentos matemáticos.

Além da importância intrínseca para o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos, a seção Para ler é mais uma ferramenta para o aprimoramento da capacidade de leitura e interpretação dos alunos. A relação entre linguagem natural (Português) e a linguagem matemática está presente de forma implícita em diversas situações dentro dessa coleção e, em especial, é possível explorá-la nessa seção de forma adicional.

A prática da leitura coletiva em sala de aula pode ser uma técnica útil para explorar essa seção e, dessa forma, o professor pode interferir durante a leitura e propor questões para a discussão entre os alunos.

Curiosidade

A seção apresenta informações interessantes sobre os diversos conceitos estudados por meio de textos que mostram o uso da imaginação, investigação e criatividade para interpretar o mundo.

Aqui é possível observar aspectos interessantes da Matemática, de nossa História, da Cultura, da Arquitetura, de Ciência e Tecnologia e da Natureza, que auxiliam bastante na compreensão da presença da Matemática em nosso cotidiano.

Sugerimos também a leitura dos textos da seção em sala de aula e o estímulo do debate sobre os principais pontos apresentados.

V. UMA PALAVRA SOBRE AVALIAÇÃO

Atribuir um juízo de valor sobre a propriedade intelectual não é tarefa fácil e os métodos para a aferição da qualidade do processo de ensino/aprendizagem enfrenta históricos desafios. A avaliação é um tema abrangente que apresenta muitos aspectos divergentes e está relacionada a concepções distintas do processo de ensino e aprendizagem. Discutir a avaliação hoje é um desafio que requer uma visão mais ampla da educação, pois, revê os papéis do professor e de toda a prática pedagógica.

Há certo consenso que, na atualidade, o professor deve buscar características menos centralizadoras e mais voltadas para o acompanhamento, a motivação e a orientação de seu aluno, de modo a proporcionar condições para que esses adquiram uma aprendizagem autônoma e integrada. Atuando mais como provocador cognitivo, o professor deve levar seu aluno a desenvolver competências que o tornem crítico e reflexivo.

Nesse contexto, a avaliação também ganha novo propósito e deve fazer uma reflexão crítica sobre a prática, no sentido de captar os avanços de seus alunos, as suas resistências e dificuldades, além de possibilitar uma tomada de decisão sobre o que fazer para superar os obstáculos enfrentados por eles.

COMPARAÇÃO ENTRE DUAS CONCEPÇÕES DE AVALIAÇÃO

MODELO TRADICIONAL	MODELO ADEQUADO
Foco na promoção – o alvo dos alunos é a promoção. Nas primeiras aulas, se discutem as regras e os modos pelos quais as notas serão obtidas para a promoção de uma série para outra. **Implicação** – as notas vão sendo observadas e registradas. Não importa como elas foram obtidas, nem por qual processo o aluno passou.	**Foco na aprendizagem** – o alvo do aluno deve ser a aprendizagem e o que de proveitoso e prazeroso dela obtém. **Implicação** – neste contexto, a avaliação deve ser um auxílio para se verificar quais objetivos foram atingidos, quais ainda faltam e quais as interferências do professor que podem ajudar o aluno.
Foco nas provas – são utilizadas como objeto de pressão psicológica, sob pretexto de serem um "elemento motivador da aprendizagem", seguindo ainda a sugestão de Comenius em sua Didática Magna criada no século XVII. É comum ver professores utilizando expressões como "*Estudem! Caso contrário, vocês poderão se dar mal no dia da prova!*" ou ainda "*Fiquem quietos! Prestem atenção! O dia da prova vem aí e vocês verão o que vai acontecer...*". **Implicação** – as provas são utilizadas como um fator negativo de motivação. Os alunos estudam pela ameaça da prova, não pelo que a aprendizagem pode lhes trazer de proveitoso e prazeroso. Estimula o desenvolvimento da submissão e de hábitos de comportamento físico tenso (estresse).	**Foco nas competências** – o desenvolvimento das competências previstas no projeto educacional deve ser a meta em comum dos professores. **Implicação** – a avaliação deixa de ser somente um objeto de certificação da consecução de objetivos, mas também se torna necessária como instrumento de diagnóstico e acompanhamento do processo de aprendizagem. Neste ponto, modelos que indicam passos para a progressão na aprendizagem, como a Taxonomia dos Objetivos Educacionais de Benjamin Bloom, auxiliam muito a prática da avaliação e a orientação dos alunos.
Os estabelecimentos de ensino estão centrados nos resultados das provas e exames – eles se preocupam com as notas que demonstram o quadro global dos alunos, para a promoção ou reprovação. **Implicação** – o processo educativo permanece oculto. A leitura das médias tende a ser ingênua (não se buscam os reais motivos para discrepâncias em determinadas disciplinas).	Estabelecimentos de ensino centrados na qualidade – os estabelecimentos de ensino devem preocupar-se com o presente e o futuro do aluno, especialmente com relação à sua inclusão social (percepção do mundo, criatividade, empregabilidade, interação, posicionamento e criticidade). **Implicação** – o foco da escola passa a ser o resultado de seu ensino para o aluno e não mais a média do aluno na escola.

Fonte: KRAEMER, E. P. A avaliação da aprendizagem como processo construtivo de um novo fazer. Disponível em: <http://www.gestiopolis.com/Canales4/rrhh/aprendizagem.htm>. Acesso 03. Junho, 2015.

Diante disso, sugerimos ao professor que utiliza essa obra, um processo de ensino/aprendizagem que promova sempre uma avalição de forma contínua, cumulativa e sistemática e que vise acima de tudo:

- Diagnosticar e registrar os progressos e dificuladades do aluno para uma possível mudança de estratégia se necessário for.
- Possibilitar situações de auto avaliação para que o aluno tenha consciência e se responsabilize pelo empenho em avançar nesse processo de aprendizagem . O professor poderá usar um quadro como o sugerido a seguir:

	Satisfatório	Parcialmente satisfatório	Insatisfatório
Participei das aulas e esclareci minhas dúvidas			
Fiz minhas tarefas no prazo			
Estudo regularmente			

- A seção **Para estudar** oferece ao longo dos capítulos uma série de atividades para serem desenvolvidas pelos alunos. Utilize as atividades desta seção para propor aos alunos que as resolval em casa, comparando-as com aquelas desenvolvidas em sala de aula e trazendo-as para discussão em aulas subsequentes. Servem também para que os alunos façam revisões dos conteúdos dos capítulos, como forma de se prepararem para situações de avaliação.
- Forme duplas entre os alunos e faça com que um tenha que explicar para o outro a estrutura de resolução de alguns exercícios. Essa troca de informações é bem rica e construtiva;
- Se a sua escola possui um laboratório de informática, podem ser criadas atividades como processos avaliativos. O manual do professor sugere algumas atividades informatizadas.
- Faça um *checklist* no final de cada capítulo para que o aluno possa dizer se está dominando os temas estudados, e assim poderá se dedicar aos itens em que possui mais dificuldade ou não compreendeu. Observe o exemplo a seguir:

	DOMÍNIO COMPLETO	DOMÍNIO PARCIAL	NÃO DOMINADO
Resoluções de equações com uma incógnita.			
Ler e interpretar problemas.			
Resolução de sistemas lineares.			
Resolver equações fracionárias.			

- Fundamentar as decisões quanto à necessidade de procedimentos de reforço e recuperação de aprendizagem.
- Orientar as atividades de planejamento e replanejamento dos conteúdos curriculares.

Acreditamos que essas sugestões podem promover uma avaliação que englobe a observação e análise do conhecimento e de habilidades específicas adquiridas pelo aluno, além dos aspetos formativos.

Nessa proposta de avaliação, a obra permite que o professor avalie também aspectos das atitudes do aluno referentes à participação nas atividades pedagógicas, na responsabilidade e compromisso com o cotidiano escolar e, enfim, no cumprimento de seu papel de cidadão em formação.

Dessa forma, as avaliações propostas podem ser feitas por meio de provas escritas, trabalhos, pesquisas e observação direta, sendo que os aspetos qualitativos devem sempre prevalecer sobre os aspetos quantitativos. Os instrumentos de avaliação devem sempre abranger dois ou mais tipos, sendo que pelo menos um deles deve ser uma prova escrita, para que o aluno demonstre seus avanços na relação entre a escrita e leitura utilizada pela língua materna e a linguagem matemárica.

Os critérios dessas avaliações devem ser os previstos nos objetivos de cada componente curricular e nos objetivos gerais de formação educacional preconizada pela escola e, os resultados finais, devem ser registrados para cada componente curricular, por meio de sínteses dentro do período determinado por cada escola.

Os professores podem encorajar a aprendizagem significativa usando tarefas que irão engajar o estudante na busca de conexões entre o seu conhecimento prévio e o novo conhecimento, usando estratégias de avaliação que premiam a aprendizagem significativa.

Não é possível ao estudante alcançar altos níveis de aprendizagem significativa até que uma estrutura de concecimentos relevantes seja construída. Neste estágio, a aprendizagem passa a ser um processo interativo ao longo do tempo até se atingir a proficiência na área deste conhecimento.

Na medida em que interage com a informação, o estudante está construindo seu conhecimento, ele faz conexões importantes entre significados e desse modo possibilita a sua aprendizagem significativa.

Referências sobre avaliação

ALARCÃO, I. *Professores reflexivos em uma escola reflexiva*. 7ª Ed., São Paulo: Cortez, 2010.

ARROYO, M. G. *Imagens quebradas: trajetórias e tempos de alunos e mestres*. Petrópolis: Vozes, 2004.

CZESZAK, W. A. A. C. *A construção dos saberes dos professores e as contribuições do mapeamento conceitual*. 2011. 319 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2001. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/ *disponiveis*/48/48134/tde-28062011-091506/pt-br.php>. Acesso em 12 abr 2013.

HAYDT, R. C. C. *Avaliação do processo ensino-aprendizagem*. São Paulo: Ática, 1999.

KRAEMER, E. P. *A avaliação da aprendizagem como processo construtivo de um novo fazer*. Disponível em: <http://www.gestiopolis.com/Canales4/ rrhh/aprendizagem.htm>. Acesso 03. Junho, 2015.

LUCKESI, C.C. Avaliação da Aprendizagem Escolar. São Paulo: Cortez, 2005.

Referências de documentos oficiais

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 5ª série*. Brasília, 1998.

______ *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 6ª série*. Brasília, 1998.

______ *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 7ª série*. Brasília, 1998.

______ *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 8ª série*. Brasília, 1998.

FUNDAÇÃO ROBERTO MARINHO/Fiesp/Ciesp/Sesi/Senai/IRS. *Mecânica: metodologia*. São Paulo: Globo, 1996. (Telecurso 2000/Curso Profissionalizante).

SÃO PAULO (Cidade). Prefeitura Municipal. *Movimento de reorientação curricular-Matemática - Relatos de prática 4/8, Documento 6/92'*. São Paulo, 1992.

______ *Movimento de reorientação curricular - Matemática - Visão de área, Documento 5*. São Paulo, 1992.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Fundação para o Desenvolvimento da Educação. *A didática e a escola de 1º grau*. São Paulo, 1992. (Idéias, 11).

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta curricular para o ensino da Matemática – 1º grau*. 4. ed. São Paulo, 1991.

______ *Experiências matemáticas: 5ª série*. São Paulo, 1994.

______ *Experiências matemáticas: 6ª série*. São Paulo, 1994.

______ *Experiências matemáticas: 7ª série*. São Paulo, 1994.

______ *Experiências matemáticas: 8ª série*. São Paulo, 1994.

______ *Prática pedagógica: Matemática: 1º grau*. São Paulo, 1993.

______ *Proposta curricular de Matemática para o CEFAM e habilitação específica para o magistério*. São Paulo, 1990.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (3º e 4º Ciclos).* Brasília: MEC – Secretaria do Ensino Fundamental, 1998.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS – MATEMÁTICA (3º E 4º CICLOS). Brasília: MEC – Secretaria do Ensino Fundamental, 1998.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO, *Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC – Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

Outros documentos interessantes

CRISCUOLO, C; LOMBARDO, M. Técnicas de sensoriamento remoto aplicadas ao ensino fundamental. *Boletim de Geografia*, 2011. PDF

Disponível em: <http://eduemojs.uem.br/ojs/index.php/BolGeogr/article/viewFile/14133/7492>. Acesso em: 12 out. 2011.

SIQUEIRA, A. Práticas interdisciplinares na educação básica: uma revisão bibliográfica-1970-2000. *ETD-Educação Temática Digital*, 2008.

Disponível em: <http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/etd/article/viewArticle/1754>. Acesso em: 16 mar. 2012.

MOTA, I.A.R. TANGRAM. PDF

Disponível em: <http://www.feg.unesp.br/extensao/teia/trab_finais/TrabalhoIvany.pdf>. Acesso em: abr. 2012.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. *Teaching Mathematics to English Language Learners*. PDF

Disponível em: <http://<www.nctm.org/uploadedFiles/About_NCTM/Position_Statements/English%20Language%20Learners%20final%282%29.pdf>. Acesso em: abr. 2012.

ALVES, E.L.; Bandão C.L.F.; Araquam, W.W.C. *A resolução de problemas de distâncias inacessíves com o uso do Geogebra por crianças do Ensino fundamental*. VI EPBEM – Monteiro, PB – 09, 10 e 11 de novembro de 2010.

Disponível em: <www.sbempb.com.br/epbem>. Acesso em: 12 fev. 2012.

FONTALVA, Gerson Martins. *Um estudo sobre inequações*. PDF

Disponível em: <www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Posteres%5Cp040.doc>

Sugestão de sites

A seguir, relacionamos um conjunto de *sites* úteis para o desenvolvimento das atividades do professor de matemática. Atualmente, são inúmeras as possibilidades de indicações de endereços interessantes para pesquisa. No entanto, para que isso seja feito com segurança, selecionamos alguns sites seguros, dentro dos quais encontram-se diversos outros *links* que o direcionarão para um rico universo de pesquisa. Todos os *sites* a seguir foram acessados pela última vez em 28 de março de 2012.

Associação dos professores de matemática.

Disponível em: < http://www.apm.pt/portal/index.php>.

Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Disponível em: <www.sbem.com.br>.

Sociedade Brasileira Matemática.

Disponível em: <www.sbm.com.br>.

Revista Scientific American Brasil.

Disponível em: <www.sciam.br>.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

Disponível em:<www.ibge.gov.br>.

WebAlgebra:A Series of 49 lessons.

Disponível em: <www.albert.math.uiuc.edu/algebra.html>.

Site com material de apoio aos alunos do curso de licenciatura em matemática do IME-USP.

Disponível em: <http://ecalculo.if.usp.br>.

Site mantido pela USP-Universidade de São Paulo com vários softwares gratuitos destinados ao ensino da Matemática

Disponível em: <http://www.ludoteca.if.usp.br/index.php>.

Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Disponível em: <http://www.sbem.com.br>.

Instituto de Matemática da PUCRS

Disponível em: <http://www.mat.pucrs.br>.

Instituto de Matemática da USP – Laboratório de Matemática

Disponível em: <http://www.ime.usp.br/lem>.

Instituto de Matemática, Estatística e Computação da UNICAMP

Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/>.

6º ano

Orientações Específicas

Capítulo 1: Números Naturais

Objetivos específicos do capítulo

Relacionar a história da humanidade com o desenvolvimento da matemática; transferir o uso da linguagem oral para a escrita. Ler e interpretar textos para compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação. Interpretar matematicamente situações do dia-a-dia e, também, do mundo tecnológico e científico para o exercício da cidadania. Usar com clareza os símbolos matemáticos.

Página 9

Animais precisam distinguir conjuntos para viver em grupos, seja para avaliar se tem pouca comida ou para contar seus filhotes e até organismos mais simples precisam notar a diferença entre alimentos e venenos fatais. É por isso que os animais, inclusive os seres humanos, desenvolveram cérebros capazes de reconhecer padrões e perceber a diferenças.

Vários estudos apresentados em importantes revistas científicas mostraram que alguns animais, aves e até insetos demonstraram habilidades para contar e, aparentemente, até entender conceitos matemáticos. Sugira que seus alunos pesquisem na internet sobre esse assunto e, se achar conveniente, discuta sobre esse tema.

Destaque a importância de analisar as características do nosso sistema de numeração para compreender suas regras de funcionamento. Lembre-se que sem esta compreensão é impossível entender as técnicas operatórias, os números decimais e o sistema métrico decimal.

Se achar conveniente, utilize as propostas de projeto de construção de um sistema de criação com seus alunos. Além disso, é possível explorar jogos tradicionais como o Gamão e, se desejar, até o Senet.

Veja alguns links interessantes que podem auxiliar de forma interessante esse tema:

Disponível em: <http://f5.folha.uol.com.br/bichos/962244-hienas-sabem-contar-ate-tres-afirma-estudo.shtml>. Acesso em 27. fev.2015.

Disponível em: <http://veja.abril.com.br/noticia/ciencia/formigas-sabem-contar-e-realizar-operacoes-matematicas-diz-estudo>. Acesso em 27. fev.2015.

Disponível em: <http://veja.abril.com.br/noticia/ciencia/pombos-sabem-contar-e-ate-entender-conceitos-matematic’os-diz-pesquisa>. Acesso em 27. fev.2015.

Página 10 e 11

Leia os texto sem salas de aula e destaque a associação direta que os pastores faziam entre as pedras e suas ovelhas. Destaque a necessidade da formação de conjuntos de objetos para possibilitar a contagem de agrupamentos maiores de ovelhas e comente algumas possíveisrelações entre a quantidade de objetos e os conjuntos correspondentes a esses agrupamentos. Comente que o próprio corpo humano foi usado como instrumentos de cálculo e que as relações entre os agrupamentos e os conjuntosforamfeitos com os dedos das mãos e até dos pés.

Saliente que o homem sentiu que era necessário sistematizar o processo de contagem e,assim, os povos de diversas partes do mundo desenvolveram diferentes tipos de sistemas de contagem. Desta forma, cada povo pode estabelecer um conjunto de símbolos, juntamente com algumas regras que permitiram contar, representar e enunciar os números.Alguns desses conjuntos de números continham cinco, outros dez, doze, vinte ou até sessenta símbolos, chamados de "símbolos básicos".

No final desses textos é fundamental que fique claro que o conceito matemático abstrato de número tem sua origem nas noções concretas elementares: contar e medir. Destaque que o conjunto dos números naturais, que será estudado nesse capítulo, está relacionado diretamente ao problema da contagem.

Se achar conveniente, comente que existem outros conjuntos numéricos que serão estudados tanto no ensino fundamental, como médio. Entre eles temos o conjunto dos números racionais e reais, que estão diretamente relacionados ao problema da medida e os números inteiros e complexos que complementam as limitações algébricas dos conjuntos numéricos anteriores.

Veja alguns links que podem auxiliar de forma interessante esse tema:

Disponível em: <http://klein.sbm.org.br/oficinas/exemplo-1/>. Acesso em 27. fev.2015.

Ponte, JP. Números e álgebra no currículo escolar.Disponível em:<www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/05-Ponte(Caminha).rtf> acesso em 10.mar.2015.

BBC: A História da Matemática 1 - A Linguagem do Universo:

Disponível em:<https://www.youtube.com/watch?v=BWtrVYNS3BI->. Acesso em 27. fev.2015.

Página 12

Se os alunos tiverem problemas em compreender o sistema de numeração romano, você pode escrever os números romanos na sequência até que as regras fiquem automáticas.

Por exemplo, escreva no quadro-negro: I,II,III, ...

Enfatize que não podemos escrever o 4 na forma IIII, pois isso violaria a regra 1, que diz que um símbolo só pode ser repetido três vezes.

A solução é usar a regra 3, e subtrair 1 de 5 desta forma: IV.

Prossiga com a contagem, observando ao aluno o uso das regras 2, 3 e 4.

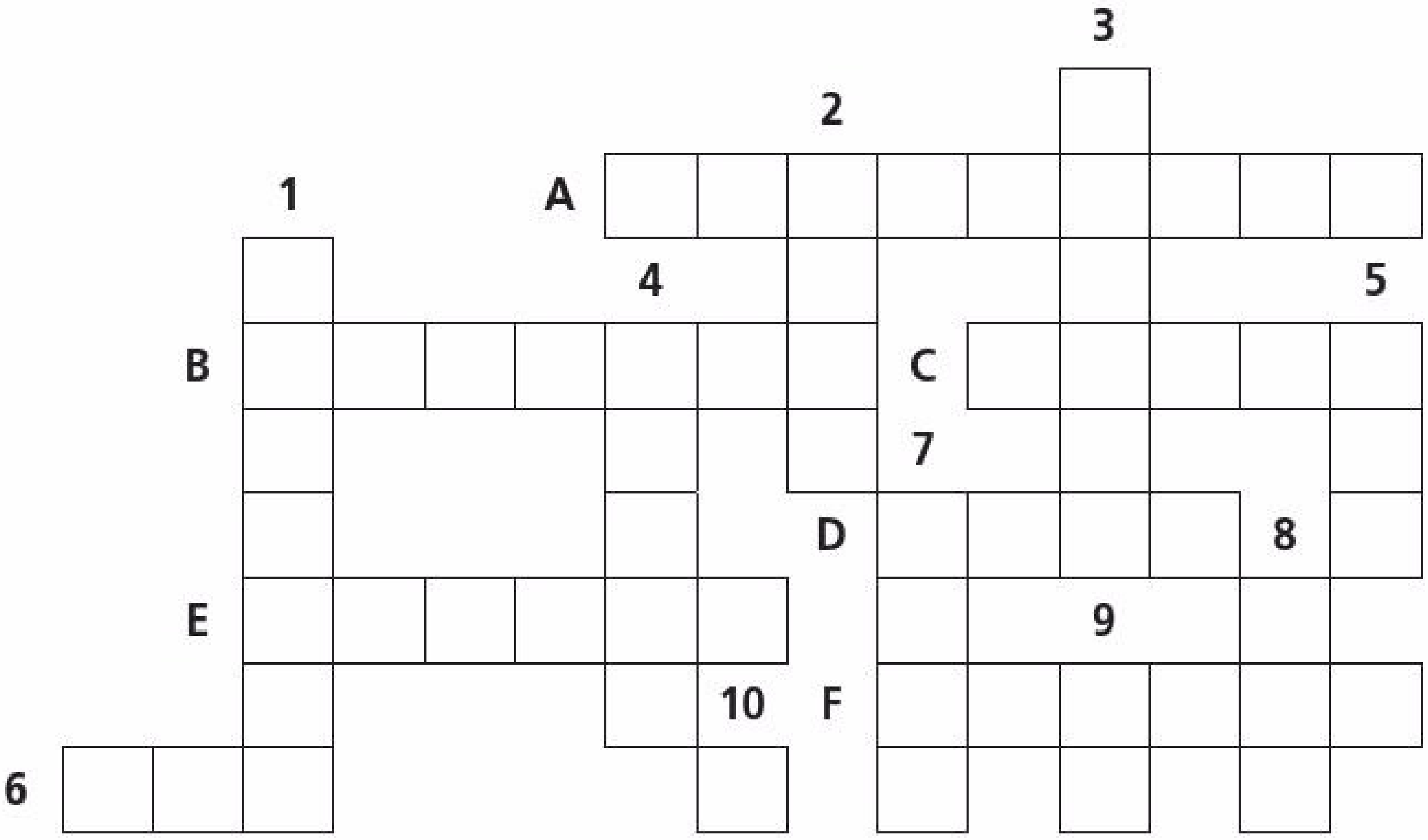
Se o aluno observar com atenção o relógio da ilustração, perceberá que o 4 é representado na forma IIII. Isto é feito para tornar mais clara a sequência IV,V e VI, já que o 4 ficaria com um símbolo parecido com o 6 invertido.

A elaboração de atividades lúdicas pode ser interessante para seus alunos. A seguir sugerimos uma proposta de trabalho de uma Cruzadinha Matemática com Números Romanos.

Trata-se apenas de uma sugestão que pode ser adaptada de acordo com suas necessidades e expectativas.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

1. Observe atentamente a figura abaixo e complete a Cruzadinha Matemática com os números dos romanos equivalentes ao número decimal em cada caso:



Verticais

1. 1 134
2. 559
3. 136
4. 79
5. 25
6. 555
7. 1 250
8. 111
9. 55
10. 100

Horizontais

A. 2537
B. 342
C. 39
D. 1104
E. 28
F. 271

Página 14 e 15

Leia atentamente com seus alunos o texto e destaque no quadro a organização do sistema decimal em classes e ordens. O entendimento da ordem e da classe dos números naturais é importante para a compreensão do sistema de numeração decimal.

Se achar conveniente construa a tabela do livro do aluno em uma cartolina ou outro material adequado para manuseá-lo e deixe-o em sala de aula para ilustrar a organização dos números em classes e ordens.

CLASSE DOS MILHÕES			CLASSE DOS MILHARES			CLASSE DOS UNIDADES		
3ª Ordem	2ª Ordem	1ª Ordem	3ª Ordem	2ª Ordem	1ª Ordem	3ª Ordem	2ª Ordem	1ª Ordem
centenas	dezenas	unidades	centenas	dezenas	unidades	centenas	dezenas	unidades

A seguir sugerimos outras atividades:

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

2. Segundo o IBGE a superfície total do Brasil é de 8 515 767 km².

Conhecendo essa informação, escreva esse número observando o quadro que mostra as classes e ordem:

a) Escreva, com palavras, o número que representa a área da superfície do Brasil:

b) Este número tem ______________ ordens e ______________ classes.

c) escreva a representação de cada número de acordo com sua classificação como algarismo absoluto e significativo:

Algarismo	Valor absoluto	Valor relativo
8	Oito = 8	Oito milhões = 8 000 000
5	Cinco = 5	Quinhentos mil = 500 000
1	Um = 1	Dez mil = 10 000
5	Cinco = 5	Cinco mil = 5 000
7	Sete = 7	Setecentos = 700
6	Seis = 6	Sessenta = 60
7	Sete = 7	Sete = 7

d) Decomposto em diferentes ordens:

__________ unidades de milhões + __________ centenas de milhar + __________ dezena de milhar + __________ unidades de milhar + __________ centenas + __________ dezenas + __________ unidades.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

3. **Projeto:** Criação do sistema numeração dos alunos

Objetivo:

- Fazer com que os alunos construam seu próprio sistema numeração.

Procedimentos:

- Forme grupos de alunos;
- Explique a ideia principal da atividade: Cada grupo vai criar seu próprio sistema de numeração e para isso deverá criar símbolos que os representem;
- Discuta sobre a quantidade de símbolos que os alunos podem utilizar. Nesse momento é interessante salientar a necessidade de registrar cada símbolo. Há grupos que podem decidir por cinco, outros por dez, entre outras possibilidades;
- Solicite que os alunos criem seus símbolos para representar cada elemento de sua base, assim, se uma equipe optou por uma base cinco, deve criar cinco símbolos diferentes, aqueles que decidirem por uma base oito, deverá criar oito símbolos e, assim, sucessivamente;
- Estabeleça um critério no qual os símbolos criados devem representar algum elemento do cotidiano dos alunos. Nesse momento, é possível surgirem vários tipos de sistemas numéricos que façam parte da realidade desses alunos como, símbolos com bases de motivação em algum esporte (futebol, basquete, vôlei, entre outros), ou ainda, na cultura musical, artística e ou religiosa;
- Cada grupo deverá criar também uma representação para ausência de elementos, sendo que nenhum outro símbolo poderá ser criado posteriormente, já que a base já estava definida. Nesse momento, é interessante discutir como representar o elemento nulo e, observe com atenção, pois, podem surgir procedimentos interessantes de técnicas de posicionamento para poder representar o zero.

Disponível em: <http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_Juc%C3%A1_R_S_Sistema_de_Numera%C3%A7%C3%A3o.pdf>Acesso em 05. mar.2015.

4. Atividade lúdica: Gamão

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

Objetivo: Trabalhar a contagem em jogo de tabuleiro.

O gamão é uma atividade lúdica de regras simples, que exercita a capacidade de elaborar pensamentos estratégicos, assim como o xadrez.

Porém, ele desenvolveas relações lógico-matemáticas por meio de uma estratégia que aprimora o senso matemático da subtração e adição, não apenas pelas próprias jogadas, como ainda pela antecipação dos movimentos do adversário.

É um jogo de tabuleiro para dois jogadores, no qual os adversários movem suas peças em sentidos contrários, à medida que jogam dados e estes determinam quantas "casas" serão avançadas, sendo vitorioso aquele que conseguir retirar todas as peças primeiro.

Valzan/Shutterstock

Disponível em: http://www.jogodegamao.com.br/. Acesso em 28. fev.2015.

5. Atividade lúdica: Senet

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

Objetivo: Trabalhar a contagem em jogo de tabuleiro.

O Senet é um jogo de tabuleiro egípcio, cujo nome significa passagem. Ele é considerado um dos jogos de tabuleiro mais antigos que se conhece e, segundo alguns especialistas, é um antepassado do Gamão.

Simboliza a passagem para o mundo dos mortos e está citado no capítulo XVII do "Livro dos Mortos". As referências mais antigas conhecidas remontam ao período Pré-Dinástico e à Primeira Dinastia, entre 3500 e 3100 a. C, encontrando-se representado em pinturas existentes no túmulo de Merknera(3300/2700 a. C) e no túmulo de Hesy (2686- 2613 a. C.). Alguns dos tabuleiros de Senet, normalmente em forma de caixa, eram ricamente decorados, podendo também serem executados em mesas próprias, como o exemplar recolhido no túmulo de Tutankhamon.

Frederica Milella/Shutterstock

Yangchao/Shutterstock

Um tabuleiro de Senet e o selo inglês de 1972, comemorativo dos 50 anos da descoberta do túmulo do faraó Tutankhamon, onde havia uma pintura representando sua esposa Nefertari jogando o senet.

Disponível em: <http://www.museuarqueologia.pt/documentos/Jogo%20do%20Senet.pdf>Acesso em 05. mar.2015.

Veja também algumas sugestões em:

Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25399. Acesso em 05. mar.2015

Página 16

Atividade muito interessante para ser desenvolvida em sala de aula, professor. Teste em casa com o seu RG e, em aula, peça aos alunos para que determinem o dígito de controle do mesmo. Caso alguns alunos já possuam RG, peça para que eles confiram seus dígitos de controle. Aproveite a oportunidade para comentar sobre a importância social do RG.

Sugerimos comentar que o algarismo de controle, também chamado dígito verificador é um mecanismo de autenticação utilizado para verificar a validade e a autenticidade de um valor numérico, com o objetivo de evitar fraudes ou erros de digitação ou transmissão de dados. Além do RG, como mencionado no texto, é utilizado também em números de cartões de crédito, documentos de identificação, de matrícula, e quaisquer outros códigos numéricos que necessitem de maior segurança.

Página 17

Na história da matemática, a noção intuitiva de número, nascida da contagem foi evoluindo até tornar-se uma construção teórica, desenvolvida com o método axiomático.

Podemos, hoje, descrever concisa e precisamente o conjunto N dos números naturais, partindo dos conceitos primitivos de “número” e de “sucessor” e valendo-nos dos axiomas formulados pelo matemático italiano Giuseppe Peano, no limiar do século 20.

A teoria dos números naturais

$N = \{1, 2, 3, ...\}$ é um conjunto, cujos elementos são chamados números naturais. A essência da caracterização de N reside na palavra “sucessor”.

Intuitivamente, quando n e n′ pertencem a N, dizer que n′ é o sucessor de n significa que n′ vem logo depois de n, não havendo outros números naturais entre eles

Enfatize que o sucessor é obtido somando-se 1 ao número e o antecessor é obtido subtraindo-se 1 do número. Um erro comum cometido pelos alunos é considerar que o sucessor de 9 milhões é 10 milhões, quando na verdade é 9 000 000 001, e que o antecessor é 8 milhões, em vez de 8 999 999 999.

A seguir apresentamos mais uma atividade que envolve escrita e leitura dos números, porém, sugerimos dessa vez uma forma simplificada, que utiliza palavras e algarismos.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

6. Escreva os números a seguir, de forma a utilizar palavras e algarismos, em cada caso:

a) 363

b) 9 373

c) 4 012

d) 11 455 000

e) 1 300 000 000

f) 12 000 000 000 000 000

Página 22

Observe em sala de aula que a sentença: $4 < 5$, por exemplo, pode ser lida tanto como:

“Quatro menor do que cinco” como “cinco maior do que quatro”.

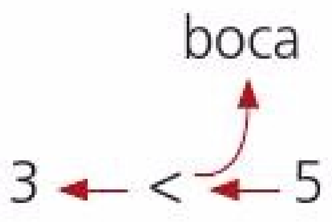
Consequentemente, $4 < 5 < 6$ também pode ser lido como “cinco é maior do que 4 e menor do que 6.

Uma regra que ajuda a memorizar os símbolos de maior e menor e que facilita sua leitura no sentido contrário é:

- os sinais de maior e menor estão sempre com a “boca” virada para o maior número:

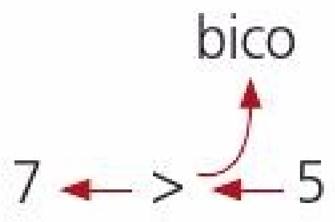
- quando a leitura é feita entrando-se pela “boca” do sinal, em qualquer ordem, lê-se “maior”, e quando a leitura é feita pelo “bico” do sinal, em qualquer ordem, lê-se menor:

três menor do que cinco



cinco maior do que três

sete maior do que cinco



cinco menor do que sete

Página 24

Não se esqueça de enfatizar que o símbolo ∈ relaciona um ELEMENTO a um conjunto e o símbolo ⊂ relaciona um CONJUNTO a outro, pois os alunos costumam usar indistintamente os dois símbolos. Mostre os exemplos:

$2 \in \{2,3,5\}$

$\{2,3\} \subset \{2,3,5\}$

$\{2\} \subset \{2,3,5\}$

Página 26

É possível explorar a diferença entre o código de barras de contas de consumo e boletos bancários. Se achar conveniente, é possível mostrar como calcular a data de vencimento de um boleto bancário no padrão da Febraban (Federação Brasileira de Bancos).

Por exemplo: O vencimento de um boleto bancário corresponde ao número de dias decorridos entre a “data base” instituída pelo Banco Central do Brasil – BACEN e a “data de vencimento”. A “data base” instituída pelo BACEN é: 07/10/1997.

Desta forma, um boleto bancário vencido em 31/12/2011 teria no campo “vencimento” os números: “5 198”. Os números “5 198” correspondem ao número de dias decorridos entre 07/10/1997 e 31/12/2011 (31/12/2011 - 07/10/1997 = 5 198).

Exemplo:

00000.00000.00000.000000.00000.000000.0.51980000000000

Como se vê no exemplo acima, o campo "vencimento" é composto por 4 dígitos e fica a esquerda do campo "valor".

Fonte: Banco Central do Brasil – BACEN

Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/pre/normativos/c_circ/2000/pdf/c_circ_2926_v1_O.pdf>. Acesso em 15 mar. 2015.

Página 29

Desafio

1.

2	4	6	**8**	10	12	**14**	**16**	18	**20**	NÚMEROS PARES
1	1	2	3	5	8	**13**	**21**	**34**	**55**	CADA CASA É A SOMA DAS DUAS ANTERIORES
1	2	2	3	3	3	**4**	**4**	**4**	**4**	CADA NÚMERO É REPETIDO DE ACORDO COM SEU VALOR ABSOLUTO
5	7	9	**11**	**13**	**15**	17	**19**	21	**23**	NÚMEROS ÍMPARES

2. a) QUEM SOBE NOS ARES NÃO FICA NO CHÃO

b) Resposta pessoal

A frase do desafio proposto faz parte do livro Ou Isto ou Aquilo: uma breve análise da literatura infantil de Cecília Meireles. Global Editora (2012) e, se achar conveniente, é possível sugerir que os alunos pesquisem outros livros ou poemas, para explorar a codificação de textos.

Ou isto ou aquilo

Ou se tem chuva e não se tem sol
ou se tem sol e não se tem chuva!

Ou se calça a luva e não se põe o anel,
ou se põe o anel e não se calça a luva!

Quem sobe nos ares não fica no chão,
quem fica no chão não sobe nos ares.

É uma grande pena que não se possa estar
ao mesmo tempo nos dois lugares!

Ou guardo o dinheiro e não compro o doce,
ou compro o doce e gasto o dinheiro.

Ou isto ou aquilo, ou isto ou aquilo...
e vivo escolhendo o dia inteiro!

Não sei se brinco, não sei se estudo,
se saio correndo ou fico tranquilo.

Mas não consegui entender ainda
qual é melhor: se é isto ou aquilo.

Respostas da Atividades Sugeridas

1.

												3			
									2			C			
			1			**A**	M	M	D	X	X	X	V	I	I
			M				**4**		L			X			**5**
		B	C	C	C	X	L	I	I	**C**	X	X	X	I	X
			X				X		X	**7**		V			X
			X				X		**D**	M	C	I	V	**8**	V
		E	X	X	V	I	I	I		C		**9**		C	
			I				X	**10**	**F**	C	C	L	X	X	I
6	X	X	V					C		L		V		I	

2. a) oito milhões quinhentos e quinze mil, setecentos e sessenta e sete quilômetros quadrados.

b) sete e três.

c)

Algarismo	Valor absoluto	Valor relativo
8	Oito = 8	Oito milhões = 8 000 000
5	Cinco = 5	Quinhentos mil = 500 000
1	Um = 1	Dez mil = 10 000
5	Cinco = 5	Cinco mil = 5 000
7	Sete = 7	Setecentos = 700
6	Seis = 6	Sessenta = 60
7	Sete = 7	Sete = 7

d) **8** unidades de milhões + **5** centenas de milhar + **1** dezena de milhar + **5** unidades de milhar + **7** centenas + **6** dezenas + **7** unidades.

6. a) 300 e 63

b) 9 mil, 300 e 73

c) 4 mil e 12

d) 11milhões e 455 mil

e) 1 bilhão e 300 milhões

f) 12 quatrilhões

Resoluções da seção Para estudar

55. a) 2009

b) 623

c) 47

d) 3700

e) 911

56. a) MMCCCXLIV

b) $\overline{V}$CDXLVI

c) MMXIV

d) $\overline{XX}$

e) $\overline{CCC}$

57.

Bilhões			Milhões			Milhares			Unidades		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
					2	3	4	5	5	5	7
					1	0	0	0	8	7	6
								8	0	0	9
		2	0	0	9	9	9	6	5	4	1

58. a) oito bilhões e trezentos mil; quatro bilhões e novecentos mil e sete bilhões e setecentos mil.

b) 8 300 000; 4 900 000; 7 700 000

c) 4 900 000 < 7 700 000 < 8 300 000

59. a) Apogeu: quatrocentos e seis mil e seiscentos e cinquenta e cinco quilômetros

Perigeu: trezentos e cinquenta e seis mil e quinhentos e setenta e sete quilômetros

b) 356 577 < 384 945 < 406 655

60. a) 100 002

b) 5 223 000

c) 2 726 500 000

d) 91 000

e) 544 622

61. a) três milhões
   b) dois milhões e setecentos e sessenta e sete mil e oitocentos e nove
   c) setecentos e vinte
   d) sete mil e nove

62. a) duzentos e sessenta e dois
   b) seis mil e oitocentos e noventa e um
   d) noventa e três mil e setecentos e trinta e dois
   e) um milhão e quatrocentos e cincquenta e cinco mil

63. a) quatro mil e nove   b) nove mil e novecentos e vinte

64. Os números são: 5, 55 e 555. Portanto, são três.

65. a) Verdadeira   c) Falsa
   b) Verdadeira   d) Falsa

66. a) 34   b) 43   c) dois

67. 88, 89, 98, 99

68. a) 500 e 501   b) 1001 e 1002

69. a) 58   b) 321

Capítulo 2: Operações com números naturais

Objetivos específicos do capítulo

Ler, interpretar textos e usar com clareza os símbolos matemáticos. Fazer estimativas mentais de resultados ou cálculos aproximados. Operar por meio dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Utilizar com pertinência ferramentas matemáticas e da tecnologia para resolver situações problema . Compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação.

Página 35

Sugerimos algumas atividades que devem ser feitas com o uso de uma calculadora, com o objetivo usá-la como um instrumento didático que permite ao aluno descobrir relações entre números, observar certas regularidades numéricas que possibilitem o estabelecimento de conclusões, a elaboração de regras e a estimativa.

Veja a seguir algumas atividades que podem ser utilizadas em salas de aula, que seus alunos poderão discuti-las, individualmente ou em duplas, como achar apropriado.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

1. Pense e responda:

a) Quantos números a calculadora tem e quais são eles?

b) Quais são as operações que sua calculadora faz?

c) Observe o painel de sua calculadora. A primeira linha de teclas numéricas forma o número 789. Qual é número formado na segunda linha? E na terceira?

d) Digite o número 123 456 789 e diga o que você observou no visor?

e) Sua calculadora aceita números de até quantos algarismos?

f) Qual é o maior número que você pode escrever em sua calculadora?

g) Qual é o maior número de algarismos distintos que você pode escrever em sua calculadora?

Disponível em: <http://www.dme.ufcg.edu.br/PROFmat/TCC/Marioandre.pdf> Acesso 20. Mar.2015.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

2. Jogo da Calculadora

$\boxed{0}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$ $\boxed{+}$ $\boxed{=}$

Convide um amigo para jogar. Esse jogo é só para duplas e só vale usar as teclas:

Regra:

- O primeiro jogador liga a calculadora, aperta um número de 1 a 9 e entrega a calculadora a outro jogador.
- Em seguida, esse jogador deve somar a esse número qualquer outro número de 0 a 9.
- O jogo prossegue até que um jogador consiga atingir o resultado 50.
- Vence o jogo aquele que conseguir atingir primeiro o resultado 50.

Professor: sugerimos que você circule pela sala de aula para observar desenrolar do jogo e ajude seus alunos no entendimento das questões que podem surgir no jogo. Imagine por exemplo a situação: Se no visor da calculadora aparece o número 47, qual o número que o próximo jogador deve escrever para obter 50 e vencer o jogo?

Disponível em: <http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/index.aspx?ID_OBJETO=42896&tipo=ob&cp=B53C97&cb=&n1=&n2=Roteiros%20de%20Atividades&n3=Fundamental%20-%206%C2%BA%20ao%209%C2%BA&n4=Matem%C3%A1tica&b=s> Acesso em 20. Mar.2015.

O soroban

O Soroban, conhecido como ábaco japonês, é um dispositivo que foi aperfeiçoado para gerar técnicas extremamente rápidas para executar qualquer cálculo: adição, subtração, multiplicação, divisão, raiz quadrada, entre outros.

A sua prática favorece a habilidade de fazer cálculos mentais e seus praticantes conseguem fazer com rapidez, cálculos trabalhosos. Além disso, seu uso melhora a observação, atenção e a concentração e memorização, principalmente para números, favorece o processamento de informações mais rapidamente e o cálculo mental.

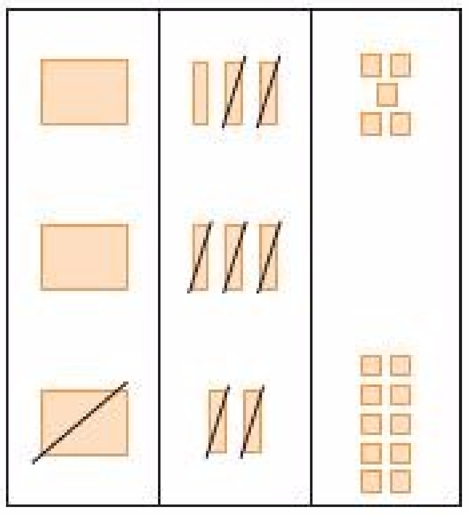
Se achar conveniente, é possível introduzir esse dispositivo como atividade lúdica, atingindo bons resultados com seus alunos.

Para saber mais veja:

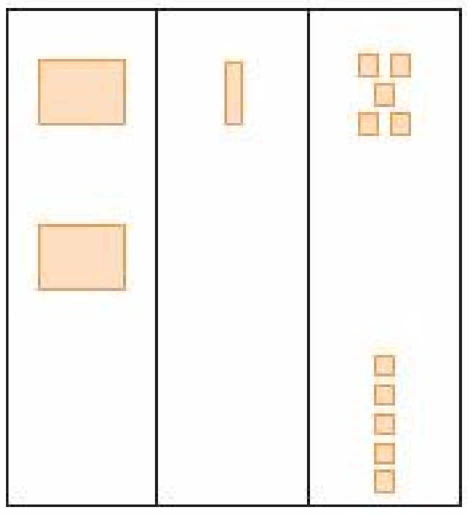
Disponível em: <http://www.soroban.org/> Acesso em 24. mar.2015

Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/pre_soroban.pdf> Acesso em 24. mar.2015

Método do empréstimo



c	d	u
	8	15
3	$\cancel{9}$	$\cancel{5}$
1	7	6

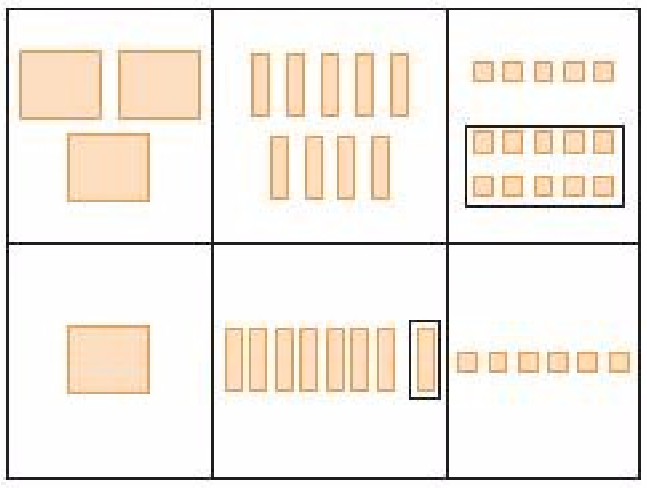


c	d	u
	8	15
3	$\cancel{9}$	$\cancel{5}$
1	7	6
2	1	9

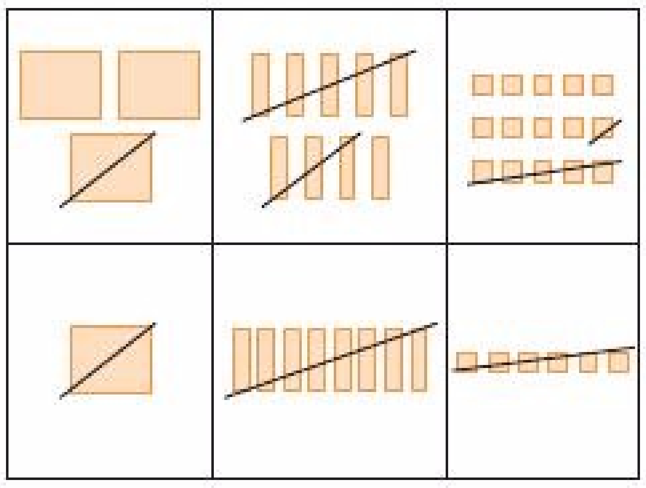
$$\begin{array}{rrrr} & & 8 & 15 \\ & 3 & \cancel{9} & \cancel{5} \\ - & 1 & 7 & 6 \\ \hline & 2 & 1 & 9 \end{array}$$

Fazendo a leitura em voz alta:
"15 menos 6 é igual 9";
"8 menos 7 igual a 1";
"3 menos 1 é igual a 2".

Método da compensação



c	d	u
	8	15
3	$\cancel{9}$	$\cancel{5}$
1	7	6



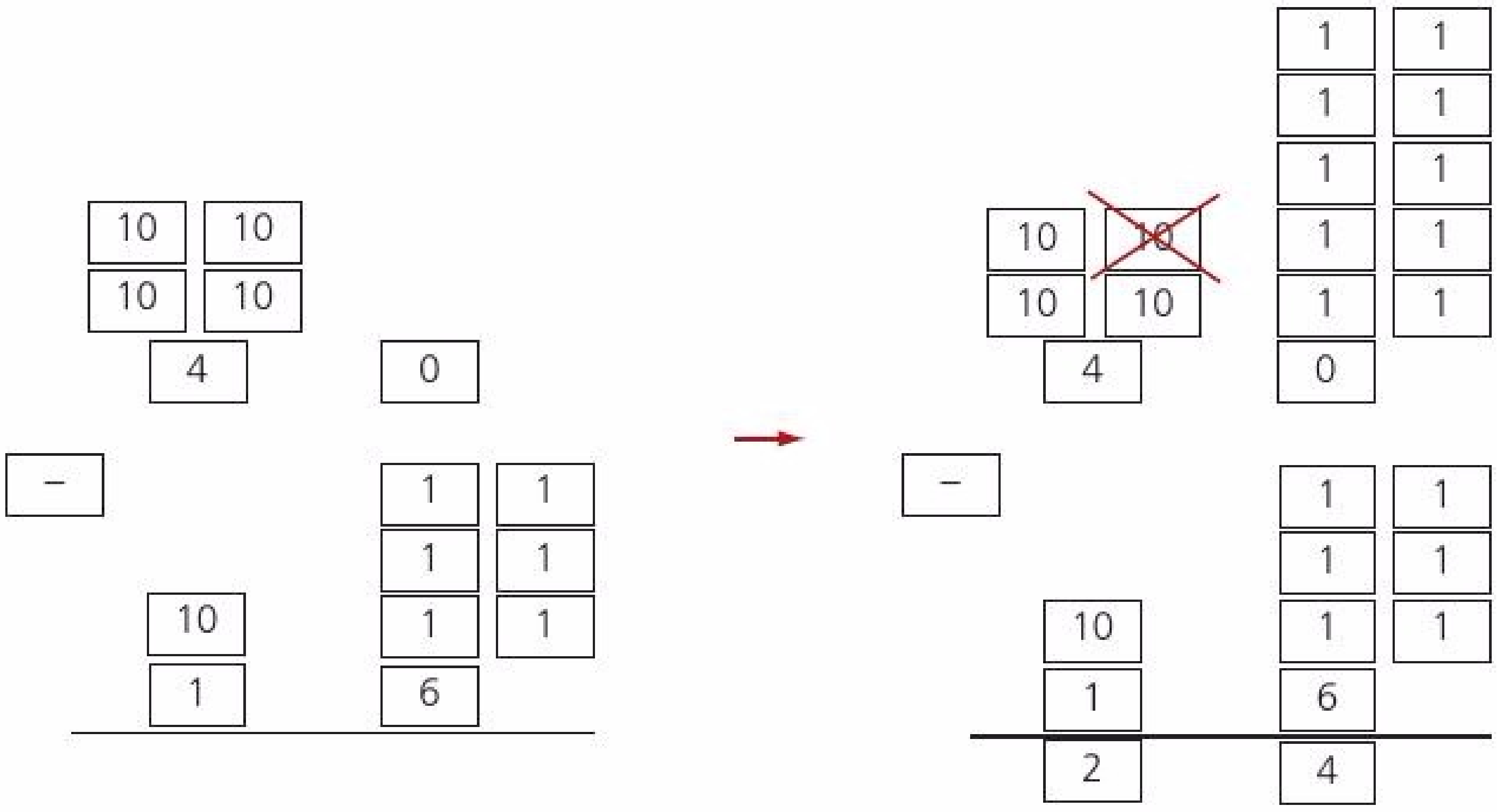
c	d	u
	8	15
3	$\cancel{9}$	$\cancel{5}$
1	7	6
2	1	9

$$\begin{array}{rccc} & & & 15\\ & 3 & \cancel{9} & \cancel{5}\\ - & 1 & 7_{8} & 6\\ \hline & 2 & 1 & 9\end{array}$$

Fazendo a leitura em voz alta:
"6 para chegar no 15 faltam 9";
"8 para chegar no 9 faltam 1";
"1 para chegar no 3 faltam 2".

Página 36

É interessante recordar o que representam os processos "vai um" e "empresta um", pois normalmente os alunos os realizam automaticamente, sem compreendê-los. Para tanto, compare as posições dos algarismos em números que representam valores como 1 real, 10 reais, 100 reais, 1 000 reais, 10 000 reais, etc. Cada nota pode ser trocada por 10 na casa anterior, assim como cada conjunto de 10 notas pode ser trocado por 1 na casa posterior. A subtração do exemplo pode ser representada como:



Lembramos que o algoritmo do empréstimo, em determinados casos, pode gerar erros e pode ser interessante o uso do algoritmo da compensação (adição de quantidades iguais no minuendo e no subtraendo) como uma alternativa para diminuir os erros dos alunos ao efetuar subtrações. O algoritmo da compensação nos permite trabalhar conceitos como a invariância da diferença que poderá ser muito útil, posteriormente, no estudo das equações.

Leia mais em:

Disponível em: <http://www.ded.ufrpe.br/sipemat/CD-ROM%202%20SIPEMAT/artigos/PO-20.pdf> Acesso em 20. mar.2015.

Páginas 37/38/39

Tanto a relação fundamental da subtração como as propriedades da adição utilizam informações de maneira intuitiva. Os conceitos já estão incorporados às rotinas de vida de seus alunos e, resgatar o tema, pode ser uma boa oportunidade para praticar operações com o uso dessas propriedades. Veja um resumo a seguir:

A propriedade "comutativa" afirma que a ordem das parcelas não altera a soma. Em linguagem mais formal, dizemos que $a + b = b + a$

A propriedade associativa afirma que na adição as parcelas podem ser somadas de formas diferentes e mesmo assim a soma não se altera:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

O elemento neutro se refere ao fato que o zero somado a qualquer número, tem como resultado o próprio número: $a + 0 = a$ (o elemento neutro é o zero)

Além dessas que são as mais conhecidas, ainda existem outras propriedades da adição que não são incorporadas à rotina das pessoas e, muitas vezes, não são nomeadas. Veja a seguir:

Propriedade da unicidade: se $a = b$ e $c = d \rightarrow a + c = b + d$

Propriedade redutiva: $a + c = b + c$ logo $a = b$

Propriedade monotônica: se $c > d \rightarrow a + c > a + d$

Para sua leitura veja em:

Disponível em: <http://www.uft.edu.br/fis/static/pdfs/Pre%20Calculo/Pr_Ca_A02_RF_WEB_WZW_310510.pdf> acesso em: 22. mar.2015.

Desafio

a) $$\begin{array}{r} 8\mathbf{5}\mathbf{3} \\ -\ \mathbf{6}76 \\ \hline 177 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{r} \mathbf{5}3\mathbf{1}4 \\ -\ 1\mathbf{3}52 \\ \hline 3\mathbf{9}62 \end{array}$$

c) $$\begin{array}{r} 322\mathbf{1} \\ -\ \mathbf{1}\mathbf{3}\mathbf{6}7 \\ \hline 18\mathbf{6}4 \end{array}$$

Página 41

Bons exemplos de aplicações de expressões são as operações com dinheiro. Abaixo mostramos alguns exemplos:

- Uma pessoa gasta 23 reais e, a seguir, 18 reais. Qual o total gasto?

  A conta é: $23 + 18 = 41$

  que pode ser feita com muito mais facilidade se, em vez de se somar 18 a 23, somar-se 20 e subtrair-se 2:

$$23 + 18 = 23 + 20 - 2 = 43 - 2 = 41$$

Da mesma forma, somar-se 27 a um número equivale a somar-se 30 e subtrair-se 3, somar-se 39 equivale a somar-se 40 e subtrair-se 1 etc

- Quer 3 reais para ajudar no troco?

  Suponhamos que o aluno pague com uma nota de 20 reais uma conta de 13 reais. O troco é dado por: 20 – 13 = 7. Para ajudar o vendedor, que pode não ter notas de 2 reais, oferece-se 3 reais a mais no pagamento e obtém-se 3 reais a mais no troco:

$$20 + 3 - 13 = 10\ (= 7 + 3)$$

Página 44

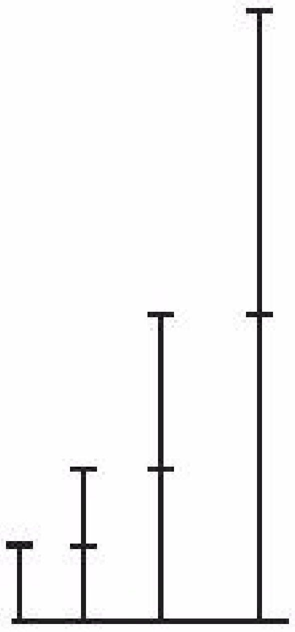
Sugestão de solução da situação problema da proposta de compra de moto, carro, casa, computador ou qualquer outro bem nas seguintes condições: R$ 0,01 no 1º dia; R$ 0,02 no 2º dia; R$ 0,04 no 3º dia e, assim sucessivamente, com as prestações dobrando a cada dia, por 30 dias. O aluno deve descobrir se é vantajoso fazer essa operação financeira.

Obviamente, não é.

Acompanhe com seus alunos a incrível evolução das somas parciais.

	Valor da prestação	Somas parciais
1	R$ 0,01	R$ 0,01
2	R$ 0,02	R$ 0,03
3	R$ 0,04	R$ 0,07
4	R$ 0,08	R$ 0,15
5	R$ 0,16	R$ 0,31
6	R$ 0,32	R$ 0,63
7	R$ 0,64	R$ 1,27
8	R$ 1,28	R$ 2,55
9	R$ 2,56	R$ 5,11
10	R$ 5,12	R$ 10,23
11	R$ 10,24	R$ 20,47
12	R$ 20,48	R$ 40,95
13	R$ 40,96	R$ 81,91
14	R$ 81,92	R$ 163,83
15	R$ 163,84	R$ 327,67
16	R$ 327,68	R$ 655,35
17	R$ 655,36	R$ 1 310,71
18	R$ 1 310,72	R$ 2 621,43
19	R$ 2 621,44	R$ 5 242,87
20	R$ 5 242,88	R$ 10 485,75
21	R$ 10 485,76	R$ 20 971,51
22	R$ 20 971,52	R$ 41 943,03
23	R$ 41 943,04	R$ 83 886,07
24	R$ 83 886,08	R$ 167 772,15
25	R$ 167 772,16	R$ 335 544,31
26	R$ 335.544,32	R$ 671 088,63
27	R$ 671 088,64	R$ 1 342 177,27
28	R$ 1 342 177,28	R$ 2 684 354,55
29	R$ 2 684 354,56	R$ 5 368 709,11
30	R$ 5 368 709,12	R$ 10 737 418,23

Você pode dar um exemplo visual e bastante impactante do processo. Peça a um aluno para desenhar, no quadro , uma pequena barra (de uns 3 cm, mais ou menos), peça para outro aluno desenhar, ao lado, uma barra com o dobro do tamanho da primeira e assim sucessivamente. Observe que, em poucos passos, a barra já estará do tamanho do quadro . Estime em quantos passos a barra teria a altura da sala, da escola, de um prédio etc:



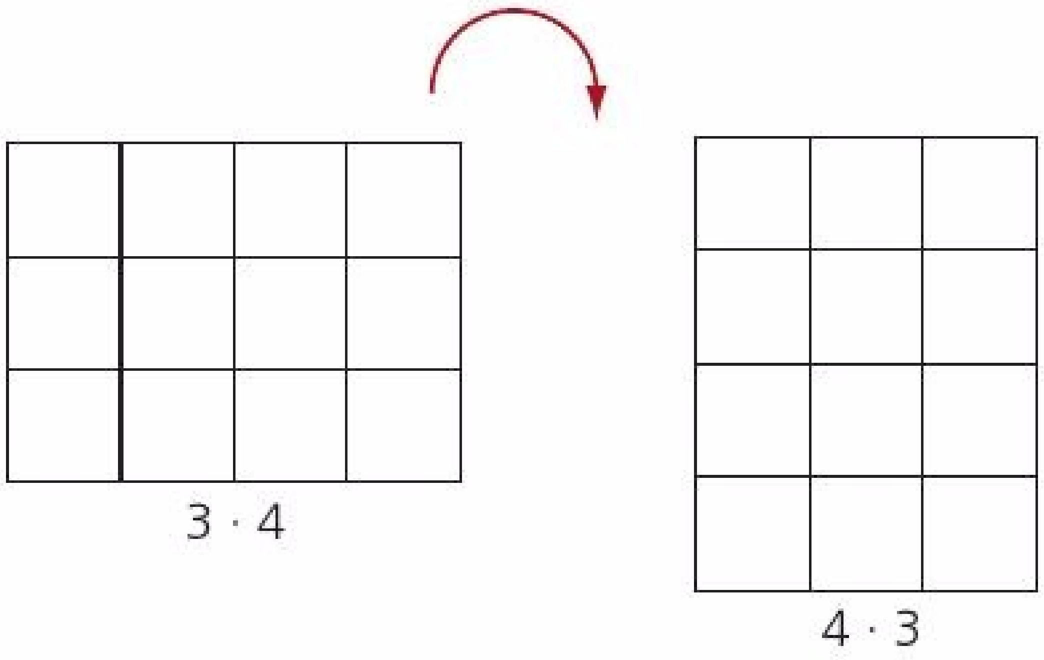
Também é uma excelente oportunidade de mostrar aos alunos o absurdo que são as correntes e pirâmides, amplamente divulgadas pela internet.

Página 47

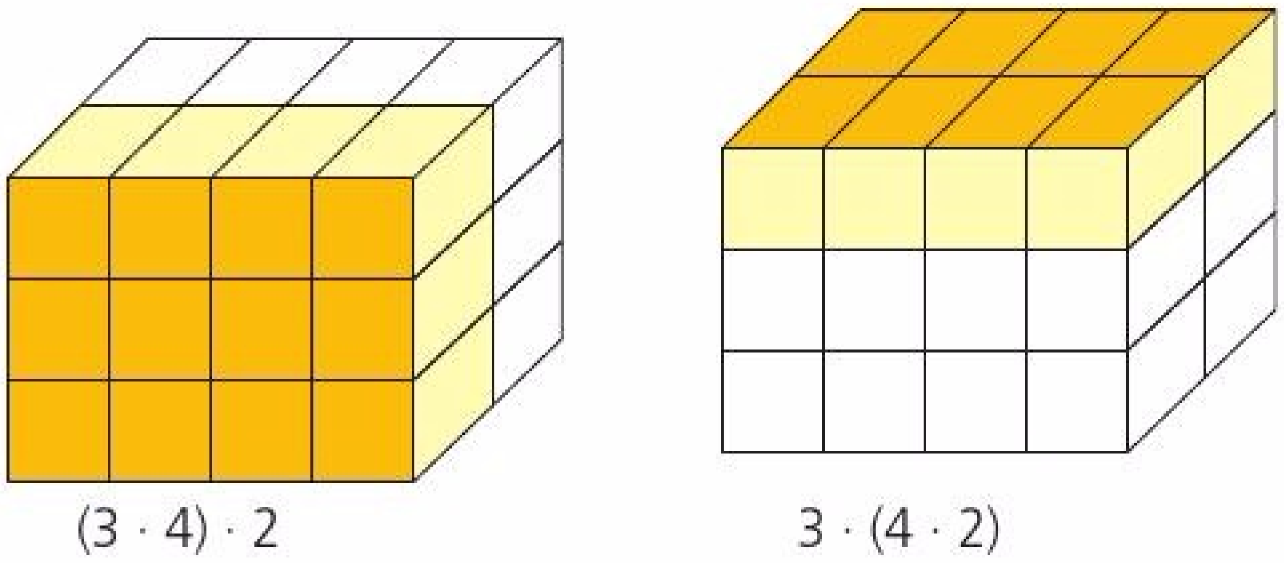
Os cálculos de áreas e volumes são excelentes para entender as propriedades da multiplicação.

Exemplos:

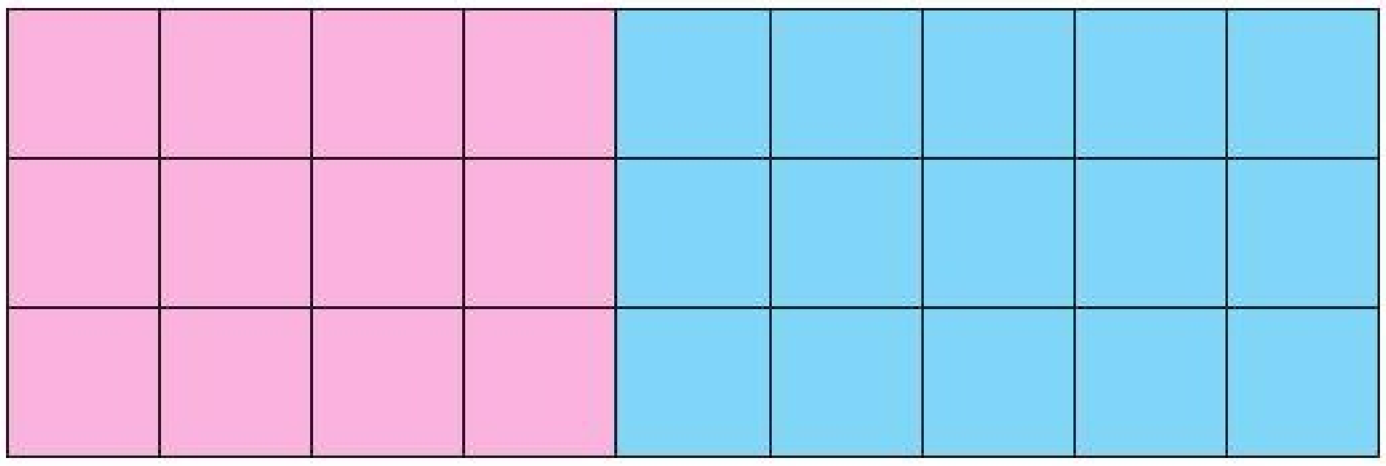
- A propriedade comutativa pode ser observada verificando-se que a área do retângulo não muda se ele sofrer um giro de 90º:



- A propriedade associativa pode ser observada verificando-se que o número de cubinhos não se altera se começarmos sua contagem por qualquer uma das faces:



- A propriedade distributiva pode ser observada notando-se que a área total pode ser obtida por partes, como no exemplo abaixo, em que 3 x (4 + 5), ou seja, 3 linhas de 9 quadrados possuem o mesmo número de quadrados que 3 x 4 + 3 x 5, ou seja, 3 linhas de 4 quadrados (área rosa) mais 3 linhas de 5 quadrados (área azul):



Páginas 46

A introdução do princípio multiplicativo no ensino fundamental é importante, pois, oferece subsídios para resolver situações problema presentes no cotidiano dos alunos, além de contribuir com o raciocínio lógico e combinatório.

Disponível em: < http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/37160/000819955.pdf>. Acesso em: 22 mar. 2015.

Desafio

$(4 \cdot 4) : (4 + 4) = 2$

$(4 \cdot 4) - (4 + 4) = 8$

$(4 + 4) + (4 : 4) = 9$

$(4 \cdot 4 \cdot 4) : 4 = 16$

$(4 \cdot 4) + (4 : 4) = 17$

$4 \cdot (4 + 4 : 4) = 20$

$4 \cdot (4 + 4) - 4 = 28$

$44 - 4 : 4 = 43$

$44 + 44 = 88$

Página 47

Não deixe de enfatizar a prioridade das multiplicações sobre as somas e subtrações. Para que o aluno possa automatizar esta regra, escreva as sentenças deixando espaços maiores entre as últimas. Exemplo:

$$5 + 3 \cdot 6 - 4 = 19$$

Um exemplo prático da aplicação desta regra é a elaboração de uma lista de compras. Partindo do exemplo acima, a pessoa comprou 1 produto de 5 reais, 3 produtos de 6 reais e ganhou um desconto de 4 reais. Note que, neste exemplo, a multiplicação deve ser feita em primeiro lugar.

Página 53

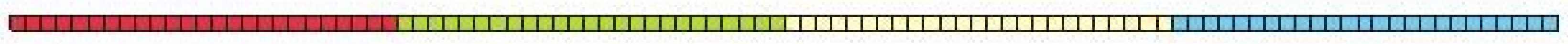
Enfatize que a divisão de um número não nulo por zero e a divisão de zero por zero têm natureza bastante distinta: a divisão 1/0, por exemplo, é indefinida ou **impossível** e a divisão 0/0 é **indeterminada**.

Disponível em: < http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/passa7d.html>. Acesso em: 22 mar. 2015.

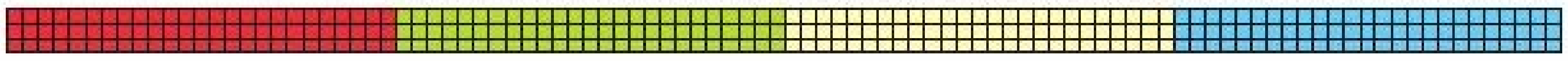
Página 55

Mosque a propriedade com o seguinte exemplo:

A quantidade 100 pode ser composta por 4 grupos de 25 unidades. A quantidade 300 pode ser composta também por 4 grupos, mas de 75 unidades:



$$\begin{array}{r|l} 100 & \underline{25} \\ 0 & 4 \end{array}$$

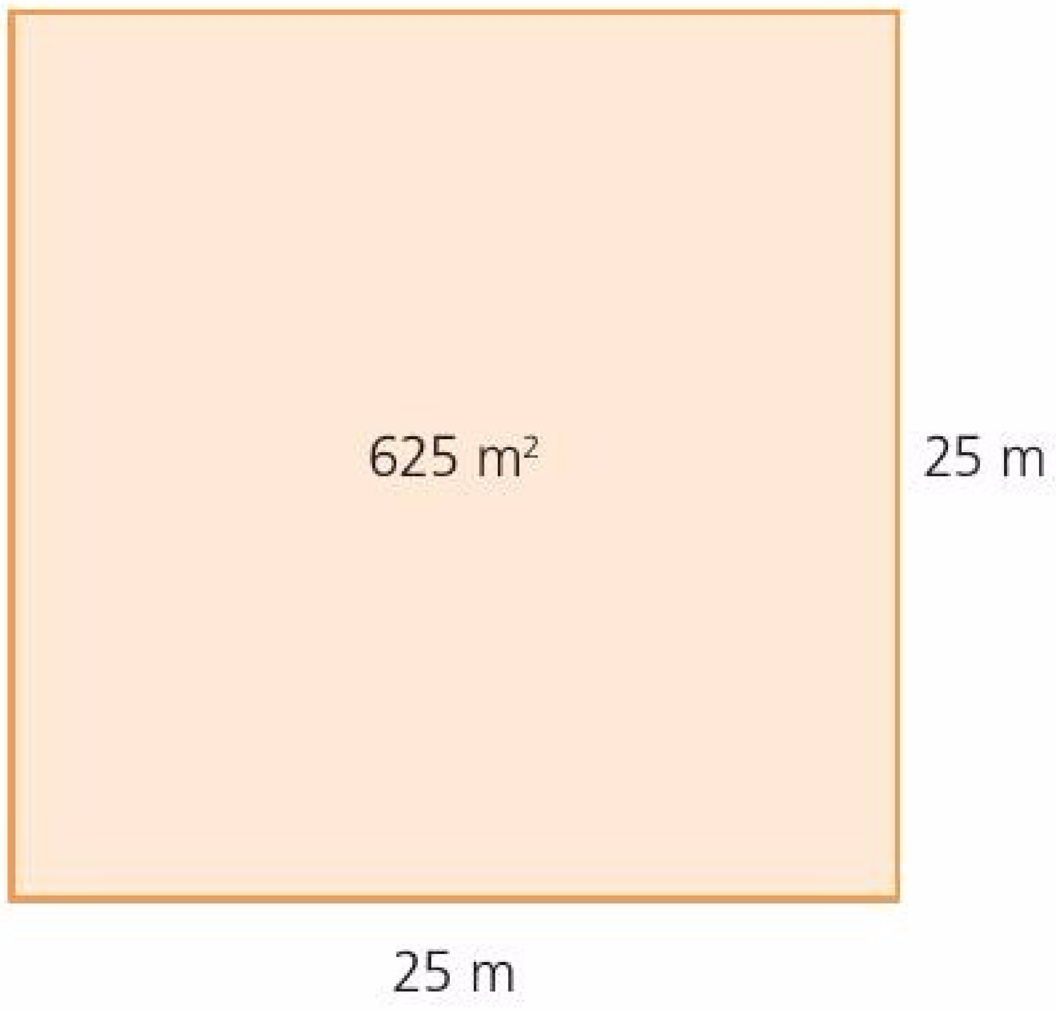


100 · 3 = 300 (área total)
e
25 · 3 = 75 (cada área colorida)

$$\begin{array}{r|l} 300 & \underline{75} \\ 0 & 4 \end{array}$$

Página 62

Professor: Lembramos que podemos também relacionar a raiz quadrada de um número natural com a área e a medida do lado de um quadrado. Observe o exemplo:



Se um quadrado possui área de 625 m², a medida de seu lado é igual a 25, pois 25 x 25 = 625. Portanto, a raiz quadrada de 625 é igual a 25.

Página 67

Observe que os números triangulares são obtidos somando-se os números naturais na sequência, por exemplo:

1

1 + 2 = 3

1 + 2 + 3 = 6

1 + 2 + 3 + 4 = 10

E que os números quadrados são obtidos somando-se os números ímpares na sequência, por exemplo:

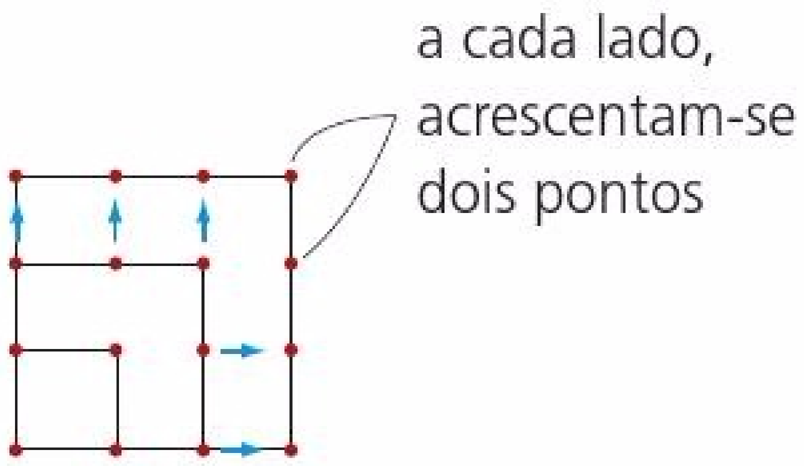
1

1 + 3 = 4

1 + 3 + 5 = 9

1 + 3 + 5 + 7 = 16

Isto pode ser observado geometricamente. Veja que, a cada triângulo, acrescenta-se, aos pontos do anterior, um novo lado com um ponto a mais, e, a cada quadrado, acrescentam-se, ao anterior, dois lados com dois pontos a mais.



[MLODINOW, L., 2010]

Respostas da Atividade Sugerida

1. a) De 0 a 9, um total de 10 números

b) Depende da calculadora. Uma máquina simples apresenta em geral adição, subtração, multiplicação, divisão, raiz quadrada, porcentagem

c) 456 e 123, respectivamente.

d) Depende da máquina. Pode ser que todo o visor ficou ocupado, ou que ainda há espaço para digitar mais números

e) Resposta pessoal.

f) Resposta pessoal. 99999999999999

g) 9876543210

Resoluções da seção Para estudar

71. Onibus Km 88 para Km 140
percorreu = 140 – 88 = 52 km

72. Km 280   Km 345
89 Km
vai parar = 345 + 89 = Km 434
Distância percorrida = 434 – 280 = 154 Km

73. Luciano tinha R$ 122,00
gastou R$ 89,00
deve a Magali R$ 45,00

a) 122 – 89 = 33 reais
b) faltou dinheiro
R$ 45,00 – R$ 33,00 = R$ 12,00

74. compra
entrada R$ 72,00
2 prestação R$ 48,00
Total = R$ 72,00 + 2 · R$ 48,00 = R$ 168,00

75. sábado 1200 m
domingo a + 400 m = 1600 m
a) 1200 + 400 = 1600 m
b) 1200 + 1600 = 2800 m

76. devo R$ 267,00
paguei 3 x 100,00 + 17 = 317,00
a) troco = 317,00 – 267,00 = 50,00
b) troco = 300,00 – 267,00 = 33,00

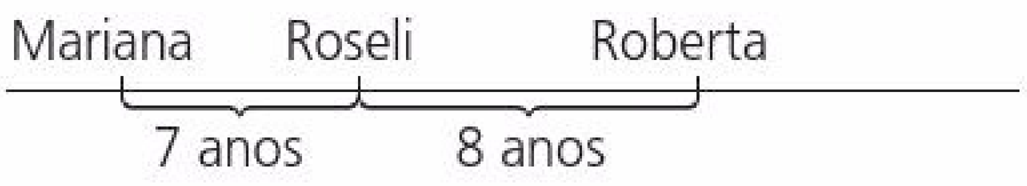
77. a) 12 anos em 2007
nasceu em = 2007 – 12 = 1995
b) nasceu em 2010
2010 + 25 = 2035.

78. Resposta possível:
hoje: 12 anos
Em 2020: 12 anos + 8 anos = 20 anos
para 40 anos faltam 28 anos. Logo, farei 40 anos em 2012 + 28 anos = 2 040

79. 2177 + x = 3840
x = 3 840 – 2177 = 1 663

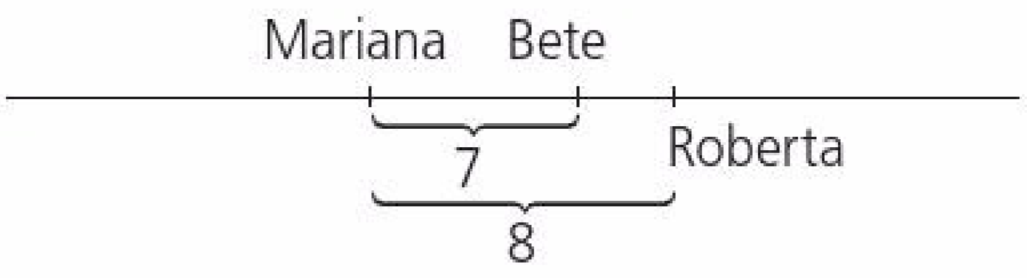
80. 755 – x = 383
x = 755 – 383 = 372

81. Roseli 7 anos a mais que Mariana
Roseli 8 anos menos que Roberta



Roberta tem 15 anos a mais que Mariana.

82. Bete 7 anos a mais que Mariana
Mariana tem 8 a menos que Roberta

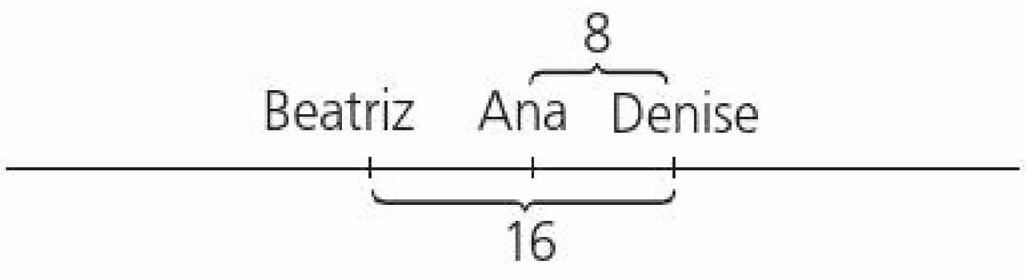


A diferença entre Bete e Roberta é de 1 ano.
Roberta é a mais velha

83. ▼ – 117 = 302
▼ = 302 + 117 = 419

84. ▼ + 117 = 302
▼ = 302 – 117 = 185

85. Ana 6 anos a mais que Karine
Beatriz 15 anos a menos que Denise
Denise 8 anos a mais que Ana



Beatriz é mais nova que Ana
7 anos

86. 26 · 13 = 338 pétalas

87. 160 · 28 = 4480 linhas

88. 28 · 16 = 448 carteiras

89. sentados
28 · 8 · 2 = 448
em pé
20 · 8 = 160
Total lotação máxima 608 pessoas

90. a) não é exata
b) não é exata

91.

$$\begin{array}{r|l} N & 25 \\ \hline 3 & 3 \end{array}$$

N = 25 · 3 + 3
N = 78

92. a) 16 · 365 = ▼
▼ = 5840
b) ▼ · 56 = 1232
▼ = 22
c) 3 · ▼ = 20
▼ não existe
d) 72 · ▼ = 482
▼ não existe
e) ▼ · 14 = 51
▼ não existe
f) ▼ · 61 = 83
▼ não existe

93. a) 1237 + ▼ = 1896
▼ = 659
b) 5606 – ▼ = 614
▼ = 4992
c) ▼ – 319 = 319
▼ = 638
d) 4 · ▼ = 30
▼ não existe
e) 118 x ▼ = 4130
▼ = 35
f) ▼ · 5 = 567
▼ não existe

94. a) 400 – 6 · 8 + 104 : 2 =
400 – 48 + 52 = 404
b) 400 – 300 : 2 + 25 · 2 =
400 – 150 + 50 = 300

95. a) 10 + 240 : 30 : 2 + 13 =
10 + 4 + 13 = 27
b) 150 – 2 · 3 · 5 + 10 =
150 – 30 + 10 = 130

96. a) 400 – 6 · (8 + 104) : 2 =
400 – 336 = 64
b) 100 + 7 · (19 + 3) + 5 =
100 + 154 + 5 = 259

97. a) 123 – [30 – (5 · 4 – 2) : 6] =
123 – [30 – 3] =
123 – 27 = 96
b) 100 + 3 · [8 – (4 + 3 · 2) : 5] =
100 + 3 · [8 – 2] =
100 + 18 = 118

98. a) 30 – 40 : (8 – 3) : 2
30 – 4 = 26
b) 100 – 413 · (20 – 5 · 4) + 1
100 – 0 + 1 = 101
c) 400 – {10 – [30 : (30 – 0 · 17)] – 1} =
400 – (10 – 1 – 1) =
400 – 8 = 392

99. a) 27 + (14 + 3 · [100 · (18 – 4 · 2) + 7]) · 13 =
27 + (14 + 3 · [100 · 10 + 7]) · 13 =
27 + (14 + 3007) · 13 =
27 + 39273 = 39300

100. a) 18 · (33 · 26) = (26 · 18) · ▼
▼ = 33
b) 345 · ▼ = 345
▼ = 1
c) 17 · (25 + 44) = 17 · 25 + 17 · ▼
▼ = 44
d) 23 · (112 – 14) = 23 · 112 – ▼ · 14
▼ = 23

122. a) 121
b) 196
c) 125
d) 64

123. a) 7^4
b) 8^3
c) 31^2
d) 2^5
e) 4^6

124. a) 0
b) 0
c) 1
d) 1
e) 100 000
f) 1 000 000

125. a) 18
b) 25
c) 1
d) 1
e) 0
f) 1

126. a) 0
b) 1
c) 1
d) 172
e) 0
f) 1

127. a) $(54 - 6^2) : 9 + 2^3 + (7 - 2)^2 =$
$= 18 : 9 + 8 + 25 = 35$

b) $(3 + 156 : 12)^0 + 1990^1 =$
$= 1 + 1990 = 1991$

c) $700 : (7^3 : 7^2) + 51^0 + (18 - 7)^1$
$700 : 7 + 1 + 11 = 112$

d) $3^5 : (3^3 : 3^2) + 2^5 \cdot 2^2 - 2^4 =$
$= 3^5 : 3^1 + 2^7 - 2^4 =$
$= 81 + 128 - 16 = 193$

128. a) $\sqrt{4} = 2$
b) $\sqrt{36} = 6$
c) $\sqrt{121} = 11$
d) $\sqrt{49} = 7$
e) $\sqrt{64} = 8$
f) $\sqrt{100} = 10$

129. a) $(5^3 - \sqrt{25}) + (26 - \sqrt{36})$
$120 + 20 = 140$
b) $2 \cdot [6^3 - (\sqrt{100} + 12) : 11] + (5 - 3)^3$
$2 \cdot [\,216 - 2] + 8 = 420$
c) $\{5 \cdot [(31 - \sqrt{9}) : 7 + 2^3] - \sqrt{144}\} + 1$
$\{5 \cdot [28 : 7 + 8] - 12\} + 1 =$
$\{5 \cdot 12 - 12\} + 1 = 49$
d) $\sqrt{16} \cdot \{3^2 \cdot [(2^3 - 5) \cdot \sqrt{16} + 1] - 5\}$
$4 \cdot \{8 \cdot [3 \cdot 4 + 1] - 5\} =$
$4 \cdot \{8 \cdot 13 - 5\} = 396$

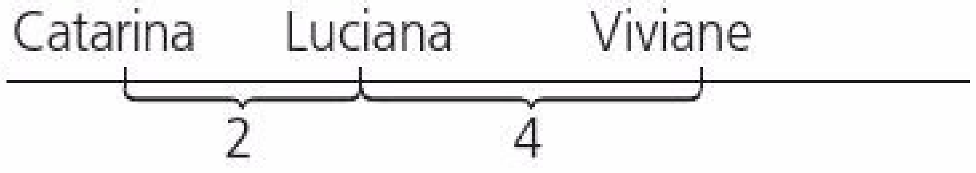
130. a) $\blacktriangledown^2 + 4^2 = 25$
$\blacktriangledown = 3$
b) $(\blacktriangledown + 4)^2 = 25$
$\blacktriangledown = 1$

131. 0 e 1

132. Falso
ex: $(2 + 3)^2 \neq 2^2 + 3^2$

133. a) $\blacktriangledown^2 + 1 = 10$
$\blacktriangledown^2 = 10 - 1 \rightarrow \blacktriangledown^2 = 9 \rightarrow \blacktriangledown = 3$
b) $\blacktriangledown^2 + 4^2 = 25$
$\blacktriangledown^2 + 16 = 25$
$\blacktriangledown^2 + 25 - 16 \rightarrow \blacktriangledown^2 = 9 \rightarrow \blacktriangledown = 3$

134. Viviane 4 anos a mais que Luciana
Luciana 2 anos a menos que Catarina



– 6 anos
– Viviane

135. 6 vagões
16 poltronas com 2 lugares
10 em pé
$6 \cdot 16 \cdot 2 = 192$
$6 \cdot 10 \quad = 60$
252 lotação máxima

Capítulo 3 – Geometria

Objetivos específicos do capítulo

Conhecer os conceitos primitivos da geometria, reconhecer e classificar polígonos. Fazer medições com instrumentos de medida adequados para cada situação. Usar com autonomia o raciocínio matemático para compreensão do mundo que o cerca, desenvolvendo a visão geométrico-espacial e o raciocínio lógico dedutivo. Compreender e transmitir ideias matemáticas por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação. Fazer estimativas mentais de resultados ou cálculos aproximados.

Página 79

Antes de especificarmos os itens relevantes deste capítulo, é importante lembrarmos que o professor deve, sempre que possível, praticar a leitura do texto do livro com seus alunos e escrever no quadro as possíveis palavras que ainda sejam desconhecidas por eles. Essa prática estimula a leitura de textos e propicia ao aluno discutir palavras, termos e ou conceitos que podem ser motivo de dúvidas gerais.

O uso de dicionários pode ajudar em sala de aula e, podem possibilitar alguma atividade para fazer em casa, como uma tarefa programada de pesquisa das palavras novas dos textos.

A sugestão inicial é discutir sobre os termos que aparecem nessa página e depois seguir a leitura do livro texto:

Formas abstratas: são geralmente entendidas como formas que não representam objetos próprios da nossa realidade concreta exterior. Ao invés disso, usa as relações formais entre cores, linhas e superfícies para compor a realidade da obra, de uma maneira.

Formas ideais: abordam situações relacionadas à forma, dimensão e direção e estão ligadas ao sentido de localização, reconhecimento de figuras, manipulação de formas geométricas, representação espacial e estabelecimento de propriedades geométricas.

Páginas 80 e 81

Abaixo estão algumas palavras encontradas nessas páginas, que podem ser instrumento de pesquisa em bons dicionários da língua portuguesa: **face, perspectiva, sólido, comprimento**, **volume, largura, plano e espessura.**

Páginas 83 e 84

Proceda de forma análoga em relação à leitura, mas se possível, solicite para que os alunos formem grupos e desenhem outras situações de representação de figuras espaciais.

Atividades interessantes podem ser construídas com a utilização de jornais e revistas em sala de aula. Se o ambiente for propício, o professor pode sugerir que os alunos tragam esse material anteriormente, ou no dia previsto para sua execução.

Em geral, esse tipo de atividade pode ser desenvolvida em conjunto com o(s) professor(es) de Artes.

Se a ideia for bem aceita, é possível desenvolver trabalhos interdisciplinares e até mesmo realizar "Exposições de Sólidos Geométricos" criados pelos alunos, utilizando material de sucata etc.

Use sua imaginação e espírito de colaboração com os demais professores!!

Para ler mais:

Disponível em: < http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm21/poliedros.htm>.
Acesso em: 23 mar. 2015.

Disponível em: < http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000016823.PDF>.
Acesso em: 20 mar. 2015.

Páginas 86 a 88

As atividades estão elaboradas baseadas na interpretação dos enunciados e buscam avaliar o entendimento dos alunos sobre os principais tópicos do conteúdo.

O trabalho em equipe pode ser sugerido se o professor achar conveniente ao ambiente da sala de aula. Estimule a discussão e o processo de reprodução das representações geométricas, de forma análoga ao desenvolvido durante a leitura do livro texto.

A intenção é oferecer atividades com níveis crescentes de dificuldade e que podem ser corrigidas pelos alunos no quadro . Se o professor achar adequado, é possível estimular o convívio em sala de aula por meio das correções de exercícios, atividades em grupo etc.

Para ler mais:

Disponível em: < http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm98/icm22/representa.htm>
Acesso em: 20 mar. 2015.

Disponível em: < http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000016861.pdf>.
Acesso em: 22 mar. 2015.

Páginas 89 a 91

De forma análoga, o professor poderá fazer a leitura do livro do aluno e representar no quadro os principais pontos do conteúdo.

Ao comentar sobre ângulo reto, o professor poderá perguntar aos seus alunos, se eles sabem o que é um prumo, se algum deles já viu um prumo. Se possível seria interessante trazer um prumo para a sala de aula e mostrar, na prática, como um pedreiro utiliza o prumo no seu trabalho.

Páginas 92 e 93

As atividades estão elaboradas baseadas na interpretação dos enunciados e buscam avaliar o entendimento dos alunos sobre os principais tópicos do conteúdo.

A leitura do livro texto deve prosseguir nos mesmos moldes anteriores e a sensibilização do aluno para os detalhes pode ser ilustrada no quadro e com o uso do software.

Nessa fase, é possível propor atividades especiais em salas de computadores disponíveis em algumas escolas. Se sua escola possuir esse tipo de recurso será possível propor trabalhos cooperativos com outros professores, utilizando o material disponível para cada aluno e que acompanha essa coleção.

Essa é mais uma chance de propor atividades interdisciplinares.

Para ler mais:

Disponível em: < http://www.ipg.pt/user/~mateb1.eseg/doc/
Classifica%C3%A7%C3%A3o%20de%20pol%C3%ADgonos.pdf>.
Acesso em: 15 mar. 2015.

Página 94

É possível sugerir novamente que os alunos se agrupem e, em conjunto com o(s) professor(es) de Artes, outras ideias de atividades podem ser desenvolvidas.

O texto da seção **Conexão** é bastante interessante e se o professor achar adequado é possível solicitar que os alunos procurem em suas comunidades exemplos de uso dos Ladrilhos Hidráulicos em praças, museus, calçadas, entre outros lugares.

Em geral, as crianças nessa faixa etária apresentam-se solícitas para esse tipo de exploração do espaço em que vive e os resultados são estimulantes para o ensino-aprendizagem.

Páginas 95 e 96

Leia com seus alunos o livro texto e represente no quadro as características dos triângulos e quadriláteros. Destaque as características e propriedades.

Página 97

As atividades estão elaboradas baseadas na interpretação dos enunciados e buscam avaliar o entendimento dos alunos sobre os principais tópicos do conteúdo.

A leitura do livro texto deve prosseguir nos mesmos moldes anteriores e a sensibilização do aluno para os detalhes pode ser ilustrada no quadro e com o uso de software, se for possível.

Essa é mais uma chance de propor atividades interdisciplinares.

Página 98

O livro-texto explica de forma interessante as peças do Tangram e, em geral, os alunos apreciam as atividades decorrentes de seu uso.

Se achar apropriado, proponha a outros professores atividades conjuntas com esse material.

Professores de Ciências podem se interessar em ilustrar situações discutidas em suas aulas, e os professores de Artes podem ter ideias interessantes. Proponha a discussão com seus colegas de trabalho.

Texto adicional:

Origem do tangram

O tangram é um quebra cabeças chinês, de origem milenar. Existem várias lendas sobre a origem deste jogo.

Uma delas conta que um chinês deixou cair no chão um pedaço de espelho de forma quadrada, que se quebrou em sete pedaços. Para sua surpresa, com os cacos do espelho ele poderia dar origem a várias formas conhecidas como animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números e figuras geométricas, entre outras.

Uma outra lenda diz que o tangram se originou quando um homem tentava consertar os pedaços quebrados de um azulejo de porcelana. Independente de qual seja sua verdadeira origem, o tangram é mundialmente conhecido e proporciona interessantes desafios para nossa criatividade.

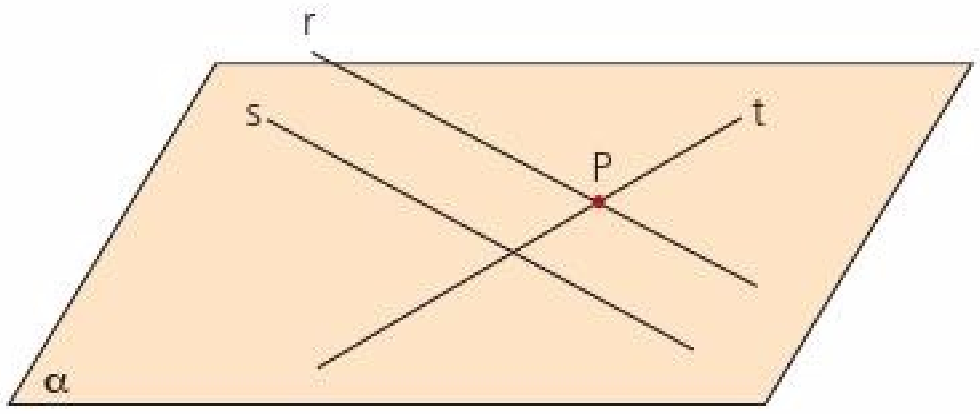
O objetivo deste jogo é utilizar as sete peças, sem sobreposição, para montar uma determinada figura.

A referência mais antiga é um painel em madeira, de 1780, de Utamaro com a imagem de duas senhoras chinesas montando figuras com um tangram. A mais antiga publicação com exercícios de tangram é do início do século XIX. Em chinês, o nome do tangram é pronunciado *Chi Chiao Tu*, que significa as Sete Peças da Sabedoria.

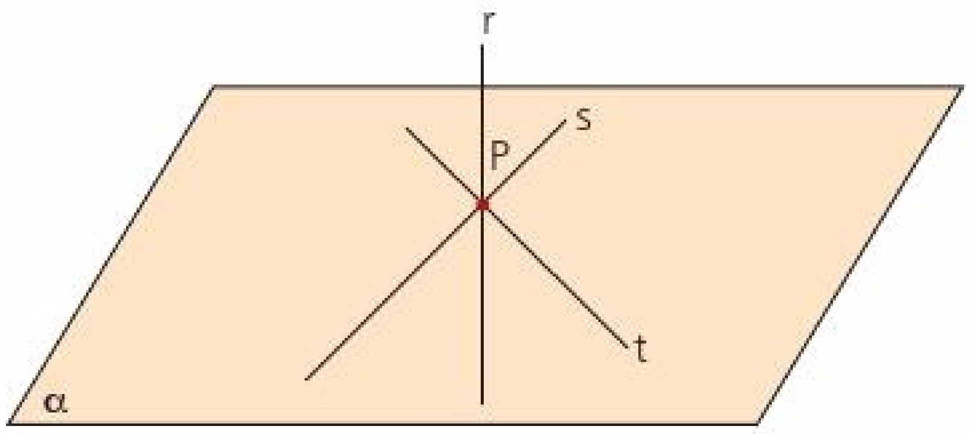
Existe uma enciclopédia do Tangram, escrita por uma mulher, na China, há mais de 100 anos, em seis volumes com 1700 problemas de Tangram.

Resoluções da seção Para estudar

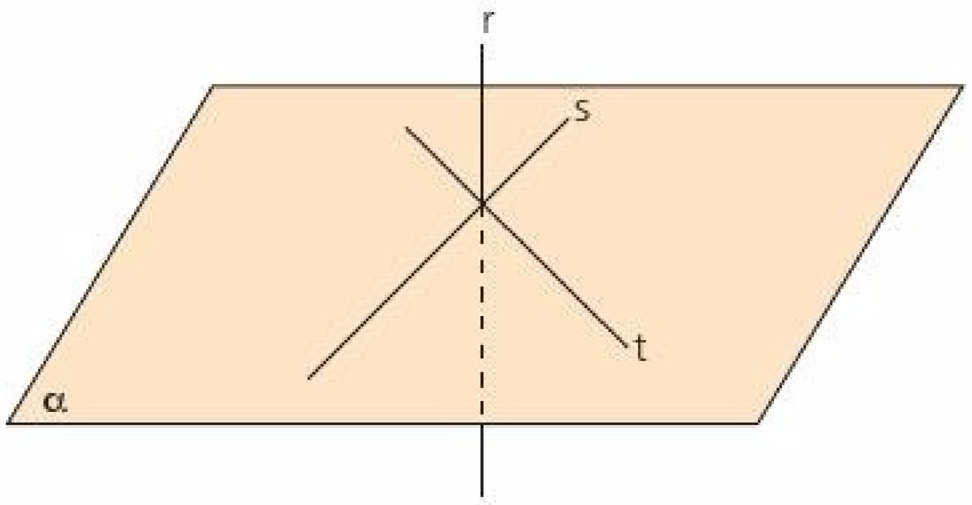
24.



25.

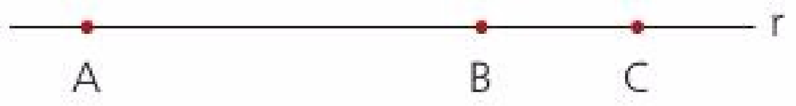


26.



27. a)

b)



28. a) o contorno de um triângulo é formado por três **lados**.

b) um paralelogramo possui quatro **lados**.

c) ângulos obtusos são maiores que o ângulo de **90º**.

d) para medir ângulos utilzamos um **transferidor**.

29. a) serão gastos:

30 + 30 + 60 + 60 = 180 cm

b) metade do maior $\frac{80}{2}$

$\frac{80}{2}$ - metade do maior

serão gastos: 40 + 80 + 40 + 80 = 240 cm

30. a) Triângulo ABF - triângulo equilátero, acutângulo, 3 lados iguais, com 3 ângulos menores que 90º.

b) Triângulo BFE - triângulo retângulo com ângulo reto em F e isósceles, pois tem 2 lados com medidas iguais.

c) Triângulo CDE - triângulo equilátero, acutângulo 3 lados iguais, com 3 ângulos menores que 90º.

d) Triângulo ECB - triângulo retângulo com ângulo reto em F e isósceles, pois tem 2 lados com medidas iguais.

31. a) FAGE – paralelogramo.

b) ABCG – trapézio retângulo, pois dois ângulos internos Â e Ê são retos e os dois lados $\overline{AB}$ e $\overline{GC}$ são paralelos.

c) GCDE – trapézio escaleno – quatro lados diferentes com dois lados paralelos.

32. a) Falsa. Todo losango tem os quatro lados com a mesma medida.

b) Verdadeira. Por ter dois lados com a mesma medida, dois de seus ângulos são iguais.

c) Falsa. Todo triângulo retângulo tem um ângulo reto, mas os outros dois devem apenas somar 90º.

33. Obtemos um triângulo retângulo isósceles, pois os dois lados são de mesma medida.

Capítulo 4: Múltiplos e Divisores

Objetivos específicos do capítulo

Ler, interpretar textos e usar com clareza os símbolos matemáticos. Compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação. Fazer estimativas mentais de resultados ou cálculos aproximados. Operar por meio dos algoritmos e utilizar com pertinência ferramentas matemáticas e da tecnologia para resolver situações problema. Raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar adequadamente suas ideias matemáticas.

Página 113

Relacionamos algumas curiosidades sobre números perfeitos.

Antigamente, acreditava-se que os números perfeitos eram especiais. Santo Agostinho sugeriu em seu texto "A cidade de Deus", que Deus teria criado o mundo em seis dias porque seis é um número perfeito.

Uma propriedade interessante dos números perfeitos, mostrada por Euclides é que se um número primo puder ser escrito como uma sequência de números que se duplicam a cada vez, o produto do último número da sequência pela soma é um número perfeito.

Exemplos:

$1 + 2 + 4 = 7$
$4 \times 7 = 28$, que é um número perfeito
$1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$
$16 \times 31 = 496$, que é um número perfeito.

Dois mil anos depois, Euler demonstrou que todos os números perfeitos pares assumiam essa forma.

Para ler mais:

Disponível em: < http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/RE55838456604.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2015.

Disponível em: < http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/1202.pdf>. Acesso em: 27 mar. 2015.

Disponível em: < http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=12858>. Acesso em: 15 mar. 2015.

Páginas 118 e 119

O texto da seção Conexão é bem interessante e divertido para seus alunos. Proponha uma atividade na qual cada aluno irá descobrir o dia da semana em que nasceu. Juntamente com seus alunos faça a leitura inicial da página 118 e, em seguida, siga as instruções na página 119.

Resoluções da seção Para estudar

77. a) sim
b) não
c) não
d) sim
e) sim

78. 42, 56, 112, 140

79. 198

80. 138, 141, 144

81. Porque são múltiplos de 3

82. a) sim, terminado em 0
b) não, a soma dos números não é divisível por 3
c) não, 70 não é divisível por 4
d) sim, terminado em 0

83. a) 2
b) 0

84. a) $5 \cdot 11$
b) $2^3 \cdot 7$
c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5$
d) 11^2
e) $5^2 \cdot 11$
f) $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$

85. a) sim
b) sim
c) não
d) sim

86. a) 0
b) 2
c) 4
d) 2

87. a) 12
b) 18
c) 75
d) 36

88. mmc (4, 5) = 20
a) 5
b) 4

89. Eles passarão pela Terra no mesmo ano no período equivalente ao mmc (24, 32):
mmc (24, 32) = 96
Assim, se passaram juntos em 1900, passarão juntos novamente em 1932 + 96 = 2028.

90. a) 240
b) 660
c) 1001
e) 180
d) 90

91. a) 30
b) 30

Capítulo 5: Frações

Objetivos específicos do capítulo

Trabalhar a compreensão de texto. Relacionar a história da humanidade com o desenvolvimento da matemática. Transferir a linguagem oral para a escrita e vice versa. Usar com clareza os símbolos matemáticos, ler e interpretar textos diversos. Operar através dos algoritmos da adição, subtração, divisão, potenciação e radiciação. Desenvolver jogos ou atividades lúdicas para completar o processo de ensino aprendizagem no desenvolvimento da criatividade, aplicando também o cálculo mental.

páginas 136 e 137

A atividade descrita abaixo estabelece relação entre as frações e suas figuras representativas. A associação entre essas duas linguagens matemáticas é fundamental de ser estabelecida para garantir a compreensão do tema.

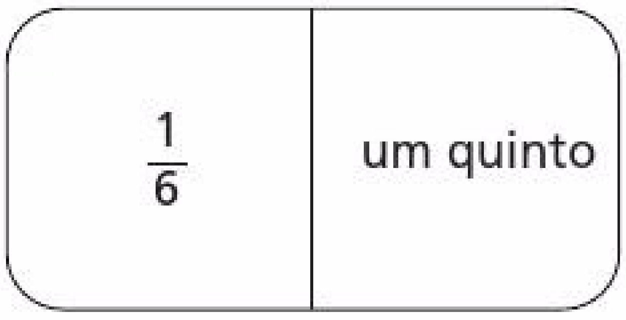
SUGESTÃO DE ATIVIDADE

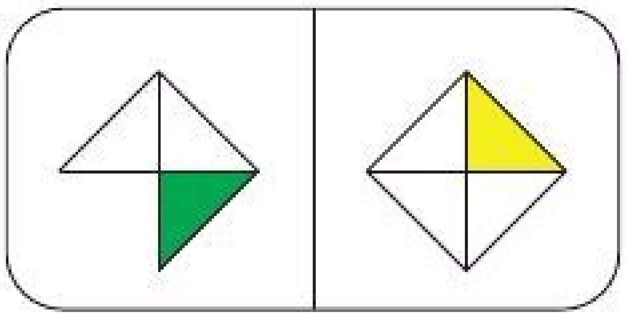
Atividade sobre frações: Dominó de frações

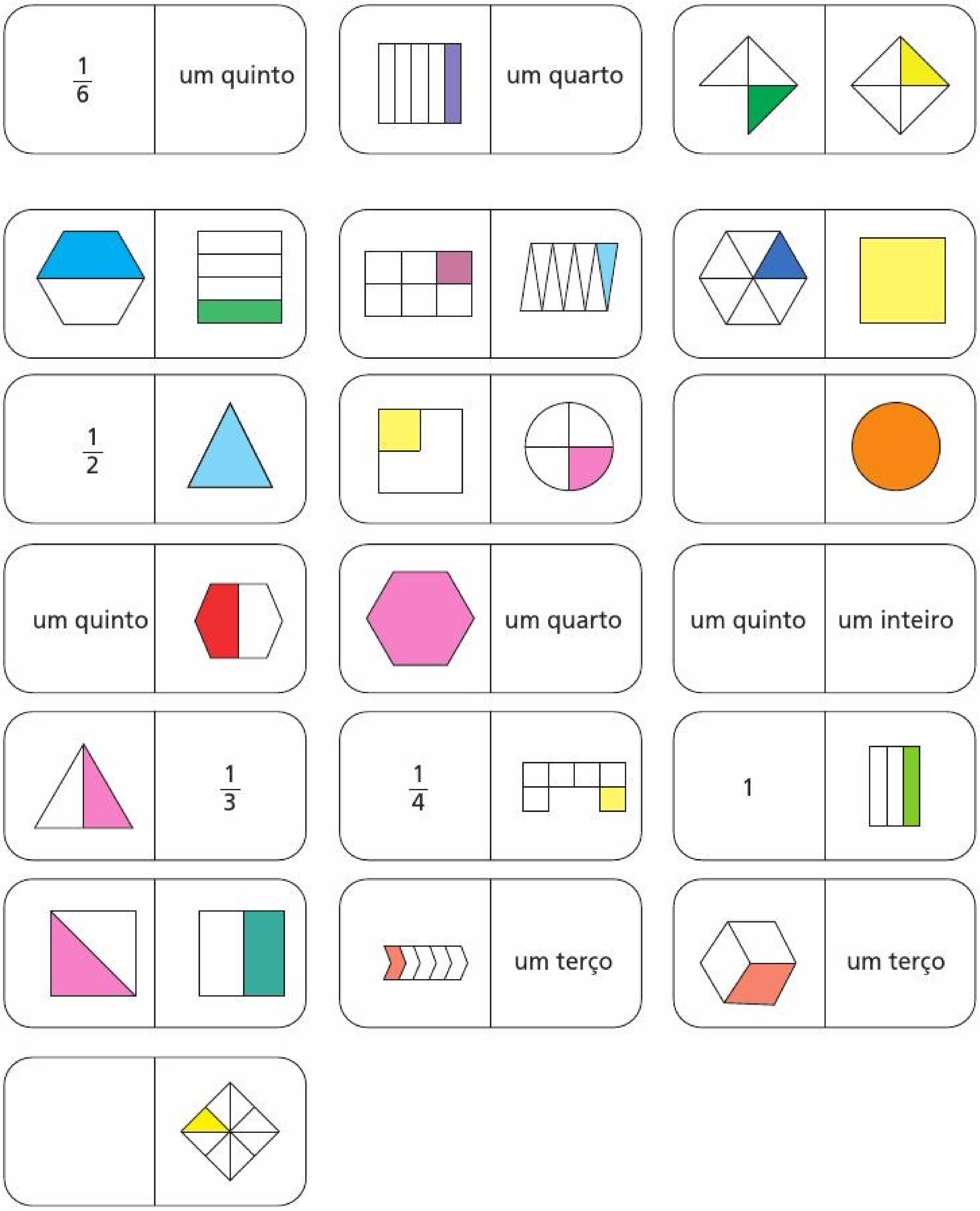
Organize grupos com 4 alunos. Entregue cartolinas ou papel canson para as duplas construírem o dominó de frações. Use como sugestão os moldes a seguir para as construções. Regras do jogo:

- Cada jogador pega 5 cartas;
- Inicia o jogo quem tiver a carta 1 e 1, ou $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$ e assim por diante.
- Cada jogador, na sua vez, coloca uma carta na mesa de modo que as peças que se encostem sejam da mesma parte do todo considerado.
- Caso o jogador não tenha a peça necessária para jogar, ele deve comprar do monte uma nova peça e se não tiver mais peças para comprar, o jogador passa a vez.
- Ganha o jogador que terminar as peças da mão primeiro.

Modelo de peças do dominó:







Página 137

Peça para os alunos descobrirem como é composta a Câmara de Vereadores da cidade e calcular as respectivas frações de homens e mulheres. Isto pode ser um trabalho para casa.

Páginas 140 e 141

Essas páginas são interessantes de serem exploradas em um ano eleitoral, mas nada impede que as utilize em outros anos. Considere o seu Estado e estados vizinhos e calcule a fração da representação deles em relação ao total de deputados. Como trabalho, que pode ser feito em grupo na classe ou como tarefa do lar, pode-se pedir os itens (a), (b) e (c) do final da página 141. Além disto, pode-se perguntar o que acarretaria se algum estado da União fosse dividido em dois: o número de senadores aumentaria? Como fica a maioria para votação?

Página 144

Professor(a), ao explicar a *nomenclatura* das frações, enfatize o fato de que o denominador *b* na fração $\frac{a}{b}$ não pode ser nulo ($b \neq 0$)! Mas o valor do numerador *a* pode ser zero.

Aqui pode ser interessante ressaltar novamente que o conceito de fração envolve o conceito de repartir: reparte-se um bolo, uma barra de chocolate, uma *pizza*. Assim, não é possível dividir algo entre ninguém ($b \neq 0$), pois o conceito de repartir deixa de existir. Por outro lado, é possível dividir zero entre todos: em uma venda, não houve lucro e, portanto, nenhum dos sócios recebeu algo, por exemplo.

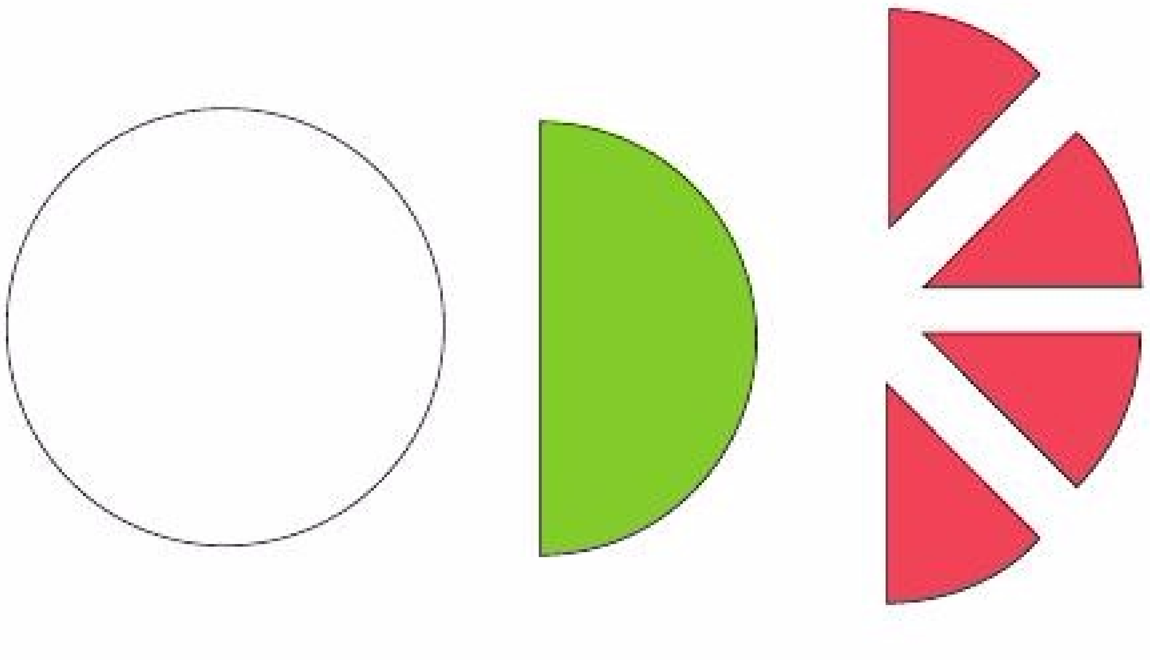
Página 143

A *forma mista* pode ser até feita em classe com material como laranja, maçã ou outra fruta qualquer. É preciso ficar claro para o aluno que:

1. uma fração pode ser escrita na forma mista se o numerador for maior que o denominador;
2. há duas formas de expressar uma fração mista: $2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$.

Página 146

Frações equivalentes é um tópico muito importante: praticamente todo o desenvolvimento sobre frações depende dele. Faça as figuras em cartolina, em cores diferentes e demonstre para os alunos que $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \ldots$ representam o mesmo número. Existe o chamado disco de frações: são vários círculos, divididos em fatias, como mostra o desenho da figura a seguir.



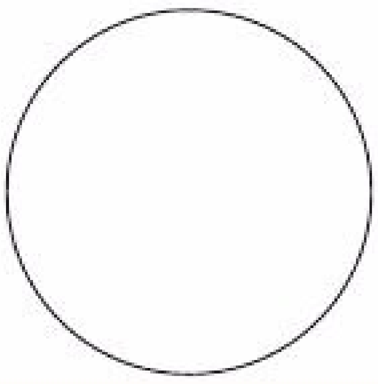
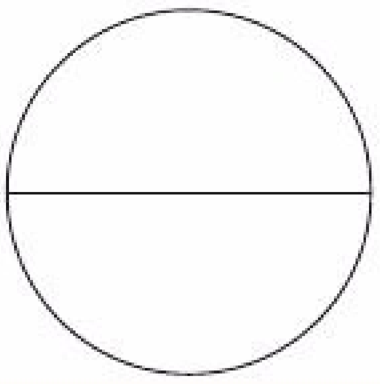
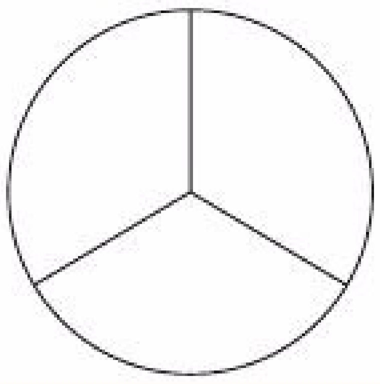
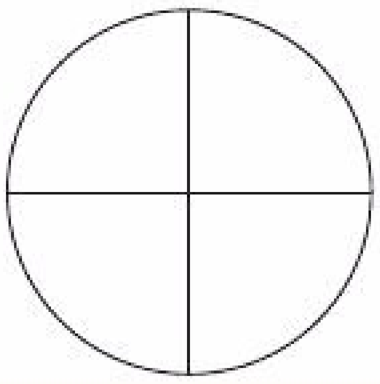
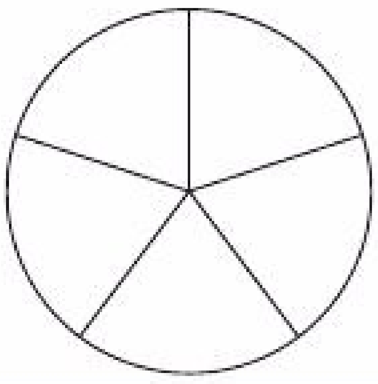
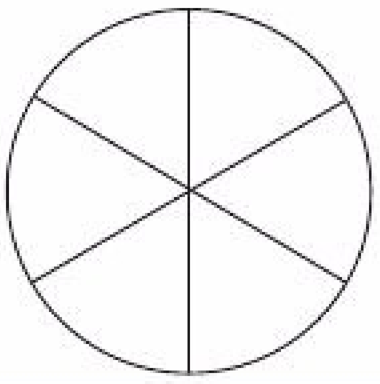
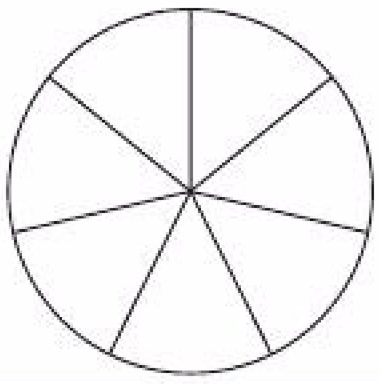
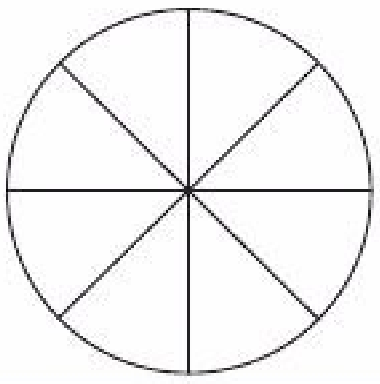
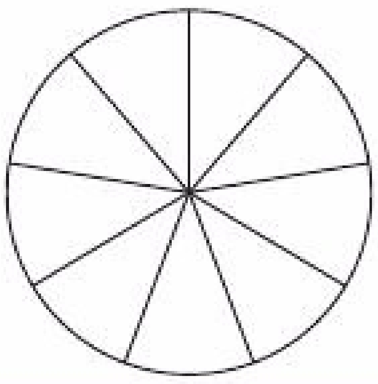
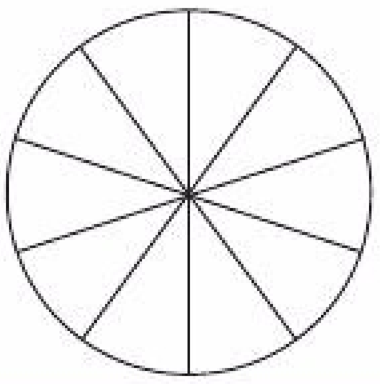
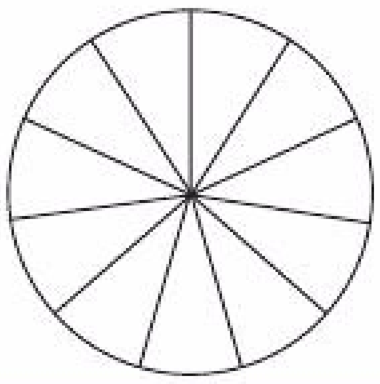
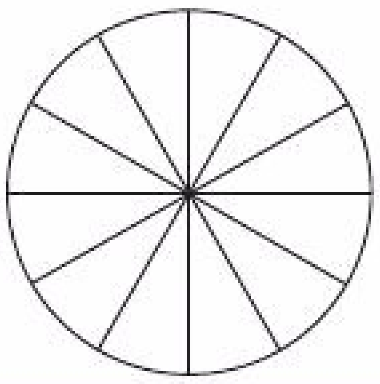
O disco de frações consiste em vários círculos de mesmo diâmetro, de cores distintas, cada um deles divididos respectivamente em partes iguais: um permanece inteiro, outro é dividido em duas partes, outro em 4 e assim por diante. Assim, mostra-se a equivalência entre, por exemplo, $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{8}$, por exemplo, como mostra a figura.

Os próprios alunos podem desenvolver este material.

Veja os moldes para obter o disco de frações equivalentes.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

A atividade abaixo trabalha com o conceito de frações equivalentes e simplificação de frações.

$\frac{1}{6}$ 	$\frac{1}{2}$ 	$\frac{1}{3}$ 	$\frac{1}{4}$ 
$\frac{1}{5}$ 	$\frac{1}{6}$ 	$\frac{1}{7}$ 	$\frac{1}{8}$ 
$\frac{1}{9}$ 	$\frac{1}{10}$ 	$\frac{1}{11}$ 	$\frac{1}{12}$ 

Jogo das frações equivalentes

Separe os alunos em equipes (4 jogadores) e marque o tempo para que as equipes procurem no quadro de frações, o maior número de frações equivalentes. Vence a equipe que mais encontrar frações equivalentes.

$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{6}{14}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{14}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{6}{15}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{12}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{12}$
$\frac{5}{15}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{18}{10}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{9}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{3}$

Página 151

A comparação de frações engloba conteúdo anterior como o de equivalência e de mínimo múltiplo comum (mmc). Assim, é aconselhável recordar esta técnica no início da aula.

Página 153

A adição ou subtração de frações pode ser feita, nos casos onde há o mesmo denominador, usando o disco de frações. Também se pode introduzir o assunto com o caso mais simples: metade de uma laranja mais a outra metade é igual a laranja inteira, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$. Este exemplo simples desmistifica a técnica da soma ou subtração.

Ao somar frações na forma mista, utilize sempre a forma $3 + \frac{1}{2}$ em vez de $3\frac{1}{2}$.

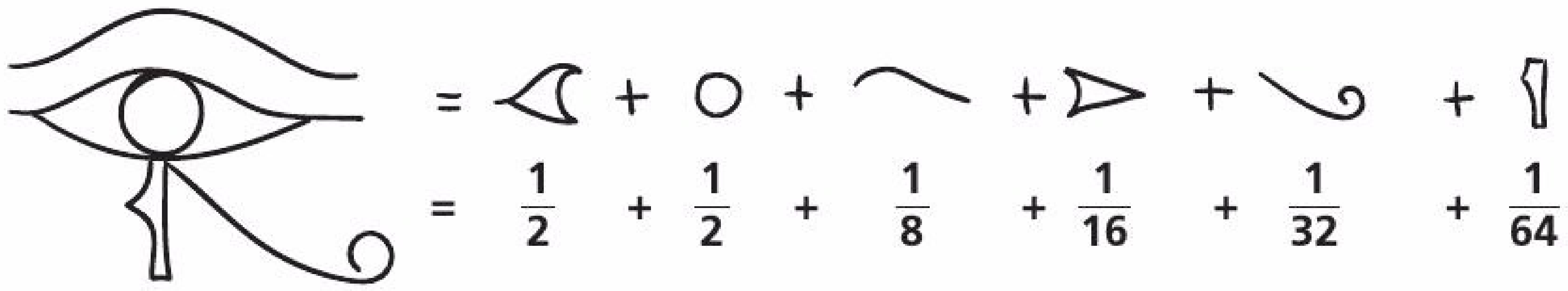
Página 155

Atividade sobre o olho de Hórus

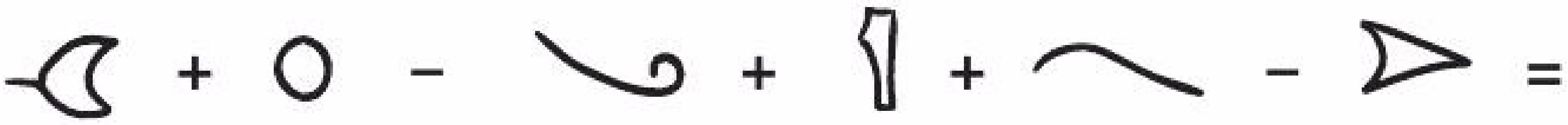
SUGESTÃO DE ATIVIDADE

1. O símbolo do olho de Hórus pode ser decomposto em pedaços como se vê na figura a seguir. Cada parte do olho representa uma fração que somadas resulta em $\frac{63}{64}$, ou seja, aproximadamente um.

   Os egípcios acreditaram que o último pedaço $\left(\frac{1}{64}\right)$ era mágico e não podia ser visto.



Com base nas informações dadas, descubra o valor das seguintes operações:

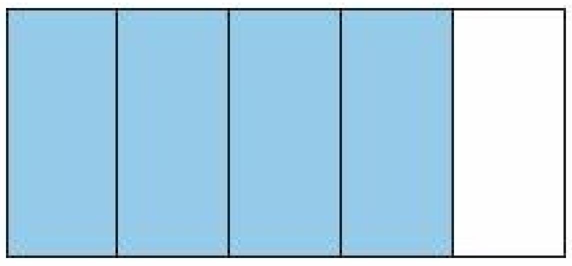


Página 156

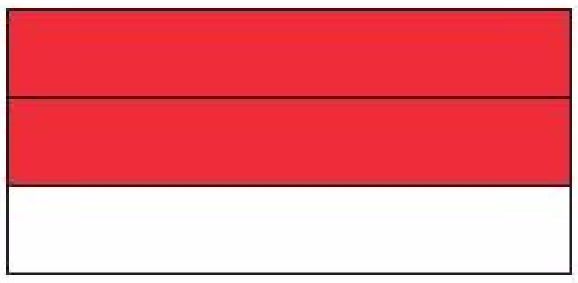
Utilize o recurso de desenhar figuras para representar a multiplicação entre frações. Assim o aluno pode relacionar as duas linguagens apresentadas, a algébrica e a geométrica.

Exemplo: $\frac{4}{5}, \frac{2}{3}$.

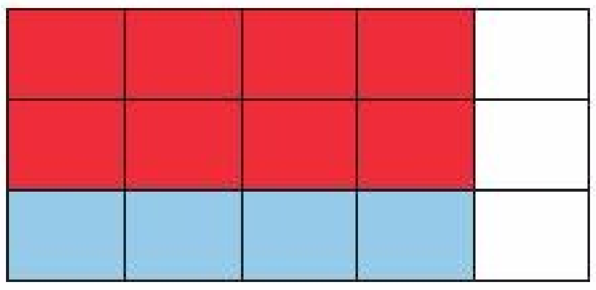
$\frac{4}{5}$:



$\frac{2}{3}$:



$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$



Página 157

Uma fração é inversa de outra se o produto de ambas for igual a 1, ou seja,

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, a \neq 0, b \neq 0$$

Há duas maneiras de denotar a divisão de frações, ou seja,

$$\frac{a}{b} \div \frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$$

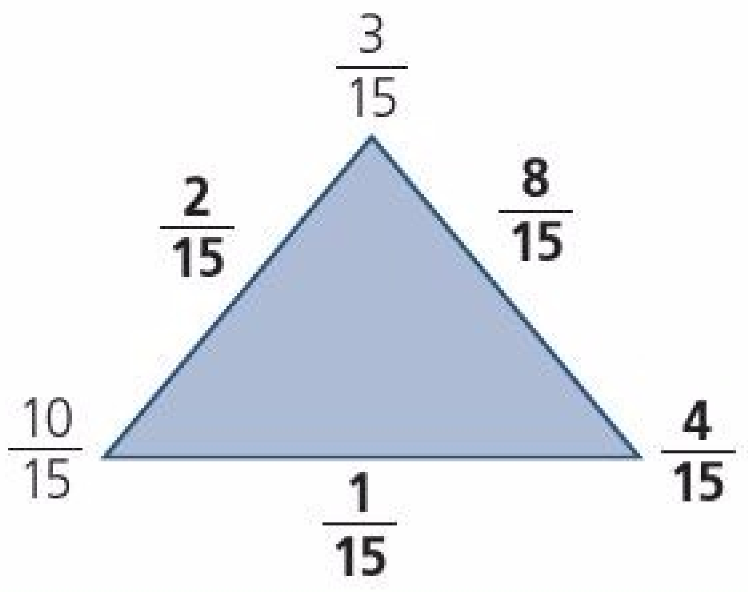
Mas o resultado é o mesmo:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

É preciso deixar claro que a própria fração é uma divisão entre dois números (ex: $\frac{10}{2} = 5$) e é por isto que é possível usar as notações acima.

Página 164

Desafio



Resposta da Atividade Sugerida

1. $\frac{51}{64}$

Resoluções da seção Para estudar

85. $\frac{1}{3}$ de $36 = \frac{1}{3} \cdot 36 = 12$ gols

86. 1h = 60 minutos

$\frac{3}{4}$ de $1h = \frac{3}{4} \cdot 60 = 45$ minutos

87. $120 : \left(\frac{3}{4}\right) = 120 \cdot \frac{4}{3} =$ R\$ 160,00

88. 250 gramas

89. a) $1\frac{3}{8}$ c) $3\frac{9}{10}$

b) $4\frac{1}{2}$ d) $1\frac{13}{19}$

90. $\frac{5}{10}, \frac{10}{20}, \frac{35}{70}$

91. a) $\frac{9}{24}$ e $\frac{20}{24}$ c) $\frac{14}{20}$ e $\frac{13}{20}$

b) $\frac{35}{60}$ e $\frac{33}{60}$ d) $\frac{24}{90}$ e $\frac{25}{90}$

92. a) $\frac{8}{13}$ c) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{8}{9}$ d) $\frac{4}{7}$

93. a) $\frac{59}{60}$ b) 1

94. a) $\frac{21}{50}$ b) $\frac{22}{105}$

95. a) $\frac{9}{10}$

b) $\frac{6}{5}$

c) 24

96. a) $\frac{5}{18}$ b) $\frac{383}{1\,000}$

97. a) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{11}{6}$

b) $\frac{6}{7}$ d) $\frac{5}{12}$

98. a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{23}{60}$

Capítulo 6: Números decimais

Objetivos específicos do capítulo

Trabalhar a compreensão de texto. Relacionar a história da humanidade com o desenvolvimento da matemática. Transferir a linguagem oral para a escrita e vice versa. Usar com clareza os símbolos matemáticos, ler e interpretar textos diversos. Operar através dos algoritmos da adição, subtração, divisão, potenciação e radiciação. Desenvolver jogos ou atividades lúdicas para completar o processo de ensino aprendizagem no desenvolvimento da criatividade. Aplicando também o cálculo mental. Fazer estimativas mentais de resultados ou cálculos aproximados.

Página 171

É sempre interessante contar como está situado este assunto tanto na história da matemática, como o próprio texto comenta, como no cotidiano do aluno. No caso de números decimais, o seu uso é praticamente diário: as transações comerciais, o dinheiro, para ser mais direto. Desta forma, preços e contas de padaria são bons exemplos de números decimais.

Página 172

Isto pode funcionar como um complemento da aula: os números decimais maiores que um podem ser escritos como frações mistas, como mostram os exemplos a seguir.

$$2{,}35 = 2 + 0{,}35 = 2 + \frac{35}{100} = \frac{235}{100}$$

$$72{,}563 = 72 + \frac{563}{1\,000} =$$

Página 173

Peça para os alunos procurarem embalagens em casa que contenham dados da composição nutricional. Inclusive, se alunos trouxerem produtos equivalentes, pode-se comparar as componentes e suas respectivas quantidades, dentro da média de 100 g (cem gramas) do produto.

Página 175

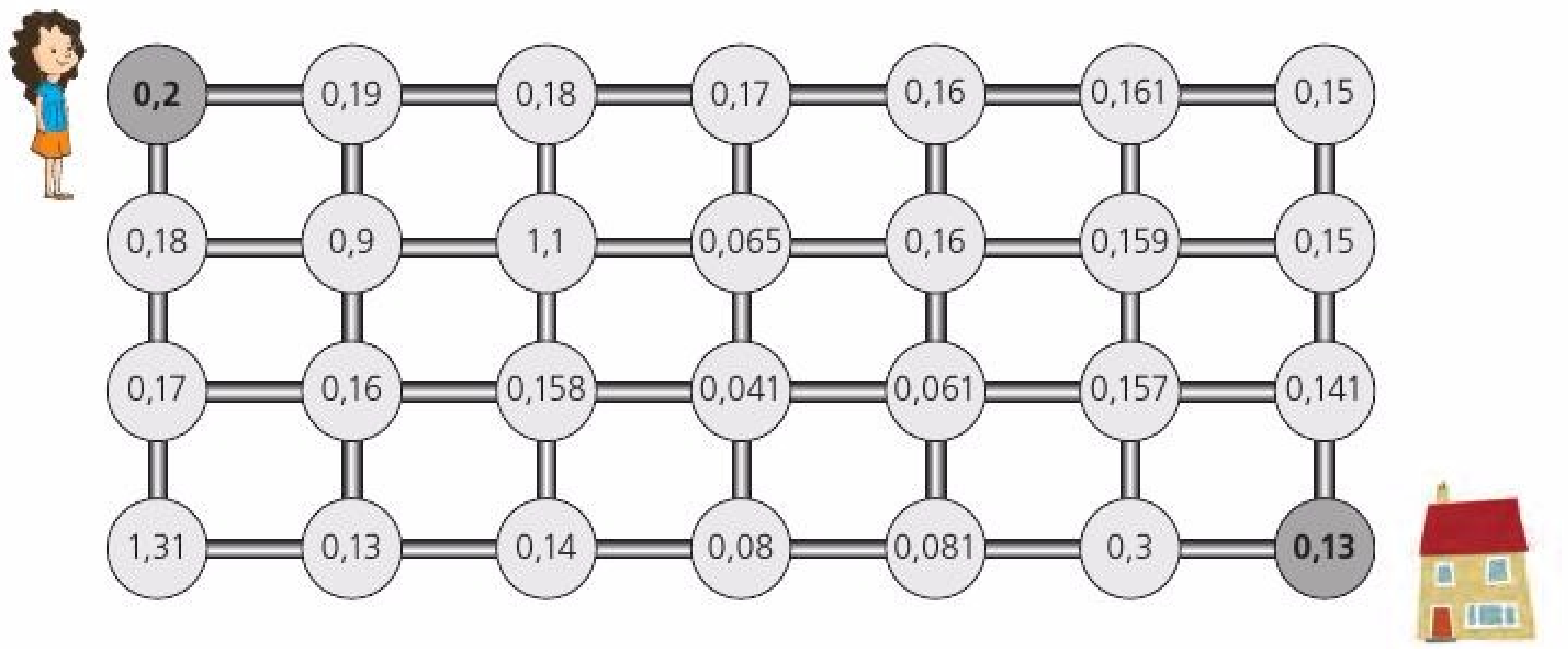
Exercitar em Matemática é sempre importante, é como um atleta se preparando para as competições, sempre treinando seu raciocínio e suas técnicas. Albert Einstein sempre procurava resolver exercícios de livros ou deduzia novamente resultados essenciais em Física para não perder a habilidade de manipular equações. Assim também deve se fazer para que o aluno aprenda a fazer exercícios em Matemática. Peça para o aluno colocar os seguintes números em ordem crescente:

- 1; 4,2; 0,05; 1,21; 10,01
- 0,3; 0,03; 3,03; 0,0003; 30
- 2,23; 0,7; 91,1; 0,10

A atividade seguinte desenvolve a comparação entre números decimais.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

1. Ajude Luisa a chegar em sua casa, para isso obedeça a seguinte regra: Luisa só pode andar de uma casa para outra se o número da casa para onde ela vai for menor ou igual ao número da casa onde ela se encontra.



Página 176

Como já havia comentado no início do capítulo, o dinheiro é o exemplo mais próximo de números decimais que encontramos no cotidiano. Nesta página há um histórico da moeda brasileira que vale a pena ser pesquisado pelos alunos. Eles podem entrevistar seus respectivos pais e avós para que contem como era o dinheiro na época em que tinham a idade dos alunos. Detalhes como a inflação e a sua solução podem surgir nos depoimentos e podem ser explorados junto com o professor de História, para a devida localização na linha do tempo.

Página 177

Utilize as formas apropriadas (unidade, dezena, centena, décimo, milésimo, etc.) para as classes e ordens ao realizar as operações com decimais. Assim o aluno vai entender e ficará justificado o "vai um" nessas operações.

Exemplo:

$$\begin{array}{rcccc} & \mathbf{D} & \mathbf{U} & \mathbf{d} & \mathbf{c} \\ & & {}^{2} & {}^{3} & \\ & & 0, & 7 & 5 \\ & & 7, & 4 & 9 \\ & & 2, & 8 & 9 \\ + & & 1, & 6 & 9 \\ \hline & 1 & 2, & 8 & 2 \end{array}$$

Página 178

Mais uma vez, é enfatizada a necessidade de se fazer todos os exercícios para que o aluno adquira a habilidade de fazer contas, principalmente com números decimais. Aqui, nesta página, existe uma outra situação comum em muitos lugares: medir algum objeto, terreno, sala, altura etc. Aqui vale a pena solicitar ao aluno que, juntamente com o exercício 12 desta página, meça as dimensões do seu quarto e, se quiser, o resto da casa e fa zer uma planta.

Página 185

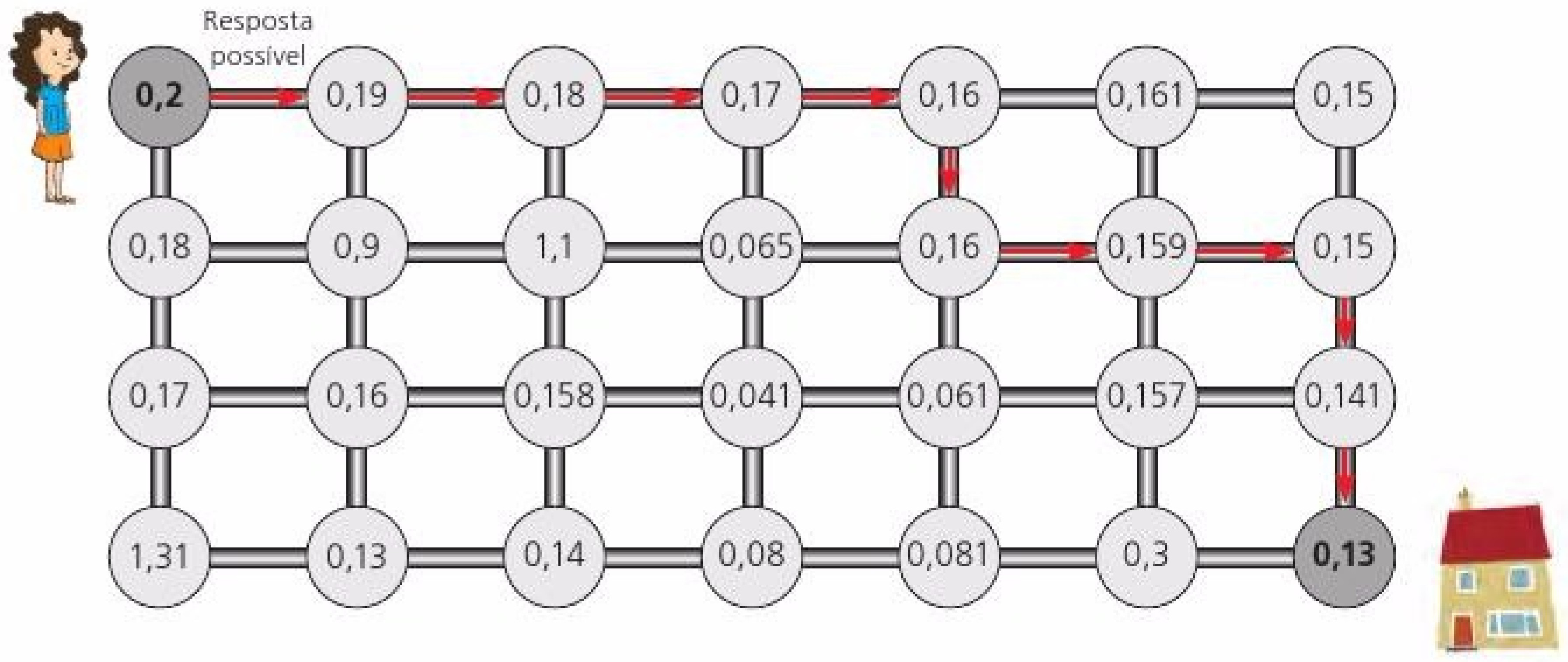
A proposta do jogo a seguir trabalhará o conceito de potenciação que pode ser feito com números decimais, frações ou naturais. O jogo é similar ao bingo comum, com o objetivo de fixação do conteúdo: potenciação.

Número de jogadores: ilimitado Material necessário: fichas contendo uma potência, marcadores, cartelas com respostas da potenciação para cada jogador. Regras O professor sorteará as fichas com as potenciações e o jogador deverá marcar em sua cartela as respostas que conter. O professor determina o tempo que aguardará para resolução do cálculo. Ganhará o jogador que preencher primeiro toda sua cartela. Além disso, o professor pode estabelecer ganhadores com o preenchimento de apenas uma linha ou "azarão" (último a marcar).

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

Resposta da Atividade Sugerida

1.



Resoluções da seção Para estudar

44. a) 0,04

b) 0,017

c) 17,6

d) 1,76

45. gordura $\frac{20}{10}$ g

proteínas $\frac{453}{10}$ g

lactose $\frac{339}{10}$ g

sais minerais $\frac{128}{10}$ g

água $\frac{60}{10}$ g

46. a) doze inteiros e quarenta e cinco centésimos

b) doze centésimos

c) cinquenta e oito inteiros e sete décimos

d) cinquenta e dois inteiros e vinte e seis centésimos

e) vinte e um milésimos

f) cinco inteiros e três décimos

47. a) $x = m$

$y = z = k = n$

b) y, z, k, n, x e m

48. a) =

b) <

c) <

d) =

49. a) 12,92
b) 1,12
c) 2,8
d) 2,98

50. a) 25,86
b) 2,586
c) 17,3
d) 0,173
e) 0,003
f) 0,0003

51. a) 276,39
b) 27,639
c) 122,1
d) 1,221
e) 0,074
f) 11

52. a) $\frac{7}{9} = 0,\overline{7}$

b) $\frac{13}{99} = 0,\overline{13}$

c) $\frac{135}{999} = 0,\overline{135}$

d) $\frac{71}{999} = 0,\overline{071}$

53. a) 2,2
b) 37,5
c) 4,8
d) 5,5
e) 3
f) 4,5

54. a) 1,69
b) 20

55. a) R$ 1,80
b) R$ 180,00

56. a) :
b) –
c) x
d) +

57. a) 0,5
b) 0,16
c) 0,03
d) 0,2

58. a) $[2,73 - (2,3 - 1,0)] : (1,42 + 0,01)$
$[2,73 - 1,3] : (1,42 + 0,01)$
$1,43 : 143 = 1$

b) $\frac{0,5 \cdot [5,38 - 2,38]}{0,58 + 0,42} = \frac{0,5 \cdot 3}{1,00} = 1,5$

Capítulo 7 – Perímetros e Áreas

Objetivos específicos do capítulo

Aprender a determinar área de figuras usando composição e decomposição. Resolver situações problema envolvendo áreas e perímetros. Usar com autonomia o raciocínio matemático para a compreensão do mundo que o cerca, desenvolvendo a visão geométrica e o raciocínio lógico-dedutivo. Compreender e transmitir ideias matemáticas por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação.

Páginas 194 e 195

Leia o livro texto em sala de aula e, no quadro , reproduza as representações geométricas observadas. Se possível, solicite que alunos venham até o quadro para fazer as representações. Nessa etapa, cada aluno pode dizer exemplos de uso dos polígonos, observado no cotidiano, como em imagens publicitárias, locais que transita ou que tenha visitado, obras de artes, entre outros.

Uma sugestão de atividades é solicitar aos alunos pesquisas de imagens em jornais e revistas e elaborem pôsteres para exposição em sala de aula, ou na escola.

Dessa forma, os conceitos de Polígonos Convexos e Côncavos, Perímetro e Área, ganham um aspecto empírico na construção de seu significado.

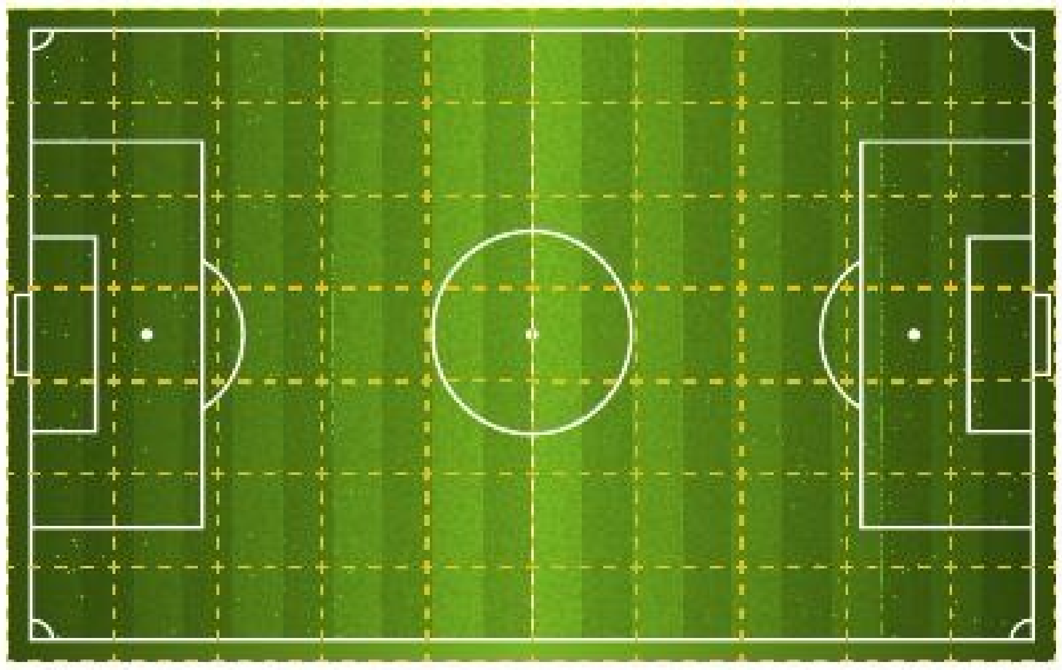
Página 196

As atividades estão desenvolvidas com diferentes níveis de complexidade, procurando obedecer a uma ordem crescente de dificuldade. Contudo, é interessante que o professor leia com os alunos os enunciados e represente no quadro a representação de cada enunciado.

Seria interessante que os alunos pudessem participar desse processo de construção no quadro .

Página 197

Utilize exemplos concretos para explicar, diferenciar e exemplificar os conceitos de perímetro e área. Você pode utilizar os campos de futebol a seguir para contar que em um deles os atletas devem correr em torno do campo (associe a ideia de perímetro) e no outro devemos colocar um novo gramado (associe a ideia de área).



Crédito

Página 198

Desenhe no quadro um retângulo e retome como calcular a área do mesmo. Trace uma das diagonais desse retângulo obtendo dois triângulos retângulos. Pinte os dois triângulos com cores distintas e pergunte aos alunos como podemos obter a área de cada um dos dois triângulos. O aluno deverá observar que a área de cada triângulo retângulo será a metade da área do retângulo. Coloque no quadro outros triângulos retângulos com as medidas dos catetos e peça para que os alunos calculem suas respectivas áreas.

Para trabalhar com composição e decomposição de figuras, construa junto com os alunos, quadrados de papel (jornal, cartolina ou qualquer outro papel) com 1 m². Recorte o quadrado em triângulos para obter outras formas quando unir os triângulos, que também terão 1 m². Junte os quadrados de grupos diferentes com a proposta de construir 2 m², 3 m² e 4 m² e observe as diferentes figuras que podem ser formadas.

Página 199

A atividade 12 pode ser utilizada como exemplo para outra atividade de pesquisa na qual os alunos, divididos em grupos podem ser estimulados a pesquisar mais exemplos de plantas de imóveis, ou elaborar suas próprias plantas fictícias e resolvê-las.

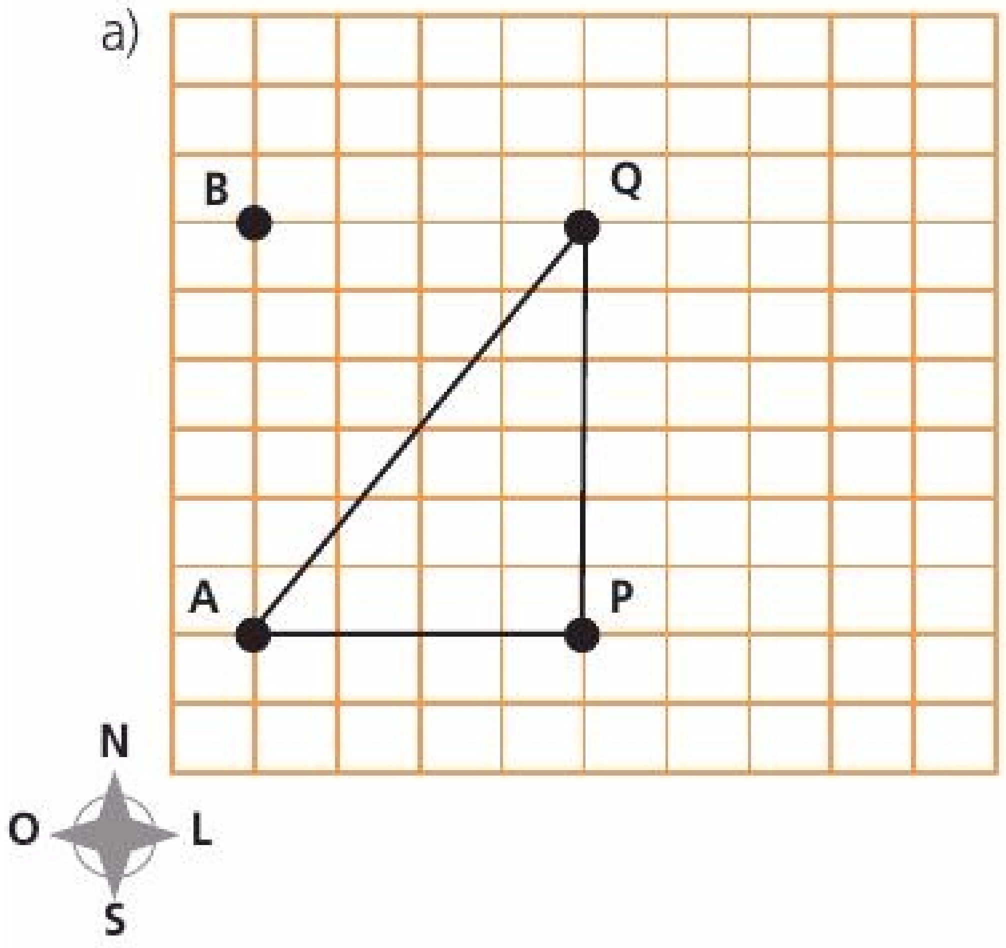
Após isso, o professor poderá sugerir que os grupos troquem suas atividades e obterá uma nova atividade para seus alunos. A regra é que cada grupo tem de conseguir resolver sua própria atividade para poder sugeri-la ao outro grupo.

Página 207

Desafio

a) Andando 4 unidades para leste Fábio atinge o ponto P. Indo, agora, 6 unidades para o norte, atinge o ponto Q.

a)



b) O triângulo APQ.

c) Área = $\frac{1}{2}$ (área do retângulo APQB)

Área = $\frac{1}{2}(4 \cdot 6) = 12$ unidades

14. a) Verdadeira. Como $A_{quadrado}$ = Lado · Lado, nesse caso $A = 1\ m \cdot 1m = 1\ m^2$

b) Falsa. Nesse caso,
$A_{quadrado} = 10\ m \cdot 10\ m = 100\ m^2$

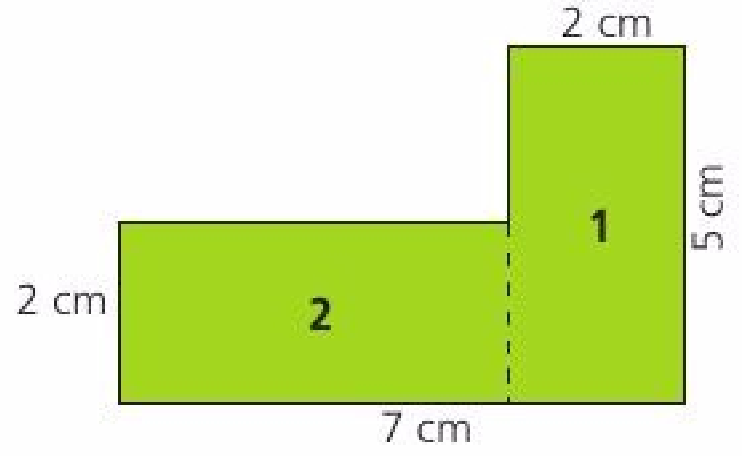
c) Verdadeira. A justificativa anterior mostra isso.

d) Falsa. Observe que se lado = 1 000 m,
Área = $1\,000 \cdot 1\,000$ =
$A = 1\,000\,000\ m^2$

15. a) $A_{RetânguloABCD}$ = Base CD · Altura AD
$A = 7\ m \cdot 16\ m = 112\ m^2$

b) figura (1) = 13 quadrados completos = 13 m^2
figura (2) = 6 quadrados completos = 6 m^2
figura (3) = 13 quadrados completos = 13 m^2

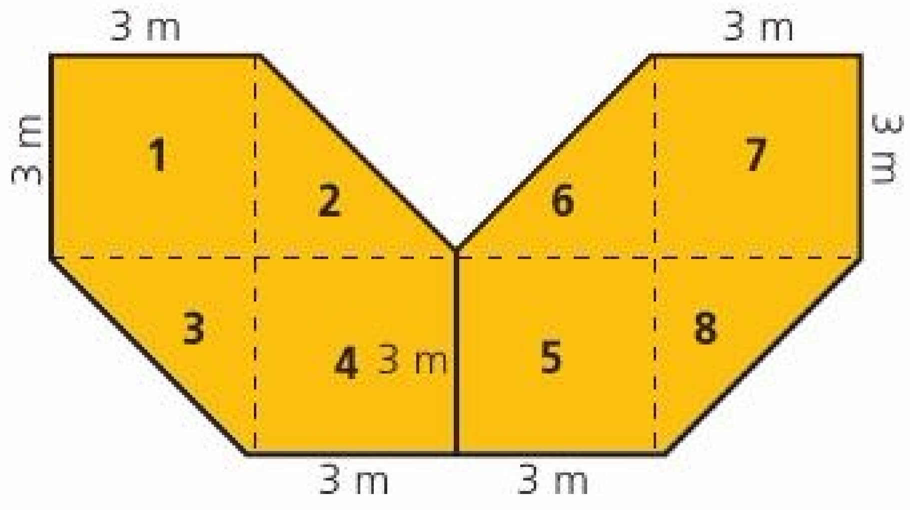
16. a)



$A_{Polígono} = A_{Polígono\ (1)} + A_{Polígono\ (2)}$
$A_{Polígono\ (1)} = 2 \cdot 5 = 10\ cm^2$
$A_{Polígono\ (2)} = 2 \cdot 5 = 10\ cm^2$

Logo: $A_{Polígono\ (2)} = 20\ cm^2$

b)



Observe que há várias figuras regulares dentro do polígono maior.

A ideia é somar todas as áreas das figuras menores.

$A_1 = 3 \cdot 3 = 9\ m^2$
Mas:
$A_1 = A_4 = A_5 = A_7 \rightarrow 4A_1 = 4\ .\ (9) = 36\ m^2$

como:

$$A_{figura2} = \frac{base \cdot altura}{2}$$

$$A_2 = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5\ m^2$$

Da mesma forma: $4\ .\ A_2 = 4(4{,}5) = 18\ m^2$
$A_{TOTAL} = 36 + 18 = 54\ m^2$

17. a) $A_{TOTAL} = 36 \cdot 45$
$A_{TOTAL} = 1620\ cm^2$

b) Como a área azul é metade de cada azulejo, a área total em azul será metade da área total.

$A_{Parte\ Azul} = 810\ cm^2$

18. a) $A = 24 \cdot 12 = 288\ m^2$

b) comprimento = 2 . 9 = 18 m

comprimento $= \frac{3 \cdot 3}{2} = 17$ cm

comprimento $= \frac{3 \cdot 3}{2} = 17$ cm

então

$A = 9 \cdot 18 = 162\ m^2$

19. A = base altura.

então:

255 = comprimento · (15)

Comprimento : = 17 cm

20. Largura = 110 m

Comprimento = 75 m

$A_{CAMPO} = 75 \cdot 110 = 8250\ m^2$

21. a) Comprimento = 4,20 m
Largura = 2,70 m

b) $A_{QUARTO} = (2{,}70) \cdot (4{,}20) = 11{,}34\ m^2$

c) $A_{Cozinha} = (3{,}20) \cdot (3{,}00) = 9{,}6\ m^2$

d) $A_{AS} = (3{,}20) \cdot (1{,}20) = 3{,}84\ m^2$

Capítulo 8 – Tabelas e Gráficos

Objetivos específicos do capítulo

Ler e interpretar textos em forma de tabelas e gráficos. Registrar, organizar e coletar elementos elencados numa pesquisa. Desenvolver pesquisas para exercitar o tratamento da informação e para conhecer o ambiente no qual está inserido. Construir gráficos e utilizar recursos tecnológicos para o desenvolvimento das habilidades cognitivas. Compreender e transmitir ideias matemáticas por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação.

Páginas 205

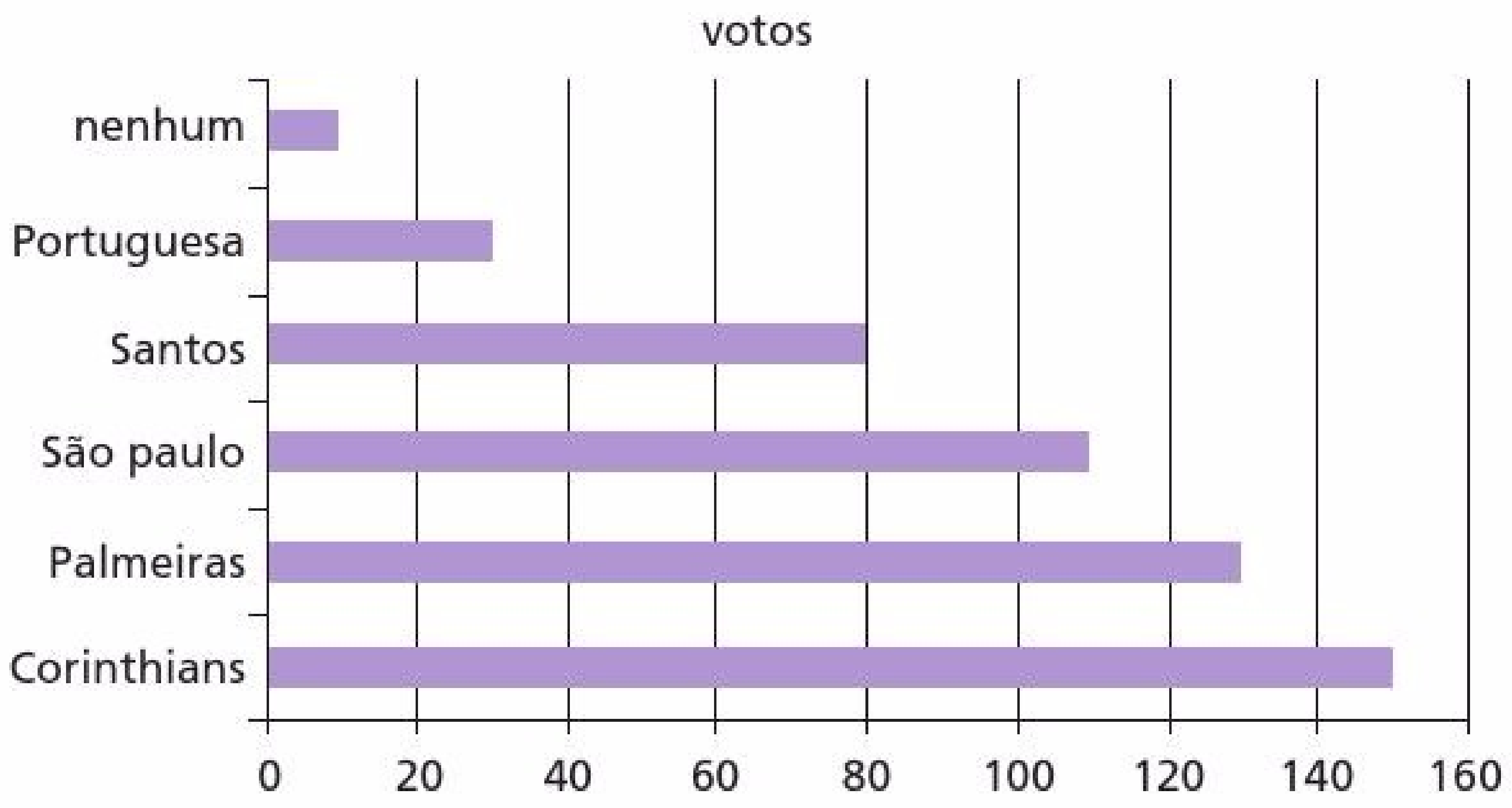
Leia com seus alunos os exemplos ilustrativos de algumas tabelas e discuta em sala de aula a utilização da linguagem apresentada em tabelas e gráficos. Discuta as informações apresentadas. Sensibilize seus alunos para a leitura desse tipo de linguagem.

É interessante sugerir aos alunos pesquisa de tabelas e gráficos em jornais, revistas, internet, entre outros. Desta forma, é possível ampliar a discussão sobre as informações que esse tipo de linguagem oferece, construindo questões sobre esses gráficos e tabelas.

Página 206

Construa no quadro o gráfico de colunas e sugira que os alunos façam o gráfico de barras em seus cadernos. Lembre-se de mostrar que se trata de uma inversão dos eixos na representação. Faça a representação no quadro desse gráfico de barras ou, se preferir, sugira outra pesquisa na sala de aula sobre esse tema, ou outro que achar conveniente. Em geral, os alunos se empolgam nessa situação.

Veja o gráfico de barras:

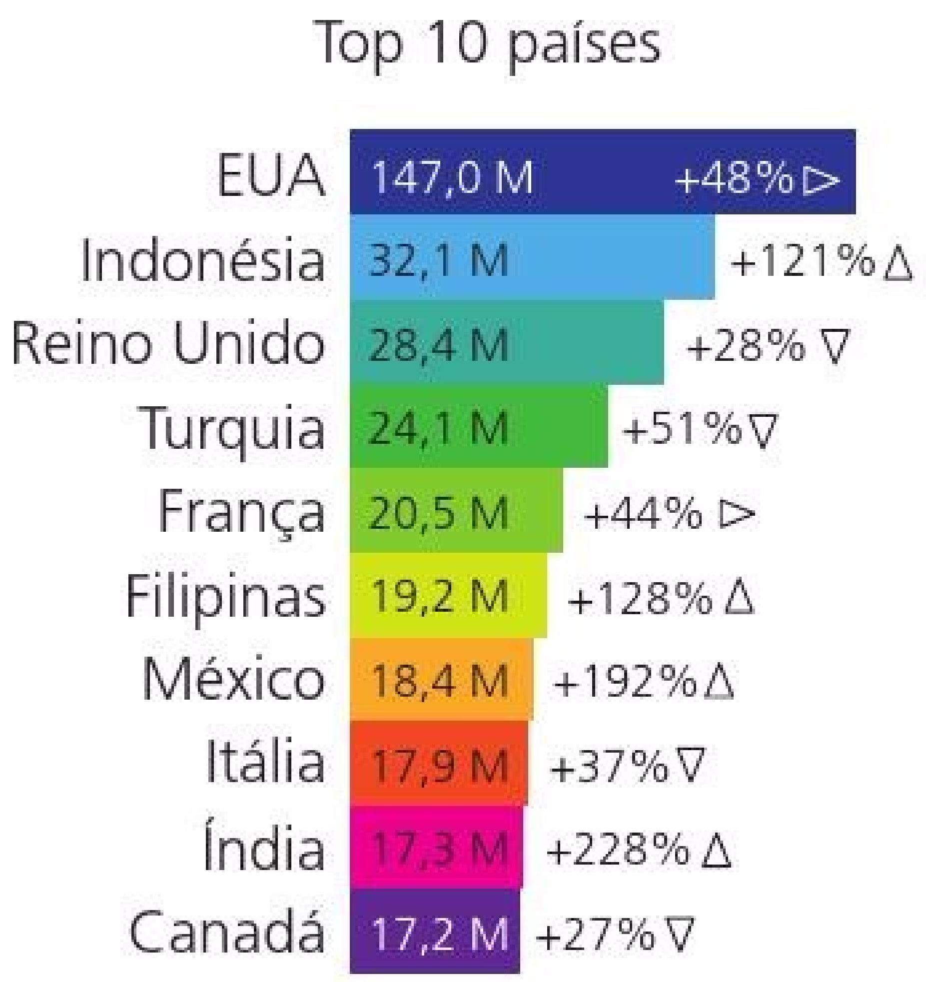


Página 207

Observe com seus alunos a representação gráfica da página 209 (Setores produtivos) e fale de forma mais sistemática sobre as diferentes formas gráficas de se apresentar informações encontradas em jornais e revistas. Essas formas são chamadas de infográficos e, quando forem aplicadas a gráficos, são chamadas de pictogramas.

Apresente os alunos exemplos fictícios como os que se seguem:

Evolução do número de usuários de internet na América Latina.



Dez países com maior acréscimo de usuários de redes sociais.

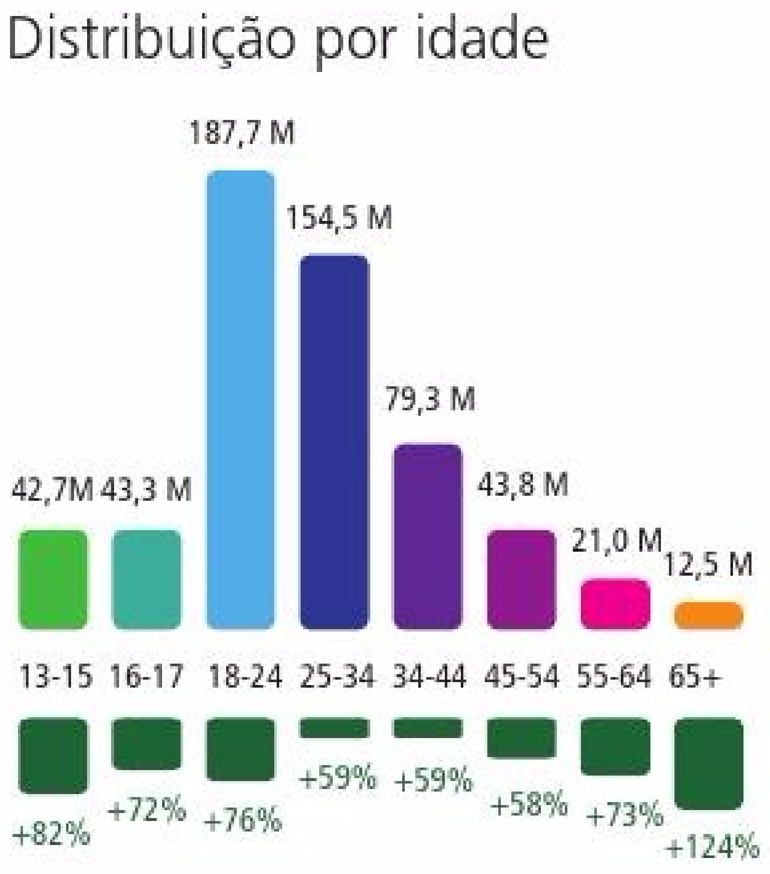


Gráfico populacional.

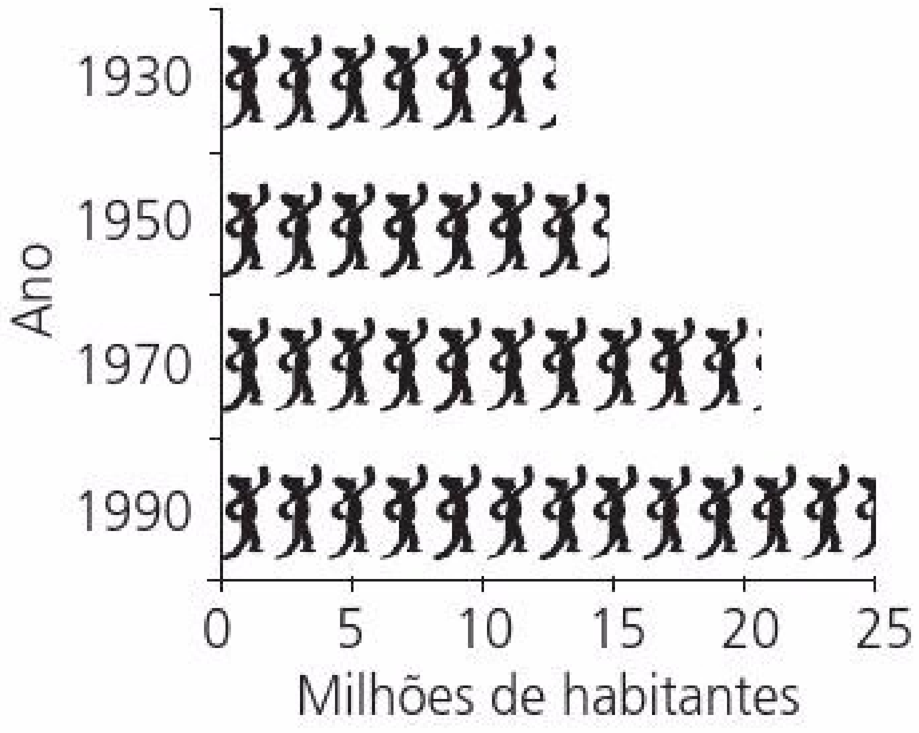


Gráfico populacional.

Sugestão de tarefa para casa: recortar em jornais ou revistas diferentes formas gráficas de representar informações.

Você pode sugerir algum tema de pesquisa para os alunos realizarem na escola. Assim deverão organizar os dados da pesquisa em uma tabela e gerar um gráfico que represente as informações coletadas na pesquisa.

Página 210

As atividades estão desenvolvidas com diferentes níveis de complexidade, procurando obedecer a uma ordem crescente de dificuldade. Contudo, é interessante que o professor leia com os alunos os enunciados e comente sobre as questões especiais em cada caso.

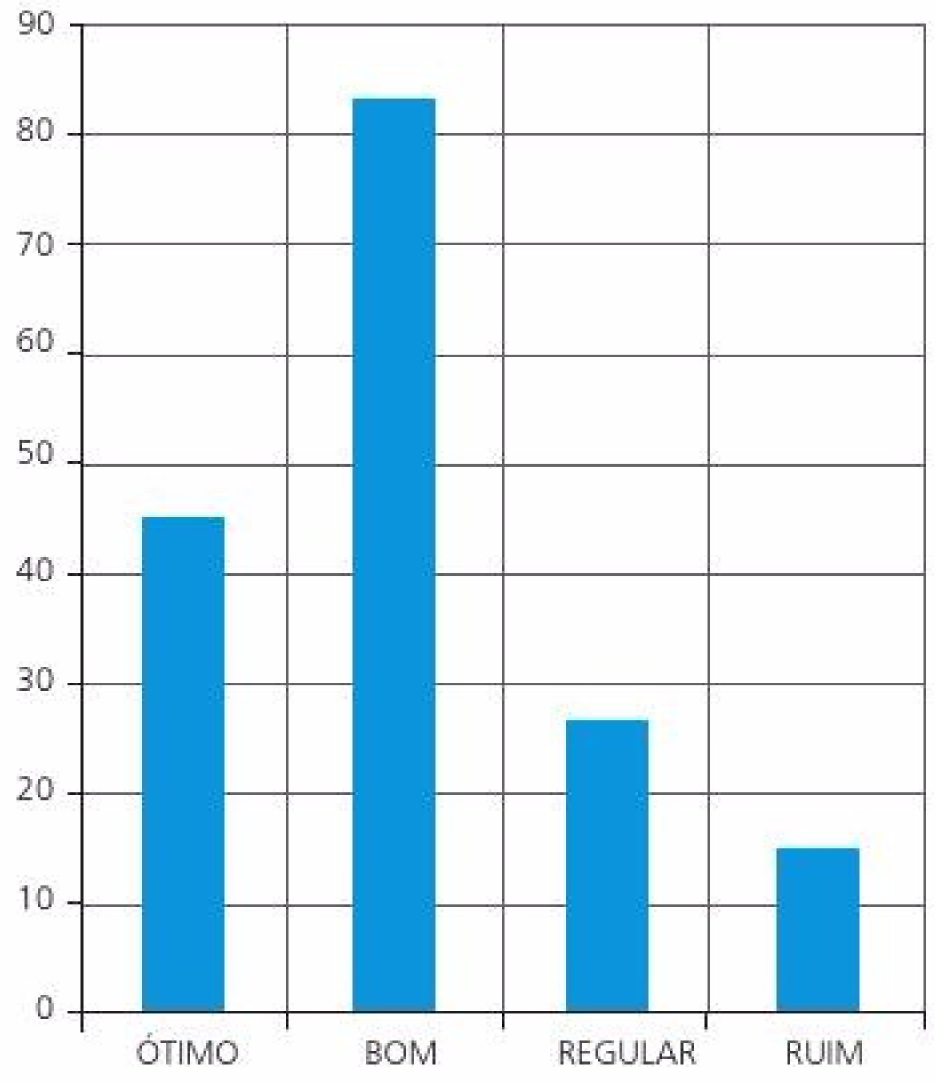
Observe especialmente na questão 2 sobre a expressão: “gastou em média”. Comente o significado desse termo como no dicionário e, se achar apropriado, aprofunde o tema com exemplos.

Página 213

Veja se existe a possibilidade de usar computadores para registrar os dados de tabelas e gráficos de determinada pesquisa. É interessante que o aluno tenha contato com uma planilha eletrônica para aprender a fazer tabelas de dados e construir seus respectivos gráficos. Se houver essa possibilidade converse com os alunos sobre temas a serem investigados e depois use a planilha para construir as tabelas e os gráficos.

Resoluções da seção Para estudar

9.



10. a)

Idades	Número de jogadores
16	6
17	8
18	12
19	15
20	12

b) 53 competidores

c) 27 jogadores

d) 47 jogadores

11. a) Modelo D.
   b) Modelo D.
   c) Modelo C.
   d) Modelos A e B.

12. a) Entre 2010 e 2011. R$ 90 milhões.
   b) R$ 114 milhões.

Capítulo 9: Medidas

Objetivos específicos do capítulo

Relacionar a história da humanidade com o desenvolvimento da matemática; transferir o uso da linguagem oral para a escrita. Ler e interpretar textos para compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação. Interpretar matematicamente situações do dia-a-dia e, também, do mundo tecnológico e científico para o exercício da cidadania. Usar com clareza os símbolos matemáticos.

Página 217

Discuta com a classe o que é possível medir, ou seja, o que é mensurável, o que é possível atribuir um valor numérico e o que não é mensurável ou, como é dito em alguns meios, é considerado intangível. No nosso caso, medem-se tamanhos, massa, tempo ou duração, capacidade ou volume, velocidade, consumo de água, gás, eletricidade. Não é possível definir numericamente a quantidade de sentimento, dor ou algo que envolva qualidade. No máximo, existe um julgamento subjetivo: "Sinto muita dor", "sinto-me bem melhor", "estou feliz", "estou eufórico".

Observe o quadro a seguir com algumas curiosidades.

VOCÊ SABIA QUE...

- **HÁ QUATRO MIL** anos os pés e as mãos eram usados como instrumento de medida?
- **NO SÉCULO XVIII**, a unidade de medida foi padronizada de acordo com os pés do rei. Seis pés do rei equivalem a 182,9 cm.
- **EM 1826,** foram feitas na Europa 32 barras de ferro para servir de padrão de medida. Uma delas, a número 26, foi enviada ao Brasil em 1889 e hoje está no acervo do Ipem.
- **O SISTEMA MÉTRICO** decimal foi implantado no Brasil em 1872.

Adaptado de *O Globo*, 17 de Outubro de 2007.

Leve para a sala de aula alguns instrumentos que façam medições como uma trena ou uma fita métrica. Realize, junto aos alunos, algumas medições dentro da sala de aula: altura dos alunos, comprimento da lousa entre outras opções. Use os dados obtidos para trabalhar leitura e comparação das medidas. Use tabelas para organizar os dados coletados.

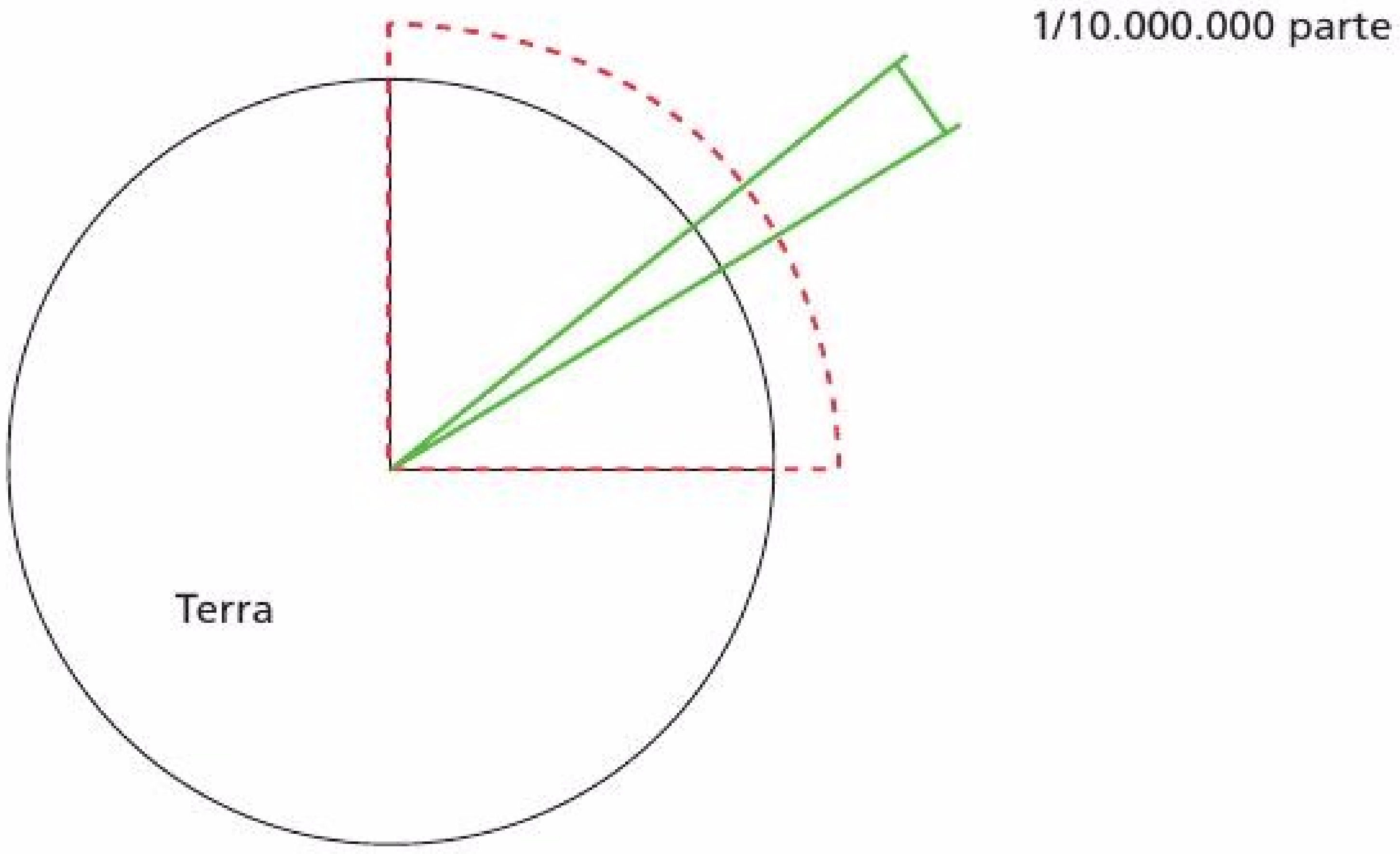
Página 218

A necessidade de criar um padrão de medidas universal tem raízes, entre muitas outras, no intercâmbio comercial, ou seja, é muito importante saber se a quantidade comprada estava sendo devidamente entregue na medida correta: ninguém gosta de receber menos do que foi previamente combinado. Assim, não é de se estranhar que na época do Império a definição de padrão de medidas estivesse com a instituição responsável pela moeda nacional e pelo câmbio.

Hoje, no Brasil, o responsável pelos padrões de medidas é o Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia – Inmetro – que vem a ser uma autarquia federal, vinculada ao Ministério do Desenvolvimento, Indústria e Comércio Exterior. Maiores informações podem ser obtidas no portal.

Disponível em: <http://www.inmetro.gov.br>. Acesso em: 04 dez. 2011.

Hoje o metro é definido como sendo a trajetória que a luz no vácuo percorre durante 1/299 792 458 de segundo; contudo, na época da criação do padrão pela Academia Francesa de Ciências, definiu-se o metro como sendo a décima milionésima parte $\left(\frac{1}{10\,000\,000}\right)$ do quadrante de 90° do meridiano terrestre, isto, do trecho do meridiano entre o pólo norte da Terra e a linha do Equador.



A décima milionésima parte de um quadrante de 90º de um meridiano era a antiga definição do metro, de acordo com a Academia Francesa de Ciências.

Página 221

Uma atividade que pode ser feita com os alunos é a criação de uma distribuição de medidas de lápis. Cada aluno, munido de uma régua, mede o comprimento de seu lápis em centímetros e leva em consideração também os milímetros. Todos eles colocam a medida de seu lápis na lousa e monta-se um gráfico de distribuição de medidas.

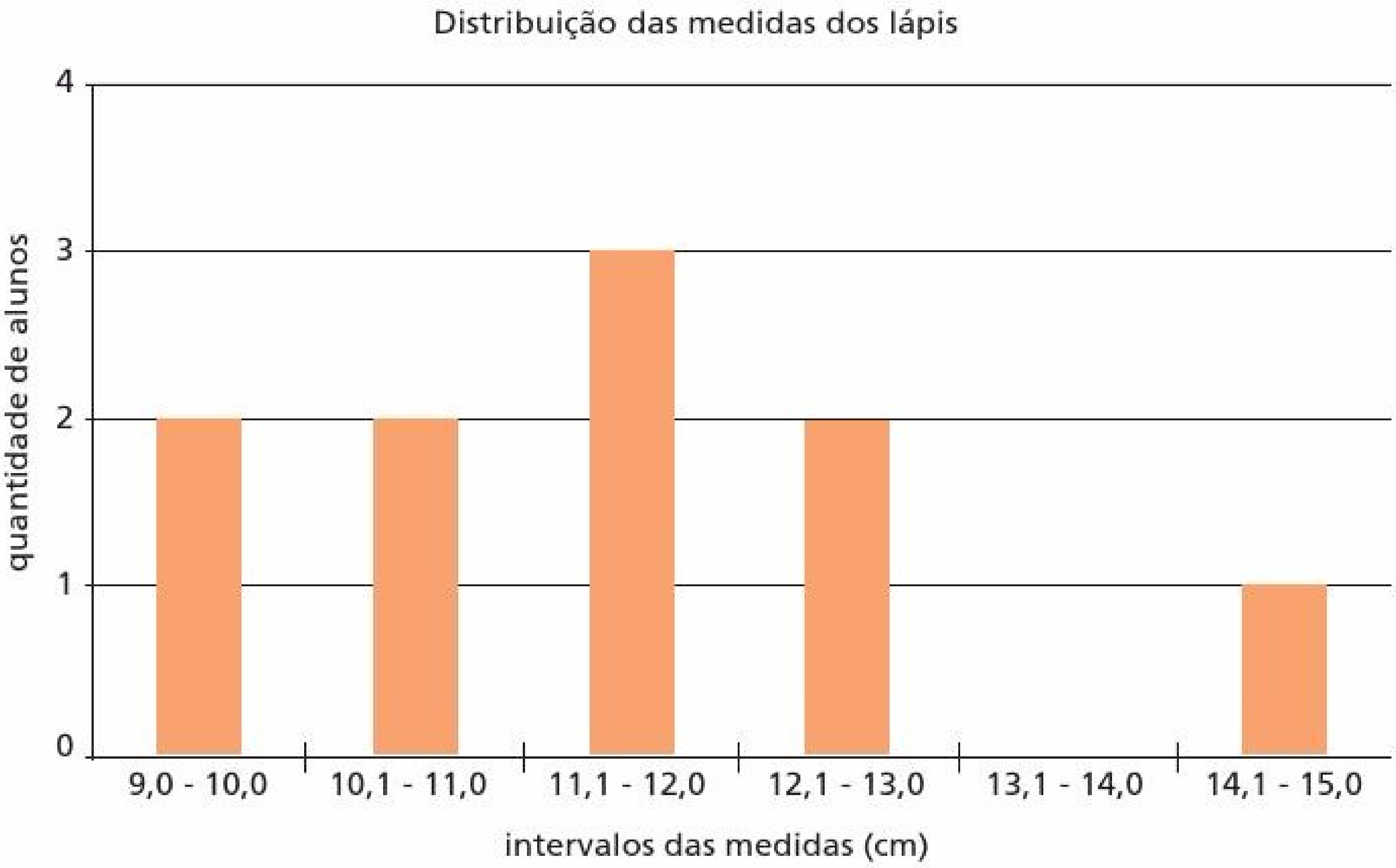
Por exemplo, uma classe com 10 alunos obteve as seguintes medidas para os seus lápis:

aluno	lápis (cm)
1	15
2	12
3	11,5
4	12,2
5	11,4
6	10.5
7	9,5
8	12,4
9	11
10	9,3

Assim, 2 alunos obtiveram medidas entre 9 e 10 cm; 2 alunos entre 10,1 e 11 cm; 3 alunos entre 11,1 e 12 cm; 2 alunos entre 12,1 e 13 cm; nenhum aluno entre 13,1 e 14 cm; 1 aluno entre 14,1 e 15 cm. Assim, monta-se uma nova tabela, a de distribuição de medidas:

intervalo de medidas (cm)	número de alunos
9 - 10	2
10,1 - 11	2
11,1 - 12	3
12,1 - 13	2
13,1 - 14	0
14,1 - 15	1
total	10 alunos

Na figura abaixo está o gráfico da distribuição.



Página 222

Na conversão de múltiplos e submúltiplos, relembre os alunos das regras de vírgulas para os decimais, como foi visto no capítulo 6 do livro. Ao multiplicar um valor por 10, deve-se mover a vírgula uma casa para a direita e, ao dividi-lo, uma casa para a esquerda.

Página 223

O paquímetro é um instrumento bastante interessante de ser mostrado aos alunos. Em geral, o custo dele está em torno de R$ 100,00 a R$ 250,00, dependendo da região e do tamanho. Em todo o caso, se houver a oportunidade de trazer algum exemplar para a classe, vale a pena ler ou ver sobre os seus procedimentos de uso.

Página 226

Caso haja ladrilhos na classe ou na casa dos alunos, é um bom meio de introduzir o assunto sobre medidas de área: quantos ladrilhos são necessários para preencher a sala ou o cômodo da casa?

Página 227

Professor(a), na conversão de múltiplos e submúltiplos, relembre os alunos das regras de vírgulas para os decimais, como foi visto no capítulo 6 do livro. Ao multiplicar um valor por 100, deve-se mover a vírgula duas casas para a direita e, ao dividí-lo, duas casas para a esquerda.

O Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) possui um portal onde há um menu com material didático interessante.

Disponível em: <http://www.inpe.br/ensino_documentacao/difusao_conhecimento/cartilhas_didaticas.php.>. Acesso em: 12 jan. 2012.

Página 232

No exercício 21 desta página, pode-se complementar o exercício se comparar os territórios de diferentes países da Europa. Por exemplo, o território de Portugal, sem considerar as ilhas dos Açores e da Madeira, é igual a 89 015 km^2, o qual é menor que Pernambuco. Os alunos podem pesquisar em atlas quais são as áreas de países como Espanha, Itália, França, Alemanha, etc. Também pode-se comparar com países da América do Sul: Argentina, Bolívia etc.

Página 242

Utilize utensílios de cozinha, se não tiver os apropriados, para fazer medições de capacidade. Utilize alguns medidores (garrafas de 1 litro, medidores de cozinha e copos de 200 mililitros) para fazer correspondências entre os múltiplos e submúltiplos do litro.

Sabendo da crise hídrica pela qual estamos passando, podemos usar as informações da ONU (organização das nações unidas) para observar alguns dados. A ONU informou que, para cada pessoa, o consumo recomendável de água por dia é de 110 litros. Proponha aos alunos a investigação dessa informação no ambiente escolar, em suas residências ou em outro lugar. Após os resultados obtidos, discuta possíveis interferências ou soluções para as situações investigadas.

Página 245

A tabela abaixo é um bom material para trabalhar com estimativa das medidas de massa de algumas matérias. Além de estimar o aluno pensará nas transformações das medidas de massa.

1. Marque um X na unidade de medida que você usaria para pesar:

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

Produto	t	kg	g
Um frango			
Um sabonete			
Um saco de batatas			
A carga de um caminhão			
Uma barra de chocolate			
A produção de milho de uma fazenda			
Um tubo de pasta de dente			

Legenda: t – toneladas; kg – quilograma; g – grama.

Resposta da Atividade Sugerida

1.

Produto	t	kg	g
Um frango		**X**	
Um sabonete			**X**
Um saco de batatas		**X**	
A carga de um caminhão	**X**		
Uma barra de chocolate			**X**
A produção de milho de uma fazenda	**X**		
Um tubo de pasta de dente			**X**

Página 246

Ao longo da História, houve diversas formas de medir o tempo, desde o uso do batimento cardíaco, o pêndulo e a observação do sol e das estrelas. O calendário é consequencia disto tudo. Há um portal desenvolvido pelo Prof. Fernando J. Paixão bastante interessante a respeito da construção do calendário e da noção do tempo, voltado para o ensino fundamental que vale a pena ler a respeito e levar este material para os alunos:

Disponível em: <http://imre.ifi.unicamp.br/textos/professores/8-porque-inventaram-o--calendario>. Acesso em: 07 jan. 2012.

Página 247

O interessante nesta contagem do tempo é o uso de bases diferentes da base decimal para enumerar o tempo: 60 segundos perfazem 1 minuto; 60 minutos perfazem 1 hora; 24 horas perfazem um dia e assim por diante. Uma razão para isto pode ser explicada pelo uso do relógio do sol: a sombra da vareta varre uma circunferência ao longo de um período de um dia. Não é difícil dividir uma circunferência em 12 partes usando somente uma régua e um compasso. Assim, múltiplos de 12, como 60 e 24 são fáceis de obter.

Resoluções da seção Para estudar

62. a) Quilômetro c) Metros
b) Milímetros d) Metros

63. a) 5 m = 500 cm
b) 4,8 m = 480 cm
c) 1,96 m = 196 cm
d) 0,02 m = 2 cm

64. a) 9735 m = 9,735 m
b) 0,7 m = 70 cm
c) 3,75 km = 3750 m
d) 7600 m = 7,6 km
e) 0,017 km = 1700 m

65. a) V, pois 1 km^2 = 1 000 m x 1 000 m = = 10 hm x 10 hm
b) V, pois 400 m^2 = 20 m x 20 m
c) V, pois 100 cm^2 = 10 cm x 10 cm = 1 dm^2

66. $V = 70 \cdot 30 \cdot 40 \rightarrow V = 84\,000\ cm^3$

67. a) 1,3 km^3 = 1 300 000 000 m^3
b) 2 400 dm^3 = 2,4 m^3
c) 42 000 cm^3 = 0,041 m^3
d) 1 200 000 mm^3 = 0,012 m^3

68. a) L
b) mL
c) L
d) ML

69. a) 200 m^3
b) 200 : 365 = 0,548 m^3

70. a) 0,46 kg = 460 kg
b) 7,89 kg = 7890 g
c) 1,4 dag = 14 g
d) 2,1 kg = 2100 g
e) 38,5 dg = 0,385 g
f) 5200 mg = 5,2 g

71. a) 3375 g = 3,375 kg
b) 98 g = 0,098 kg
c) 155 dag = 1,55 kg
d) 85 dg = 0,00085 kg
e) 9200 g = 9,2 kg
f) 1g = 0,002 kg

Anotações: